

А. Н. Гузь, А. М. Багно

**ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ
В УПРУГОМ СЖИМАЕМОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ, ВЗАИМОДЕЙСТВУ-
ЮЩЕМ СО СЛОЕМ ИДЕАЛЬНОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: alexbag2016@gmail.com*

Abstract. The problem of quasi-Lamb waves propagation in a pre-deformed compressible elastic half-space that interacts with a layer of an ideal compressible fluids is studied. The study is conducted carried out basing on the three-dimensional linearized equations of the theory of elasticity of finite deformations for the compressible elastic half-space and the three-dimensional linearized Euler equations for the ideal compressible fluid. A problem statement and an approach, based on the representations of general solutions of the linearized equations for elastic solid and fluid are applied. The dispersion equations, which describe a propagation of quasi-Lamb waves in the hydroelastic systems in the wide frequency range are obtained. An effect of initial stresses as well as the thickness of layer of ideal compressible fluid and of elastic half-space on the phase velocities of quasi-Lamb modes is analyzed. A criterion of existence of the quasi-Lamb waves in the hydroelastic waveguides is proposed. The developed approach and the findings make it possible to establish the limits of applicability of the models of wave processes, based on different versions of the theory of small initial deformations. The numerical results are presented in the form of graphs, and their analysis is given.

Key words: compressible elastic half-space, layer of ideal compressible fluid, initial stresses, quasi-Lamb waves.

Введение.

Разработке ультразвуковых неразрушающих методов выявления дефектов и определения напряжений в материалах и элементах конструкций посвящена обширная библиография. Отметим лишь работы, опубликованные сравнительно недавно [7, 8, 16, 17, 21, 22, 25 – 29, 31 – 33]. Указанные методы основаны на использовании закономерностей распространения поверхностных акустических волн в реальных упруго-жидкостных системах. В связи с этим возникает необходимость привлечения моделей, более полно учитывающих свойства реальных упругих и жидких сред. Одной из таких моделей является модель, основанная на линеаризованной теории гидроупругости [3 – 9, 18 – 20]. Она позволяет учесть в упругих телах такой фактор, как начальные напряжения. Они, как известно, возникают в результате перехода сред из одного агрегатного состояния в другое, при действии на тела полей различной физической природы, а также в результате технологических операций при изготовлении разнообразных материалов и деталей. Рассмотренные задачи и результаты, полученные с учетом в упругих телах начальных напряжений, приведены в [3 – 8, 10 – 13, 15, 18, 19, 23, 24, 30].

В данной работе для исследования распространения квазилэмбовских мод в гидроупругом волноводе, состоящем из упругого полупространства и жидкого слоя, привлекаются модели предварительно напряженного сжимаемого тела и идеальной сжимаемой жидкости. При этом используются трехмерные линеаризованные уравнения теории упругости конечных деформаций для твердого тела и трехмерные линеаризованные уравнения Эйлера для жидкости. Предполагается, что жидкость находится в

состоянии покоя. В качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений уравнений движения идеальной сжимаемой жидкости и предварительно напряженного сжимаемого упругого тела, предложенные в работах [3 – 9, 18 – 20].

§1. Постановка задачи.

Рассмотрим такие динамические процессы в гидроупругой системе, при которых возникающие дополнительные деформации, т.е. возмущения деформаций, значительно меньше начальных. Исследуем гармонические волновые процессы малой амплитуды. При этом примем, что упругое тело находится в начальном напряженно-деформированном состоянии. Заметим, что в отличие от упругих тел, соотношения которых записаны в лагранжевых координатах, равенства для жидкой среды записываются в эйлеровых координатах, введенных в естественном состоянии жидкости. Следует подчеркнуть, что начальное напряженно-деформированное состояние упругого тела при рассмотрении гидроупругой задачи является естественным состоянием по отношению к жидкости и системе в целом. Поскольку в дальнейшем исследуем распространение малых возмущений, то, как известно, в этом случае подходы Эйлера и Лагранжа в описании поведения сред совпадают. Поэтому ниже не делаем различий между лагранжевыми и эйлеровыми координатами и характерные для нелинейных задач трудности при записи граничных условий при указанных двух подходах не возникают.

Далее предположим, что изотропное нелинейно-упругое твердое тело, упругий потенциал которого является произвольной дважды непрерывно-дифференцируемой функцией компонент тензора деформаций Грина, занимает объем $(-\infty < z_1 < \infty, -\infty < z_2 \leq 0, -\infty < z_3 < \infty)$ и контактирует со слоем идеальной сжимаемой жидкости, заполняющей объем $(-\infty < z_1 < \infty, 0 \leq z_2 \leq h, -\infty < z_3 < \infty)$. Примем, что внешние силы, действующие на указанные среды, распределены равномерно вдоль оси Oz_3 . В этом случае задача является плоской и можно ограничиться изучением процесса распространения волн в плоскости Oz_1z_2 .

Для упругого полупространства, взаимодействующего со слоем жидкости, задача сводится к решению системы уравнений движения упругого тела и жидкости при следующих динамических и кинематических граничных условиях:

$$\tilde{Q}_1|_{z_2=0} = 0; \quad \tilde{Q}_2|_{z_2=0} = \tilde{P}_2|_{z_2=0}; \quad \tilde{P}_2|_{z_2=h} = 0; \quad v_2|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}|_{z_2=0}. \quad (1.1)$$

Здесь \tilde{Q}_i и \tilde{P}_i – составляющие напряжений, соответственно, в упругом теле и жидкости; u_2 – поперечная компонента вектора смещений упругого тела \mathbf{u} .

§2. Основные уравнения. Методика решения задачи.

Воспользуемся постановками задач гидроупругости для тел с начальными напряжениями и идеальной жидкости, а также представлениями общих решений, предложенными в работах [3 – 9, 18 – 20]. В дальнейшем исследуем волновые процессы в предварительно деформированных сжимаемых упругих телах, взаимодействующих с идеальной сжимаемой жидкостью, начальное состояние которых является однородным. В случае однородного напряженно-деформированного состояния для плоского случая общие решения имеют вид [3 – 9, 18 – 20]:

1) для упругого тела из сжимаемого материала –

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2}; \quad u_2 = \frac{(\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)}{\lambda_2^2 (a_{12} + \mu_{12})} \left[\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \chi_1;$$

2) для идеальной сжимаемой жидкости –

$$v_1 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_1 \partial t}; \quad v_2 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_2 \partial t},$$

где введенные функции χ_i являются решениями следующих уравнений:

1) для упругого тела из сжимаемого материала –

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda_2^2 (\lambda_2^2 a_{22} + s_{22}^0)}{\lambda_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\lambda_2^4 (a_{12} + \mu_{12})^2}{(\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0)(\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial z_2^2} \right] \chi_1 = 0;$$

2) для идеальной сжимаемой жидкости –

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \right) - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \chi_2 = 0.$$

Здесь и выше введены такие обозначения: u_i – компоненты вектора смещений упругого тела \mathbf{u} ; ρ – плотность материала упругого тела; a_{ij} и μ_{ij} – величины, определяемые из уравнений состояния и зависящие от вида упругого потенциала [3, 4, 6 – 8, 10]; λ_i – удлинения упругого тела в направлениях координатных осей; $\bar{\sigma}_{ii}^0$ ($s_{ii}^0 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \bar{\sigma}_{ii}^0) / \lambda_i^2$) – начальные напряжения; v_i – составляющие вектора возмущений скорости жидкости \mathbf{v} относительно состояния покоя; ρ_0 и a_0 – плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя.

Заметим, что для упругих тел приведенные соотношения относительно возмущений являются линейными, однако величины начального состояния, входящие в них, определяются из общих нелинейных уравнений. В связи с этим, несмотря на то, что общая постановка задач гидроупругости для тел с начальными напряжениями в координатах z_i по форме аналогична формулировке линейных задач классической теории гидроупругости; есть и существенные различия, которые относятся к структуре уравнений и граничных условий, входящих в нее.

