УДК 534.232

АНАЛИЗ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АНТЕНН ФАЗОВЫХ ГИДРОЛОКАТОРОВ БОКОВОГО ОБЗОРА

© О.С. Голод, Ю.А. Гончар, Ю.А. Карташов, 2005

Государственный Северо-Западный технический университет, г. Санкт-Петербург

Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург

Стаття присвячена аналізу акустичних параметрів приймально-випромінюючої антенної системи фазового ГБО, яке складається з двох лінійок, рознесених в вертикальній площині. Отримані співвідношення для статичних оцінок, як модуль діаграми направленості кожної лінійки, так і фазових характеристик лінійок в уявленні про відсутність взаємного впливу як окремих елементів в лінійках, так і лінійок між собою.

Статья посвящена анализу акустических параметров приемно-излучающей антенной системы фазового ГБО, состоящей из двух линеек, разнесенных в вертикальной плоскости. Получены соотношения для статических оценок, как модуль диаграммы направленности каждой линейки, так и фазовых характеристик линеек в предположении об отсутствии взаимного влияния как отдельных элементов в линейках, так и линеек между собой.

Clause is devoted to the analysis of acoustic parameters by the receiving-radiating aerial of system phase Side Survey Sonar (SSS), consisting from two rulers carried in a vertical plane. The parities(ratio) for static ratings, as the module of the diagram of an orientation of each ruler, and phase characteristics of rulers in the assumption of absence of mutual influence both separate elements in rulers, and rulers among themselves are received.

При выполнении анализа будем пренебрегать взаимодействием пьезокерамических элементов в каждой линейке между собой. В таком случае характеристики направленности излучающих и приемных антенн одинаковы и поле антенны определяется соотношением

$$P = -\frac{ik\rho c}{2\pi}\int_S \omega(S)\frac{e^{ikr`}}{r`}\,dS, \qquad (1)$$

где $\omega(S)$ - распределение колебательной скорости по поверхности антенны;

$r`$ - расстояние от текущей точки на поверхности антенны до точки наблюдения.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \qquad (2)$$

где **k** - волновое число;

c - скорость звука в воде;

ρ – плотность воды.

Учитывая в (1) лишь колебания поверхности преобразователей, получим из (1)

$$P = -\frac{ik\rho k}{2\pi}\sum_{n=1}^{N}\int_{S_n} \omega_n(S)\frac{e^{ikr`}}{r`}\,dS_n, \qquad (3)$$

где n - номер преобразователя.

Будем полагать, что имеет место равномерное и одинаковое распределение колебательной скорости на преобразователях. В таком случае получаем

$$\omega_n(S) = \omega_0, \tag{4}$$

и вместо (3) находим

$$P = -\frac{ik\rho c\omega_0}{2\pi}\sum_{n=1}^{N}\int_{S_n}(S)\frac{e^{ikr`}}{r`}dS_n. \tag{5}$$

Пусть поверхности преобразователя находятся в плоскости ХОУ, причем геометрический центр антенн совпадает с точкой $x = y = 0$, координаты центра n-го преобразователя $x = x_n$, координаты точек преобразователя $\chi = x_n + \xi; y = \eta; y = 0$, размеры сторон преобразователя $h \times b$, координаты точки наблюдения ($x_0; y_0; z_0$). В таком случае получаем

$$r` \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z^2} = \sqrt{(x_0 - x_n - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2 + z_0^2} =$$

$$= \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 2x_0(x_n + \xi) + (x_n + \xi) - 2y_0\eta + \eta^2} = \tag{6}$$

$$= \sqrt{R_0^2 + 2x_0(x_n + \xi) - 2y_0\eta + (x_n + \xi)^2 + \eta^2}.$$

Здесь введено обозначение

$$R_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \tag{7}$$

- расстояние от центра антенны до точки наблюдения. Будем полагать, что точка наблюдения находится в дальней зоне антенны. В таком случае можно в знаменателе (5) $r`$ заменить на $R_0$, в показателе разложить $r`$ с точностью до линейных членов

