

СЛАВІН

Віктор Валерійович – доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу теоретичної фізики Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України

ЩЕРБИНА

Марія Володимирівна – член-кореспондент НАН України, завідувач відділу математичної фізики Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України



Леонід Андрійович Пастур

ЯСКРАВІЙ СПЛАВ ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ

До 85-річчя академіка НАН України
Л.А. Пастура

21 серпня виповнюється 85 років видатному математику, лауреату Державної премії УРСР в галузі науки і техніки (1986), заслуженому діячеві науки і техніки України (2019), лауреату іменних премій НАН України: імені М.М. Боголобова (2002) та імені М.В. Остроградського (2009), головному науковому співробітнику відділу теоретичної фізики Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України, доктору фізико-математичних наук (1976), професору (1989), академіку НАН України (1990) Леоніду Андрійовичу Пастуру.

Завдяки видатним науковим досягненням ім'я Леоніда Андрійовича Пастура широко відоме математикам і фізикам-теоретикам як в Україні, так і за кордоном. Він – автор понад 200 наукових публікацій, у тому числі 5 монографій. Його наукові інтереси охоплюють широке коло питань сучасної математики, математичної і теоретичної фізики. Л.А. Пастуру належать фундаментальні результати в таких напрямках, як дислокаційна теорія міцності та пластичності твердих тіл; спектральний аналіз самоспряжених ергодичних операторів, зокрема диференціальних та скінченнорізницевих операторів з випадковими і майже періодичними коефіцієнтами; асимптотичні властивості розподілу власних значень випадкових матриць великого порядку; фазові переходи в неупорядкованих спінових системах; елементарні збудження та поширення хвиль у неупорядкованих конденсованих середовищах. Крім того, Леонід Андрійович є автором низки відомих праць з історії фізики і математики.

Наукові праці Леоніда Андрійовича відіграли важливу, а в деяких випадках і визначальну роль у формуванні та розвитку низки напрямів сучасної математики і математичної фізики. Світова наукова спільнота активно цитує його статті і широко використовує отримані ним результати. Л.А. Пастур неодноразово був запрошеним доповідачем на престижних міжнародних наукових форумах, у тому числі на Міжнародному конгресі

математиків (Берклі, США, 1986), Міжнародному конгресі асоціації математичної фізики (Суонсі, Велика Британія, 1988; Лейпциг, Німеччина, 1991), Європейському конгресі математиків (Будапешт, Угорщина, 1996).

Леонід Андрійович Пастур народився 21 серпня 1937 р. в с. Удич Джулинського району Вінницької області. У 1955 р. закінчив середню школу в Луганську і вступив на інженерно-фізичний факультет Харківського політехнічного інституту. На цьому факультеті, організованому в 1938 р. провідними фізиками Українського фізико-технічного інституту, курси математики і теоретичної фізики читали відомі вчені, і тому рівень підготовки студентів був надзвичайно високим. Леонід Андрійович від самого початку проявляв великий інтерес до задач теоретичної фізики, аналіз яких вимагав досить серйозного математичного апарату. Цей інтерес невдовзі став основним елементом і характерною рисою його наукової творчості, що полягає в умінні виявити у фізичній проблемі нові цікаві математичні структури та перспективні напрями й майстерно застосувати до їх дослідження сучасні математичні методи.

Після закінчення інституту в 1961 р. Л.А. Пастур був направлений на роботу в нещодавно створений у Харкові Фізико-технічний інститут низьких температур АН УРСР (нині — Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України), де він працює й дотепер. Свою роботу в інституті Леонід Андрійович розпочав молодшим науковим співробітником у відділі математичної фізики, яким керував академік Володимир Олександрович Марченко. Л.А. Пастур брав також активну участь у роботі відділу теоретичної фізики Українського фізико-технічного інституту, який очолював видатний фізик-теоретик академік Ілля Михайлович Ліфшиць. Ще в студентські роки Леонід Андрійович почав працювати під керівництвом А.М. Косевича, учня І.М. Ліфшиця, над застосуванням теорії дислокацій до опису явища двійникування кристалів. У серії спільних робіт А.М. Косевича і Л.А. Пастура було побудовано дислокаційну теорію двійникування та утворення тріщин у твердих



З Володимиром Олександровичем Марченком

тілах і розглянуто низку пов'язаних з цим цікавих питань фізики міцності. Важливу роль у побудові теорії відіграв запропонований авторами адекватний математичний апарат, заснований на сингулярних інтегральних рівняннях. За результатами цих робіт у 1964 р. Л.А. Пастур захистив кандидатську дисертацію «Теорія двійникування в обмежених кристалах».