Для анализа распространения возмущений, гармонически изменяющихся во времени, решения системы уравнений определяем в классе бегущих волн $\chi_j = X_j(z_2) \times \exp[i(k z_1 - \omega t)]$ ($j = \overline{1, 2}$), где k – волновое число; ω – круговая частота; i – мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$).

Заметим, что выбранный в данной работе класс гармонических волн, являясь наиболее простым и удобным в теоретических исследованиях, не ограничивает общности полученных результатов, поскольку линейная волна произвольной формы, как известно, может быть представлена набором гармонических составляющих. Далее применяя метод Фурье, приходим к двум задачам о собственных значениях для уравнений движения упругого тела и жидкости. Решая их, определяем соответствующие собственные функции. После подстановки полученных общих решений в граничные условия (1.1) получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных. Исходя из условия существования нетривиального решения этой системы, получаем дисперсионное уравнение. Для упруго-жидкостной системы, состоящей из упругого полупространства и жидкого слоя, дисперсионное соотношение имеет вид

$$\det \left\| \tilde{\theta}_m(c, \lambda_i, a_{ij}, \mu_{ij}, s_{ii}^0, \rho, \mu, \rho_0, a_0, \omega h / c_s) \right\| = 0 \quad (l, m = \overline{1, 4}), \quad (2.1)$$

где c – фазовая скорость нормальных волн в гидроупругой системе с предварительно напряженным упругим телом; h – толщина слоя жидкости; c_s – скорость волны сдвига в ненапряженном упругом теле ($c_s^2 = \mu / \rho$); μ – модуль сдвига материала упругого тела.

Как известно, в неограниченном сжимаемом упругом теле существуют продольная и сдвиговая волны. В идеальной сжимаемой жидкой среде распространяется только продольная волна. Именно эти волны, взаимодействуя между собой на свободной граничной поверхности, а также на поверхности контакта сред, порождают сложное волновое поле в гидроупругой системе.

Отметим, что дисперсионное уравнение (2.1) не зависит от формы упругого потенциала и получено для произвольных сжимаемых упругих тел, подверженных большим (конечным) начальным деформациям. Оно является наиболее общим и из него можно получить соотношения для ряда частных случаев [1, 4 – 8, 11, 12, 15, 24]. Если принять $\bar{\sigma}_{ii}^0 = 0$, то получим равенства для основательно исследованных в рамках классической теории упругости волн Рэлея и Стоунли – Шольте [1].

§3. Числовые результаты и их анализ.

В дальнейшем дисперсионное уравнение (2.1) решаем численно. При этом расчеты проводим для двух гидроупругих систем, состоящих из реальных упругих тел и жидкости, а также для двух систем с гипотетическими жидкостями. Первая состоит из органического стекла и воды. Она характеризуется следующими параметрами: упругое тело – $\rho = 1160$ кг/м³, $\lambda = 3,96 \cdot 10^9$ Па, $\mu = 1,86 \cdot 10^9$ Па; жидкость – $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $a_0 = 1459,5$ м/с, $\bar{a}_0 = a_0/c_s = 1,152595$. У этого волновода материал упругого тела (оргстекло) является жестким. Вторая представляет собой волновод из стали марки 09Г2С и воды. При этом параметры выбираем такими: упругое полупространство – $\rho = 7800$ кг/м³, $\lambda = 9,26 \cdot 10^{10}$ Па, $\mu = 7,75 \cdot 10^{10}$ Па; жидкий слой – $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $a_0 = 1459,5$ м/с, $\bar{a}_0 = a_0/c_s = 0,463021$. Этот волновод отличается тем, что материал упругого тела (сталь) относится к разряду более жестких, чем оргстекло. Гипотетические жидкости приняты с такими параметрами: скорость звука в жидком слое $\bar{a}_0 = 0,97$ при взаимодействии его с оргстеклом и $\bar{a}_0 = 1,05$ – при взаимодействии с упругим полупространством из стали. Это позволяет проиллюстрировать справедливость предложенных на основании аналитического анализа дисперсионного уравнения и результатов его численного решения критериев расщепления единственной поверхностной волны на множество мод, распространяющихся в гидроупругих системах.

Заметим, что уравнение (2.1) выведено без введения каких-либо дополнительных ограничений к виду функции упругого потенциала, поэтому оно справедливо для упругих потенциалов произвольной формы. В данной работе при численном решении этого уравнения для описания упругих свойств оргстекла и стали использован потенциал в форме Мурнагана, зависящий от трех алгебраических инвариантов тензора деформаций Грина [3 – 8, 10, 19, 22]. При рассмотрении конкретных примеров и численного решения уравнения (2.1) учитывалось то обстоятельство, что оргстекло и сталь, не разрушаясь, не допускают больших деформаций и поэтому коэффициенты уравнений состояния a_j и μ_j определяем в рамках линейного акустического приближения [3 – 8, 10, 19, 22].

Результаты вычислений представлены в виде графиков на рис. 1 – 19.

Графики для упругого полупространства из органического стекла (менее жесткий материал) и воды ($\bar{a}_0 = 1,152595$) приведены на рис. 1 – 4. На рис. 5 – 10 представлены графики для оргстекла и гипотетической жидкости, скорость распространения звуковой волны в которой равна $\bar{a}_0 = 0,97$. На рис. 11 – 15 приведены графики для упругого полупространства из стали марки 09Г2С (более жесткий материал) и слоя воды, а на рис. 16 – 19 – для стали и гипотетической жидкости со скоростью звука в ней $\bar{a}_0 = 1,05$.

На рис. 1, 5, 11, 12 и 16 показаны дисперсионные кривые для гидроупругих волноводов, отражающие зависимости безразмерных величин фазовых скоростей квази-лэмбовских мод \bar{c} ($\bar{c} = c/c_s$) от безразмерной величины толщины слоя жидкости (частоты) \bar{h} ($\bar{h} = \omega h/c_s$) при отсутствии начальных напряжений. В частности, на рис. 1 представлены графики для упругого полупространства из органического стекла (менее жесткий материал) и воды ($\bar{a}_0 = a_0/c_s = 1,152595$), а на рис. 5 – для оргстекла и гипотетической жидкости, скорость распространения звуковой волны в которой равна $\bar{a}_0 = 0,97$. На рис. 11 и 12 приведены графики, полученные для упругого полупространства из стали марки 09Г2С (более жесткий материал) и воды ($\bar{a}_0 = 0,463021$), а на рис. 16 – для стали и гипотетической жидкости со скоростью звука в ней $\bar{a}_0 = 1,05$. На этих рисунках для наглядности штриховыми линиями отмечены асимптотики, к которым стремятся фазовые скорости мод при возрастании толщины (частоты) жидкого слоя \bar{h} .

