УДК 622.834.1

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СДВИЖЕНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД И ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ОБЪЁМНОЙ ПОСТАНОВКЕ

д.т.н. Гавриленко Ю.Н., магистр Петрушин А.Г. *(ДонНТУ)*

Существующие методы расчета сдвижений и деформаций земной поверхности и горных пород, приведенные в нормативно-методических документах [1, 2], позволяют прогнозировать их величины и характер распределения в пределах всей мульды сдвижения, предполагая, что очистная выработка имеет прямоугольную форму и ориентирована параллельно элементам залегания пласта. В реальных условиях эти требования выполняются очень редко.

Вместе с тем, исследования сдвижений и деформаций в пределах всей мульды сдвижения практически не проводились. Из имеющихся публикаций по данному вопросу следует отметить работы А.Н. Медянцева и А. П. Чепенко [3], Н. М. Зори и Ф.И. Музафарова [4]. В первой из них описаны результаты натурных наблюдений по сетке квадратов. Исследования проводились для очистной выработки достаточно правильной формы и этот эксперимент является единственным в Донбассе экспериментом изучения распределений сдвижений и деформаций по площади, так как проведение таких работ очень трудоемко. Во второй работе описаны результаты физического моделирования на объёмных моделях из эквивалентных материалов. Такие исследования также трудоемки и наглядное получение распределения деформаций внутри массива весьма затруднено. Указанные исследования выполнялись для правильных форм очистных выработок.

Особенности распределения сдвижений и деформаций при неправильной форме в литературе не освещались. Особенно сложными и представляющими большой интерес для изучения являются процессы деформирования в условиях нарушенного залегания (разрывные тектонические нарушения, складки).

Для решения указанных задач целесообразно использовать объемное численное моделирование.

Следует отметить, что в последние годы для моделирования всего массива и земной поверхности используются метод конечных элементов (МКЭ) и метод граничных элементов (МГЭ), с помощью которых решались плоские задачи [4, 6] как для моноклинального залегания слоев, так и в условиях складчатого залегания и при наличии разрывных тектонических нарушений. Для пространственного моделирования МКЭ применяется очень редко, в основном для решения небольших задач. Это обусловлено сложностью хранения и решения больших систем уравнений. Однако развитие компьютерной техники в последнее время позволяет преодолеть эту проблему.

Основная концепция МКЭ [8-11] состоит в том, что искомую непрерывную величину (перемещения точек деформированного тела) аппроксимируют кусочным набором простейших функций, заданных над ограниченными конечными элементами. С помощью такой процедуры интегрирование дифференциальных уравнений аналитической постановки задачи сводится к решению системы линейных уравнений. Количественные значения неизвестной величины отыскиваются в ограниченном числе узлов области. В пределах элементов значения неизвестной функции и её производных определяются уже аппроксимирующими функциями и их производными.

В трехмерной геомеханической задаче МКЭ выделяется произвольная часть массива (рис. 1). Каждая точка в массиве имеет три степени свободы вдоль осей OX, OY и OZ, а, в целом, множество точек массива дает бесконечное число возможных перемещений. Поэтому он делится на конечное число элементов (см. рис. 1 и рис. 2).

Отдельные элементы взаимодействуют между собой только в узлах. Перемещения любой точки внутри элемента определяются перемещениями его узловых точек через аппроксимирующий полином. Величины влияния перемещений каждого узла на перемеще-