$$r` \cong R_0 - \frac{x_0}{R_0}(x_n + \xi) - \frac{y_0}{R_0}\eta. \tag{8}$$

При этом, получим вместо (5)

$$P=-\frac{ik\rho c\omega_0}{2\pi}\frac{e^{ikR_0}}{R_0}\sum_{n=1}^{N}e^{-ik\frac{x}{R_0}x_n}\times\int_{-b/2}^{b/2}e^{-ik\frac{y_0}{R_0}\eta}d\eta\times\int e^{-ik\frac{x_0}{R_0}\xi}d\xi=$$

$$=-\frac{ik\rho c\omega_0}{2\pi}\times\frac{e^{ikR_0}}{R_0}\times b\frac{\sin k\frac{y_0}{R_0}\times\frac{b}{2}}{k\times\frac{y_0}{R_0}\times\frac{b}{2}}\times h\frac{\sin k\frac{x_0}{R_0}\times\frac{h}{2}}{k\times\frac{x_0}{R_0}\times\frac{h}{2}}\times\sum_{n=1}^{N}e^{-ik\frac{x_0}{R_0}x_n}. \tag{9}$$

Учитывая, что в сферической системе координат

$$x_0=R_0\sin\Theta\cos\varphi,$$
$$y_0=R_0\sin\Theta\sin\varphi, \tag{10}$$

получим вместо (5)

$$P=-\frac{ik\rho c\omega_0 hb}{2\pi}\times\frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\Theta\sin\varphi\right)}{\frac{kb}{2}\sin\Theta\sin\varphi}\times\frac{\sin\left(\frac{kh}{2}\sin\Theta\cos\varphi\right)}{\frac{kh}{2}\sin\Theta\cos\varphi}\times\sum_{n=1}^{N}e^{-ikx_n\sin\Theta\cos\varphi}\times\frac{e^{ikR_0}}{R_0}. \tag{11}$$

Очевидно, синусоидальные множители в (11) описывают диаграмму направленности одного преобразователя, а сумма (деления на число элементов с точностью до фазы) – диаграмму линейной антенны с точечными преобразователями в точках $x = x_n$. Учитывая, что в случае эквидистантного расположения преобразователей имеем

$$x_n = x_1 + (n-1)d. \tag{12}$$

Таким образом, получаем

$$\sum_{n=1}^{N}e^{-ikx_n\sin\Theta\cos\varphi}=e^{-ik(x_1-d)\sin\Theta\cos\varphi}\times\sum_{n=1}^{N}e^{-ikd_n\sin\Theta\cos\varphi}=$$

$$=e^{-ik(x_1-d)\sin\Theta\cos\varphi}\times\frac{1-e^{-ikdN\sin\Theta\cos\varphi}}{1-e^{-ikd\sin\Theta\cos\varphi}}\times e^{-ikd\sin\Theta\cos\varphi}=$$

$$=e^{-ikx_1\sin\Theta\cos\varphi-ikd\frac{N}{2}\sin\Theta\cos\varphi+ikd\frac{d}{2}\sin\Theta\cos\varphi}\times\frac{\sin\left(\frac{kd}{2}N\sin\Theta\cos\varphi\right)}{\sin\left(\frac{kd}{2}\sin\Theta\cos\varphi\right)}=$$

$$=e^{-ik\left(x_1+(N-1)\frac{d}{2}\right)\sin\Theta\cos\varphi}\times\frac{\sin\left(\frac{kd}{2}N\sin\Theta\cos\varphi\right)}{\sin\left(\frac{kd}{2}\sin\Theta\cos\varphi\right)}. \qquad (13)$$

Тогда получим вместо (11)

$$P=-\frac{ik\rho c\omega_0 hbN}{2\pi R_0}\times\frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\Theta\sin\varphi\right)}{\frac{kb}{2}\sin\Theta\sin\varphi}\times\frac{\sin\left(\frac{kh}{2}\sin\Theta\cos\varphi\right)}{\frac{kh}{2}\sin\Theta\cos\varphi}\times$$

$$\times\frac{\sin\left(\frac{kd}{2}N\sin\Theta\sin\varphi\right)}{N\sin\left(\frac{kd}{2}\sin\Theta\sin\varphi\right)}\times\exp\left\{ik\left[R_0-\left(x_1+(N-1)\frac{d}{2}\right)\sin\Theta\cos\varphi\right]\right\}. \qquad (14)$$

