УДК 519.8 https://doi.org/10.15407/pp2022.03-04.478

МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ СТРАТЕГІЙ ПЕРЕСЛІДУВАННЯ З ПРОСТИМ РУХОМ

Сергій Пашко

Розглядаються стратегії переслідування цілі одним переслідувачем із простим рухом. Критерієм є час захоплення цілі. Наводиться доведення оптимальності стратегії паралельного зближення і погонної стратегії. Стратегія паралельного зближення полягає в тому, що переслідувач, знаючи вектор швидкості цілі в даний момент часу, вважає цей вектор постійним та обчислює на лінії руху цілі точку, в якій може відбутися захоплення, якщо переслідувач рухатиметься з постійною максимальною швидкістю. В кожний момент часу вектор швидкості переслідувача направлений на точку захоплення, а величина швидкості максимальна. Якщо переслідувач рухається з максимальною швидкістю у напрямку цілі, стратегія переслідування називається погонною стратегією. Наведено ряд прикладів переслідування з використанням стратегій паралельного зближення та погонної стратегії, розрахованих числовим методом. Визначено основні параметри руху агентів, що впливають на час захоплення: швидкості цілі та переслідувача, координати цілі та переслідувача в момент початку переслідування, тип і параметри лінії руху цілі; задача переслідування визначається цими параметрами. На основі числового моделювання окреслено множини задач, для яких стратегія паралельного зближення перевершує погонну стратегію або навпаки. Вибрані параметри руху приблизно відповідають параметрам руху сучасних бойових літаків та засобів протиповітряної оборони; в числових експериментах абсолютна величина прискорення цілі не перевищує 10g, де g – прискорення вільного падіння. Оскільки рух переслідувача вважається простим, дозволяється будь-яка абсолютна величина його прискорення. У разі застосування стратегії паралельного зближення ця величина незначно відрізняється від абсолютної величини прискорення цілі; якщо застосовується погонна стратегія, абсолютна величина прискорення переслідувача може бути значно більшою.

Ключові слова: переслідування, моделювання, оптимальна стратегія, ціль.

Strategies for pursuit of a target by one pursuer with simple movement are considered. The criterion is the time to capture the target. The proof of the optimality of the parallel approach strategy and the chasing strategy is presented. The strategy of parallel approach consists in the fact that the pursuer, knowing the velocity vector of the target at current moment, considers this vector to be constant and calculates a point on the target's line of motion at which capture can occur if the pursuer moves at a constant maximum speed. At each instant of time, the pursuer's velocity vector is directed to the capture point, and the magnitude of the velocity is maximal. If the pursuer moves at maximum speed in the direction of the target, the pursuit strategy is called a chasing strategy. A number of examples of pursuit using the strategies of parallel approach and chasing strategy, calculated by the numerical method, are given. The main parameters of the movement of the agents affecting the time of capture are determined: the speed of the target and the pursuer, the coordinates of the target and the pursuer at the time of the beginning of the pursuit, the type and parameters of the target's movement line; the pursuit task is determined by these para-meters. On the basis of numerical modeling, a sets of problems is outlined for which the parallel approach strategy is better then the chasing strategy or vice versa. The selected movement parameters roughly correspond to the movement parameters of modern combat aircraft and air defense equipment; in numerical experiments, the absolute value of the acceleration of the target does not exceed 10g, where g is the accele-ration of free fall. Since the pursuer's motion is considered simple, any absolute value of its acceleration is allowed. In the case of applying the parallel approach strategy, this value slightly differs from the absolute value of the target's acceleration; if a chasing strategy is used, the absolute magnitude of the pursuer's acceleration can be much larger.

Keywords: pursuit, simulation, optimal strategy, target.

Вступ

Одне з центральних місць в теорії конфліктно керованих процесів займають задачі втечі та переслідування. Вони є актуальними як з точки зору практичних застосувань, так і в теоретичному аспекті. Задачі втечі та переслідування розділяються на задачі степені та якості. В задачах степені вимагається знайти найкращі стратегії поведінки агентів (переслідувача та цілі), траєкторії руху, ціну процесу. В задачах якості необхідно встановити, з яким результатом закінчиться процес, причому вважається, що можливий один із кількох результатів. Наприклад, вимагається дати відповідь на запитання, чи може переслідувач захопити ціль до певного моменту часу, або чи може він захопити ціль взагалі. Крім того, ці задачі можна розділити на два класи. В задачах першого класу агенти переміщуються в деякому многовиді, наприклад, в евклідовій площині. Такі задачі називаються неперервними задачами переслідування та втечі; багато з них вивчалися в роботах [1 – 9]. В задачах другого класу агенти рухаються вздовж ребер заданого графа. Такі задачі, що називаються дискретними задачами переслідування, вивчалися в працях[10, 11].