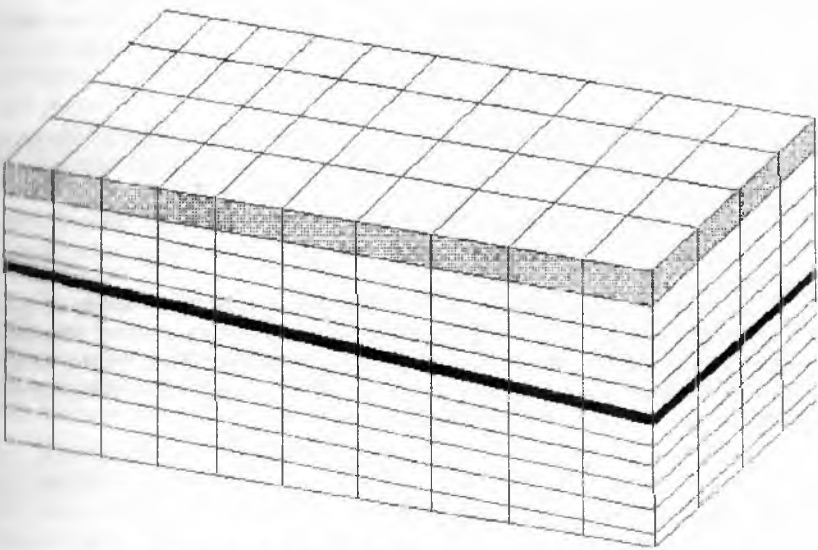

Рис. 1. Деление массива исследований на части

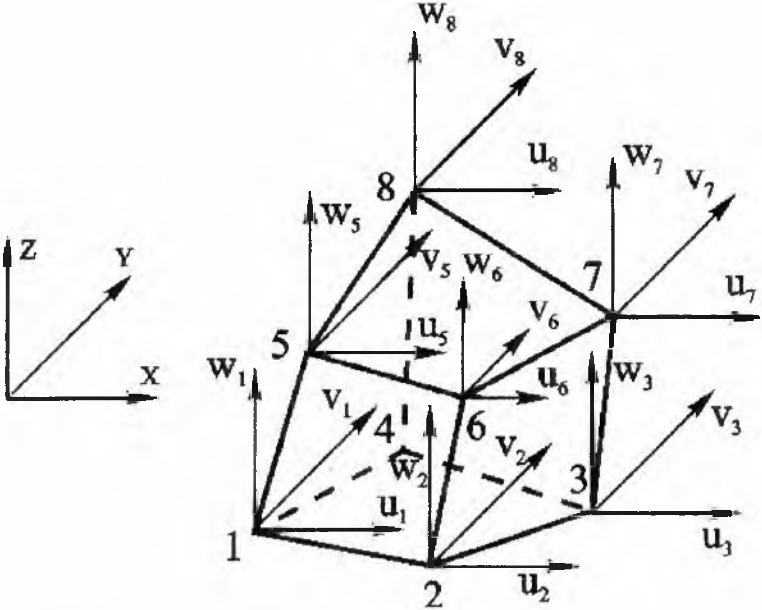

Рис. 2. Конечный элемент и возможные перемещения его узловых точек

u_i – перемещение вдоль оси X;

v_i – перемещение вдоль оси Y;

w_i – перемещение вдоль оси Z.

ния внутренних точек элемента выражаются функциями формы узловых точек, которые получены на основе исходного аппроксимирующего полинома.

Для каждого элемента формируется матрица жесткости, учитывающая функции формы и упругие характеристики материала, к которому он принадлежит.

Совокупность матриц жесткости элементов дает матрицу жесткости всего массива исследования. Приравнивая работу узловых сил и работу внутренних напряжений при бесконечно малом перемещении узловых точек, получаем систему уравнений, связывающих узловые силы и неизвестные перемещения:

$$\begin{bmatrix} F_{1X} \\ F_{1Y} \\ F_{1Z} \\ F_{2X} \\ F_{2Y} \\ \vdots \\ F_{nZ} \end{bmatrix} = \int\limits_V [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV \cdot [\delta] = [K] \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \qquad (1)$$

где:

n – количество узловых точек,

$[F]$ – матрица узловых сил,

$[B]$ – матрица функций форм элементов,

$[D]$ – матрица упругости элементов,

$[\delta]$ – матрица узловых перемещений,

$[K]$ – матрица жесткости системы.

Система уравнений (1) имеет $3 \cdot n$ неизвестных и $3 \cdot n$ уравнений. Матрица жесткости системы является симметричной и имеет ленточную структуру, ширина ленты которой определяется максимальной разностью номеров узловых точек, принадлежащих одному элементу.

При программной реализации пространственной модели массива наибольшие трудности вызывают создание расчетной схемы, ее описание и ввод в компьютер, а также решение больших систем линейных уравнений. Для автоматизированного решения указанных задач был разработан следующий алгоритм.

Вычисления проводятся в системе координат XYZ, где ось X направлена в сторону падения слоев, ось Y – по простиранию, а ось Z – вертикально вверх (рис. 3).