Положим, что распределение колебательных скоростей на преобразователях равномерное, но различные амплитуды и фазы, т.е. чувствительность преобразователей имеет некоторый разброс

$$\omega_n(S)=|\omega_n|e^{i\Psi_n}. \qquad (15)$$

Будем также полагать, что положение элементов и их размеры также несколько различаются. В таком случае вместо выражения (9) получим

$$P=-\frac{ik\rho c}{2\pi}\times\frac{e^{ikR_0}}{R_0}\times\sum_{n=1}^{N}|\omega_n|e^{i\psi_n-ik\frac{x_0}{R_0}x_n}\times\int_{-b_h/2}^{b_h/2}e^{-1k\frac{y_0}{R_0}\times\eta}\times d\eta\times\int_{-h_h/2}^{h_h/2}e^{-ik\frac{x_0}{R_0}\times\xi}\times d\xi=$$

$$=-\frac{ik\rho c}{2\pi}\times\frac{e^{ikR_0}}{R_0}\times\sum_{n=1}^{N}|\omega_n|e^{i\psi_n-ik\frac{x_0}{R_0}x_n}\times\frac{e^{-ik\frac{x_0}{R_0}\times\frac{h_n}{2}}}{-ik\frac{x_0}{R_0}}\times\frac{e^{-ik\frac{y_0}{R_0}\times\frac{b_n}{2}}-e^{-ik\frac{y_0}{R_0}\times\frac{b_n}{2}}}{-ik\frac{y_0}{R_0}}, \qquad (16)$$

где

$$x_n = x_1 + \frac{h_1}{2} + l_1 + d_2 + ... + d_{n-1} + \frac{h_n}{2} = \left\{ x_1 + \sum_{m=1}^{n-1} d_m + \frac{h_n}{2} - \frac{h_1}{2} \right\}, \ n \geq 2. \tag{17}$$

Далее подставим входящие в (16) и (17) случайные величины в виде суммы математического ожидания величин и некоторой малой случайной добавки $\varepsilon^{(n)}$, математическое ожидание которой равно нулю

$$|\omega_n| = |\omega_0| + \varepsilon_\omega^{(n)}, \tag{18}$$

$$\Psi_n = \Psi_0 + \varepsilon_\Psi^{(n)}, \tag{19}$$

$$h_n = h + \varepsilon_h^{(n)}, \tag{20}$$

$$l_n = l + \varepsilon_l^{(n)}, \tag{21}$$

$$d_n = d + \varepsilon_d^{(n)} = d + \varepsilon_l^{(n)} + \varepsilon_h^{(n)}, \tag{22}$$

$$b_n = b + \varepsilon_b^{(n)}. \tag{23}$$

Отметим, что в величину случайных флюктуаций среды $\varepsilon_\Psi^{(n)}$ входит фазовый набег звуковой волны за счет случайных отклонений $k\Delta z_n$ положения рабочей плоскости преобразователей от плоскости $z = 0$.

Будем полагать, что разброс параметров рабочих поверхностей преобразователей достаточно мал, так что имеют место соотношения

$$\frac{1}{8} k^2 \left(\frac{x_0}{R_0} \right)^2 \sigma_n^2 << 1, \tag{24}$$

$$\frac{1}{8} k^2 \left(\frac{y_0}{R_0} \right)^2 \sigma_l^2 << 1, \tag{25}$$

где σ_n^2 и σ_l^2 - дисперсии h и b,

$$\sigma_n^2 \cong \left(\varepsilon_h^{(n)}\right)^2, \tag{26}$$

$$\sigma_b^2 \cong \left(\varepsilon_b^{(n)}\right)^2. \tag{27}$$

В этом случае «заплывание» нулей диаграммы направленности отдельного преобразователя, имеющее в горизонтальной и вертикальной плоскости порядок $k\left(\frac{x_0}{R_0}\right)\sigma_h$ и $k\left(\frac{н_0}{R_0}\right)\sigma_b$, будет малым. Пренебрегая этим эффектом и вынося в (16) из-под знака суммы множители, описывающие диаграмму направленности отдельного элемента, получим

$$P = -\frac{ik\rho chb}{2\pi}\cdot\frac{e^{ikR_0}}{R_0}\cdot\sum_{n=1}^{N}\left|\omega_n\right|\cdot e^{\Psi_n - ik\frac{x_0}{R_0}x_n}\, F_э(\Theta;\varphi), \tag{28}$$

