УДК 550.834: 622.12

УЧЕТ СОСТОЯНИЯ ГОРНОГО МАССИВА ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ

к.ф.м.-н. Глухов А.А. *(УкрНИМИ НАН Украины)*

У роботі запропоновано спосіб обліку напруженого стану гірського масиву, пористості, тріщинуватості вугілля і порід при математичному моделюванні процесу розповсюдження сейсмічних коливань у вугленосній товщі методом скінченних різниць. Запропоновано метод обліку поглинання сейсмічних коливань.

TAKING INTO ACCOUNT CONDITIONS OF ROCK MASS IN MATHEMATICAL MODELLING OF SEISMIC WAVE FIELDS

Glukhov A.A.

A method is proposed to account stress-strain state of rock mass, porosity, coal and rock fracturing in mathematical modeling of the process for spread of seismic oscillations in coal-bearing strata using finite-difference technique. A method to account absorbtion of seismic oscillations is also proposed

Методы математического моделирования в настоящее время стали широко использоваться для предварительного анализа параметров сейсмических волновых полей и интерпретации результатов шахтной сейсморазведки. Наиболее распространенным является подход, основанный на конечно-разностном методе (МКР). Он реализован в специализированных программных средствах, которые широко и успешно используются при подготовке к натурным экспериментам и при анализе их результатов [1-4]. Однако используемые в указанных разработках соотношения были получены без учета напряженного состояния горного массива, пористости, трещинноватости угля и пород, обводненности и др., что существенно сужает круг решаемых задач. В настоящей работе предлагаются способы учета вышеперечисленных характеристик горных пород и состояния горного массива при математическом моделировании процесса распространения сейсмических колебаний в угленосной толще. Предлагается метод учета поглощения сейсмических колебаний в среде при использовании МКР.

При выводе расчетных соотношений в работах [2-4] используется уравнение движения упругой среды в виде

$$\rho\ddot{u}_i = \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_k}, \tag{1}$$

где $\dfrac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$ - сила внутренних напряжений, ρ - плотность, $\ddot{u}_i$ - ускорение, σ_{ik} - тензор напряжения.

С учетом неоднородности среды, используя закон Гука для напряжений, выражение (1) можно записать в виде:

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{\partial \lambda}{\partial x_k} u_{ll} \delta_{ik} + 2 \frac{\partial \mu}{\partial x_k} u_{ik} + \lambda \delta_{ik} \frac{\partial u_{ll}}{\partial x_k} + 2\mu \frac{\partial u_{ik}}{\partial x_k} . \tag{2}$$

Предполагая отсутствие зависимости по y, авторы переходили к рассмотрению плоской задачи. Используя явную трехслойную схему метода конечных разностей, в которой среда апроксимируется решеткой из $M \times N$ элементов $e_{m,n}$ (по осям x и z соответственно) размером $\Delta x_{m,n} \times \Delta z_{m,n}$ каждый ($m=1..M$, $n=1..N$), данное уравнение можно записать в виде системы трех конечно-разностных соотношений:

$$\begin{aligned} u_{m,n}^{p+1} = {} & a_{x\,m,n} u_{m,n}^{p-1} + b_{x\,m,n} u_{m,n}^{p} + \\ & + c_{x\,m+0.5,n} u_{m+1,n}^{p} + c_{x\,m-0.5,n} u_{m-1,n}^{p} + c_{x\,m,n+0.5} u_{m,n+1}^{p} + c_{x\,m,n-0.5} u_{m,n-1}^{p} + \\ & + d_{x\,m,n+1} w_{m,n+1}^{p} + d_{x\,m,n-1} w_{m,n-1}^{p} + d_{x\,m+1,n} w_{m+1,n}^{p} + d_{x\,m-1,n} w_{m-1,n}^{p} + \\ & + f_{m+0.5,n+0.5} w_{m+1,n+1}^{p} + f_{m-0.5,n-0.5} w_{m-1,n-1}^{p} + f_{m-0.5,n+0.5} w_{m-1,n+1}^{p} + f_{m+0.5,n-0.5} w_{m+1,n-1}^{p}, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} w_{m,n}^{p+1} = {} & a_{z\,m,n} w_{m,n}^{p-1} + b_{z\,m,n} w_{m,n}^{p} + \\ & + c_{z\,m+0.5,n} w_{m+1,n}^{p} + c_{z\,m-0.5,n} w_{m-1,n}^{p} + c_{z\,m,n+0.5} w_{m,n+1}^{p} + c_{z\,m,n-0.5} w_{m,n-1}^{p} + \\ & + d_{z\,m,n+1} u_{m,n+1}^{p} + d_{z\,m,n-1} u_{m,n-1}^{p} + d_{z\,m+1,n} u_{m+1,n}^{p} + d_{z\,m-1,n} u_{m-1,n}^{p} + \\ & + f_{m+0.5,n+0.5} u_{m+1,n+1}^{p} + f_{m-0.5,n-0.5} u_{m-1,n-1}^{p} + f_{m-0.5,n+0.5} u_{m-1,n+1}^{p} + f_{m+0.5,n-0.5} u_{m+1,n-1}^{p}, \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} v_{m,n}^{p+1} = {} & a_{y\,m,n} v_{m,n}^{p-1} + b_{y\,m,n} v_{m,n}^{p} + \\ & + c_{y\,m+0.5,n} v_{m+1,n}^{p} + c_{y\,m-0.5,n} v_{m-1,n}^{p} + c_{y\,m,n+0.5} v_{m,n+1}^{p} + c_{y\,m,n-0.5} v_{m,n-1}^{p}, \end{aligned} \tag{5}$$

где $u_{m,n}^{p}, v_{m,n}^{p}, w_{m,n}^{p}$ представляют собой компоненты смещений волнового поля в момент времени p, в элементе $e_{m,n}$ плоскости моделирования,

$$a_{x\,m,n} = a_{y\,m,n} = a_{z\,m,n} = -1,$$

$$b_{x\,m,n} = 2 - \left(\frac{\lambda_{m+0.5,n} + \lambda_{m-0.5,n} + 2(\mu_{m+0.5,n} + \mu_{m-0.5,n})}{\Delta x^2_{m,n}} + \frac{\mu_{m,n+0.5} + \mu_{m,n-0.5}}{\Delta z^2_{m,n}} \right) \rho'_{m,n},$$

$$b_{y\,m,n} = 2 - \left(\frac{\mu_{m+0.5,n} + \mu_{m-0.5,n}}{\Delta x^2_{m,n}} + \frac{\mu_{m,n+0.5} + \mu_{m,n-0.5}}{\Delta z^2_{m,n}} \right) \rho'_{m,n},$$

$$b_{z\,m,n} = 2 - \left(\frac{\lambda_{m,n+0.5} + \lambda_{m,n-0.5} + 2(\mu_{m,n+0.5} + \mu_{m,n-0.5})}{\Delta z^2_{m,n}} + \frac{\mu_{m+0.5,n} + \mu_{m-0.5,n}}{\Delta x^2_{m,n}} \right) \rho'_{m,n},$$

$$c_{x\,m+0.5,n} = \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x^2_{m,n}} \left(\lambda_{m+0.5,n} + 2\mu_{m+0.5,n} \right), \quad c_{x\,m-0.5,n} = \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x^2_{m,n}} \left(\lambda_{m-0.5,n} + 2\mu_{m-0.5,n} \right),$$

$$c_{x\,m,n+0.5} = c_{y\,m,n+0.5} = \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta z^2_{m,n}} \mu_{m,n+0.5}, \quad c_{x\,m,n-0.5} = c_{y\,m,n-0.5} = \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta z^2_{m,n}} \mu_{m,n-0.5},$$

