

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЫХОДА МЕТАНА ИЗ УГОЛЬНОГО ВЕЩЕСТВА

асп. Калугина Н.А. (ИФГП НАН Украины)

Отриманий асимптотичний розв'язок задачі десорбції метану у вугіллі в залежності від часу з урахуванням того, що значна частина метану, що вмищується у вугіллі, знаходиться у закритих порах і в твердому розчині.

ASYMPTOTIC SOLUTION OF A PROBLEM OF AN EXIT OF METHANE FROM COAL SUBSTANCE

Kalugina N.A.

The asymptotic solution of a problem of desorption of methane in coal in a time dependence is obtained that a considerable proportion of methane, occluded in coal, to be in closed porosity and in a solid solution.

Проблема выделения метана из углей в окружающее пространство имеет большое практическое значение при прогнозировании выбросоопасности и определении взрывоопасных концентраций метана. До сих пор нет единодушного мнения по поводу модели сорбционно – фильтрационного пространства угольного вещества и характера десорбции метана в угле. Существуют различные физико – математические модели массопереноса метана в ископаемых углях. Одни исследователи строят свои модели на основе уравнения фильтрации, выражающим условие неразрывности потока на основе закона Дарси [1]. Другие описывают процесс движения метана в угле с помощью уравнения диффузии, выражающим условие неразрывности потока на основе первого закона Фика [2]. Третьи, считая, что основная масса метана находится в адсорбционной фазе, предлагают модель массопереноса метана с помощью системы уравнений фильтрации и диффузии газа и связывают параметры уравнений с адсорбционными характеристиками метана [3].

Рассмотрим модель, построенную с учетом того, что значительная часть сорбированного углем метана находится в закрытых порах и в твердом растворе.

Будем использовать известную блочную модель пористой структуры ископаемых углей, приведенную на рис.1[3-4]. На нем без соблюдения масштаба изображены соединяющиеся между собой и внешней средой трещины и макропоры (открытая пористость) и закрытые поры – полости или каналы, не связанные с внешней средой. Газ, находящийся в угольном веществе, состоит из газа в открытых порах, газа в закрытых порах и газа в твердом растворе в блоках – отдельных структурных элементах, получающихся вследствие разбиения угля открытыми порами. В равновесном



Рис.1. Модель пористой структуры угольной частицы : 1 - открытая пористость, 2 - закрытая пористость.

состоянии концентрация метана в твердом растворе и в порах связана законом Генри.

При возникновении перепада давлений прежде всего происходит истечение газа из открытых пор (их объем будем называть фильтрационным) и одновременно возникает приток метана к трещинам из блоков путем твердотельной диффузии в блоках. Таким образом, мы имеем фильтрацию газа в трещинах и макропорах, подчиняющуюся обычному закону Дарси, которая в свою очередь вызывает движение газа из блоков в фильтрационное пространство путем твердотельной диффузии.

Система уравнений, составленная на основе этой модели, включает два уравнения. Одно из них отражает движение газа путем твердотельной диффузии в блоке на основе уравнения, приведенного в [5]. Второе построено на основе основного уравнения фильтрации [1].

Для кнудсеновского течения метана (когда ширина поры меньше свободного пробега молекулы и диаметр каналов d подчиняется оценке $d \leq 1000 \lambda$), полностью обезразмеренная система уравнений с начальными условиями выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} 1 - q(t) &= \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{q(\tau) - p(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau \\ B + 1 - Bp(t) - q(t) &= A \int_0^t \frac{p(\tau) - p_L}{\sqrt{t - \tau}} d\tau \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$p(0) = 1$$

$$q(0) = 1$$

Здесь $p(t)$ - средняя плотность газа в фильтрационном объеме;

$q(t)$ - средняя концентрация газа в твердом растворе.