где $F_э(\Theta;\varphi)$ - диаграмма направленности элемента.

$$F_э(\Theta;\varphi) = \frac{\sin\left(k\frac{x_0}{R_0}\cdot\frac{h}{2}\right)}{k\frac{x_0}{R_0}\cdot\frac{h}{2}}\cdot\frac{\sin\left(k\frac{y_0}{R_0}\cdot\frac{b}{2}\right)}{k\frac{y_0}{R_0}\cdot\frac{b}{2}}. \tag{29}$$

Чтобы определить распределение амплитуды давления в пространстве, т.е. величины $|P|$, найдем величину $|P|^2$

$$\begin{aligned}|P|^2 = PP^* = \left(\frac{k\rho chb}{2\pi R_0}\right)^2 F_э^2(\Theta;\varphi)\sum_{n;S=1}^{N}|\omega_n||\omega_S|e^{i\Psi_n - i\Psi_S}\times\\ \times e^{-ik\frac{x_0}{R_0}(x_n - x_S)} = \left(\frac{k\rho chb}{2\pi R_0}\right)^2 F_э^2(\Theta;\varphi)\left\{\begin{matrix}\sum\limits_{n=1}^{N}|\omega_n|^2 + \sum\limits_{n=1}^{N}{\sum\limits_{S=1}^{N}}' |\omega_n|\times|\omega_S|\times\exp\left[i\left(\Psi_n - \Psi_S\right)\right]\times\\ \times\exp\left[-ik\frac{x_0}{R_0}(x_n - x_S)\right]\end{matrix}\right\}.\end{aligned} \tag{30}$$

Штрих у знака суммы по S в (30) означает отсутствие члена $S = h$.

Найдем математическое ожидание $\left|P\right|^2$, полагая, для простоты, распределение величин $\varepsilon^{(n)}$ нормальным. Будем также считать $\varepsilon^{(n)}$ с различными знаками и с одинаковыми значками, но несовпадающими номерами (т.е. принадлежащими различным преобразователям) статистически независимыми, причем дисперсии будем считать независимыми от символа, т.е. одинаковыми для всех преобразователей.

Получим из (30)

$$\left|\overline{P}\right|^2=\left(\frac{k\rho chl}{2\pi R_0}\right)^2 F_э\left(\Theta;\varphi\right)\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{n=1}^{N}\left|\overline{\omega_n}\right|^2+\sum\limits_{n=1}^{N}\sum\limits_{S=1}^{N}{}^{`}\left|\overline{\omega_n}\right|\times\left|\overline{\omega_S}\right|\times\overline{\exp\left[i\left(\Psi_n-\Psi_S\right)\right]}\times\\ \overline{\times\exp\left[-ik\frac{x_0}{R_0}\left(x_n-x_S\right)\right]}\end{array}\right\}. \qquad (31)$$

Учитывая (17)-(23), опуская громоздкие преобразования, запишем

$$\left|\overline{P}\right|^2=\left(\frac{k\rho chb\left|\omega_0\right|^2}{2\pi R_0}N\right)^2 F_э^2\left(\Theta;\varphi\right)\left\{\begin{array}{l}\left[1-\exp\left(-\sigma_\Psi^2+k^2\frac{x_0^2}{R_0^2}\frac{\sigma_n^2}{2}\right)\right]\frac{1}{N}+\\ +\frac{\sigma\omega^2}{\left|\omega_0\right|^2}\frac{1}{N}+\exp\left(-\sigma_\Psi^2+k^2\frac{x_0^2}{R_0^2}\frac{\sigma^2}{2}n\right)\end{array}\right\}\times$$