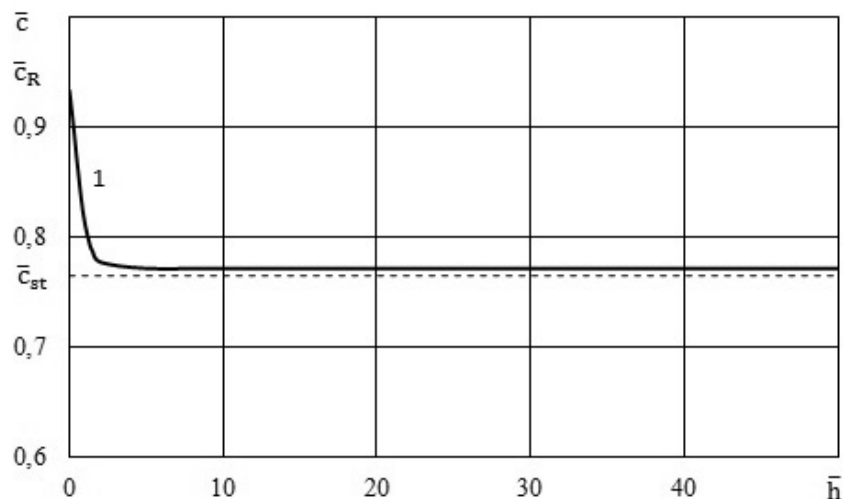


Рис. 1

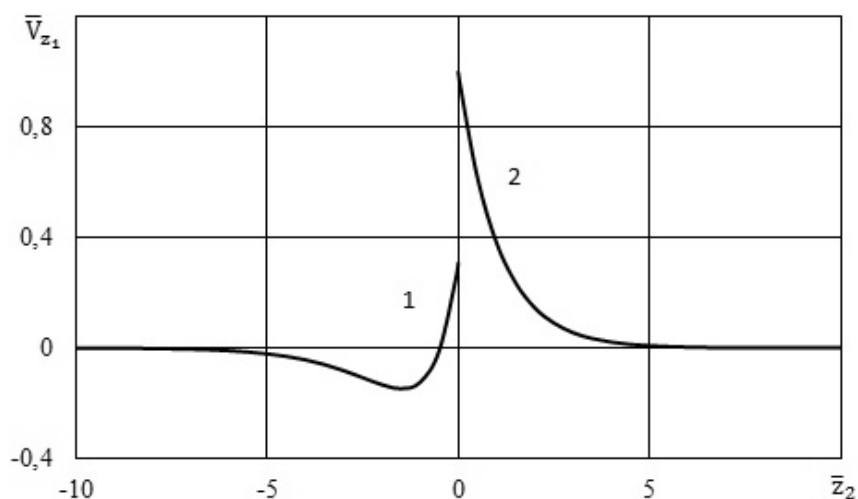


Рис. 2

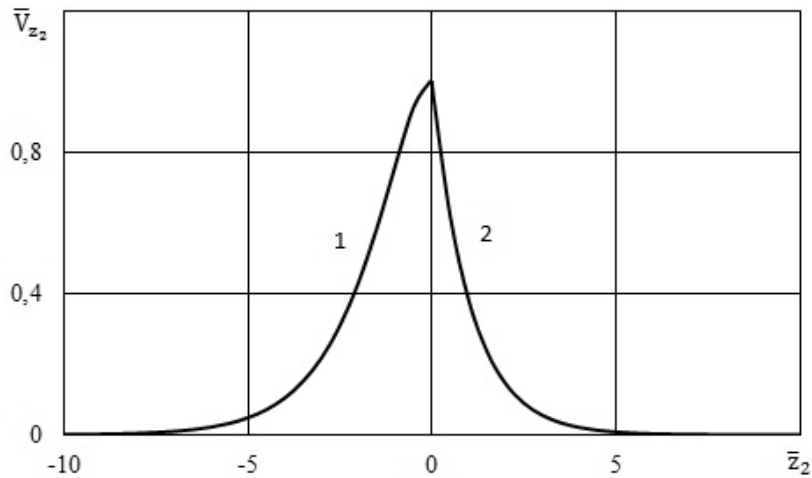


Рис. 3

Графики, представленные на рис. 2, 3, отражают распределение амплитуд смещений (скоростей) для гидроупругого волновода, состоящего из упругого полупространства из оргстекла ($-\infty < \bar{z}_2 \leq 0$) и слоя ($0 \leq \bar{z}_2 \leq \bar{h}$) идеальной жидкости. На них приведены зависимости безразмерных величин продольных \bar{V}_{z_1} (рис. 2) и поперечных \bar{V}_{z_2} (рис. 3) смещений (скоростей $\partial u_i / \partial t$ и v_i) от безразмерной поперечной координаты \bar{z}_2 для поверхностной волны 1 (рис. 1). Кинематические характеристики получены для ненапряженного упругого тела ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0$). Графики, представленные на рис. 2, 3, получены для существующей единственной квазиповерхностной моды 1 в коротковолновой части спектра при частоте (толщине) жидкого слоя $\bar{h} = 50$. При такой частоте мода 1 трансформируется в квазиповерхностную волну (волна Стоунли) и ее скорость, как следует из графика рис. 1, незначительно отличается от скорости волны Стоунли $\bar{c}_{st} = 0,7717101$.

Отметим, что разрыв продольных смещений \bar{V}_{z_1} в упругом теле (кривая 1) и в идеальной жидкости (кривая 2) на границе контакта сред ($\bar{z}_2 = 0$) обусловлен вязкостью (идеальностью) жидкости (рис. 2).

Как видно из графика (см. рис. 1), скорость поверхностной волны в упругом полупространстве из оргстекла (менее жесткий материал), взаимодействующем со слоем воды, изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,933557$) при $\bar{h} \rightarrow 0$ до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = 0,7717101$) при $\bar{h} \rightarrow \infty$. Как известно [2], фазовая скорость и структура волны Стоунли при взаимодействии твердого и жидкого полупространств зависят от механических параметров гидроупругой системы и определяются соотношением между скоростью волны звука в жидкости и скоростью волны Рэлея в твердом полупространстве. В рассматриваемом случае механические параметры гидроупругой системы «оргстекло – вода» таковы, что скорость распространения звуковой волны в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 1,152595$) больше скорости рэлеевской волны \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,933557$). Как следует из кинематических характеристик (см. рис. 2, 3), при таком соотношении между параметрами компонентов системы мода 1, распространяясь вдоль границы раздела сред, локализуется в приконтактных областях как жидкости, так и упругого полупространства. При этом в коротковолновой части спектра глубина проникновения этой квазиповерхностной волны (волна типа Стоунли) в упругое тело немного больше глубины проникновения в жидкость.

Влияние предварительного растяжения ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) на скорость нормальной волны в упруго-жидкостной системе иллюстрирует график на рис. 4. На нем представлена зависимость относительного изменения величины фазовой скорости c_ε [$c_\varepsilon = (c_\sigma - c)/c$, c_σ – фазовая скорость моды в системе с предварительно напряженным упругим полупространством, c – фазовая скорость нормальной волны в системе при отсутствии начальных деформаций в упругом теле] от толщины жидкого слоя (частоты) \bar{h} .

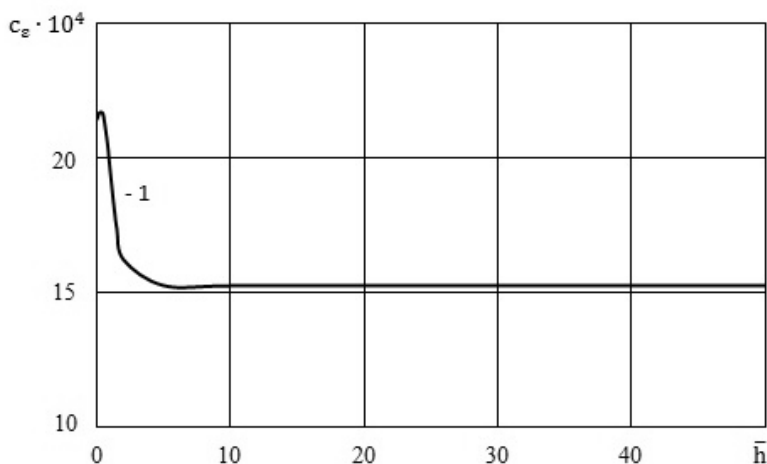


Рис. 4

Начальное растяжение ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$), как следует из графика на рис. 4, приводит к повышению фазовой скорости единственной существующей моды 1 во всем интервале частот. Наибольшее влияние предварительные деформации оказывают на скорость этой поверхностной волны в окрестности частоты запирания.

На рис. 5 показаны дисперсионные кривые для гидроупругого волновода из оргстекла и гипотетической жидкости, скорость распространения звуковой волны в которой равна $\bar{a}_0 = 0,97$. Графики отражают зависимости безразмерных величин фазовых скоростей квазилэмбовских мод \bar{c} от безразмерной величины толщины слоя жидкости (частоты) \bar{h} при отсутствии начальных напряжений.

