КОНЦЕПТУАЛЬНІ ОСНОВИ БАЙЄСІВСЬКОЇ ДІАГНОСТИКИ У РОЗМИТОМУ ІНФОРМАЦІЙНОМУ ПРОСТОРІ ПРИ ДЗВОНОПОДІБНИХ ФУНКЦІЯХ НАЛЕЖНОСТІ

Верьовка О.В., Парасюк І.М., Карпінка Є.С., Заложенкова І.А.

Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України, 03680, Київ–187, проспект Академіка Глушкова,40,
тел.: (044) 266–64–22
E-mail: ivpar1@i.com.ua

Розглядаються методологічні основи байєсівського виведення в задачах діагностики для нечітких даних та знань. Запропоновано нову принципову схему інтерполяції апостеріорних оцінок вірогідності гіпотез, яка є інваріантною для різних типів невизначеності інформації.

The methodological bases of the Bayesian conclusion concerned with diagnostic problems for fuzzy data and knowledge are considered. The paper proposes a new principal scheme for a posteriori estimations of hypotheses plausibility interpolation that is invariant with respect to different types of information uncertainty.

Однією з актуальних проблем, пов'язаних з комп'ютеризацією діагностичних процесів, зокрема, виведенням висновків, змістовною інтерпретацією результатів діагностики, оцінюванням їх надійності та трансформацією цієї інформації до прийнятної форми, є створення узагальнених методик маніпулювання даними із урахуванням джерел даних, допустимих типів їх невизначеності, процедур обробки та аналізу даних тощо. В загальному випадку можна виділити два основних джерела надходження числової інформації – попередньо оброблені спеціальним чином результати моніторінгу певних явищ або процесів, найчастіше із залученням процедур математичної статистики, та експертні оцінки, запропоновані на підставі неформальних міркувань на базі попереднього досвіду експерта, можливо, з урахуванням спостережень та вимірювань специфічних для досліджуваної ситуації показників. В кожному випадку інформація відносно різних чинників може поступати, зокрема, в одному із слідуючих видів:

– конкретне числове значення (таке подання інформації часто називають точковим, жорстким або чітким);

– межі інтервалу, що містить в собі оцінювану величину (таке подання інформації прийнято називати інтервальним). Доречно зазначити, що інтервальне подання може бути спричинене як непевністю, неповнотою знань, так і принципово інтервальним характером шуканої оцінки, яка не може бути змістовно і адекватно представлена одним числом, але легко піддається оцінці в інтервальних межах;

– розмиті величини, тобто непевні, приблизні висловлювання відносно меж і характеру "розмитості" оцінюваного показника (таке подання інформації прийнято називати нечітким). У випадку, коли йдеться про можливі числові значення оцінки, інформацію може бути представлено у вигляді нечітких множин. В певних випадках до нього можуть бути зведені також лінгвістичні описи оцінюваного показника. Інформація у нечіткому поданні задається функцією належності на носії, що є відрізком або сукупністю відрізків числової осі. Дані у інтервальному поданні можуть бути також проінтерпретовані як нечіткі, для яких відомий лише носій, а функція належності вважається не заданою.

Відзначимо, що інформація, яка циркулює в процесах функціонування експертних систем, може бути представлена у різних формах подання. Саме тому актуальною є вимога автоматизації процесів адаптації механізмів виведення в експертній системі до названих вище форм подання даних та знань. Найбільш цікавим як із математичної, так і з технологічної точки зору є підхід до вирішення цієї проблеми, який ґрунтується на єдиній методології. Очевидно, що такий підхід надасть можливість використовувати природнім чином названі форми подання інформації як в чистому виді, так і в різних комбінаціях. Цим забезпечуються можливості коректного урахування інформації любої форми подання і змістовної інтерпретації проміжних та остаточного результатів.

Серед численних механізмів виведення, що реалізують різноманітні логіко–імовірнісні методи, важливе місце посідають так звані байєсівські механізми. Базуючись на відомій теоремі Байєса, вони мають строге математичне обґрунтування і, крім того, є привабливими внаслідок прозорості логіки виведення, що є певним аналогом неформальної людської логіки, а тому зумовлює прийнятність та зрозумілість інтерпретації отриманих результатів.

Побудова математичних основ уніфікованої методології байєсівської діагностики шляхом узагальнення та розвитку отриманих авторами результатів [1–3] у напрямку вироблення ефективних підходів до реалізації байєсівських механізмів виведення є основною метою цієї роботи.