$$\times\left\{\frac{\left[1-\exp\left(-2k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2\right)\right]}{N\left(e^{-2k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2}-2e^{-k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2}\times\cos k\frac{x_0}{R_0}\times d+1\right)}+2e^{-k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2}\right\}\times$$

$$\times\frac{\left[e^{-2k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2}\times\cos k\frac{x_0}{R_0}\left(N-1\right)d-2e^{-k^2\frac{x_0^2}{R_0^2}\sigma_d^2}\times\cos k\frac{x_0}{R_0}\times Nd+\cos k\frac{x_0}{R_0}\left(N+1\right)d\right]}{\left(e^{-2k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2}-2e^{-k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2}\times\cos k\frac{x_0}{R_0}\times d+1\right)^2\times N^2}\times \qquad (32)$$

$$\times\frac{\exp\left(-k^2\frac{x_0^2}{R_0^2}N\sigma_d^2\right)+2e^{-k^2\frac{x_0^2}{R_0^2}\sigma_d^2}-\left(1+e^{-2k^2\frac{x_0}{R_0^2}\sigma_d^2}\right)\times\cos k\frac{x_0}{R_0}\times d}{1}.$$

Выражение (32) получено для довольно произвольных величин дисперсии параметров. В случае малых дисперсий следует разложить входящие сюда экспоненты по степеням дисперсии. Отметим, как видно уже из выражения (32), равенство

$$|P|^2 = \left(\frac{k\rho chb|\omega_0|}{2\pi R_0} N\right)^2 \left\{\left[1-\exp\left(-\sigma_\Psi^2\right)\right]\frac{1}{N} + \frac{\sigma_\omega^2}{|\omega_0|^2}\cdot\frac{1}{N} + \exp\left(-\sigma_\Psi^2\right)\right\}. \qquad (33)$$

Из (33) ясно, что снижение величины главного максимума определяется дисперсией фазовых флюктуаций эффективной чувствительности преобразователей, т.е. с учетом дисперсий случайных набегов $k\Delta z_n$, а также случайного разброса электронных схем, обеспечивающих работу каждого преобразователя в случае фазированной антенны.

Из (33) видно также, что если имеет место неравенство

$$\sigma_\Psi^2 > 1, \qquad (34)$$

то давление на оси будет определяться сложением интенсивности полей преобразователей.

При малых σ_Ψ^2 имеем из (33)

$$|P|^2 = \left(\frac{k\rho chb|\omega_0|}{2\pi R_0} N\right)^2 \cdot \left(1-\sigma_\Psi^2\left(1-\frac{1}{N}\right)+\frac{\sigma_\omega^2}{N|\omega_0|^2}\right). \qquad (35)$$

Чтобы оценить, как изменяется вид диаграмм при малых величинах σ_d, положим в (32) везде $\sigma_d = \sigma_d = 0$, кроме множителя $\exp\left(-k^2\frac{x_0^2}{R_0^2}N\sigma_d^2\right)$, который мы разложили в ряд до величин порядка $N\sigma_d^2$. В таком случае получим

$$|\overline{P}|^2 = \left(\frac{k\rho ch|\omega_0|N}{2\pi R_0}\right)^2 F_э^2(\Theta;\varphi)\left\{\begin{gathered}\left(1\text{-}e^{-\sigma_\Psi^2}\right)\frac{1}{N} + \frac{\sigma_\omega^2}{|\omega_0|^2}\times\frac{1}{N} + e^{-\sigma_\Psi^2}\times \\ \times\left[\frac{\sin 2k\frac{x_0}{R_0}N\frac{d}{2}}{\left(k\frac{x_0}{R_0}N\frac{d}{2}\right)^2} + 2\frac{\sigma_d^2}{N_d^2}\cos k\frac{x_0}{R_0}Nd\right]\end{gathered}\right\} =$$

$$=\left(\frac{n\rho chb\left|\omega_0\right|N}{2\pi R_0}\right)^2 F_э^2(\Theta;\varphi)\left\{\begin{array}{l}\left[1\text{-}e^{-\sigma_\Psi^2}\left(1\text{-}2\frac{\sigma_d^2}{d^2}\cos k\frac{x_0}{R_0}Nd\right)+\frac{\sigma_\omega^2}{\left|\omega_0\right|^2}\right]\frac{1}{N}+\\ +e^{-\sigma_\Psi^2}\times\frac{\sin^2 k\frac{x_0}{R_0}N\frac{d}{2}}{\left(k\frac{x_0}{R_0}N\frac{d}{2}\right)^2}\end{array}\right\} \quad (37)$$