У даній роботі задачі переслідування розглядаються як неперервні задачі степені. Розглядаються стратегії переслідування цілі одним переслідувачем із простим рухом. Визначено поняття оптимальної стратегії переслідування. Наводиться доведення оптимальності стратегії паралельного зближення та погонної стратегії. На основі числового моделювання окреслено множини задач, для яких стратегія паралельного зближення перевершує погонну стратегію або навпаки.

1. Оптимальні стратегії переслідування

Розглянемо задачу переслідування однієї цілі одним переслідувачем, що вивчається в теорії диференціальних ігор. Вважаємо, що переслідувач прагне мінімізувати час захоплення цілі, а ціль прагне максимізувати його. Нехай вектор X_0 n-вимірного дійсного евклідового простору E^n визначає місцезнаходження цілі E, а вектор X_1 визначає місцезнаходження переслідувача P. Вектори V_0, V_1 розмірності n означають швидкості агентів E та P відповідно. Вектори X_i, V_i залежать від часу, тобто $X_i = X_i(t), V_i = V_i(t)$.

Простір E^n складається з n-вимірних векторів $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ з дійсними компонентами; вважаємо, що $2 \le n < \infty$. Норма вектора X визначається формулою $\|X\| = \langle X, X \rangle^{1/2}$, де $\langle X, Y \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ – скалярний добуток векторів $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ та $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)$.

Процес починається в момент часу $t = 0$. Рух агентів вважається простим, тобто в будь-який момент часу агент може вибрати довільний вектор швидкості руху, норма якого не більша заданої величини. Крім того, швидкості V_i вважаються кусково-неперервними функціями від часу. Це означає, що функції $V_i(t)$ у кожному обмеженому часовому проміжку мають не більше скінченого числа точок розриву першого роду.

Рівняння руху агентів мають вигляд

$$\dot{X}_i(t) = V_i(t), \quad i = 0,1. \tag{1}$$

Кожне із співвідношень (1) виконується в кожний момент, в який відповідна швидкість є неперервною функцією часу. Вважаємо, що в будь-який момент часу виконуються нерівності

$$\|V_i\| \le w_i < \infty, \quad i = 0,1,$$

а також, що переслідувач може рухатися швидше за ціль, тобто

$$w_0 < w_1.$$

Тут w_0, w_1 – максимальні величини швидкостей, $w_0 > 0$.

Позначимо $X = (X_0, X_1)$ фазовий вектор, що містить координати агентів. Вважаємо, що швидкість цілі залежить тільки від часу та фазового вектора, тобто має вигляд $V_0(t, X)$ а швидкість переслідувача залежить ще й від швидкості цілі та має вигляд $V_1(t, X, V_0)$. Функцію $V_0(t, X)$ назвемо стратегією цілі, а функцію $V_1(t, X, V_0)$ – стратегією переслідувача.

Нехай $t > 0$ такий момент часу, що протягом часового проміжка $[0, t]$ задіяні деякі стратегії втечі та переслідування, X^0 – задане початкове значення фазового вектора. Розв'язком системи (1) на проміжку $[0, t]$ вважається функція $X(\tau)$, $\tau \in [0, t]$, яка задовольняє наступні умови.

1) Функція $X(\tau)$, $\tau \in [0, t]$, неперервна на $[0, t]$, $X(0) = X^0$.

2) У всі моменти часу τ з проміжку $[0, t]$, в які функція $\overline{V}_1(\tau) \equiv V_1(\tau, X(\tau), V_0(\tau, X(\tau)))$ неперервна, існує похідна за часом $\dot{X}_1(\tau)$ та виконується рівність $\dot{X}_1(\tau) = \overline{V}_1(\tau)$. Аналогічно в усі моменти $\tau \in [0, t]$, в які функція $\overline{V}_0(\tau) \equiv V_0(\tau, X(\tau))$ неперервна, існує похідна за часом $\dot{X}_0(\tau)$ та виконується рівність $\dot{X}_0(\tau) = \overline{V}_0(\tau)$. У точках 0 та t маються на увазі похідні справа і зліва відповідно.

