

ФОРМА ПОВЕРХНОСТИ УГЛЯ, ВЫБРОШЕННОГО В РЕЗУЛЬТАТЕ ГДЯ

д.ф.-м.н. Грановский Я.И. (ИФГП НАН Украины)

В статье получены соотношения между геометрическими характеристиками выброшенного угля и физическими параметрами очага выброса.

ON THE FORM OF THE SURFACE OF THE COAL THROWN OUT IN A RESULT OF THE GAS-DYNAMIC OUTBURST

Granovskii Ya.I.

In this paper the geometric characteristics of the thrown coal are connected with the physical properties of the outburst.

Груда угля, образовавшаяся в забое в результате газодинамического явления (ГДЯ) только внешне кажется бесформенной. В действительности её геометрические параметры содержат большой объём информации о процессе ГДЯ – достаточно заметить, что длина разлёта угольных частиц непосредственно связана с их максимальной скоростью, достигнутой во время ГДЯ.

В данной статье установлена связь геометрических характеристик развала с основными физическими параметрами процесса ГДЯ.

Мы предполагаем, что (а) очаг выброса имеет форму шара с радиусом R , (б) длина разлёта частиц при выбросе одинакова и равна L .

В точку A , расположенную на расстоянии a от центра очага, попадут все те частицы, которые находятся от неё не дальше, чем L , т.е. внутри линзы, состоящей из двух шаровых сегментов с радиусами L и R (см. Рис.1).

Объём этой линзы равен (см. Приложение 1)

$$V = \frac{2\pi}{3}(R^3 + L^3) + \frac{\pi}{12a}[a^4 - 3(R^2 - L^2)^2 - 6a^2(R^2 + L^2)]. \quad (1)$$

Для дальнейшего анализа удобно представить это выражение в безразмерном виде

$$w(x) = x^2 \left[1 + \frac{1-x}{2} \left(1 + 3 \frac{\gamma-1}{\gamma-x} \right) \right], \quad (2)$$

полагая

$$x = (R+L-a)/2R, \quad \gamma = (R+L)/2R, \quad w = V/2\pi R^3. \quad (3)$$

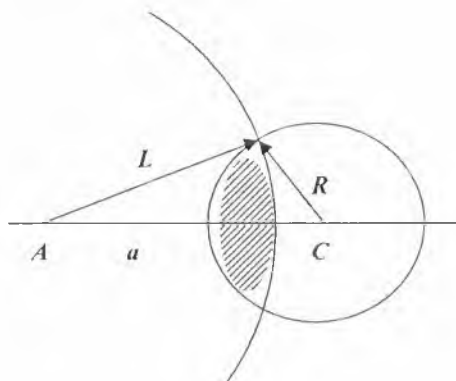


Рис.1. Геометрия очага выброса.

На рис.2 представлена зависимость $w(x)$ при двух значениях параметра γ , из которой видно, что его величина слабо влияет на форму кривой. Поэтому в дальнейшем мы будем пользоваться предельным выражением

$$\bar{w}(x) = x^2(3 - 2x), \quad (4)$$

обладающим достаточно хорошей точностью.

Точка $x=0$ соответствует началу развала, она находится на расстоянии L от стенки забоя, в ней кривая $w(x)$ касается оси абсцисс. При $x=1$ (т. е. на расстоянии $L-2R$ от стенки) выброс захватывает весь очаг – дальнейшее приближение к нему (т.е. повышение $x>1$) уже ничего не может добавить и кривая выходит на плато (оно на рисунке не изображено). Его ширина равна $L-2R$. Всё это соответствует типичной геометрии выброса (в отличие от высыпания!) в 1-мерном отображении, причём w является его высотой. Условием возникновения плато является $L \geq 2R$, так что не всякий очаг ГДЯ сопровождается завалом.