Параметры A и B имеют вид:

$$A \equiv \sqrt{\frac{D_\phi \gamma_0}{D\pi}} \frac{R}{vL} \frac{1}{(1-\gamma_0) \sqrt{(1-\gamma + \frac{\gamma}{v})}}, \quad (2)$$

$$B \equiv \frac{\gamma_0}{v(1-\gamma_0)(1-\gamma + \frac{\gamma}{v})}$$

где γ - закрытая пористость,

γ_0 - открытая пористость,

D - коэффициент твердотельной диффузии,

$D_\phi \approx \gamma_0 d \bar{v}$ - коэффициент фильтрации (здесь d - ширина порового канала, \bar{v} - средняя скорость теплового движения молекул),

v - растворимость метана в твердом растворе (безразмерная величина, сильно зависящая от температуры),

R - радиус блока,

L - длина массива.

Время измеряется в единицах $\frac{R^2(1-\gamma + \frac{\gamma}{v})}{D}$.

Фактически, значения функций $p(t)$ и $q(t)$ показывают долю газа, оставшуюся в фильтрационном объеме и в твердом растворе в любой момент времени t .

Проанализируем параметры системы. Доля общей пористости в угле зависит от марки и составляет в среднем 0,3. Согласно экспериментальным данным, приведенным в [6], грубая оценка растворимости метана при комнатной температуре дает $v \approx 10^2$. Таким образом, учитывая, что $\gamma \gg v$, можно считать $B \approx 1$.

Основной безразмерный параметр системы - параметр A . Входящий в него коэффициент твердотельной диффузии D для углей разных групп метаморфизма имеет значение порядка $10^{-12} - 10^{-10}$ см²/сек, коэффициент фильтрации $D_\phi \sim 10^{-5}$ см²/сек. В зависимости от того, рассматриваем ли мы небольшой кусок угля или массив некоторой длины, величина L может принимать малые или большие значения. Поэтому, исследование будем вести в двух направлениях - для малых и больших значений параметра A .

Проведем асимптотический анализ формулы (1) при малых временах.

Второе уравнение можно записать в виде (учитывая, что $p(0)=1$):

$$B(1-p(t)) + (1-q(t)) = A \int_0^t \frac{1-p_L \tau}{\sqrt{t-\tau}} d\tau = 2A(1-p_L) \sqrt{t}$$

$$1 - p(t) = \frac{2A}{B}(1 - p_L)\sqrt{t} - \frac{1}{B}(1 - q(t))$$

$$\begin{aligned} q(t) - p(t) &= (1 - p(t)) - (1 - q(t)) = \frac{2A}{B}(1 - p_L)\sqrt{t} - \frac{1}{B}(1 - q(t)) - (1 - q(t)) = \\ &= \frac{2A}{B}(1 - p_L)\sqrt{t} - \left(1 + \frac{1}{B}\right)(1 - q(t)) \end{aligned}$$

Предположим, что

$$\frac{2A}{B}(1 - p_L)\sqrt{t} \gg \frac{B+1}{B}(1 - q(t))$$

Тогда первое уравнение можно записать в виде:

$$\begin{aligned} 1 - q(t) &= \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\frac{2A}{B}(1 - p_L)\sqrt{\tau}}{\sqrt{t - \tau}} d\tau = \left[\begin{array}{l} \text{замена} \\ \tau = tx \end{array} \right] \frac{6A}{\sqrt{\pi}B} (1 - p_L) t \int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1 - x}} = \\ &= \frac{3\sqrt{\pi}A}{B} (1 - p_L) t \end{aligned}$$

Итак, получили систему асимптотик

$$\begin{cases} 1 - p(t) = \frac{2A}{B}(1 - p_L)\sqrt{t} \\ 1 - q(t) = \frac{3\sqrt{\pi}A}{B}(1 - p_L)t \end{cases}; \quad (3)$$

При этом должны выполняться критерии:

$$\frac{2A}{B}\sqrt{t} \ll 1, \text{ то есть } t \ll \frac{B^2}{4A^2}$$

$$\text{и } \left(\frac{1}{B} + 1\right) \frac{3\sqrt{\pi}}{2} t \ll t^{1/2}, \text{ то есть } t \ll \frac{4}{9\pi} \left(\frac{B}{B+1}\right)^2$$

Эти оба неравенства должны выполняться в равной мере.