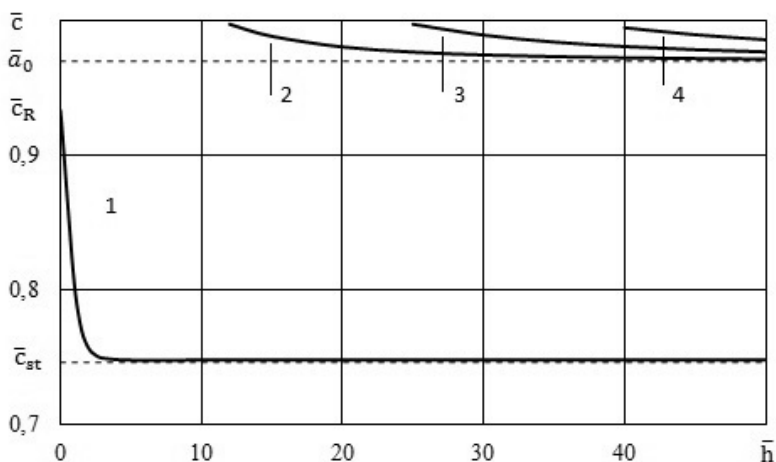


Рис. 5

Графики, представленные на рис. 6, 7, отражают распределение безразмерных амплитуд продольных \bar{V}_{z_1} (рис. 6) и поперечных \bar{V}_{z_2} (рис. 7) смещений (скоростей) для гидроупругого волновода, состоящего из упругого полупространства из оргстекла ($-\infty < \bar{z}_2 \leq 0$) и слоя ($0 \leq \bar{z}_2 \leq \bar{h}$) идеальной гипотетической жидкости ($\bar{a}_0 = 0,97$) от безразмерной поперечной координаты \bar{z}_2 для поверхностной моды 1 (рис. 5). Кинематические характеристики получены для ненапряженного упругого тела ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0$) при $\bar{h} = 50$ и $\bar{c} = 0,747764$.

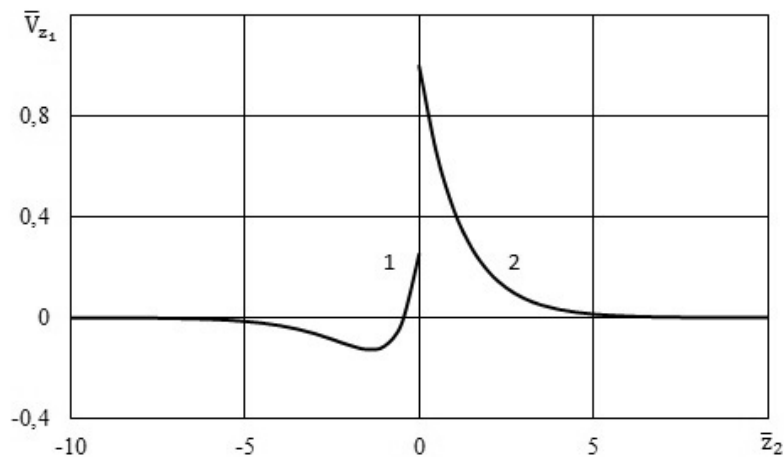


Рис. 6

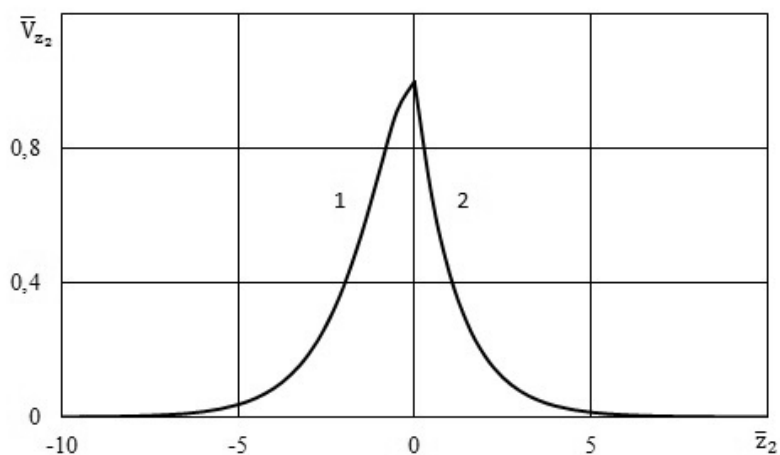


Рис. 7

В случае гипотетической жидкости при $\bar{a}_0 = 0,97$ (рис. 5) в гидроупругом волноводе распространяется множество мод. При этом скорость первой моды изменяется от скорости волны Рэля \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,933557$) при $\bar{h} \rightarrow 0$ до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = 0,747764$) при $\bar{h} \rightarrow \infty$. С ростом толщины слоя жидкости (частоты) мода 1 превращается в поверхностную волну Стоунли. Как следует из графиков кинематических характеристик (см. рис. 6, 7), в данной гидроупругой системе при $\bar{a}_0 = 0,97 > \bar{c}_R = 0,933557$ мода 1, распространяясь вдоль границы раздела сред, локализуется в приконтактных областях как жидкости, так и упругого полупространства. В коротковол-

новой части спектра глубина проникновения этой квазиповерхностной волны (волна типа Стоунли) в упругое тело несколько больше глубины проникновения в жидкость. Как следует из графиков (см. рис. 5), при зарождении мод высокого порядка их скорости равны скорости волны сдвига в материале упругого полупространства \bar{c}_s . Далее с ростом частоты (толщины жидкого слоя) \bar{h} скорости этих мод стремятся к скорости волны звука в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 0,97$).

Для квазилэмбовской моды 2 (рис. 5) распределение безразмерных амплитуд продольных \bar{V}_{z_1} (рис. 8) и поперечных \bar{V}_{z_2} (рис. 9) смещений (скоростей) представлены на рис. 8, 9. Кинематические характеристики получены для ненапряженного упругого тела ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0$) при $\bar{h} = 50$ и $\bar{c} = 0,971778$.

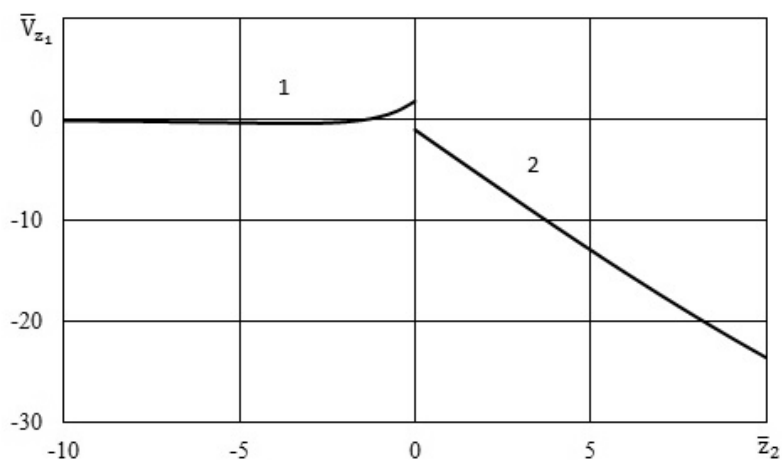


Рис. 8

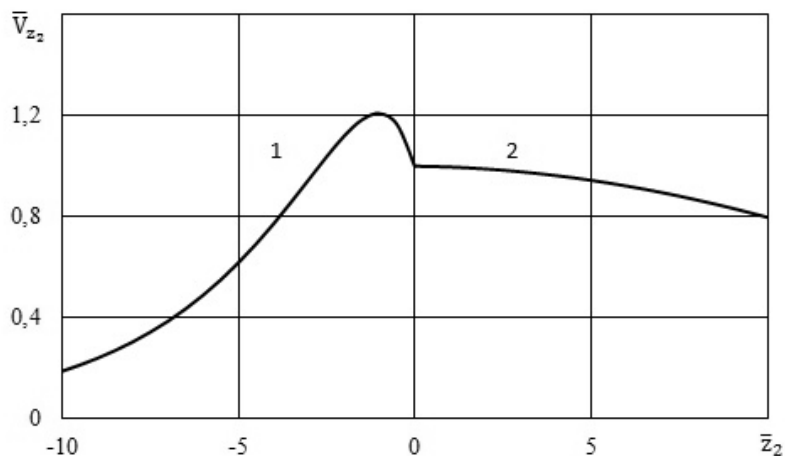


Рис. 9

Как следует из графиков кинематических характеристик, в данной гидроупругой системе при $\bar{a}_0 = 0,97 > \bar{c}_r = 0,933557$ в коротковолновой части спектра глубина проникновения моды 2 ($\bar{c} = 0,971778$) в жидкость больше глубины проникновения в упругое тело.