Из (37) видно, что малый разброс размеров секций с дисперсией

$$\sigma_d^2=\sigma_h^2+\sigma_l^2, \quad (38)$$

удовлетворяющий условию

$$k^2\frac{x_0^2}{R_0^2}N\sigma_d^2 \ll 1. \quad (39)$$

Такой разброс амплитудно-фазовых характеристик преобразователей приводит к уменьшению давления на оси диаграммы и появлению слабонаправленного «ореола» в данном поле, накладывающегося на характеристику направленности идеальной антенны в области главного лепестка отдельного преобразователя. Уровень ореола, как видно из (37), имеет порядок (по интенсивности)

$$\frac{1}{N}\left[e^{\sigma_\Psi^2}\left(1-\frac{\sigma_\omega^2}{\left|\omega_0\right|^2}\right)-\left(1-2\frac{\sigma_d^2}{d^2}\cos kNd\sin\Theta\cos\varphi\right)\right] \quad (40)$$

Если же флюктуации фазы достаточно велики, так что неравенство (39) не выполняется (для углов на краях диаграммы направленности), то искажение диаграммы будет весьма значительным.

Рассмотрим теперь вопрос о том, флюктуации каких параметров преобразователей приводят к флюктуации их комплексной чувствительности. Согласно работе [5], чувствительность преобразователя в виде стержня с продольным пьезоэффектом на холостом ходу, т.е. зависимость выходного напряжения от падающего давления определяется соотношением

$$\nu=\frac{S_n}{\sigma}\cdot\frac{1+v^+}{z_n}\cdot\frac{(1-a)(1-av^-)}{-i\omega c_n\Delta_0}\cdot\frac{d_{33}^E}{S_{33}^E} \quad (41)$$

где $\frac{d_{33}}{S_{33}^E}$ - действующая пьезопостоянная,

d_{33}^{E} - пьезомодуль керамики при продольном пьезоэффекте,

S_{33}^{E} - упругая податливость керамики при E=const для продольного пьезоэффекта,

c_n - емкость заторможенного преобразователя площадью.

$$v^{\pm} = \frac{1-\alpha_a^{\pm}}{1+\alpha_a^{\pm}};\ \alpha^{\pm} = \frac{z_a^{\pm}}{z_n}, \tag{42}$$

где

$$z_n = \sqrt{C_{33}^{E}\rho_n},$$

здесь $z_a^{\pm}$ - сопротивление акустических нагрузок, приложенных к торцам,

z_a^{-} - тыльная нагрузка,

z_a^{+} - нагрузка рабочего торца, равная его сопротивлению,

C_{33}^{E} - упругая жесткость при E=const излучения на рабочей частоте.

$$a = e^{-k_n\delta}, \tag{43}$$

$$k_n = \frac{\omega}{C_n};\ C_n = \sqrt{\frac{C_{33}^{E}}{\rho_n}}, \tag{44}$$

ρ_n - плотность материала керамики.

$$\Delta_0 = 1 - a^2 v^{+} v^{-}. \tag{45}$$

В случае ненагруженного преобразователя (в вакууме) величины $v^{\pm}$ обращаются в ноль и частотозависимый фактор

$$\left(1+v^{+}\right)\left(1-a\right)\left(1-av^{-}\right)\Big/\omega\Delta_0 i, \tag{46}$$

превращается в величину

$$\frac{(1-a)^2}{\left(1-a^2\right)\omega} = \frac{1-a}{(1+a)\omega_i} = \frac{1-e^{-ik_n^{\delta}}}{\left(1+e^{-ik_n^{\delta}}\right)\omega_i} = \frac{\sin k_n \, \delta/2}{\omega \cos k_n \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\omega}\,\mathrm{tg}\left(k_n\, \delta/2\right). \tag{47}$$

При этом максимальная чувствительность преобразователя имеет место на частоте антирезонанса и определяется условием

$$\operatorname{tg} k_n \frac{\delta}{2} \Rightarrow k_n \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi f_a}{C_n} \cdot \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow f_a = \frac{C_n}{2\delta}. \qquad (48)$$

Выражение (48) справедливо в том случае, когда потери в керамике отсутствуют.