Вважаємо, що агенти застосовують сумісні стратегії, тобто такі, що існує єдиний розв'язок $X(t)$ системи (1), що задовольняє заданим початковим умовам, а вектори швидкостей $V_0(t, X(t))$, $V_1(t, X(t), V_1(t, X(t)))$ є кусково-неперервними функціями часу. Прикладами сумісних стратегій є кусково-постійні стратегії Карліна [1]. Стратегію переслідувача $V_1(t, X, V_0)$ позначимо Φ, стратегію цілі $V_0(t, X)$ позначимо Ψ. Нехай величина $T(X(0), \Phi, \Psi)$ означає час захоплення цілі, тобто перший момент часу, в який координати цілі співпадають з координатами переслідувача.

Оптимальним часом втечі назвемо число

$$t_0^* = \sup_{\Psi} \inf_{\Phi} T(X(0), \Phi, \Psi).$$

Тут $X(0)$ – початковий фазовий вектор, inf обчислюється за всіма стратегіями Φ такими, що пара (Φ, Ψ) сумісна, а sup обчислюється за всіма стратегіями Ψ такими, що існує хоча б одна сумісна пара (Φ, Ψ). Назвемо стратегію Ψ^* оптимальною стратегією втечі, якщо для кожної стратегії Φ виконується нерівність

$$T(X(0), \Phi, \Psi^*) \ge t_0^*.$$

Оптимальним часом переслідування назвемо число

$$t_1^* = \inf_{\Phi} \sup_{\Psi} T(X(0), \Phi, \Psi).$$

Тут sup обчислюється за всіма стратегіями Ψ такими, що пара (Φ, Ψ) сумісна, а inf обчислюється за всіма стратегіями Φ такими, що існує хоча б одна сумісна пара (Φ, Ψ). Назвемо стратегію Φ^* оптимальною стратегією переслідування, якщо для кожної стратегії Ψ виконується нерівність

$$T(X(0), \Phi^*, \Psi) \le t_1^*.$$

Якщо пара оптимальних стратегій Φ^*, Ψ^* сумісна і $t_0^* = t_1^*$, то маємо співвідношення

$$T(X(0), \Phi^*, \Psi) \le T(X(0), \Phi^*, \Psi^*) \le T(X(0), \Phi, \Psi^*), \tag{2}$$

тобто пара стратегій Φ^*, Ψ^* утворює точку рівноваги. Дійсно, позначимо $U = t_0^*$. З визначення Φ^*, Ψ^* випливає

$$T(X(0), \Phi^*, \Psi^*) \ge U, \quad T(X(0), \Phi^*, \Psi^*) \le U,$$

тому $T(X(0), \Phi^*, \Psi^*) = U$. Маємо

$$T(X(0), \Phi^*, \Psi) \le U \le T(X(0), \Phi, \Psi^*),$$

звідки випливає (2). Число U називається ціною гри.

2. Стратегія паралельного зближення та погонна стратегія

Нехай агенти P та E рухаються з максимальними швидкостями у напрямку $\overrightarrow{X_1 X_0}$, де вектор X_0 містить координати цілі, а вектор X_1 – координати переслідувача. Ця пара оптимальних стратегій утворює точку рівноваги. Точка захоплення X^* лежить на прямій $X_1 X_0$ на відстані $w_0 U$ від точки X_0, де U – ціна гри. Якщо агент P рухається з максимальною швидкістю у напрямку $\overrightarrow{X_1 X_0}$, стратегія переслідування називається погонною стратегією.

Нехай $d = d(t)$ – відстань між агентами. Ціна гри $U(t)$ в момент t обчислюється за формулою

$$U(t) = \frac{d(t)}{w_1 - w_0}.$$

Припустимо, в деякий момент $t \ge 0$ швидкості V_0, V_1 є неперервними вектор-функціями від часу. Похідна $\dot{U}(t)$ обчислюється за формулою

$$\dot{U}(t) = -\frac{\langle V_1 - V_0, N \rangle}{w_1 - w_0}; \tag{3}$$

тут $N = (X_0 - X_1)/\|X_0 - X_1\|$. Якщо $\dot{U}(t) \le -1, t \ge 0$, то ціль буде захоплено за час, що не перевищує ціну гри. Дійсно, нехай T – момент захоплення цілі. Маємо

$$U(0) = -\int_0^T \dot{U}(t) dt \ge -\int_0^T (-1) dt = T,$$

тобто $T \le U(0)$.