Влияние предварительного растяжения ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) на скорости нормальных волн в упруго-жидкостной системе, состоящей из оргстекла и гипотетической жидко-

сти ($\bar{a}_0 = 0,97$), иллюстрируют графики на рис. 10. На нем представлены зависимости относительных изменений величин фазовых скоростей c_ε от толщины жидкого слоя (частоты) \bar{h} .

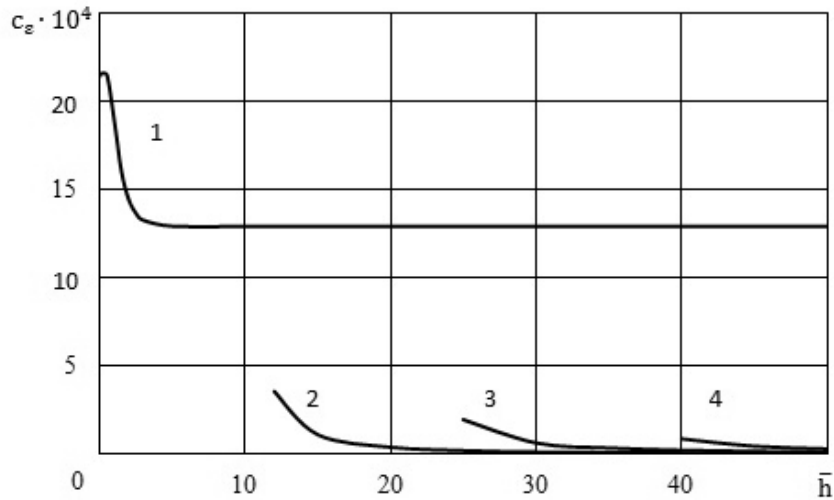


Рис. 10

Из графиков, приведенных на рис. 10, следует, что начальное растяжение ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) оказывает влияние, в основном, на фазовую скорость квазиповерхностной моды 1 (волна типа Стоунли). Предварительные деформации оказывают небольшое влияние на скорости мод высокого порядка, преимущественно, в окрестности их критических частот и далее с ростом толщины слоя жидкости оно заметно ослабевает.

На рис. 11, 12 показаны дисперсионные кривые для гидроупругого волновода, состоящего из упругого полупространства из стали 09Г2С (более жесткий материал) и воды, отражающие зависимости безразмерных величин фазовых скоростей квазилэмбовских мод \bar{c} от безразмерной величины толщины слоя жидкости (частоты) \bar{h} при отсутствии начальных напряжений.

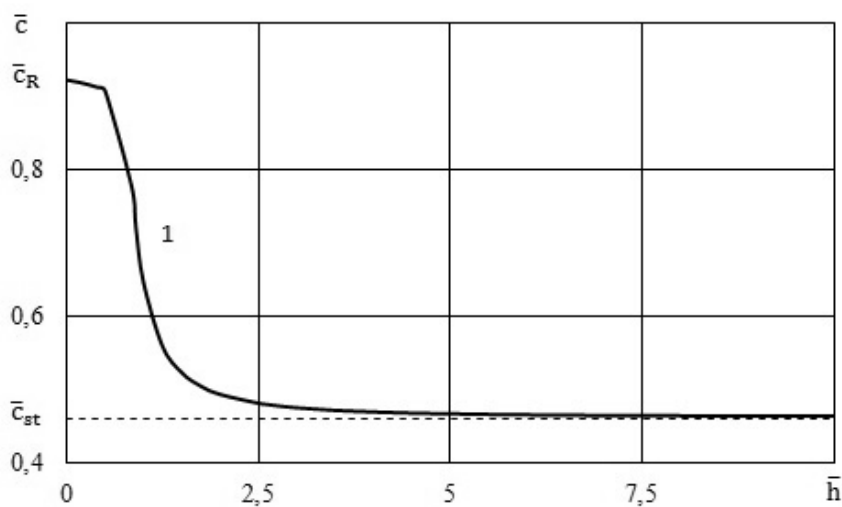
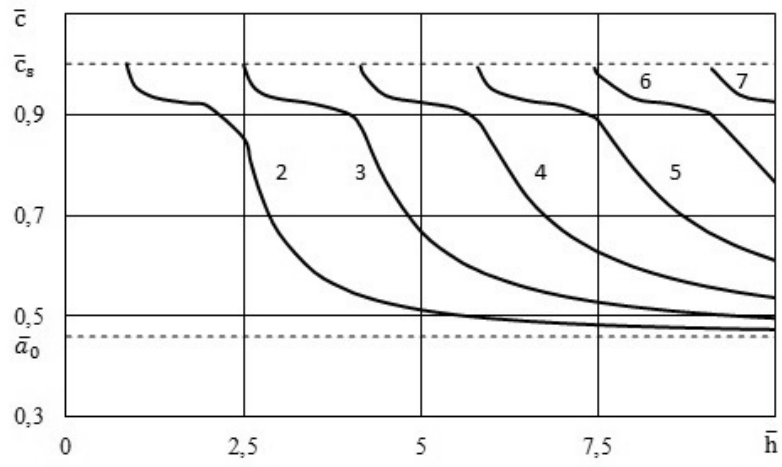
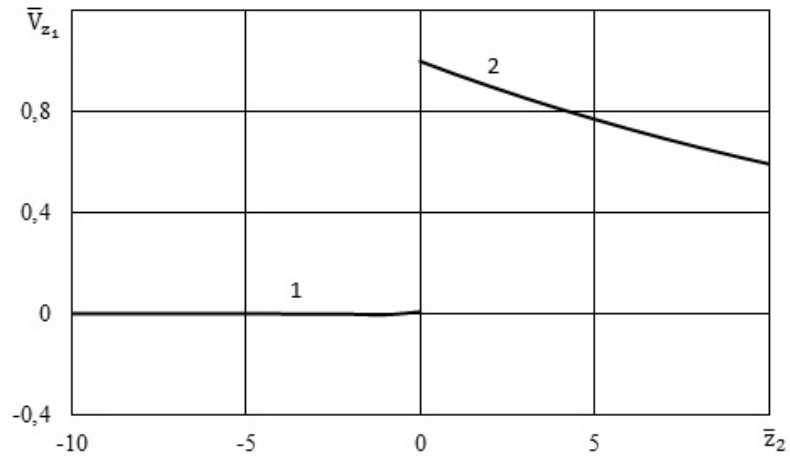


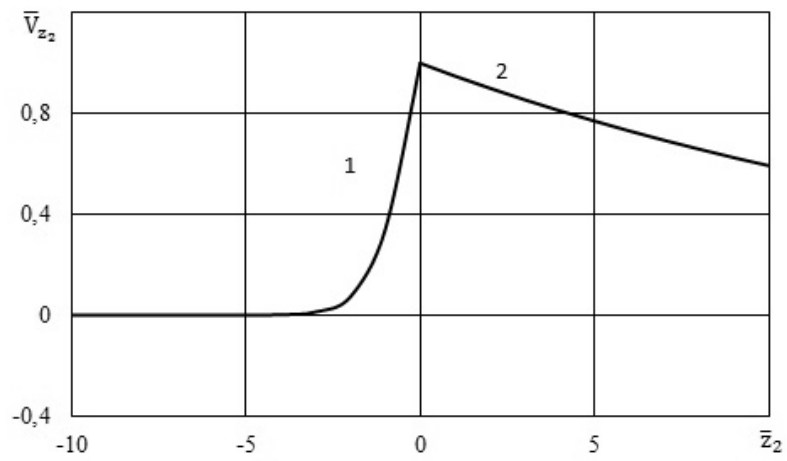
Рис. 11



Puc. 12



Puc. 13



Puc. 14

На рис. 13, 14 приведены зависимости безразмерных величин продольных \bar{V}_{z_1} (рис. 13) и поперечных \bar{V}_{z_2} (рис. 14) смещений (скоростей $\partial u_i / \partial t$ и v_i) от безразмерной поперечной координаты \bar{z}_2 для квазиповерхностной моды 1 (рис. 11). Они отражают распределение амплитуд смещений (скоростей) по толщине в приконтактных областях упругого тела из стали ($-10 \leq \bar{z}_2 \leq 0$) и воды ($0 \leq \bar{z}_2 \leq 10$).