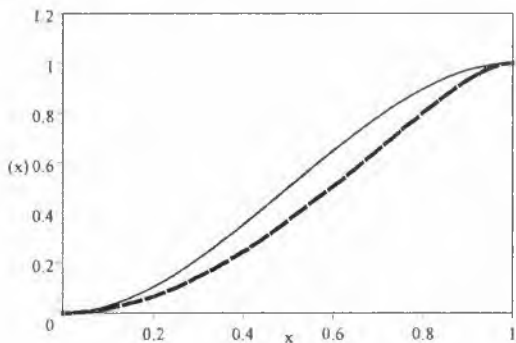


Рис. 2. Сплошная линия $\gamma=\infty$; пунктир $\gamma=1.2$

При $x_0=1/2$ имеется точка перегиба – от медленного роста кривая переходит к более быстрому. Экспериментально это место легко зафиксировать (поскольку его высота равна $\bar{w}(x_0)=1/2$) и определить его расстояние от начала развала. Как видно из формул (3), это расстояние равно R , радиусу очага.

Вторым важным параметром очага является давление в его центре. Оно связано с радиусом соотношением

$$P = \rho g R / \kappa, \quad (5)$$

в котором безразмерный коэффициент κ определяется динамикой процесса ГЛЯ; в определённых предположениях он равен 12 (см. Прил. 2). Сравним давление P в очаге с горным давлением P_0 на глубине забоя H

$$P / P_0 = R / H \kappa. \quad (6)$$

Принимая $R=50\text{м}$ и $H=1\text{км}$, получаем вполне разумную оценку $P/P_0 \approx 1/200$, которую можно рассматривать как указание на правомерность избранной модели.

Конечно, всё сказанное представляет собой лишь очень грубое приближение, так как не учтена трёхмерность задачи, а также распределение по скоростям и углам вылета частиц угля, наличие «пробки» у стенки забоя, произвольно выбрана форма очага и т.д. Однако, все эти поправки можно учесть, сохранив главную идею – геометрия развала есть математическое отображение очага выброса.

Более точную теорию можно построить, опираясь на модель вероятностного типа

$$W(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{r}' W_0(\mathbf{v}, \mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}' - \mathbf{v}t - \mathbf{g}t^2/2), \quad (7)$$

куда входит функция распределения внутри очага $W_0(\mathbf{v}, \mathbf{r}')$, которая позволяет рассмотреть весьма широкий спектр моделей, включающий и ту, которую мы рассмотрели выше.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1) Объём шарового сегмента

Искомый объём равен разности объёмов шарового сектора с радиусом R

$$V_c = \frac{2\pi}{3} R^3 (1 - \cos \theta_R), \quad (\text{П.1})$$

где θ_R – угол раствора сектора, и объёма конуса с тем же раствором

$$V_k = \frac{\pi}{3} R^3 \cos \theta_R \sin^2 \theta_R. \quad (\text{П.2})$$

Таким образом,

$$V_{\text{сегм}} = \frac{\pi}{3} R^3 (2 - 3 \cos \theta_R + \cos^2 \theta_R). \quad (\text{П.3})$$

Аналогичная формула для сегмента с радиусом L гласит:

$$V_{\text{сегм}} = \frac{\pi}{3} L^3 (2 - 3 \cos \theta_L + \cos^2 \theta_L). \quad (\text{П.4})$$

Подставив значения косинусов

$$\cos \theta_R = \frac{a^2 + L^2 - R^2}{2aL}, \quad \cos \theta_L = \frac{a^2 + R^2 - L^2}{2aR}, \quad (\text{П.5})$$

получим формулу для объёма линзы, состоящей из двух шаровых сегментов, приведенную в тексте.

2) Коэффициент κ

Если взять известное соотношение между давлением и средней кинетической энергией частиц газа $PV = \frac{2}{3} E_{\text{кин}}$ и использовать кинематическое соотношение $E_{\text{кин}} = mgR/8$ для максимальной дальности полёта этих частиц, то после подстановки получим $P = \rho gR/12$. Поэтому $\kappa = 12$.