Водночас, під впливом І.М. Ліфшиця, Леонід Андрійович почав працювати під керівництвом В.О. Марченка над дослідженням спектральних властивостей випадкових самоспряжених операторів і випадкових ермітових матриць великого порядку. Ці два класи об'єктів виникали у квантовій теорії твердого тіла та ядерній фізиці. У 1967 р. В.О. Марченко і Л.А. Пастур отримали результат про асимптотичний розподіл власних значень важливого класу випадкових матриць, які є сумами великої кількості випадкових і статистично незалежних одновимірних ортогональних проєкторів. Як з'ясувалося пізніше, такі самі матриці, але записані в дещо іншому вигляді, були добре відомі в математичній статистиці як матриці Уїшарта або матриці коваріації. Класична математична статистика оперувала матрицями обмеженого порядку, і тому такі матриці були добре вивчені. Мотивовані квантовою фізикою твердого тіла і спектральною теорією, зокрема рівнянням Шредінгера з випадковим



З професором Джованні Йона Лазініо

потенціалом, В.О. Марченко і Л.А. Пастур розглянули випадок, коли порядок матриці та її ранг прямують до нескінченності, але їх відношення залишається фіксованим. Тим самим було передбачено новий асимптотичний режим математичної статистики, який почав інтенсивно використовуватися в 1970-х — 1980-х роках і привів до виникнення нової статистичної парадигми, що відповідає викликам багатьох галузей сучасної науки і техніки. Цей результат став класичним.

Важливо також зазначити, що розглянуті в роботі В.О. Марченка і Л.А. Пастура матриці та їх узагальнення знайшли широке застосування в низці галузей фундаментальної та прикладної науки, зокрема в теорії телекомунікацій, математичній економіці, квантовій теорії інформації, багатовимірній геометрії та механіці. Крім того, запропонований у роботі підхід, заснований на використанні перетворення Стілтєса нормованої лічильної міри власних значень, виявився ефективним у великому класі задач теорії випадкових матриць і міцно увійшов до їхнього технічного арсеналу.

Ця робота стала початком циклу досліджень Л.А. Пастура з теорії випадкових матриць, які тривають і дотепер. На початку 1990-х років він одним із перших зрозумів перспективність вивчення нового класу моделей випадкових матриць — так званих матричних моделей. Його піонерські роботи спільно з М.В. Щербини-

ною, в яких за допомогою нових для цієї галузі ідей статистичної механіки було знайдено граничну нормовану лічильну міру цих випадкових матриць і доведено гіпотезу Дайсона про універсальність локального розподілу їх власних значень, відіграли велику роль у теорії випадкових матриць. Зокрема, ці роботи дали початок бурхливому розвитку математичної теорії матричних моделей.

На початку 2000-х років Леонід Андрійович запропонував новий підхід до дослідження випадкових матриць зі статистично незалежними і слабко залежними елементами. Цей підхід засновано на використанні нерівностей типу Пуанкаре і матричних формул диференціювання, і в його межах було доведено граничні теореми для різноманітних лінійних статистик власних значень кількох класів випадкових матриць, а також запропоновано та проаналізовано цікаві моделі квантової релаксації і термалізації. У 2011 р. у видавництві Американського математичного товариства вийшла друком монографія Л.А. Пастура і М.В. Щербини «Eigenvalue Distribution of Large Random Matrices».

Широкий пласт досліджень Л.А. Пастура стосується спектральної теорії самоспряжених диференціальних і скінченнорізницевих операторів з випадковими і майже періодичними коефіцієнтами. Бурхливий розвиток фізики напівпровідників, фізики неідеальних кристалів і радіофізики в 1950-х — 1960-х роках актуалізував питання про природу спектру таких операторів, подібно до того, як бурхливий розвиток квантової фізики металів і динамічної теорії ідеальних кристалів у 1910-х — 1930-х роках актуалізував спектральний аналіз диференціальних і скінченнорізницевих операторів з періодичними коефіцієнтами. Спектральна теорія диференціальних та скінченнорізницевих операторів, передусім таких важливих, як оператор Шредінгера та його дискретні аналоги, у 1950-х — 1960-х роках була досить добре розроблена по суті лише для двох класів потенціалів, а саме, потенціалів, які або необмежено і досить швидко ростуть на нескінченності, або досить швидко наближаються до нуля на нескінченності.

Щодо потенціалів, які не зростають і не спадають на нескінченності, то тут досить добре розвинутою була лише спектральна теорія оператора Шредінгера з періодичним потенціалом, яку було створено зусиллями цілої низки математиків і фізиків, серед яких О.М. Ляпунов, Г. Флоке, Ф. Блох і І.М. Гельфанд. Дослідження структури спектру таких операторів зумовили подальший бурхливий розвиток квантової теорії металів у 1950-х — 1960-х роках. Вагомий внесок у цю теорію належить харківській школі теоретичної фізики, головою якої був академік І.М. Ліфшиць. Однак ідеї та апарат цієї теорії ніяк не могли бути використані для опису неідеальних (просторово-неоднорідних) середовищ, для обчислення електро- і теплопровідності кристалів з домішками або аморфних середовищ (стекло), поширення хвиль різної природи в просторово-неоднорідному середовищі (наприклад, у запыленій атмосфері або земній корі) тощо.