Для будь-якого вектора V_0 величина $\dot{U}(t)$ приймає мінімальне значення за умови, що переслідувач вибирає вектор швидкості за формулою $V_1 = w_1 N$, тобто використовує погонну стратегію. Погонна стратегія оптимальна, оскільки для неї справедливі співвідношення

$$\dot{U}(t) = -\frac{w_1 - \langle V_0, N \rangle}{w_1 - w_0} \le -1.$$

Із співвідношення (3) випливає, що умова $\dot{U}(t) \le -1$ рівносильна нерівності

$$\langle V_1 - V_0, N \rangle \ge w_1 - w_0. \tag{4}$$

Обираючи в кожний момент величину швидкості V_1 з умови (4), агент P використовує оптимальну стратегію переслідування. Час переслідування в такому випадку не більший за ціну гри.

Розглянемо іншу стратегію переслідування – стратегію паралельного зближення. Переслідувач, знаючи швидкість цілі в даний момент часу, вважає цю швидкість постійною та обчислює на лінії руху цілі точку захоплення, в якій він може догнати його, рухаючись із постійною максимальною швидкістю. В поточний момент часу вектор швидкості переслідувача направлений на точку захоплення, а величина швидкості максимальна.

Припустимо, переслідувач застосовує стратегію паралельного зближення (рис. 1). Прямі AB і AE паралельні прямим EP та BQ відповідно, вектор $\overrightarrow{PQ}$ дорівнює різниці швидкостей $V_1 - V_0$. Маємо

$$\left\langle V_1 - V_0, N \right\rangle = \left\langle \overrightarrow{PQ}, N \right\rangle = \left\| \overrightarrow{PQ} \right\| \geq w_1 - w_0;$$

остання нерівність випливає з нерівності трикутника. Співвідношення (4) (а разом з ним і нерівність $\dot{U}(t) \leq -1$) виконується. Тому стратегія паралельного зближення є оптимальною, тобто забезпечує захоплення цілі за час, що не перевищує ціну гри.

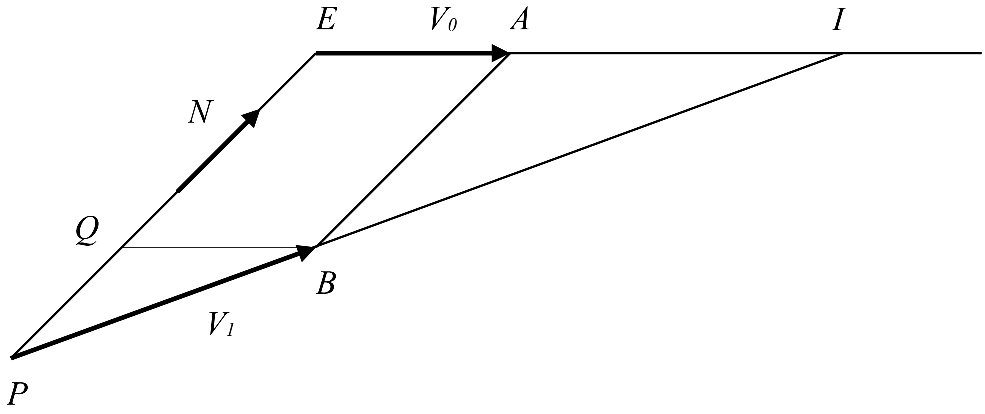

Рис. 1. Застосування стратегії паралельного зближення

Отже, погонна стратегія та стратегія паралельного зближення є оптимальними. Зауважимо, що існує множина оптимальних стратегій, які займають проміжне положення. Швидкість V_1 погонної стратегії обчислюється за формулою $V_1 = w_1 \cdot \overrightarrow{PE} / \left\| \overrightarrow{PE} \right\|$, а швидкість V_1 стратегії паралельного зближення – за формулою $V_1 = w_1 \cdot \overrightarrow{PI} / \left\| \overrightarrow{PI} \right\|$ (рис. 1). Легко довести, що будь-яка стратегія переслідування, швидкість якої обчислюється за формулою

$$V_1 = w_1 \cdot \frac{\lambda \overrightarrow{PE} / \left\| \overrightarrow{PE} \right\| + (1-\lambda) \overrightarrow{PI} / \left\| \overrightarrow{PI} \right\|}{\left\| \lambda \overrightarrow{PE} / \left\| \overrightarrow{PE} \right\| + (1-\lambda) \overrightarrow{PI} / \left\| \overrightarrow{PI} \right\| \right\|},$$

де $0 \leq \lambda \leq 1$, є оптимальною.