$$c_{y\,m+0.5,n} = c_{z\,m+0.5,n} = \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x^2_{m,n}} \mu_{m+0.5,n}, \quad c_{y\,m-0.5,n} = c_{z\,m-0.5,n} = \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x^2_{m,n}} \mu_{m-0.5,n},$$

$$c_{z\,m,n+0.5} = \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta z^2_{m,n}} \left(\lambda_{m,n+0.5} + 2\mu_{m,n+0.5} \right), \; c_{z\,m,n-0.5} = -\rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta z^2_{m,n}} \left(\lambda_{m,n-0.5} + 2\mu_{m,n-0.5} \right),$$

$$d_{x\,m+1,n} = \tfrac{1}{2} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\mu_{m,n+0.5} - \mu_{m,n-0.5} \right), \qquad d_{x\,m-1,n} = -d_{x\,m+1,n},$$

$$d_{x\,m,n+1} = \tfrac{1}{2} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\lambda_{m+0.5,n} - \lambda_{m-0.5,n} \right), \qquad d_{x\,m,n-1} = -d_{x\,m,n+1},$$

$$d_{z\,m+1,n} = \tfrac{1}{2} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\lambda_{m,n+0.5} - \lambda_{m,n-0.5} \right), \qquad d_{z\,m-1,n} = -d_{z\,m+1,n},$$

$$d_{z\,m,n+1} = \tfrac{1}{2} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\mu_{m+0.5,n} - \mu_{m-0.5,n} \right), \qquad d_{z\,m,n-1} = -d_{z\,m,n+1},$$

$$f_{m+0.5,n+0.5} = \tfrac{1}{4} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\lambda_{m+0.5,n+0.5} + \mu_{m+0.5,n+0.5} \right),$$

$$f_{m-0.5,n-0.5} = \tfrac{1}{4} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\lambda_{m-0.5,n-0.5} + \mu_{m-0.5,n-0.5} \right),$$

$$f_{m+0.5,n-0.5} = -\tfrac{1}{4} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\lambda_{m+0.5,n-0.5} + \mu_{m+0.5,n-0.5} \right),$$

$$f_{m-0.5,n+0.5} = -\tfrac{1}{4} \rho'_{m,n} \frac{1}{\Delta x_{m,n} \Delta z_{m,n}} \left(\lambda_{m-0.5,n+0.5} + \mu_{m-0.5,n+0.5} \right),$$

$$\rho'_{m,n} = \frac{\Delta t^2}{\rho_{m,n}}.$$

Коэффициенты при смещениях в момент времени p отражают степень их влияния на значения смещений в следующий момент времени $p+1$. Их конкретный вид хорошо описан для различных модификаций реализации МКР [1-4]. Необходимо отметить тот факт, что эти соотношения имеют самый общий вид. Какую бы физико-математическую модель среды мы не использовали, слагаемые соотношений в рамках трехслойного конечно-разностного представления будут те же. Изменять вид (или обнуляться) могут только коэффициенты при смещениях (например, для однородной среды все $d_{i\ m,n}$ равны 0). В рамках данного анализа важно, что коэффициенты представляют собой линейные комбинации μ и λ в центральном узле и на половине расстояния до соседних. Поэтому изменение значений данных коэффициентов при учете дополнительных характеристик углевмещающей толщи и её состояния можно представить в виде условной замены μ и λ на $\mu_{эфф}$ и $\lambda_{эфф}$:

$$\mu_{эфф} = \mu + \Delta u, \tag{6}$$

$$\lambda_{эфф} = \lambda + \Delta\lambda. \tag{7}$$

где $\Delta\mu$ и $\Delta\lambda$ рассматриваются как дополнительные слагаемые, вносимые за счет учета состояния горного массива и характеристик пород.

Такого подход обоснован и с физической точки зрения [1,4,7,9]. Например, в монографии [9] на основе анализа результатов экспериментальных исследований, проведенных на ряде шахт Украины и России, представлены зависимости модуля сдвига и других параметров среды от коэффициента пористости, от величины горного давления и других параметров. В данной работе выведен вид зависимостей «эффективных» значений констант Ламе от пористости и трещиноватости пород с учетом влияния горного давления. Автор основывался на предположении, что трещинноватость описывается системой хаотически расположенных, пересекающихся эллипсоидных микротрещин, параметры которых распредолены по нормальному закону.