Ці задачі активно досліджували фізики в 1940-х — 1960-х роках. Зокрема, Ф. Андерсон, І.М. Ліфшиць і Н. Мотт — провідні теоретики фізики конденсованого стану другої половини ХХ ст. — висунули революційну ідею про локалізацію власних функцій оператора Шредінгера з випадковим потенціалом, а також передбачили і дослідили цілу низку нових фізичних явищ, що є наслідком локалізації. У термінах спектральної теорії ідея локалізації власних функцій означала наявність у спектрі відповідного оператора Шредінгера всюди щільного точкового спектру з власними функціями, що експоненційно спадають на нескінченності, — спектральної структури, яка була відсутня в спектральній теорії. Таким чином, важливі фізичні задачі, а також внутрішня логіка розвитку спектральної теорії актуалізували завдання щодо виділення класу самоспряжених операторів, які мають таку спектральну структуру, і, звичайно, побудови спектральної теорії таких операторів.

Л.А. Пастур — загально визнаний піонер у створенні цього нового розділу спектральної теорії. Він ввів адекватний математичний об'єкт — ергодичний випадковий оператор,



Дискусія з професором Б. Саймоном

визначення якого відображало такі важливі властивості природних і штучних просторово-неоднорідних (невпорядкованих) середовищ, як їх просторова однорідність у середньому і зникнення на нескінченності статистичних кореляцій у них. Це дозволило встановити низку важливих спектральних властивостей нового класу операторів, у тому числі невинновість індексів дефекту, невинновість спектра і його компонент і щільність спектра в собі. Крім цих абстрактних результатів, було встановлено спектральні властивості диференціальних і скінченнорізницевих операторів, коефіцієнти яких є ергодичними полями, зокрема критерії самоспряженості, існування та властивості інтегрованої щільності станів — нової важливої спектральної характеристики ергодичних операторів, позитивність показника Ляпунова для одновимірних диференціальних і скінченнорізницевих операторів другого порядку з випадковими марковськими коефіцієнтами. Ці роботи Л.А. Пастура, виконані із залученням великої кількості математиків, дали початок активному розвитку нового розділу спектральної теорії та математичної фізики. Одним із першорядних завдань цього розділу було доведення гіпотези про суто точковий характер спектра одновимірного оператора Шредінгера з випадковим потенціалом, висунутої відомим фізиком, нобелівським лауреатом Н. Моттом. Цю гіпотезу було доведено в роботі І.Я. Гольдшейдта, С.О. Молчанова та Л.А. Пастура для



З професором Фрідріхом Гьотце

випадкових потенціалів, що належать до широкого класу ергодичних марковських процесів. Ця робота, а також робота, в якій побудовано загальну теорію ергодичних операторів, також давно стали класичними.

Численні результати, отримані у спектральному аналізі ергодичних операторів, зокрема результати Л.А. Пастура, його учнів і співробітників, увійшли до двох монографій: «Случайные и почти периодические самосопряженные операторы» (1991) та «Spectra of Random and Almost Periodic Operators» (1992). У подальшій роботі Леонід Андрійович разом з колегами успішно застосовували ці результати для аналізу характеристик квантової заплутаності великих систем квантової теорії інформації.

З кінця 1960-х років, практично паралельно з розвитком спектральної теорії ергодичних операторів, Л.А. Пастур під впливом І.М. Ліфшиця активно працював у суміжній галузі теоретичної фізики конденсованого стану, відомій як теорія неупорядкованих систем. Це була нова сфера, пов'язана з вивченням речовин, у яких відсутній дальній структурний порядок (аморфні середовища, метали і напівпровідники з макроскопічним вмістом домішок і дефектів кристалічної ґратки, полімери тощо), що була постійним «замовником» і «споживачем» спектральної теорії ергодичних операторів. У великому циклі робіт Л.А. Пастура з співавторами (І.М. Ліфшиць, С.А. Гредескул, В.А. Слю-

сарев, А.Л. Фіготін) було запропоновано точно розв'язувані моделі неупорядкованих систем, розвинено метод обчислення різноманітних фізичних характеристик в одновимірному випадку і кілька його наближених варіантів, що відповідають характерним ділянкам спектра і областям зміни параметрів системи, а також розроблено ефективну техніку асимптотичного аналізу щільності станів і електричної провідності поблизу нижньої границі спектра. За результатами цих досліджень у 1982 р. вийшла монографія І.М. Ліфшиця, С.А. Гредескула і Л.А. Пастура «Введение в теорию неупорядоченных систем», яка багато в чому визначила сучасний вигляд цього важливого розділу теоретичної фізики конденсованого стану. За цю монографію авторів було удостоєно в 1985 р. Державної премії УРСР. У 1988 р. істотно розширений і доповнений варіант монографії видано у США під назвою «Introduction to the Theory of Disordered Systems».