Графики, представленные на рис. 13, 14, получены при частоте (толщине) жидкого слоя $\bar{h} = 50$. При этом значение фазовой скорости моды 1 (рис. 11) незначительно отличается от скорости волны Стоунли ($\bar{c}_{st} = 0,462886$). Приведенные графики получены для ненапряженного упругого полупространства ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0$).

Как видно из графиков для системы «упругое полупространство из стали (более жесткий материал) – слой воды», фазовая скорость первой моды (см. рис. 11) изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,923007$) при $\bar{h} \rightarrow 0$ до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = 0,462886$) при $\bar{h} \rightarrow \infty$. Скорости мод высокого порядка (см. рис. 12) при частотах их зарождения равны скорости волны сдвига в упругом полупространстве \bar{c}_s и в дальнейшем с увеличением толщины жидкого слоя \bar{h} стремятся к скорости волны звука в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 0,463021$). Относительно первой моды заметим следующее. Как видно из графиков (см. рис. 13, 14), в приповерхностном слое ($-10 \leq \bar{z}_2 \leq 0$) упругого полупространства продольные смещения \bar{V}_{z_1} ничтожно малы, а поперечные смещения \bar{V}_{z_2} быстро убывают при удалении от границы раздела сред. В жидком слое ($0 \leq \bar{z}_2 \leq 10$) противоположная ситуация. Продольные \bar{V}_{z_1} и поперечные \bar{V}_{z_2} смещения, принимая наибольшие значения на границе контакта ($\bar{z}_2 = 0$), медленно убывают с глубиной. Это свидетельствует о концентрации волновых движений в жидкости. Как видим, глубина проникновения квазилэмбовской моды 1 в жидкость значительно больше глубины проникновения в упругое полупространство. Поэтому в гидроупругой системе при $\bar{a}_0 = 0,463021 < \bar{c}_R = 0,923007$, как следует из графиков рис. 13, 14, при увеличении частоты (толщины слоя жидкости) низшая мода, распространяясь вдоль границы раздела сред, локализуется, главным образом, в жидком слое. Моды высокого порядка с ростом частоты также локализуются в жидкости. При этом движения в модах высокого порядка при $\bar{h} \rightarrow \infty$ смещаются от поверхностей слоя жидкости в его толщу.

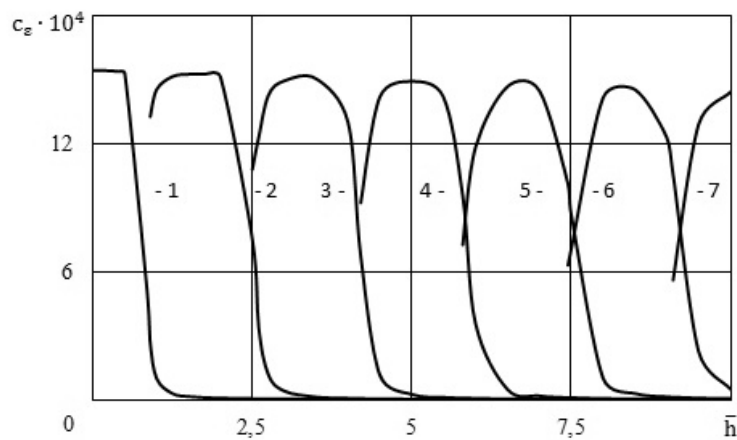


Рис. 15

Влияние предварительного растяжения ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) на скорости нормальных волн в упруго-жидкостной системе, состоящей из стали (более жесткий материал) и воды, иллюстрирует графики на рис. 15. На нем представлены зависимости относительных изменений величин фазовых скоростей c_e от толщины жидкого слоя (частоты) \bar{h} .

Из графиков, приведенных на рис. 15, следует, что начальное растяжение ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) оказывает влияние на фазовые скорости всех мод, в основном, в окрестности критических частот. Далее с ростом толщины слоя жидкости \bar{h} влияние предварительных деформаций значительно ослабевает.

На рис. 16 – 19 приведены графики, полученные для гидроупругого волновода, состоящего из стали и гипотетической жидкости со скоростью звука в ней $\bar{a}_0 = 1,05$.

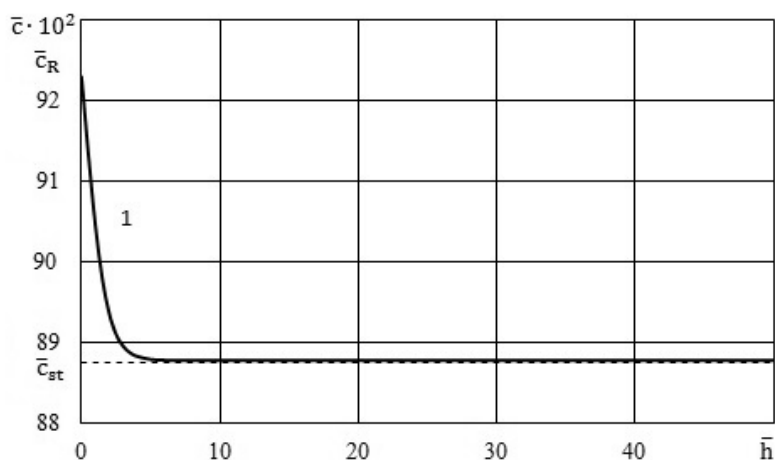


Рис. 16

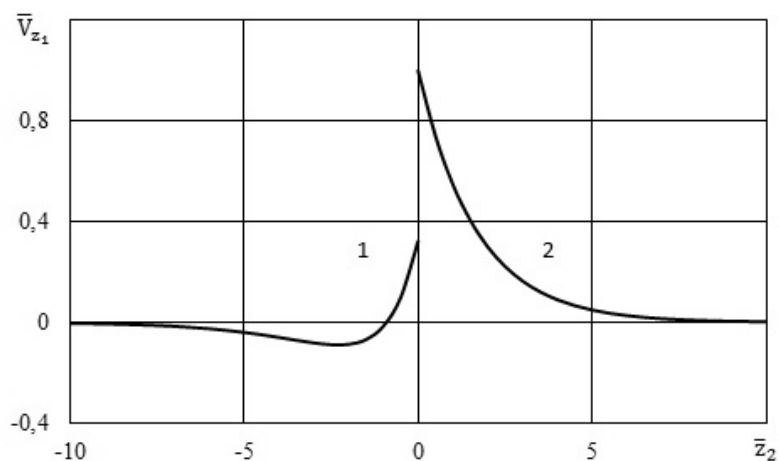


Рис. 17

В случае контакта полупространства из стали и слоя из гипотетической жидкости ($\bar{a}_0 = 1,05$), как следует из графика на рис. 16, в гидроупругой системе распространяется лишь одна поверхностная волна, скорость которой изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,923007$) при $\bar{h} \rightarrow 0$ до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = 0,887755$) при $\bar{h} \rightarrow \infty$. В рассматриваемом случае механические параметры гидроупругой системы таковы, что скорость распространения звуковой волны в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 1,05$)

больше скорости рэлеевской волны \bar{c}_r ($\bar{c}_r = 0,923007$). Как следует из кинематических характеристик (см. рис. 17, 18), при таком соотношении между параметрами компонент системы мода 1, распространяясь вдоль границы раздела сред, локализуется в приконтактных областях не только жидкости, но и упругого полупространства. При этом в коротковолновой части спектра глубина проникновения этой моды (волна типа Стоунли) в упругое тело немного превышает глубину проникновения в жидкость.