Исходными данными для создания расчетной схемы являются:

- координаты узловых точек массива исследований ($X_1 \ldots X_8$, $Y_1 \ldots Y_8$, $Z_1 \ldots Z_8$, рис.3), включающего в себя очистную выработку и зону её влияния. Условно принято, что направление (1-2) параллельно оси абсцисс, а направление (1-4) параллельно оси ординат;
- координаты любой точки P(X, Y, Z), принадлежащей поверхности кровли пласта;
- угол падения пласта δ ;
- мощность пласта m;
- координаты проекций угловых точек лавы на горизонтальную плоскость;
- мощность наносов h;

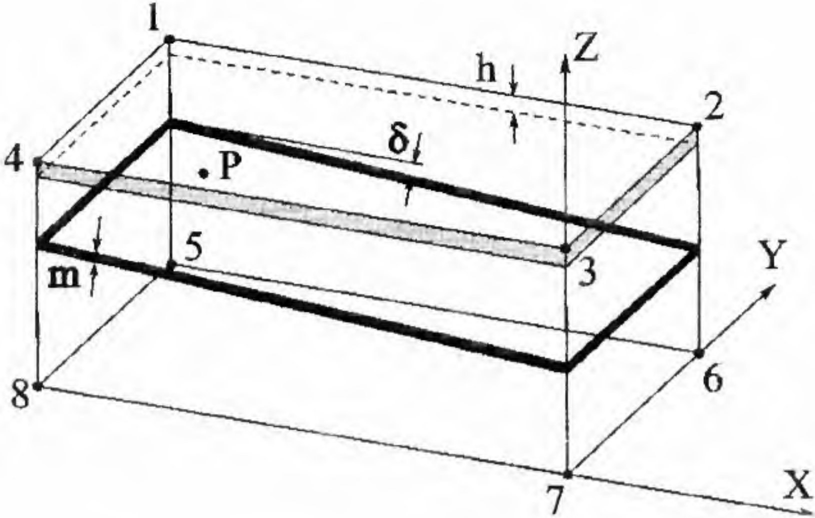

Рис. 3. Исходные данные для построения расчетной схемы

- деформационные характеристики отдельных слоев массива, пластов и наносов.

Для граней массива исследования необходимо задать граничные условия: ограничить массив жестким каркасом. Для боковых X и Y граней задаются нулевые перемещения вдоль осей X и Y соответственно, а для нижней грани – нулевые перемещения вдоль оси Z.

Система узловых точек программно формируется путем пересечения трех взаимно перпендикулярных систем плоскостей:

- системы вертикальных плоскостей, параллельных оси абсцисс.
- системы вертикальных плоскостей, параллельных оси ординат.
- системы плоскостей, определяющих деление массива на слои, которые примерно параллельны плоскости пласта.

В зоне влияния очистной выработки частота плоскостей всех трех систем возрастает. Плоскости третьей системы при пологом залегании слоев постепенно изменяют угол своего наклона от угла падения δ в кровле и почве пласта, становясь горизонтальными на нижней границе схемы и на границе коренных пород и наносов (см. рис. 1).

Так как нумерация узлов элемента определяет ширину ленты матрицы жесткости системы, то точки нумеруются вдоль грани массива, площадь которой является наименьшей.

Очистная выработка заключается в регулярную сетку прямоугольников, стороны которых параллельны осям абсцисс и ординат

...ственно. Размеры сторон определяется оператором для ...лучшего описания конфигурации, расположения и подвигания ...работки. Узловые точки сетки, имитирующей пласт с выработкой, могут быть перемещены с помощью манипулятора мышь в любом направлении, описывая любую форму очистной выработки (рис. 4). Затем координаты точек в общей расчетной схеме программно корректируются с учетом формы лавы. Здесь же определяются, какие из элементов подлежат выемке и на каком шаге отработки. Число контурных точек лавы в принципе не ограничено.

Определение сдвижений и деформаций выполняется в несколько шагов. На нулевом шаге определяются перемещения узловых точек и напряжения в элементах под действием собственного веса массива. Это состояние соответствует напряженному состоянию нетронутого массива. На первом и последующих шагах из расчетной схемы удаляются элементы, моделирующие очистную выработку, путем присвоения им определенных пониженных характеристик. Разность соответствующих перемещений узловых точек любого шага отработки и нулевого дает сдвижения массива исследований, вызванные очистной выработкой. Используя перемещения узловых точек можно перейти к деформациям и напряжениям элементов.