Ще один великий цикл робіт Л.А. Пастура присвячено математичним проблемам статистичної фізики. В цьому плані слід відзначити його роботи зі спектральної теорії рівнянь Кірквуда–Зальцбурга, доведення існування фазового переходу в системі квантових ротаторів, обґрунтування наближення середнього поля, а також велику серію робіт з теорії неупорядкованих спінових систем. Зокрема, Леонід Андрійович та його учні і співавтори (Б.А. Хоруженко, О.М. Хорунжий, А.Л. Фіготін, М.В. Щербина) довели існування термодинамічної границі в деяких моделях, запропонували асимптотично точно розв'язувану модель неупорядкованої спінової системи, що демонструє фазовий перехід типу спінового скла, уперше провели строгий математичний аналіз статистичних властивостей параметра порядку спінового скла в моделі Шеррингтона–Кіркпатрика. Результати та методи цієї роботи стали основою для інтенсивних досліджень і сприяли створенню математичної теорії порушення реплічної симетрії відповідного параметра порядку.

Важливо зазначити, що роботи Л.А. Пастура не лише збагатили визначними конкретними

Відкриття меморіальної дошки, присвяченої 150-річчю від дня народження О.М. Ляпунова; зліва направо: О.А. Борисенко, Л.А. Пастур, Є.Я. Хруслов, А.Д. Мишкіс, В.О. Марченко, В.І. Коробов, М.О. Азаренков, Г.М. Жолткевич



результатами кілька галузей спектральної теорії та математичної фізики, а й суттєво вплинули на їхню структуру і стан завдяки низці нових глибоких ідей і понять, що були ним запропоновані та розроблені.

Коло наукових інтересів Леоніда Андрійовича дуже широке. Він постійно стежить за новими науковими досягненнями не лише в галузях, близьких до тематики його праць, а й в інших розділах математики і фізики. Його ерудиція у поєднанні з товариським характером і доброзичливістю приваблюють численних учнів і колег як в Україні, так і за кордоном. Багато років Л.А. Пастур викладав у Харківському національному університеті ім. В.Н. Каразіна та деяких зарубіжних університетах. Серед його учнів — член-кореспондент НАН України, доктори і кандидати наук, які успішно працюють у вітчизняних і зарубіжних університетах та науково-дослідних установах.

Велику увагу Леонід Андрійович приділяє організації математичної науки. Він був організатором і першим керівником Математичного

відділення Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України і Фонду ім. Н.І. Ахієзера, головою Державного фонду фундаментальних досліджень України, членом секції математики Фонду Сороса і Європейської ради досліджень, членом Виконавчого комітету Міжнародної асоціації математичної фізики. На сьогодні Л.А. Пастур — головний редактор «Журналу математичної фізики, аналізу, геометрії», входить до складу редколегій ще кількох вітчизняних і закордонних наукових журналів.

Широта наукових інтересів і ерудиція Леоніда Андрійовича Пастура, відданість науці та висока вимогливість до себе, постійна увага до учнів і колег, готовність допомогти добре відомі всім, кому доводилося зустрічатися і працювати з ним. Спілкування з друзями, співробітниками, колегами відіграє велику роль у житті Леоніда Андрійовича, а його доброзичливість і шанобливе ставлення до людей, у свою чергу, роблять це спілкування бажаним для всіх, хто його оточує.

Victor V. Slavin

B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering
of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0519-1291>

Mariya V. Shcherbina

B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering
of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3806-5822>

A BRIGHT FUSION OF PHYSICS AND MATHEMATICS

To the 85th anniversary of Academician of NAS of Ukraine L.A. Pastur

August 21 marks the 85th anniversary of outstanding mathematician, laureate of the State Prize of the Ukrainian SSR in the field of science and technology (1986), honored worker of science and technology of Ukraine (2019), laureate of nominal prizes of the NAS of Ukraine named after M.M. Bogolyubov (2002) and M.V. Ostrogradskiyi (2009), chief researcher of the Department of Theoretical Physics of the B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the NAS of Ukraine, doctor of physical and mathematical sciences (1976), professor (1989), academician of the NAS of Ukraine (1990) Leonid A. Pastur.