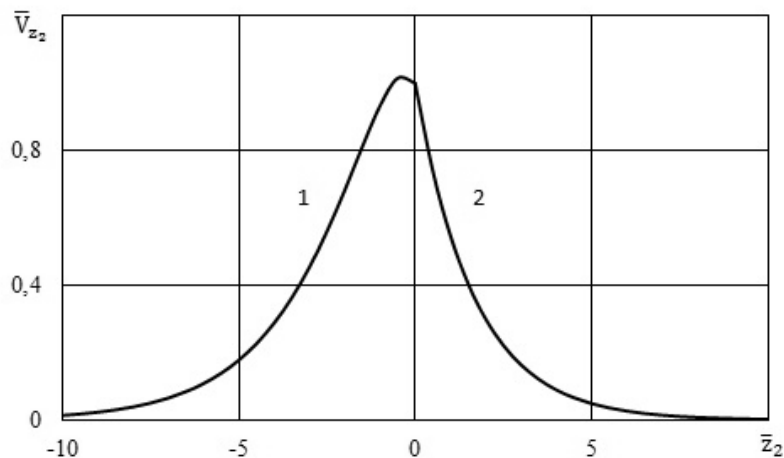


Рис. 18

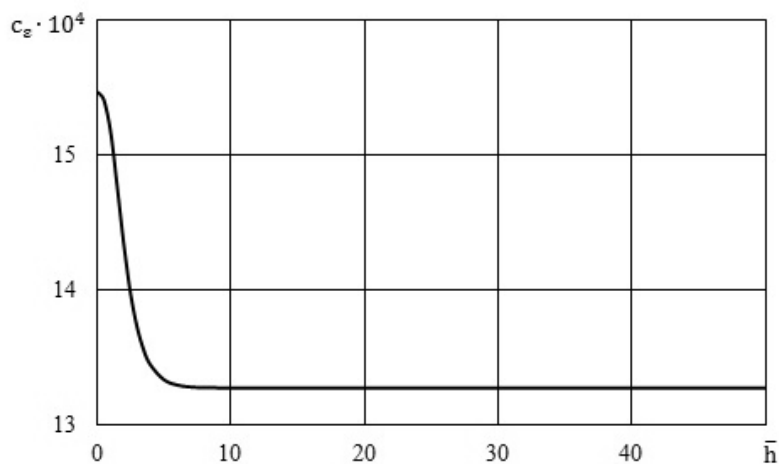


Рис. 19

Начальное растяжение ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$), как следует из рис. 19, приводит к повышению фазовой скорости этой волны во всем интервале частот. Наибольшее влияние предварительные деформации оказывают на скорость поверхностной волны в окрестности частоты запирания.

§4. Критерий существования квазилэмбовских мод в гидроупругих волноводах.

Критерием расщепления единственной поверхностной волны на множество мод высокого порядка может служить соотношение между скоростью волны звука в жидком слое \bar{a}_0 и скоростью волны сдвига в материале упругого полупространства \bar{c}_s . При $\bar{a}_0 > \bar{c}_s$, как видно из графиков, представленных на рис. 1 (оргстекло – вода $\bar{a}_0 = 1,152595 > \bar{c}_s = 1$) и рис. 16 (сталь – гипотетическая жидкость $\bar{a}_0 = 1,05 > \bar{c}_s = 1$), в

гидроупругой системе распространяется лишь одна поверхностная волна, скорость которой изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} . В случае выполнения условия $\bar{a}_0 < \bar{c}_s$ в гидроупругом волноводе распространяется множество квазилэмбовских мод высокого порядка. При этом, как следует из графиков на рис. 5, в системе «оргстекло – гипотетическая жидкость» с параметрами $\bar{a}_0 = 0,97 < \bar{c}_s = 1$ на частотном интервале изменения \bar{h} от 0 до 50 генерируются четыре моды, а в системе «сталь – вода» при $\bar{a}_0 = 0,463021 < \bar{c}_s = 1$ (рис. 11, 12) в частотном диапазоне $0 \leq \bar{h} \leq 10$ распространяется без демпфирования 7 мод. При этом скорость первой моды (см. рис. 5, 11) изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} . Фазовые скорости мод высокого порядка (рис. 5, 12) изменяются от скорости волны сдвига в материале упругого тела \bar{c}_s до скорости волны звука в жидкости \bar{a}_0 .

§5. Особенности влияния начальных напряжений на квазилэмбовские волны в гидроупругих волноводах.

Для гидроупругой системы, состоящей из жидкого слоя и упругого полупространства, начальные напряжения вызывают изменение частот зарождения волн и смещение их дисперсионных кривых. Как видно из графиков, приведенных на рис. 4, 10, 15 и 19, начальное растяжение ($\bar{\sigma}_{11}^0 = 0,004$) смещает критические частоты и дисперсионные кривые в высокочастотную часть спектра. Это приводит к повышению величин фазовых скоростей всех нормальных волн. При этом начальное растяжение оказывает значительное влияние на величины фазовых скоростей низших мод, в основном, в окрестности частот их зарождения. Различия в закономерностях воздействия предварительных деформаций на скорости первых мод для гидроупругих систем при $\bar{a}_0 > \bar{c}_R$ и $\bar{a}_0 < \bar{c}_R$ связано с локализацией этих мод в разных средах. При $\bar{a}_0 > \bar{c}_R$ первая мода распространяется не только в жидкости, но также и в упругом теле. Этим обусловлено влияние упругого тела и начальных напряжений на эту моду во всем частотном спектре. При $\bar{a}_0 < \bar{c}_R$, как уже отмечалось, с ростом частоты мода 1 локализуется в жидком слое. Поэтому упругое тело и начальные напряжения не оказывают значительного влияния на величину фазовой скорости этой моды.

В случае многомодовых волноводов (рис. 6, 12) наибольшее влияние начальные напряжения оказывают на фазовые скорости мод высокого порядка в окрестности критических частот. Характер влияния начальных напряжений на скорости мод высокого порядка при увеличении толщины слоя жидкости (частоты) вызван тем, что при $\bar{h} \rightarrow \infty$, движения в модах высокого порядка, начиная со второй (рис. 6, 12), смещаются от поверхности контакта сред в толщу слоя жидкости. Этим и объясняется незначительное влияние упругого полупространства и начальных напряжений на фазовые скорости, а также дисперсию этих мод в коротковолновой части частотного спектра.

Заключение.

В рамках трехмерных уравнений линеаризованной теории упругости конечных деформаций для упругого тела и трехмерных линеаризованных уравнений Эйлера для жидкости даны постановка и решение задачи о распространении квазилэмбовских нормальных волн в системе, состоящей из слоя идеальной сжимаемой жидкости и предварительно деформированного сжимаемого упругого полупространства. С использованием представлений общих решений получено характеристическое уравнение, а также построены дисперсионные кривые для мод в широком диапазоне частот.

Анализ полученных результатов показал, что основным критерием существования незатухающих квазилэмбовских нормальных волн в гидроупругой системе, состоящей из слоя жидкости и упругого полупространства, может служить соотношение

между скоростью волны звука в жидкости и скоростью волны сдвига в материале упругого тела. При $\bar{a}_0 > \bar{c}_s$, как видно из графиков, представленных на рис. 1 и 16, в такой гидроупругой структуре распространяется лишь одна поверхностная волна, скорость которой изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} . В случае выполнения условия $\bar{a}_0 < \bar{c}_s$ в гидроупругом волноводе распространяется множество квазилэмбовских мод высокого порядка, величины скоростей которых изменяются от скорости волны сдвига в материале упругого тела \bar{c}_s до скорости волны звука в жидкости \bar{a}_0 .