Для получения расчетной схемы при наличии разрывного тектонического нарушения необходимо внести изменения в направление системы плоскостей, параллельной оси абсцисс или ординат, в зависимости от того, с какой из осей сместитель образует меньший угол. Плоскости, определяющие границы нарушенной зоны строятся параллельно сместителю. А остальные постепенно из-

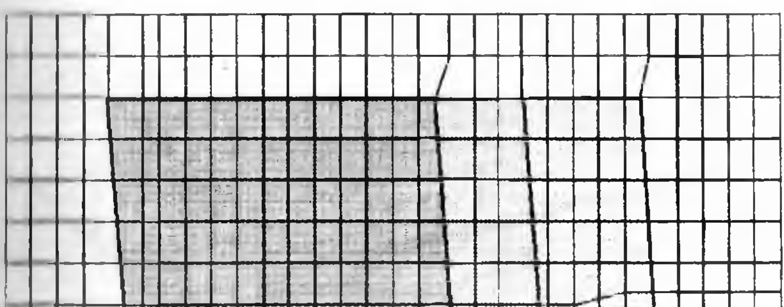

Рис. 4. Задание формы лавы и подвигания забоя

меняют угол своего разворота от угла простирания и падения сместителя до угла соответствующей оси координат в направлении к границам массива исследований, т.е. используется тот же принцип, что и для системы плоскостей, определяющих напластование пород (рис. 5).

Особое внимание следует уделить описанию свойств среды моделирования. В работах [5, 6] показано, что наибольшие совпадения фактических оседаний и деформаций с расчетными данными были получены при использовании трансверсально-изотропной среды с модулем сдвига в перпендикулярном напластованию направлении равным 10% от модуля сдвига изотропного массива. Учитывая слоистую структуру массива, для её описания целесообразно применить трансверсально-изотропную модель (рис. 6), т.е. когда в пределах слоя свойства не изменяются.

Параметрами, используемыми для формирования матрицы упругости, согласно [8-11,15] являются модуль упругости E_1, коэффициент Пуассона ν_1 в направлении слоистости и модуль упругости E_2, модуль сдвига G_2, коэффициент Пуассона ν_2 поперек напластования. Тогда, согласно [15], матрица упругих характеристик имеет вид:

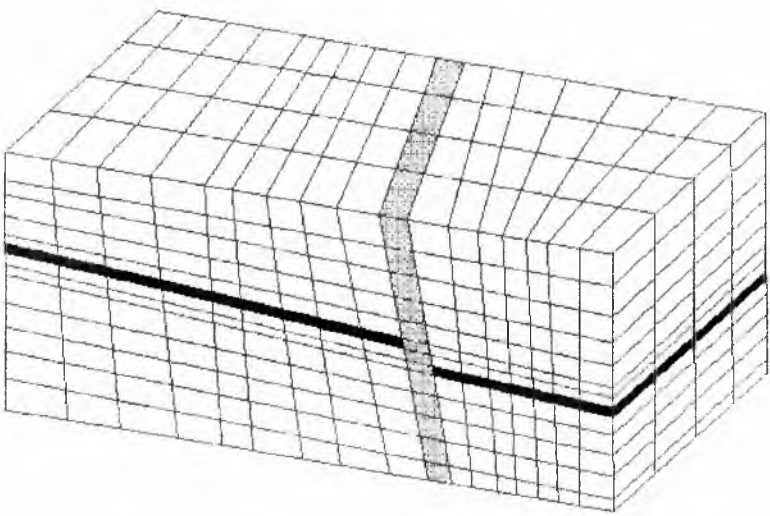

Рис. 5. Деление массива на части при наличии разрывного тектонического нарушения

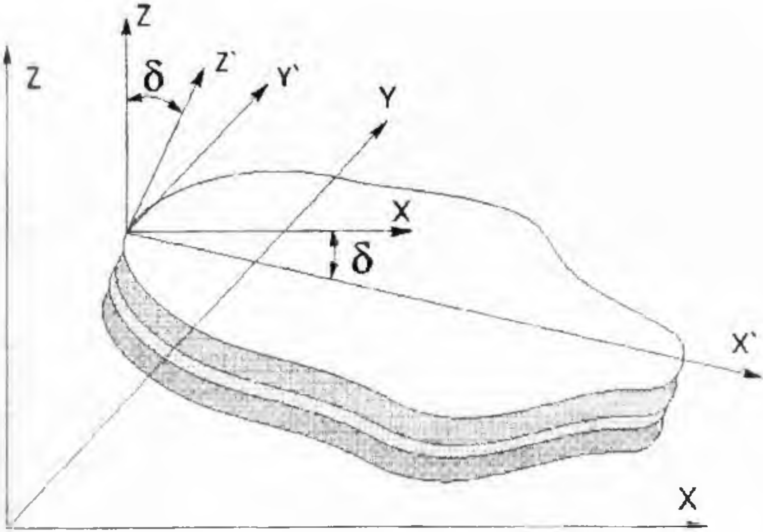

Рис. 6. Трансверсально-изотропная модель массива

$$
[D] = \begin{bmatrix}
D_1 & D_2 & D_3 & 0 & 0 & 0 \\
D_2 & D_1 & D_3 & 0 & 0 & 0 \\
D_3 & D_3 & D_4 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & D_5 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & D_6 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_6
\end{bmatrix} \qquad (2)
$$

где:

$$D_1 = \frac{E_1 \cdot \left(E_1 \cdot \nu_2^2 - E_2\right)}{\left(2 \cdot \nu_2^2 \cdot E_1 - E_2 + \nu_1^2 \cdot E_2 + 2 \cdot \nu_1 \cdot \nu_2^2 \cdot E_1\right)};$$

$$D_2 = \frac{-E_1 \cdot \left(E_1 \cdot \nu_2^2 + \nu_1 \cdot E_2\right)}{\left(2 \cdot \nu_2^2 \cdot E_1 - E_2 + \nu_1^2 \cdot E_2 + 2 \cdot \nu_1 \cdot \nu_2^2 \cdot E_1\right)}$$

$$D_3 = \frac{-E_2 \cdot \nu_2 \cdot E_1}{\left(\nu_1 \cdot E_2 + 2 \cdot \nu_2^2 \cdot E_1 - E_2\right)}; \quad D_4 = \frac{E_2^2 \cdot (\nu_1 - 1)}{\left(\nu_1 \cdot E_2 + 2 \cdot \nu_2^2 \cdot E_1 - E_2\right)};$$

$$D_5 = \frac{E_1}{2 \cdot (\nu_1 + 1)}; \quad D_6 = G_2$$

Но эта формула действительна только, когда направление осей расчетной системы координат совпадает с направлением осей координат слоя, т.е. слой горизонтален. В противном случае возникает ситуация, представленная на рис. 6, когда система координат пласта X`Y`Z` развернута по отношению к системе координат расчета XYZ. Тогда матрицу упругости необходимо умножить на тензор преобразования, чтобы привести её параметры в расчетную систему координат. Согласно [13, 14] тензор преобразования, когда система координат пласта повернута на угол падения пласта вокруг оси ординат, выглядит следующим образом:

$$[T]=\begin{bmatrix} T_1^2 & 0 & T_2^2 & 0 & 0 & T_1\cdot T_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_3^2 & 0 & T_1^2 & 0 & 0 & T_1\cdot T_3 \\ 0 & 0 & 0 & T_1 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_3 & T_1 & 0 \\ T_1\cdot T_3 & 0 & T_1\cdot T_2 & 0 & 0 & T_2\cdot T_3+T_1^2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

где:

$$T_1=\cos\delta\ ;\ T_2=\cos\left(90^\circ+\delta\right);\ T_3=\cos\left(90^\circ-\delta\right).$$

Описанный алгоритм реализован в программе на платформе операционной системы Windows. Программа включает в себя:

- модуль подготовки исходных данных;
- модуль формирования расчетной схемы;
- модуль формирования матрицы жесткости системы и решения системы уравнений;
- модуль анализа полученных результатов.