У **чіткому** випадку класичну байєсівську діагностичну процедуру можна представити слідуючим чином. Нехай $H=\{h_i,\ i=\overline{1,I}\}$ – сукупність станів, у яких може перебувати досліджувана система, або точніше множина гіпотез про можливі стани системи, $E=\{e_j,\ j=\overline{1,J}\}$ – сукупність можливих свідчень, що пов'язані із гіпотезами за допомогою правил продукції вигляду "**якщо** e, **то** h", кожному з яких ставиться у відповідність значення функції δ: $V \rightarrow R^2$ (сила правила), визначеної на множині V всіх пар взаємозв'язаних свідчень і гіпотез слідуючим чином:

$$\delta(e,h)=(\hat{P}(e/h),\ \hat{P}(e/\overline{h}))^T,$$

де $P(e/h)$ і $P(e/\overline{h})$ представляють прийняті в теорії ймовірностей стандартні позначення умовних ймовірностей, а $\hat{P}(e/h)$ і $\hat{P}(e/\overline{h})$ – експертні оцінки відповідних величин.

Нехай $B_0(h_i)=\hat{P}(h_i)$ – апріорна оцінка ймовірності наявності стану h_i, а в ролі інформації відносно свідчення e_j виступає фактор визначеності $u(e_j)$, $-1 \le u(e_j) \le 1$, причому $u(e_j)=1$ у випадку повного підтвердження e_j, $u(e_j)=-1$ у випадку повного заперечення e_j, а випадок $u(e_j)=0$ відповідає повній невизначеності. Позначимо також через $B_j(h_i)$ оцінку вірогідності наявності стану h_i, яку отримано в результаті послідовного врахування свідчень $e_1,e_2,...,e_j$ (в ситуації G_j).

Тоді для перерахунку оцінки $B_j(h_i)$ з урахуванням впливу свідчення e_j використовується деяка процедура

$$B_j(h_i)=Q(\hat{P}(e_j/h_i),\ \hat{P}(e_j/\overline{h}_i),\ B_{j-1}(h_i),\ u(e_j)), \tag{1}$$

в основі якої є кусочно-лінійна апроксимація $P(h_i/e_j)$, що приймає значення $\hat{P}(h_i/e_j)$ у випадку повного підтвердження e_j (при $u(e_j)=1$), $\hat{P}(h_i/\overline{e}_j)$ при повному запереченні e_j (тобто $u(e_j)=-1$) і не міняє наявного значення $B_{j-1}(h_i)$ у випадку повної невизначеності (тобто при $u(e_j)=0$):

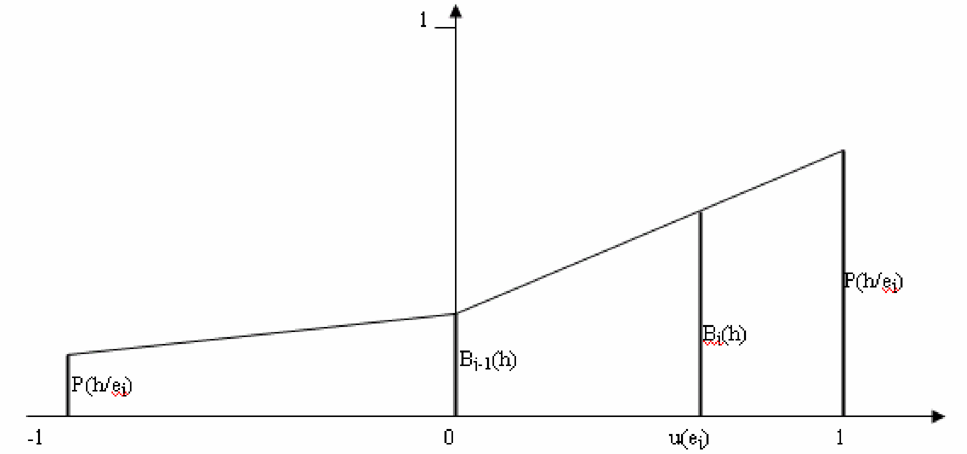
$$Q(\hat{P}(e/h),\hat{P}(e/\overline{h}),B(h),u(e)) = B(h) + \begin{cases} u(e)\times[B(h)-\hat{P}(h/\overline{e})] \text{ при } u(e)\le 0, \\ u(e)\times[\hat{P}(h/e)-B(h)] \text{ при } u(e)>0, \end{cases} \tag{2}$$

де оцінки $\hat{P}(h/e)$ і $\hat{P}(h/\overline{e})$ обчислюються за формулою Байєса,

$$\hat{P}(h/e) = B(h)\times\hat{P}(e/h)/[B(h)\times\hat{P}(e/h)+(1-B(h))\times\hat{P}(e/\overline{h})], \tag{3}$$

$$\hat{P}(h/\overline{e}) = B(h)\times(1-\hat{P}(e/h))/[B(h)\times(1-\hat{P}(e/h))+(1-B(h))\times(1-\hat{P}(e/\overline{h}))]. \tag{4}$$

Принципова схема інтерполяції апостеріорної оцінки зображена на малюнку 1.