Одним из наиболее сложных вопросов является учет затухания колебаний. Оно обусловлено целым рядом факторов [1], среди которых важнейшими являются расхождение фронта волны, рассеяние волны на неоднородностях, поглощение упругих волн и др. Затухание колебаний за счет расхождения фронта волны при использовании МКР учитывается автоматически. Рассеяние волны на неоднородностях может быть промоделировано в случае, если размер неоднородности сравним с шагом дискретизации модели. В то же время моделирование поглощения волн представляет собой чрезвычайно сложную задачу.

Колебательный процесс выражается в периодических сжатиях, растяжениях частиц среды и смещениях их относительно друг друга. Определенная доля энергии колебаний при этом расходуется. Характер и параметры этого процесса существенно зависят как от типа волны, так и от физико-механических свойств среды. Он описывается коэффициентом поглощения β и логарифмическим декрементом затухания θ, которые связаны между собой соотношением $\theta = \beta L$, где L – длина волны. При расчете компонент смещений волнового поля в заданной точке неоднородной среды учесть поглощение аналитически в общем случае практически невозможно в результате того, что колебания достигают источника по-разному, проходя различное расстояние по разным породам, претерпевая отражения, преломления и трансформации на границах раздела сред. В итоге, в настоящее время доминирует упрощенный подход, рассматривающий величину β как интегральный показатель, зависящий от параметров среды, от размеров нарушенной области, от соотношения размеров нарушенной и ненарушенной зон. Учет интегрального поглощения имеет «оценочный» характер и производится с помощью фильтрации теоретических сейсмограмм.

В рамках МКР можно предложить подход, который в явном виде учитывает реальные пути распространения колебаний и трансформации на границах раздела сред и на неоднородностях. Рассмотрим физический смысл соотношений (3)-(5). Можно считать, что они описывают математическую модель, в рамках которой любое смещение в центре элемента $e_{m,n}$ в момент времени $p+1$ представляется в виде суперпозиции различных типов слагаемых. Первый из них описывает волны, пришедшие за единичный временной интервал с восьми направлений (от центров соседних элементов). Вне зависимости от того, как долго эти волны реально были в пути, они прошли известный путь (расстояние между центрами элементов) по известным породам. Этот факт дает право в коэффициенты при смещениях в соседних с $e_{m,n}$ элементах ввести поправки на поглощение по правилу, показанному ниже на примере коэффициентов $c_{x\,m+0.5,n}$ и $d_{x\,m+1,n}$:

$$c'_{x\,m+0.5,n} = c_{x\,m+0.5,n} \times exp\left(-\tfrac{1}{2}\beta_{x\,m,n}\Delta x_{m,n} - \tfrac{1}{2}\beta_{x\,m+1,n}\Delta x_{m+1,n}\right), \tag{8}$$

$$d'_{x\,m+1,n} = d_{x\,m+1,n} \times exp\left(-\tfrac{1}{2}\beta_{x\,m,n}\Delta x_{m,n} - \tfrac{1}{2}\beta_{z\,m+1,n}\Delta x_{m+1,n}\right), \tag{9}$$

где $\beta_{x\,m,n}$ и $\beta_{z\,m,n}$ представляют собой коэффициенты поглощения PV и SV волн соответственно в элементе $e_{m,n}$ с учетом пористости, трещиноватости, величины горного давления и других факторов.

Во втором примере мы имеем дело с трансформацией волны, поэтому считаем, что по элементу $e_{m+1,n}$ волна распространялась как SV, а по $e_{m+1,n}$ – как PV. Записывать остальные коэффициенты не будем, дабы не загромождать рассмотрение. Второй тип слагаемых можно трактовать как остаточную часть от колебаний в предыдущие моменты времени в том же элементе (при расчете которых ранее уже учитывался фактор поглощения). Зависимость β от пористости, трещиноватости и величины горного давления подробно рассмотрена в ряде работ [1, 5, 9] и поэтому в рамках данной статьи не рассматривается.