При наличии потерь имеем

$$C_n = C_n^{`}\left(1 - i\eta\right), \qquad (49)$$

где η - коэффициент потерь.

Полагая выполненным неравенство

$$\eta << 1, \qquad (50)$$

Получим

$$k_n \frac{\omega}{C_n} \cong k_n^{`}\left(1 - i\eta\right),$$

и вместо (47) находим

$$\frac{1}{i\omega} \times \frac{1\text{-}e^{-ik_n^{`}\delta} \times e^{-k_n^{`}\delta\eta}}{1+e^{-ik_n^{`}\delta} \times e^{-k_n^{`}\delta\eta}} = \frac{1}{i\omega}\frac{1\text{-}e^{-k_n^{`}\delta\eta}\cos k_n^{`}\delta + ie^{-k_n^{`}\delta\eta}}{1+e^{-k_n^{`}\delta\eta}\cos k_n^{`}\delta - ie^{-k_n^{`}\delta\eta}} \times \frac{\sin k_n^{`}\delta}{\sin k_n^{`}\delta} =$$

$$= \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{\left(1\text{-}e^{-k_n^{`}\delta\eta}\cos k_n^{`}\delta\right)^2 + e^{-2k_n^{`}\delta\eta} \times \sin^2 k_n^{`}\delta}{\left(1+e^{-k_n^{`}\delta\eta}\cos k_n^{`}\delta\right)^2 + e^{-2k_n^{`}\delta\eta} \times \sin^2 k_n^{`}\delta}} \times \qquad (51)$$

$$\times \exp\left[i\left(\operatorname{arctg}\frac{e^{-k_n^{`}\delta\eta}\sin k_n^{`}\delta}{1\text{-}e^{-k_n^{`}\delta\eta}\cos k_n^{`}\delta} + \operatorname{arctg}\frac{e^{-k_n^{`}\delta\eta}\sin k_n^{`}\delta}{1+e^{-k_n^{`}\delta\eta}\cos k_n^{`}\delta} - \frac{\pi}{2}\right)\right].$$

Частота антирезонанса определится по-прежнему условием

$$\cos k_n^{`}\delta = 0. \qquad (52)$$

При этом условии фаза в (51) будет равна нулю, но при отличии $k_n^{`}\delta$ от π быстро достигать больших значений порядка

$$\Delta\Psi = \operatorname{arctg}\frac{k_n^{`}\delta - \pi}{k_n^{`}\delta\eta} = -\operatorname{arctg}\frac{k_n^{`}\delta - \pi}{\pi\eta}. \qquad (53)$$

Полагая, что

$$f = f_a + \Delta f , \qquad (54)$$

получим

$$k_n^{`}\delta = \pi + \frac{2\pi\Delta f}{C_n}\delta = \pi + \frac{\Delta f}{f_a}\pi , \qquad (55)$$

и вместо (53)

$$\Delta\Psi \cong -\operatorname{arctg}\frac{\Delta f}{\eta f_a}. \qquad (56)$$

Учитывая, что добротность Q преобразователя определяется соотношением

$$Q = \frac{1}{\eta} = \frac{f_a}{\Delta f_n}, \qquad (57)$$

где Δf_n - ширина полосы.

Получим вместо (56) изменение фазы

$$\Delta\Psi \cong -\operatorname{arctg}Q\frac{\Delta f}{f_a} = -\operatorname{arctg}\frac{\Delta f}{\Delta f_n}. \qquad (58)$$

Очевидно, эта формула сохранится и для нагруженного преобразователя. Таким образом, отличие частоты работы преобразователя на величину Δf_0 за счет разброса характеристик будет приводить к фазовым флюктуациям чувствительности порядка (58).