Зауважимо, що цілі не завжди застосовують оптимальні стратегії втечі, оскільки окрім задачі уникнути захоплення вони мають інші завдання. Однак описані стратегії переслідування, що обгрунтовані за допомогою теорії диференціальних ігор, виявляються дієвими для широкого класу траєкторій втечі та застосовуються на практиці.

Значна частина матеріалу даного та попереднього розділів міститься в роботі [9].

3. Результати числових розрахунків

Розглянемо процес переслідування на площині. Вважаємо, що в момент часу $t = 0$ переслідувач знаходиться у початку координат, а ціль знаходиться у точці A. У прикладах, зображених на рис. 2 – 5, вважається, що $w_0 = 500$ м/с, $w_1 = 600$ м/с, величини x_1, x_2 вимірюються в кілометрах. У даному розділі ціль вважається захопленою, якщо відстань від неї до переслідувача не перевищує трьох метрів. Траєкторії погонної стратегії та стратегії паралельного зближення позначаються відповідно T_1 та T_2, а точки захоплення цілі позначаються відповідно трикутником та колом. Розглянемо приклади переслідування.

Приклад 1. Нехай ціль рухається паралельно осі абсцис із постійною швидкістю, величина якої дорівнює w_0. На рис. 2 зображена траєкторія руху цілі та дві траєкторії переслідування, одна з яких належить погонній стратегії, інша – стратегії паралельного зближення. Час захоплення для погонної стратегії становить 64.7 секунди, для стратегії паралельного зближення – 41.1 секунди. Очевидно, у випадку прямолінійного та рівномірного руху цілі стратегія паралельного зближення перевершує погонну стратегію.

Приклад 2. Траєкторія цілі складається з дуг кола радіусом 4.6 км з центральним кутом $2\pi/3$ (рис. 3). Час захоплення для погонної стратегії становить 41.5 секунди, для стратегії паралельного зближення – 21.3 секунди.

Приклад 3. Траєкторія цілі являє собою синусоїду з амплітудою 3 км та періодом 10π км (рис. 4). Час захоплення для погонної стратегії становить 65.6 секунди, для стратегії паралельного зближення – 40.8 секунди.