Мал.1. Принципова схема інтерполяції апостеріорної оцінки вірогідності $B_j(h)$ гіпотези h.

Класифікація можливих станів системи (гіпотез), в результаті якої встановлюється діагноз стану системи, проводиться на підставі остаточних оцінок вірогідності $\{B_J(h_i),\ i=\overline{1,I}\}$.

Інтервальний випадок є природнім узагальненням точкового. Зв'язок між станами H і свідченнями E виражається значеннями функції δ: $V \rightarrow R^4$, визначеної на множині $V \subseteq E \times H$ всіх пар взаємозв'язаних свідчень і станів,

$$\delta^L(e,h) = (\hat{P}^L(e/h),\ \hat{P}^L(e/\overline{h}))^T, \quad \delta^R(e,h) = (\hat{P}^R(e/h),\ \hat{P}^R(e/\overline{h}))^T,$$

$$\hat{P}^L(e/h) \le \hat{P}(e/h) \le \hat{P}^R(e/h), \quad \hat{P}^L(e/\overline{h}) \le \hat{P}(e/\overline{h}) \le \hat{P}^R(e/\overline{h}).$$

Тут апріорно заданими є величини $B_0^L(h_i)$ і $B_0^R(h_i)$, $B_0^L(h_i) \le B_o(h_i) \le B_0^R(h_i)$. В ролі інформації відносно свідчення e_j може бути вказаний як фактор визначеності $u(e_j)$, так і діапазон його допустимих змін $[u^L(e_j), u^R(e_j)]$, $-1 \le u^L(e_j) \le u(e_j) \le u^R(e_j) \le 0$ або $0 \le u^L(e_j) \le u(e_j) \le u^R(e_j) \le 1$. Наведені в [1,2] співвідношення для інтервального оцінювання отримано розбиттям області визначення $[0,1]\times(0,1)\times(0,1)\times[-1,1]$ функції $Q(x_1, x_2, x_3, x_4)$, заданої формулами (2)–(3), на підобласті монотонності по кожній із змінних x_1, x_2, x_3, x_4. При урахуванні свідчення e_j апостеріорною оцінкою вірогідності гіпотези h_i є інтервал $B_j^L(h_i)\le B_j(h_i)\le B_j^R(h_i)$ з границями, що дорівнюють мінімальному і максимальному значенням функції Q у відповідній області монотонності на паралелепипеді Π_{ij}, де

$$\Pi_{ij} = [\,\hat{P}^L(e_j/h_i),\ \hat{P}^R(e_j/h_i)] \times [\,\hat{P}^L(e_j/\overline{h}_i),\ \hat{P}^R(e_j/\overline{h}_i)] \times [\,B_{j-1}^L(h_i),\ B_{j-1}^R(h_i)] \times [u^L(e_j),\ u^R(e_j)].$$

Верхніми індексами L і R помічені ліві і праві границі інтервалів допустимих змін оцінок відповідних величин.

Принципово складнішим є **нечіткий випадок**, коли наявну інформацію представлено в розмитому поданні, тобто у вигляді нечітких множин. Точковий і інтервальний випадки є окремими випадками нечіткого, а саме:

– точкове значення має носій, що співпадає із цією точкою, та функцію належності, рівну одиниці;

– інтервальна оцінка має носій у вигляді цього інтервалу і невідому функцію належності.

Для отримання виразу типу (1) потрібно вирішити принаймі дві математичні проблеми, щоб задовольнити умову сумісності для різних типів даних, а саме:

(i) – яким чином слід перераховувати апостеріорні оцінки (3) і (4);

(ii) – як за значеннями апостеріорних оцінок $\hat{P}(h/e)$ і $\hat{P}(h/\overline{e})$ та оцінкою вірогідності стану (гіпотези), обчисленою на попередньому кроці, тобто для значень, що справедливі для $u(e)=1$, $u(e)=-1$ та $u(e)=0$, отримати оцінку для поточного значення $u(e)$ таким чином, щоб співвідношення, запропоновані для розмитого випадку, збігалися із оцінками (1)–(4), коли інформація надходить у точковому вигляді.