Разумеется, на флюктуации фазы будет оказывать влияние и разброс других параметров, входящих в (41). Но скорость изменения фазы за счет флюктуации Δf_0 будет максимальна, т.к. вблизи резонанса крутизна фазовой характеристики системы высокой добротности очень велика.

Согласно ГОСТ-13927-80 для постоянных пьезокерамики, особенно его упругих и диэлектрических постоянных, допустимо изменение порядка ±20 %. Поэтому разброс величин, входящих в (41), может быть весьма значительным.

Во всяком случае, как следует из (45) и (58), допустимые флуктуации разброса резонансных частот преобразователя будут удовлетворять условию

$$\Delta f_0 << \Delta f_n , \tag{59}$$

а дисперсия размеров секций условию

$$\sigma_d^2 << \frac{1}{k^2 \frac{x_0^2}{R_0^2} N} = \frac{1}{k^2 \sin^2 \Theta N} \Rightarrow \sigma_d << \frac{1}{k\sqrt{N} \sin \Theta} = \frac{\sqrt{N}}{kN \sin \Theta} . \tag{60}$$

Так как

$$\Theta = \Delta\Theta_{\Gamma} , \tag{61}$$

имеем

$$\frac{k}{2} \sin \Theta \cong \frac{kdN}{2} \sin \Theta_{\Gamma} = 1{,}39 . \tag{62}$$

Таким образом, находим из (60)

$$\sigma_d << \frac{d\sqrt{N}}{2{,}78} . \tag{63}$$

В формулу (41) входит множитель

$$d_{33} \big/ \left(z_n C_n S_{33}^E\right) \approx d_{33}^{C_n} \big/ C_n . \tag{64}$$

Если полагать, что скорость C_n^{33} в керамике контролируется отбором преобразователей по антирезонансным частотам, можно сказать, что разброс модуля чувствительности будет определяться как модулем, входящим в (51), имеющим порядок

$$\frac{2}{1 - e^{-k_n^{`} \delta\eta}} = \frac{2}{k_n^{`} \delta\eta} = \frac{2}{\pi\eta} , \tag{65}$$

так и множителем $d_{33} \big/ C_n \sim d_{33} \big/ \varepsilon_{33}$.

Таким образом, относительная дисперсия модуля чувствительности определяется выражением

$$\frac{\sigma_\omega^2}{|\omega_0|^2} \cong \frac{\sigma_0^2}{\eta^2} + \frac{\sigma_{d_{33}}^2}{d_{33}^2} + \frac{\sigma_{\varepsilon_{33}}^2}{\varepsilon_{33}^2}. \qquad (66)$$

Полагая, согласно ГОСТ, $\frac{\sigma_{d_{33}}^2}{d_{33}^2}$ и $\frac{\sigma_{\varepsilon_{33}}^2}{\varepsilon_{33}^2}$ порядка 0,2 (20%), получим

$$\frac{\sigma_\omega^2}{|\omega_0|^2} \cong \frac{\sigma_0^2}{\eta^2} + 0{,}08 = \frac{\sigma_Q^2}{Q^2} + 0{,}08. \qquad (67)$$

Из (67) видно, что главную роль во флюктуациях модуля чувствительности элементов будут играть флюктуации добротности.

Литература

1. Смарышев М.Д., Добровольский Ю.Ю. Гидроакустические антенны: Справочник по расчету направленных свойств гидроакустических антенн. – Л.: Судостроение, 1984. - 304 с.
2. Боббер Р. Гидроакустические измерения. – М.: Мир, 1974. - 364 с.
3. Майзельс Е.Н., Торгованов В.А. Измерение характеристик рассеяния радиолокационных целей. - М.: Советское радио, 1972. – 232 с.
4. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. - М.: Советское радио, 1970. - 384 с.
5. Пьезокерамические преобразователи: Справочник / Под ред. С.И. Пугачева. - Л.: Судостроение, 1984. - 256 с.