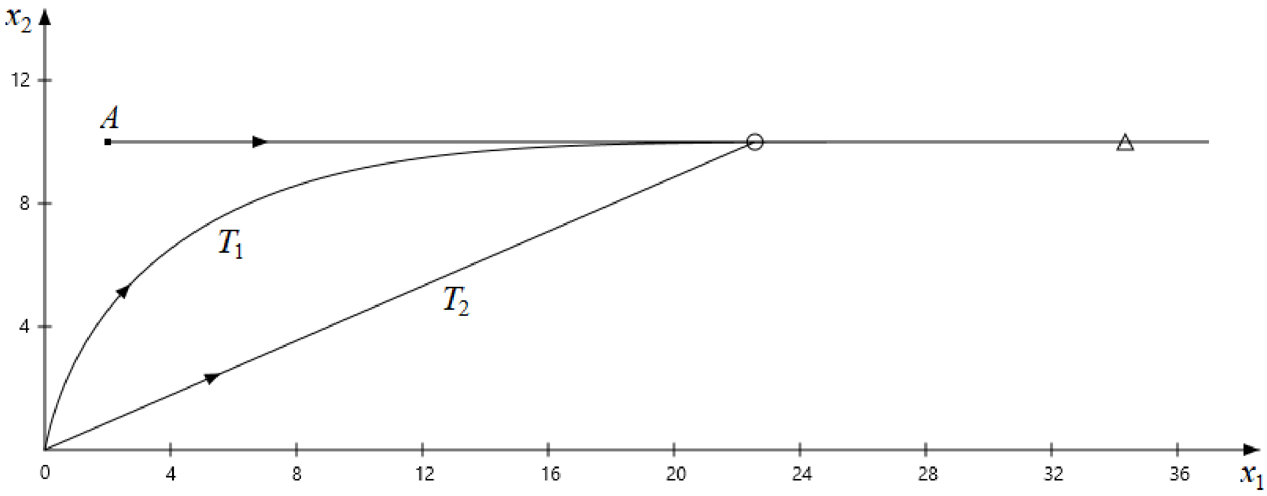

Рис. 2. Траєкторії руху цілі та переслідувача, приклад 1

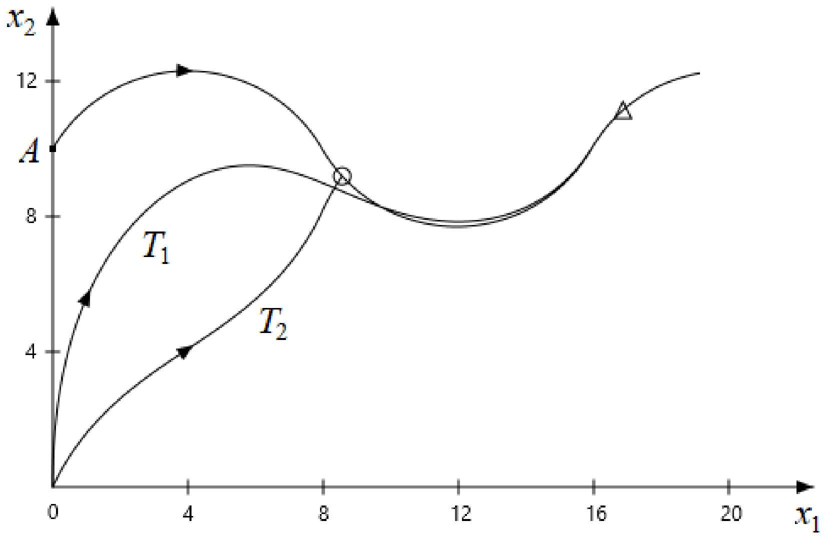

Рис. 3. Траєкторії руху цілі та переслідувача, приклад 2

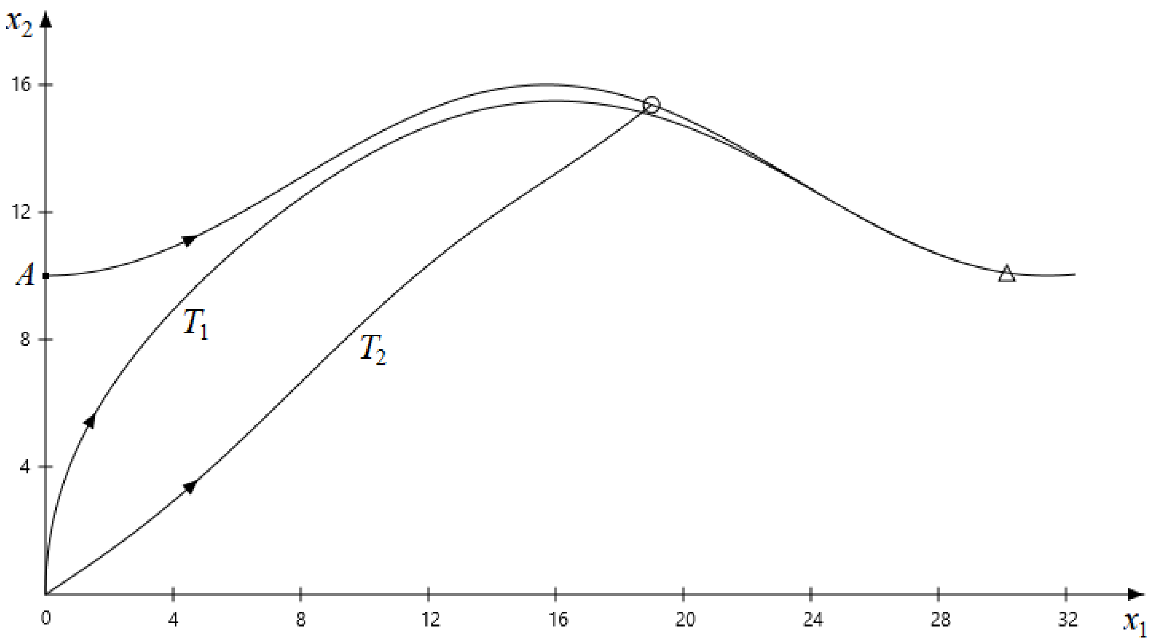

Рис. 4. Траєкторії руху цілі та переслідувача, приклад 3

Приклад 4. Траєкторія цілі складається з дуг кола радіусом 4.6 км з центральним кутом $2\pi/3$ (рис. 5). Час захоплення для для погонної стратегії становить 56.0 секунди, для стратегії паралельного зближення – 67.3 секунди.