Для решения трехмерных задач требуется много оперативной и дисковой памяти. Так, для решения задачи с 3000 узловых точек, что соответствует 9000 уравнений, объем памяти, необходимой для хранения матрицы, составляет примерно 100 Мб. Для решения системы уравнений используется модифицированный фронтальный метод [9, 12], что позволяет решить практически любую систему, но увеличивает время её решения. Разработанный алгоритм предусматривает:

- пологое падение пластов;
- количество узловых точек не более 2 000 000;
- наличие свободой дисковой памяти, обеспечивающей хранение решаемой части матрицы жесткости системы (из расчета 1Мб на 30 узлов).

Для проверки работоспособности алгоритма была составлена следующая расчетная схема:

- горизонтальное залегание пласта, мощность 1 м.;

- глубина залегания – 200 метров;
- размеры лавы: 400х200 м.;
- наносы и мезозойские отложения отсутствуют;
- размеры массива исследования: 750х550х300 м;
- упругие характеристики массива и пласта:

$E_1, E_2 = 1 \cdot 10^9, ПА$

$\nu_1, \nu_2 = 0{,}2$

$G_2 = 6 \cdot 10^7, ПА$

$\gamma = 2{,}5 \cdot 10^3, кг/м^3$

- размеры сторон элементов: от 30 до 70 м;
- всего схема включает: 2850 узловых точек и 2268 элементов;
- общее число уравнений 8550.

По результатам расчетов были построены графики сдвижений и деформаций в главных сечениях мульды сдвижения. Для сопоставления и оценки данная задача была решена по методике «Правил охраны ...» [1] и по программе плоской задачи МКЭ, достоверность и надежность которой была доказана в работах [5, 6]. Полученные результаты представлены на рис. 7, 8, 9,10 и 11.

Качественная картина процесса сдвижения соответствует существующим представлениям о характере распределения сдвижений и деформаций, а количественные значения отличаются от полученных по другим методикам не более чем на $5 \div 10\%$.

Типовая кривая оседаний, полученная по результатам объемной задачи, и нормативная типовая кривая [1] практически совпадают (см. рис. 8).

По полученным результатам сдвижений и деформаций были определены основные параметры процесса сдвижения (в скобках даны параметры по нормативам «Правил охраны ...» [1]):

- максимальное оседание $\eta_{max} = 663$ мм (640 мм);
- граничные углы $\gamma_0 = \beta_0 = \delta_0 = 62{,}5^\circ$ (70°);
- углы полных оседаний $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 57^\circ$ (55°);
- угол максимального оседания $\theta = 90^\circ$ (90°);
- расстояние от точки перегиба кривой оседаний до проекции границы выработки $(9{,}1 \div 16{,}7) \cdot \frac{D}{H}$;
- длина зоны зависания пород кровли у границ выработки равна 35 м.

По результатам работы можно сделать следующие выводы:

- разработана технология прогноза пространственных сдвижений и деформаций земной поверхности, учитывающая геологическое строение подрабатываемой толщи (наличие разрывных текто

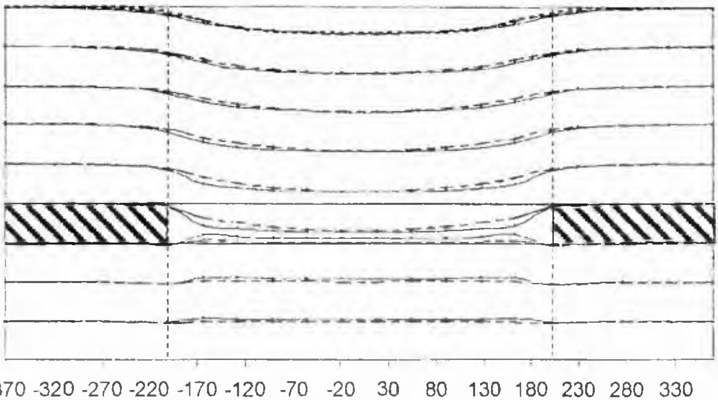

Рис. 7. Общая картина сдвижения в главном сечении мульды сдвижения по длинной стороне очистной выработки