Если считать $B \approx 1$, то система неравенств сводится к тому, что

$$t \ll \frac{1}{4A^2} \text{ и } t \ll \frac{1}{9\pi} \approx \frac{1}{30}.$$

Таким образом, при малых временах, доля газа, вышедшего из фильтрационного объема ($1 - p(t)$), изменяется по корневому закону, а доля газа, вышедшая из блоков путем твердотельной диффузии ($1 - q(t)$) – по линейному.

Рассмотрим систему асимптотик (3) при различных значениях A .

1) Пусть $A \gg 1$. Тогда наши асимптотики работают на интервале

$$t_1 \ll \frac{1}{4A^2}$$

Если «проташить» асимптотику до $t_1 \sim \frac{1}{4A^2}$, то получаем:

$$1 - p(t_1) \sim 1, \quad 1 - q(t_1) \sim \frac{1}{A} \ll 1,$$

то есть за это время выйдет основная доля газа, содержащегося в фильтрационном объеме; и незначительная $\left(\sim \frac{1}{A^2}\right)$ доля газа, содержащегося в блоках. Другими словами, в этом случае метан четко разделяется на «быстрый» и «медленный».

2) Пусть $A \ll 1$. В этом случае асимптотики работают при выполнении неравенства $t \ll \frac{1}{9\pi}$. Если теперь «проташить» асимптотики до

$t_2 \sim \frac{1}{9\pi}$, то получим

$$1 - p(t_2) \sim \frac{2}{3\sqrt{\pi}} A \ll 1 \quad \text{и} \quad 1 - q(t_2) \sim \frac{1}{3\sqrt{\pi}} A \ll 1.$$

Другими словами, за это время из угля выйдет весьма мало ($\sim A$) метана, причем не будет разделения метана на «быстрый» и «медленный».

Если перейти от безразмерного времени к реальному, взяв для оценки коэффициент твердотельной диффузии $D \sim 10^{-11}$ см²/сек, пористость $\gamma \sim 10^{-1}$, растворимость $v \sim 10^{-2}$, радиус блока положить $R \sim 10^{-3}$ см, то получим характерное время $t \sim 10^5$ сек, то есть порядка суток.

Анализируя результаты численного счета, видим, что при $B = 1$, $A = 10$ к моменту времени $t = 0,0006$ (рис. 2), что по нашим оценкам составляет приблизительно 60 сек, из фильтрационного объема выйдет около 50% газа, а из блоков — около 5%. Значение параметра $A = 10$ соответствует величине длины массива $L \sim 1$ см.

А при значениях параметров $B = 1$, $A = 0,1$ (рис. 3) к моменту времени $t = 0,08$, что составляет примерно 800 сек или 13 часов из фильтрационного объема и из блоков выйдет соответственно около 5% и 4% метана. Длина массива в этом случае составляет $L \sim 1$ м.