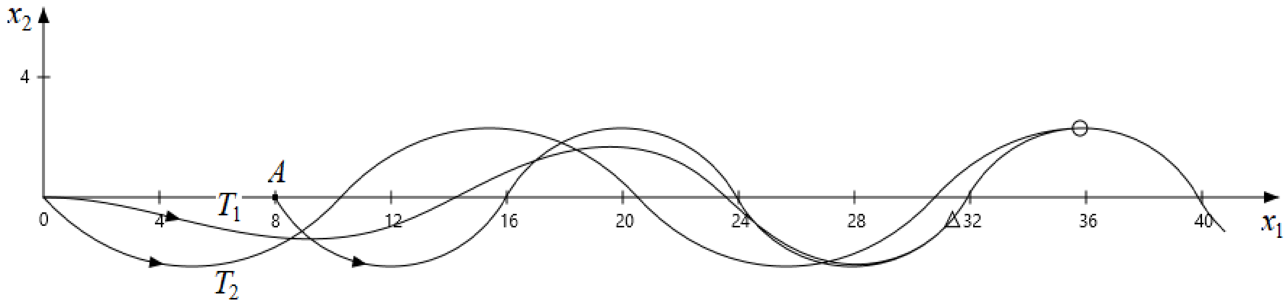

Рис. 5. Траєкторії руху цілі та переслідувача, приклад 4

Опишемо числові експерименти, які дають змогу приблизно окреслити множини параметрів, для яких стратегія паралельного зближення перевершує погонну стратегію або навпаки. Вважаємо, що параметри задач переслідування відповідають наступним умовам:

- $w_0 \in \{300,400,500\}$ (м/с);
- $w_1 = w_0 + \overline{w}$, де $\overline{w} \in \{100,200,300\}$ (м/с);
- $A = (a_1, a_2)$, де $a_1 \in \{-10,0,10\}$ (км), $a_2 \in \{0,10,20\}$ (км);
- лінія руху цілі може бути або синусоїдою, або складатися з дуг кола. У випадку синусоїди її амплітуда приймає значення з множини {1,2,3} (км), а період може бути одним з чисел $\{6.7\pi, 10\pi, 20\pi\}$ (км). У випадку дуг радіус кола приймає значення з множини {2.6, 3.6, 4.6} (км), а центральний кут може бути одним з чисел $\{\pi/3, 2\pi/3, \pi\}$;
- початкова фаза лінії руху цілі обирається одним із двох способів.

Комбінуючи параметри всіма можливими способами, отримуємо $3^6 \cdot 2^2 = 2916$ задач переслідування. Серед них є $3^4 \cdot 2^2 = 324$ таких задач, що в момент часу t = 0 ціль знаходиться на початку координат. Час захоплення в таких задачах дорівнює нулю, тому вони не розглядаються. Залишається $2916 - 324 = 2592$ задач, множину яких позначимо M. У кожній задачі з множини M застосовувалися стратегія паралельного зближення та погонна стратегія. Множина M розбивається на дві множини M_1, M_2 так, що в M_1, входять усі такі задачі, що точка A, в якій знаходиться ціль у початковий момент t = 0, лежить на осі абсцис справа від початку координат, а в M_2 входять усі інші задачі множини M. Множини M_1 та M_2 містять відповідно 324 та 2268 задач. У кожній задачі ціль рухається вздовж відповідної кривої зліва направо (рис. 2 – 5).

На множині задач M_1 в середньому краще працює погонна стратегія, на множині M_2 – стратегія паралельного зближення. На множині M_1 погонна стратегія має середнє значення часу захоплення цілі 52,7 секунди, а стратегія паралельного зближення – 55,4 секунди; погонна стратегія захоплює ціль раніше, ніж стратегія паралельного зближення у 216 випадках з 324. На множині M_2 стратегія паралельного зближення має середнє значення часу захоплення цілі 38,6 секунди, а погонна стратегія – 47,6 секунди; стратегія паралельного зближення захоплює ціль раніше, ніж погонна стратегія у 2161 випадку з 2268. Процес переслідування в задачі з множини M_1 зображений на рис. 5, на рис. 2 – 4 зображені процеси в задачах з множини M_2. Отже, в задачах типу M_1 доцільно використовувати погонну стратегію, в задачах типу M_2 – стратегію паралельного зближення.

Обрані параметри руху агентів приблизно відповідають параметрам руху сучасних бойових літаків та засобів протиповітряної оборони; абсолютна величина прискорення цілі не перевищує $10g$, де g=9,81 м/с^2. Оскільки рух переслідувача вважається простим, дозволяється будь-яка абсолютна величина його прискорення. У разі застосування стратегії паралельного зближення ця величина незначно відрізняється від абсолютної величини прискорення цілі; якщо застосовується погонна стратегія, абсолютна величина прискорення переслідувача може бути значно більшою.