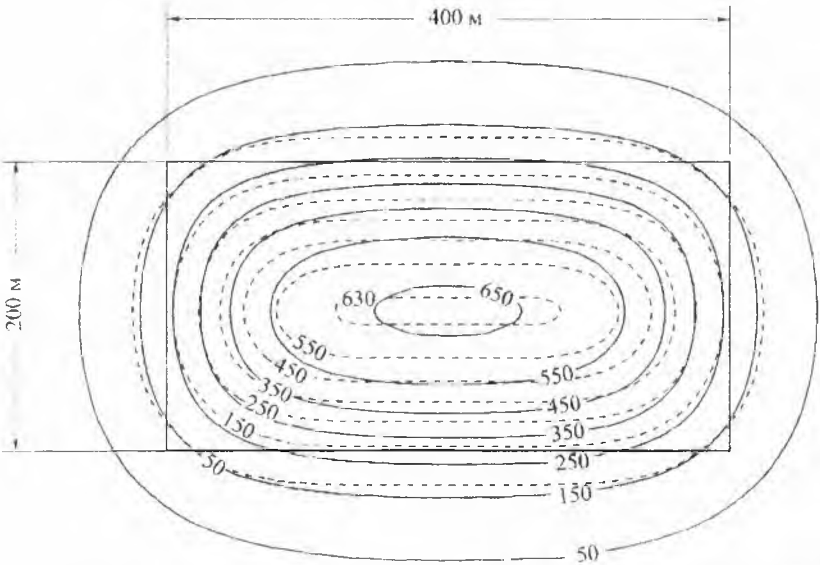

Рис. 8. Оседания земной поверхности после отработки очистной выработки

правила охраны

объемная модель

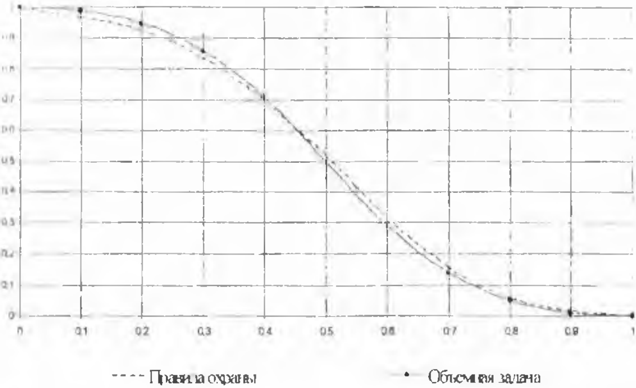

Рис. 9. Графики типовых кривых оседаний

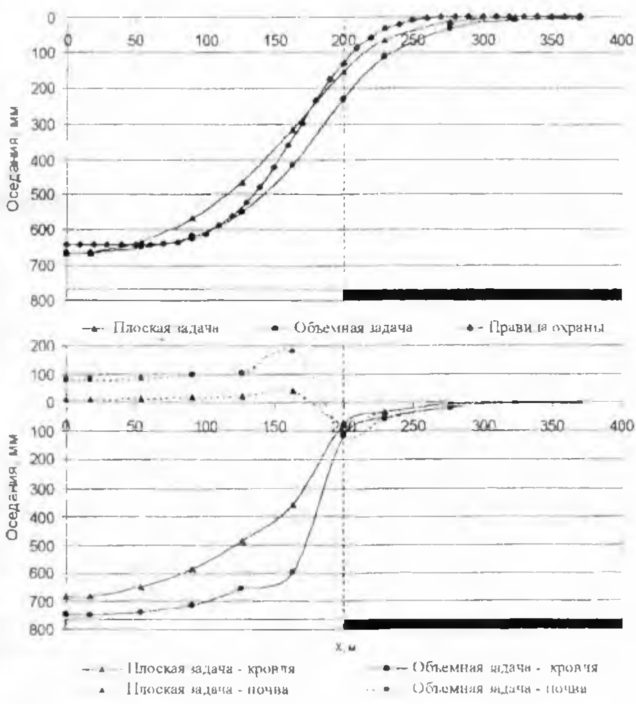

Рис. 10. Графики оседаний в главном сечении мульды сдвижения по длинной стороне очистной выработки