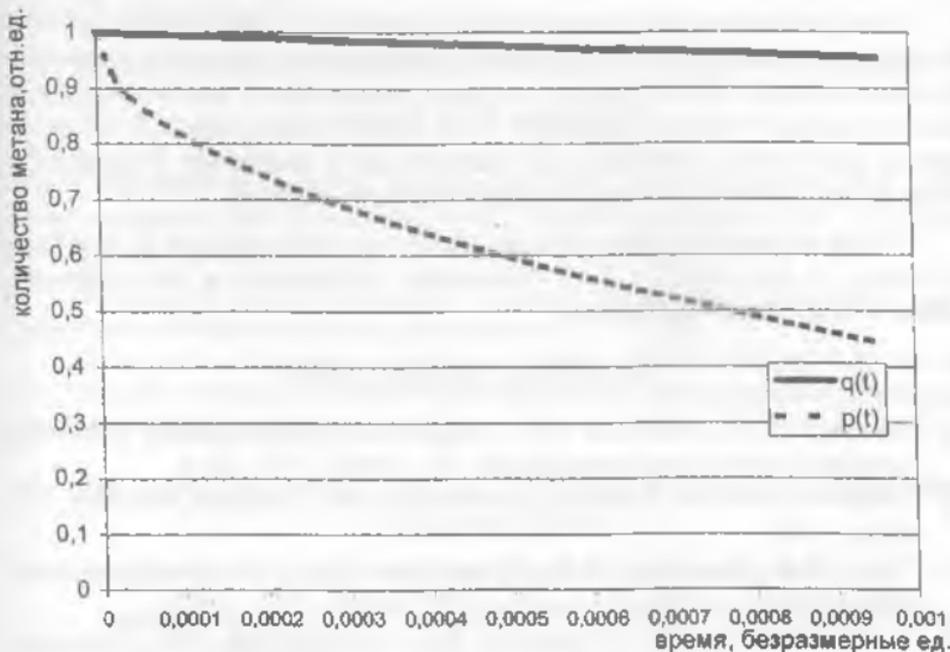


Рис.2. Зависимость изменения концентрации метана от времени при значении параметров $V=1, A=10$.

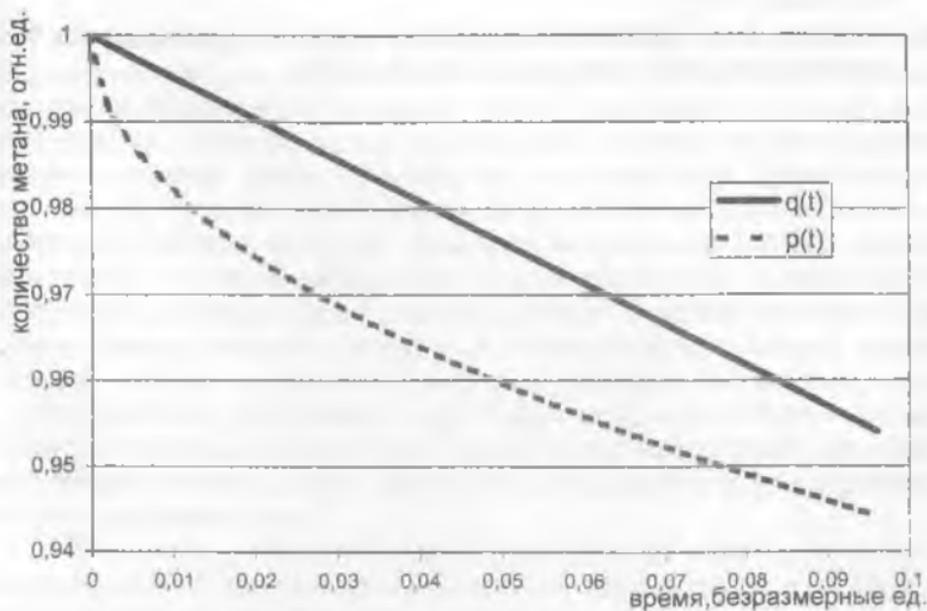


Рис.3. Зависимость изменения концентрации метана от времени при значениях параметров $V=1, A=0,1$.

Итак, мы видим, что по величине параметра A мы можем судить о том, насколько диффузия и фильтрация равноправно участвуют в процессе десорбции метана. При больших значениях параметра A , соответствующих малым размерам образца, ведущую роль играет фильтрация. А в случае массива (при малых значениях A) фильтрация и диффузия участвуют в процессе массопереноса метана практически равноправно.

Автор выражает глубокую благодарность проф., д.т.н. А.Д. Алексееву и проф., д. физ.- мат. н. Э. П. Фельдману за научную и методическую помощь в подготовке материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов С.В., Кригман Р.Н. Природная проницаемость угольных пластов и методы ее определения. М.: Наука, 1978, 122 с.
2. I. Gunter. Etude de la liaison gas charbon.- Rev. Industrie Minerale, Octobre, 1965.
3. Ходот В.В., Яновская М.Ф., Премыслер Ю. С. Физико-химия газодинамических явлений в шахтах.- М.: Наука, 1973. – 140 с.
4. А. Д. Алексеев, В.Е. Зайденварг, В.В. Синолицкий, Е.В. Ульянова. Радиофизика в угольной промышленности. – М.: Недра, - 1992. – 184с.
5. Араманович И. Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. М.; Наука, 1969.
6. Ковалева И. Б. Энергия связи метана с углем в угольных пластах. Автореф. дис. канд. техн. наук, Москва (1979).