Висновки

У роботі розглядаються стратегії переслідування цілі з простим рухом. Визначено поняття оптимальної стратегії переслідування. Доведено оптимальність стратегії паралельного зближення та погонної стратегії. На основі числового моделювання окреслено множини задач, для яких стратегія паралельного зближення перевершує погонну стратегію або навпаки.

Література

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. Москва: Мир, 1967. 480 с.
2. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. К.: Наук. думка, 1992. 384 с.
3. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевкопляс Е.В. Теория игр. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2012. 424 с.
4. Рихсиев Б.Б. Дифференциальные игры с простыми движениями. Ташкент: ФАН, 1989. 232 с.

5. Петросян Л.А., Рихсиев Б.Б. Преследование на плоскости. Москва: Наука, 1991. 91 с.
6. Пашко С.В. Максимальное время преследования для стратегии параллельного сближения в случае равенства скоростей игроков. Компьютерная математика: сб. науч. тр. К.: Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины. 2014. № 1. С. 140 –149.
7. Пашко С.В., Яловец А.Л. Максимальное время преследования для стратегии параллельного сближения. Проблемы программирования. 2014. № 4. С. 78–93.
8. Пашко С.В. Побудова стратегій переслідування з використанням функцій Ляпунова. Проблеми програмування. 2017. № 3. С. 194 –211.
9. Пашко С.В. Математичні методи вибору оптимальних рішень в системах, що складаються з раціональних агентів: дисертація на здобуття наукового ступеня д-ра фіз.-мат. наук: 01.05.01. Київ, 2018. 322 с.
10. Parsons T.D. Pursuit-evasion in a graph. Theory and applications of graphs. 1978. P. 426–441.
11. Borie R.B., Craig A.T., Koenig S. Algorithms and Complexity Results for Pursuit-Evasion Problems. IJCAI-09. 2009. P. 59–66.

References

1. Isaacs R. (1999). Differential Games. New York: Dover Publications.
2. Chikrii A.A. (1992). Conflict-Controlled Processes. Kyiv: Nauk. Dumka. (In Russian).
3. Petrosyan L.A., Zenkevich N.A., Shevkoplyas E.V. (2012). Game theory. St. Petersburg: BHV-Petersburg. (In Russian).
4. Rikhsiev B.B. (1989). Simple Motion Differential Games. Tashkent: FAN. (In Russian).
5. Petrosyan L.A., Rykhsiev B.B. (1991) Pursuit on the plane. Moscow: Nauka. (In Russian).
6. Pashko S.V. Maximal time of pursuit for the strategy of parallel approach in case of equal speeds. Computer Mathematics. Kyiv: Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine. 2014. № 1. P. 140 – 149. (in Russian).
7. Pashko S.V., Yalovets A.L. Maximal Time of Pursuit for the Strategy of Parallel Approach. Problems in Programming. 2014. № 4. P. 78 – 93. (In Russian).
8. Pashko S.V. Construction of pursuit strategies using Lyapunov functions. Problems in Programming. 2017. № 4. P. 194 – 211. (In Ukrainian).
9. Pashko S.V. (2018). Mathematical methods of choosing optimal solutions in systems consisting of rational agents: dissertation for obtaining the scientific degree of Doctor of Sciences in Physics and Mathematics: 01.05.01. Kyiv. (In Ukrainian).
10. Parsons T.D. Pursuit-evasion in a graph. Theory and applications of graphs. 1978. P. 426–441.
11. Borie R.B., Craig A.T., Koenig S. Algorithms and Complexity Results for Pursuit-Evasion Problems. IJCAI-09. 2009. P. 59 – 66.

Одержано 25.08.2022.

Про автора:

Пашко Сергій Володимирович,
доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник.
Кількість наукових публікацій в
українських виданнях – 38.
Кількість наукових публікацій в
зарубіжних виданнях – 2.
Індекс Гірша в SCOPUS – 3.
http://orcid.org/0000-0002-0453-4128.

Місце роботи автора:

Інститут програмних систем
НАН України,
03187, Київ-187,
проспект Академіка Глушкова, 40.
Тел.: (38)(044) 526 60 25, 068-385-34-66 (моб.)
E-mail: pashko55@yahoo.com

Прізвища та ініціали автора і назва доповіді українською мовою:
Пашко С.В.
Моделювання оптимальних стратегій переслідування з простим рухом

Прізвища та ініціали автора і назва доповіді англійською мовою:
Pashko S.V.
Simulation of optimal pursuit strategies with simple motion