Конечно, данный подход, как и общепринятый, имеет свои недостатки. Основную сложность вносит тот факт, что коэффициенты поглощения зависят от частоты. Эта зависимость достаточно хорошо изучена [1, 5, 9] и, вообще говоря, имеет сложный нелинейный характер. Этот факт вносит ограничение на диапазон применимости данного подхода. Мы можем считать его корректным в случае, если в рамках конкретной решаемой задачи в пределах частотного диапазона исследуемой части теоретического сигнала данным фактором можно пренебречь. Например, опираясь на приведенные в работе [9] графики модельных зависимостей данного параметра от частоты, можно сделать вывод о том, что в пределах низких частот (до 200-250Гц) они имеют практически линейный характер с относительно слабым возрастанием. Чем ниже частота исследуемого волнового пакета и уже его спектр, тем обоснованнее применимость данного метода в «чистом виде».

В общем случае, представляется целесообразным применять предлагаемый подход в суперпозиции с частотной фильтрацией, учитывающей фактор зависимости коэффициента поглощения от частоты.

Таким образом, в настоящей работе предложен способ учета напряженного состояния горного массива, пористости, трещиноватости угля и пород при математическом моделировании процесса распространения сейсмических колебаний в угленосной толще. Предложен метод учета поглощения сейсмических колебаний в среде при использовании МКР. В заключение отмечу, что данный подход реализован в комплекте программ, который в настоящее время используется в институте УкрНИМИ для математического моделирования процессов распространения сейсмических колебаний в угленосной толще. Опыт его применения показал, что он особенно актуален в сложных горно-геологических условиях и одинаково успешно может быть применён как при решении задач наземной, так и подземной сейсморазведки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азаров Н. Я., Яковлев Д. В. Сейсмоакустический метод прогноза горно-геологических условий эксплуатации угольных месторождений. -М.: Недра,1988. -199с.
2. Глухов А.А., Захаров В.Н., Рубан А.Д. Моделирование волнового поля в задачах шахтной сейсморазведки методом конечных разностей/ Горный вестник, Москва, ИГД Скочинского, 1994, С.16-18
3. Анциферов А.В. Моделирование волнового поля в задачах шахтной сейсморазведки методом конечных разностей/ Збірник наукових праць №5 "Проблеми гірського тиску" 2001. С.5-15.

4. Анциферов А.В. Теория и практика шахтной сейсморазведки.- Донецк.: изд. «Алан», 2002, -312с.
5. Азаров Н.Я., Гильберштейн П.Г. Интерференционные волны, изучаемые при сейсмопросвечивании угольных пластов. – В кн.: Прикладная геофизика, вып. 92. – М.: Недра, 1978, с.42-57.
6. Бреховских Л.М. Распространение волн в слоистых средах. - М.:Наука, 1973.
7. Рубан А.Д., Захаров В.Н. Исследование зон повышенного горного давления (ПГД) в углепородных массивах сейсмоакустическим методом// Механика горных пород: Науч. Сообщ./ ННЦ ГП-ИГД им. А.А. Скочинского, М.-1999.-Вып. 313.- С. 39-48.
8. Захаров В.Н., Харченко А.В. Влияние слоистого строения пород почвы и кровли на структуру полного волнового поля и параметры отдельных типов волн// Науч. сообщ. /ННЦ ГП-ИГД им. А.А. Скочинского.- М., 2002. – Вып. 321. – С.108-121.
9. Захаров В.Н. Сейсмоакустическое прогнозирование и контроль состояния и свойств горных пород при разработке угольных месторождений. М.: ФГУП ННЦ ГП – ИГД им. А.А. Скочинского, 2002.-172с.