Показано, что в гидроупругих волноводах начальное растяжение вызывает изменение частот зарождения квазилэмбовских мод, конфигурации их дисперсионных кривых, а также смещение их в коротковолновую часть спектра. Характер влияния начальных напряжений на скорости мод зависит от их локализации в средах.

Развитый подход и полученные результаты позволяют для волновых процессов установить пределы применения моделей, основанных на различных вариантах теории малых начальных деформаций и классической теории упругости.

РЕЗЮМЕ. Досліджено поширення квазілэмбовских хвиль у попередньо деформованому стисливному пружному півпросторі, що взаємодіє з шаром ідеальної стисливої рідини. Результати отримано на основі тривимірних рівнянь лінеаризованої теорії пружності скінченних деформацій для стисливого пружного тіла та тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для ідеальної стисливої рідини. Застосовано постановку задачі та підхід, що базуються на використанні представлень загальних розв'язків лінеаризованих рівнянь для пружного тіла та рідини. Отримано дисперсійне рівняння, яке описує поширення квазілэмбовских хвиль у гідропружних системах у широкому діапазоні частот. Проаналізовано вплив початкових напружень, а також товщини шару ідеальної стисливої рідини на фазові швидкості квазілэмбовских мод. Запропоновано критерій існування квазілэмбовских мод в гідропружних хвилеводах. Розвинутий підхід та отримані результати дозволяють для хвильових процесів встановити границі застосування моделей, заснованих на різних варіантах теорії малих початкових деформацій. Числові результати наведено у вигляді графіків та дано їх аналіз.

1. *Викторов И.А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. – М.: Наука, 1981. – 288 с.
2. *Волькенштейн М.М., Левин В.М.* Структура волны Стоунли на границе вязкой жидкости и твердого тела // Акуст. журнал. – 1988. – 34, № 4. – С. 608 – 615.
3. *Гузь А.Н.* Упругие волны в телах с начальными напряжениями: в 2-х томах. Т.1. Общие вопросы – К.: Наук. думка, 1986. – 374 с.
4. *Гузь А.Н.* Упругие волны в телах с начальными напряжениями: в 2-х томах. Т.2. Закономерности распространения. – К.: Наук. думка, 1986. – 536 с.
5. *Гузь А.Н.* Динамика сжимаемой вязкой жидкости. – К.: А.С.К., 1998. – 350 с.
6. *Гузь А.Н.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – К.: А.С.К., 2004. – 672 с.
7. *Гузь А.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. Ч. 1. Общие вопросы. Волны в бесконечных телах и поверхностные волны. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 501 с.
8. *Гузь А.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. Ч. 2. Волны в частичноограниченных телах. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 505 с.
9. *Гузь А.Н.* Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2017. – 244 с.
10. *Гузь А.Н., Жук А.П., Махорт Ф.Г.* Волны в слое с начальными напряжениями. – К.: Наук. думка, 1976. – 104 с.
11. *Жук А.П.* Волны Стоунли в среде с начальными напряжениями // Прикл. механика. – 1980. – 16, № 1. – С. 113 – 116.
12. *Babich S.Yu., Guz A.N., Zhuk A.P.* Elastic Waves in Bodies with Initial Stresses // Int. Appl. Mech. – 1979. – 15, N 4. – P. 277 – 291.

13. *Bagno A.M.* Effect of Prestresses on the Dispersion of Quasi-Lamb Waves in the System Consisting of an Ideal Liquid Layer and a Compressible Elastic Layer // *Int. Appl. Mech.* – 2017. – **53**, N 2. – P. 139 – 148.
14. *Bagno A.M.* Dispersion Properties of Lamb Waves in an Elastic Layer–Ideal Liquid Half-Space System // *Int. Appl. Mech.* – 2017. – **53**, N 6. – P. 609 – 616.
15. *Bagno A.M., Guz A.N.* Elastic Waves in Prestressed Bodies Interacting with a Fluid (survey) // *Int. Appl. Mech.* – 1997. – **33**, N 6. – P. 435 – 463.
16. *Drinkwater B.W., Wilcox P.D.* Ultrasonic arrays for non-destructive evaluation: A review // *NDT and E Int.* – 2006. – **39**, N 7. – P. 525 – 541.
17. *Gibson A., Popovics J.* Lamb wave basis for impact-echo method analysis // *J. Engng. Mech.* – 2005. – **131**, N 4. – P. 438 – 443.
18. *Guz A.N.* Aerohydroelasticity Problems for Bodies with Initial Stresses // *Int. Appl. Mech.* – 1980. – **16**, N 3. – P. 175 – 190.
19. *Guz A.N.* Elastic Waves in Bodies with Initial (Residual) Stresses // *Int. Appl. Mech.* – 2002. – **38**, N 1. – P. 23 – 59.
20. *Guz A.N.* Dynamics of Compressible Viscous Fluid. – Cambridge: Cambridge Scientific Publishers, 2009. – 428 p.
21. *Guz A.N.* On the foundations of the ultrasonic non-destructive determination of stresses in near-the-surface layers of materials. Review // *J. Phys. Sci. and Appl.* – 2011. – **1**, N 1. – P. 1 – 15.
22. *Guz A.N.* Ultrasonic Nondestructive Method for Stress Analysis of Structural Members and Near-Surface Layers of Materials: Focus on Ukrainian Research (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2014. – **50**, N 3. – P. 231 – 252.
23. *Guz A.N., Bagno A.M.* Effect of Prestresses on Lamb Waves in a System Consisting of an Ideal Liquid Half-Space and an Elastic Layer // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 5. – P. 495 – 505.
24. *Guz A.N., Zhuk A.P., Bagno A.M.* Dynamics of Elastic Bodies, Solid Particles, and Fluid Parcels in a Compressible Viscous Fluid (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2016. – **52**, N 5. – P. 449 – 507.
25. *Jhang K.Y.* Nonlinear ultrasonic techniques for nondestructive assessment of micro damage in material: a review // *Int. J. Precision Engng. and Manufacturing.* – 2009. – **10**, N 1. – P. 123 – 135.
26. *Kessler S.S., Spearing S.M., Soutis C.* Damage detection in composite materials using Lamb wave methods // *Smart Materials and Structures.* – 2002. – **11**, N 2. – P. 269 – 279.
27. *Kobayashi M., Tang S., Miura S., Iwabuchi K., Oomori S., Fujiki H.* Ultrasonic nondestructive material evaluation method and study on texture and cross slip effects under simple and pure shear states // *Int. J. Plasticity.* – 2003. – **19**, N 6. – P. 771 – 804.
28. *Leonard K.R., Malyarenko E.V., Hinders M.K.* Ultrasonic Lamb wave tomography // *Inverse Problems.* – 2002. – **18**, N 6. – P. 1795 – 1808.
29. *Liu L., Ju Y.* A high-efficiency nondestructive method for remote detection and quantitative evaluation of pipe wall thinning using microwaves // *NDT and E Int.* – 2011. – **44**, N 1. – P. 106 – 110.
30. *Ottenio M., Destrade M., Ogden R.W.* Acoustic waves at the interface of a pre-stressed incompressible elastic solid and a viscous fluid // *Int. J. Non-Linear Mech.* – 2007. – **42**, N 2. – P. 310 – 320.
31. *Ramadas C., Balasubramaniam K., Joshi M., Krishnamurthy C.V.* Interaction of the primary anti-symmetric Lamb mode (Ao) with symmetric delaminations: numerical and experimental studies // *Smart Materials and Structures.* – 2009. – **18**, N 8. – P. 1 – 7.
32. *Rossini N.S., Dassisti M., Benyounis K.Y., Olabi A.G.* Methods of measuring residual stresses in components // *Materials and Design.* – 2012. – **35**, March. – P. 572 – 588.
33. *Spies M.* Analytical methods for modeling of ultrasonic nondestructive testing of anisotropic media // *Ultrasonics.* – 2004. – **42**, N 1 – 9. – P. 213 – 219.

Поступила 25.09.2017

Утверждена в печать 04.06.2019