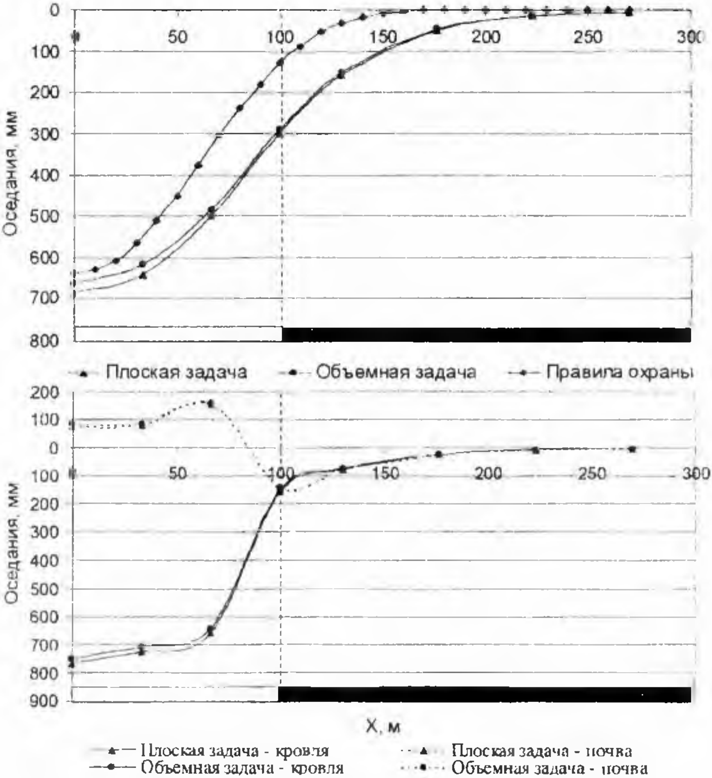

Рис. 11. Графики оседаний в главном сечении мульды сдвижения по короткой стороне очистной выработки

нических нарушений), форму лавы и ее ориентацию относительно элементов залегания пласта;

- разработана действующая компьютерная технология пространственного математического моделирования процессов сдвижения и деформаций земной поверхности МКЭ для пологих угольных пластов, произвольной формы и ориентации очистной выработки;
- представление массива в виде трансверсально-изотропной среды с пониженным модулем сдвига позволяет получить совпадение сдвижений и деформаций объемной модели с прогнозируемыми по «Правилам охраны ...» [1] с точностью $5 \div 10\%$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Правила охраны сооружений и природных объектов от вредного влияния подземных горных разработок на угольных месторождениях. – М.: Недра, 1981, 288 с.
2. Временные технические условия по охране сооружений и природных объектов от влияния горных разработок. УкрНИМИ, 1995 г.
3. А.Н. Медянцев, А.П. Чепенко Распределение сдвижений и деформаций земной поверхности по площади мульды сдвижения вне ее главных сечений // Труды по вопросам горного давления, сдвижения горных пород и методики маркшейдерских работ. Сборник № 55. – Л.: ВНИМИ, 1965, – с. 54 -66.
4. Н.М. Зоря и Ф.И. Музафаров. Исследование процесса сдвижения на объемных моделях из эквивалентных материалов // Маркшейдерское дело в социалистических странах. – М.: Недра , 1964, 360 с. – С.157 – 172.
5. Ю.Н. Гавриленко. Математическое моделирование сдвижения горных пород и земной поверхности в слоистом массиве методом конечных элементов // Известия Донецкого горного института. – 1997. - №1. – С.87 – 93.
6. Ю.Н. Гавриленко. Автореферат: Научные основы прогнозирования сдвижений земной поверхности при разработке угольных пластов в условиях нарушенного залегания пород. – Донецк, 1997.
7. Zhiwang Fan. Grundlage und Modellierung der Boundary-Elemente-Methode fuer die Anwendung in der Bergschadenkunde. Das Markscheidewessen 105 № 2, Verlag Glueckauf GmbH, Essen, 1988, -S. 179 –185.
8. О. Зенкевич, И. Чанг. Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред. – М.: Недра, 1974, 240 с.
9. А.Б. Фадеев. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987, 221 с.
10. О. Зенкевич. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975, 539 с.
11. Б.З. Амусин, А.Б. Фадеев. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики. – М.: Недра, 1975, 192 с.
12. Уилкинсон, Райнш. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. – М.: Машиностроение, 1976, 389 с.
13. П. Бенерджи, Р. Баттерфилд. Метод граничных элементов в прикладных науках. – М.: Мир, 1984, 494 с.
14. Studienunterlagen “ Bodenmechanik und Grundbau ” von U.Smaltezyk und anders. Ausgabe 1988.
15. С.Г. Лехницкий. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977, 415 с.