Для вирішення першої проблеми без урахування умови сумісності різних типів інформації в [3] був запропонований підхід, що базується на понятті псевдорозмитої величини. За означенням псевдорозмиту величину X на носії $x\in R^1$ визначено функцією належності $\boldsymbol{X}(y)$, $y\in X$, такою, що

$$\inf\{\ \boldsymbol{X}(y),\ y\in X\ \} \ge 0, \qquad \max\{\ \boldsymbol{X}(y),\ y\in X\ \} \le 1,$$

$\{\boldsymbol{X}(y),\ y\in X\}$ є мірою впевненості у тому, що $X= y$.

Для кожної псевдонечіткої величини існує співвіднесена з нею нечітка множина, і кожній нечіткій множині відповідає співвіднесена з нею псевдонечітка величина. Вимога сумісності різних типів даних в процесах комп’ютерної діагностики байєсівським методом, пошук ефективних шляхів реалізації цих процесів призвели до необхідності конкретизації допустимих класів розмитих величин, уточнення запропонованих у [3] означень, розроблення окремих операцій над нечіткими величинами та процедур апроксимації оцінок вірогідності станів системи.

Розглянемо конструктивно основи математичних засад байєсівської діагностики у нечіткому інформаційному просторі із дзвоноподібними функціями належності, що допускають сумісність згаданих вище типів інформації.

На $[a,b]\in R^1$ означимо множину $\Re_{[a,b]}$ дзвоноподібних дійснозначних функцій $\mu(x)$, $x\in R^1$ слідуючим чином: $\mu(x)\in\Re_{[a,b]}$, $x\in R^1$, якщо виконані умови 1)–5), наведені нижче:

1) $\mu(x)=0$ при $x\notin[a,b]$;
2) $0\le \mu(x)\le 1$ для $x\in[a,b]$;
3) існує принаймі одна точка $\widehat{X}\in[a,b]$, що $\mu^*=\mu(\widehat{X})=\max\{\mu(x): x\in[a,b]\}>0$;
4) “дзвоники” одновершинні (можлива плоска вершина), тобто якщо $\exists\ x_1<x_2$, $\mu(x_1) = \mu(x_2) = \mu^*$, то $\forall x\in[x_1, x_2]\quad \mu(x) = \mu^*$;
5) “дзвоники” монотонно спадають від максимального значення до країв, тобто якщо
$\widehat{X}_*(\mu) = \inf\{\ x:\ \mu(x) = \mu^*\}$, $\quad\widehat{X}^*(\mu) = \sup\{\ x:\ \mu(x) = \mu^*\}$, то для $\forall x_1<x_2$, $a\le x_1<x_2\le x_*(\mu)\quad \mu(x_1) \le \mu(x_2)$; зокрема, якщо $\exists\ x_a\in[a, x_*(\mu)]$, така, що $\mu(x_a) = 0$, то $\forall\ x < x_a\ \ \mu(x) = 0$;
для $\forall x_1<x_2$, $x^*(\mu)\le x_1<x_2\le b$, $\mu(x_1)\ge\mu(x_2)$; зокрема, якщо $\exists x_b\in[x^*(\mu),b]$, що $\mu(x_b)=0$, то $\forall x>x_b\ \ \mu(x)=0$.

Множина точок $S_\mu=\{x:\ \mu(x)\neq 0\}$ при виконанні зазначених умов є неперервним, відкритим або закритим зліва і справа інтервалом, або точкою. Будемо називати S_μ носієм дзвоноподібної функції $\mu(x)$.

Тепер означимо на R^1 множину $\Re^{R^1}$ дзвоноподібних функцій $\mu(x)$, $x\in R^1$ слідуючим чином: $\mu(x)\in\Re^{R^1}$, якщо існують такі $-\infty<a\le b<\infty$, що $\mu(x)\in\Re_{[a,b]}$.

Будемо називати функцію $\mu(x)\in\Re_{[c,c]}$ константою $c\in(-\infty,\infty)$, причому константа є субнормальною, якщо $\mu(c)<1$, і нормальною при $\mu(c)=1$ [4]. Будемо називати функцію $\mu(x)\in\Re_{[a,b]}$ інтервалом (відкритим, закритим тощо, в залежності від вигляду носія), якщо $\widehat{X}_*(\mu)<\widehat{X}^*(\mu)$ і $\forall x\in S_\mu\quad \mu(x)=\mu^*$, причому інтервал є субнормальним, якщо $\mu^*<1$, і нормальним при $\mu^*=1$. Таким чином, інформація у точковому представленні відповідає нормальній константі, а інтервальне представлення доцільно розглядати як нормальний інтервал.

Назвемо псевдонечітку величину дзвоноподібною, якщо її функція належності є дзвоноподібною. Аналогічно означимо дзвоноподібну нечітку множину.

Нехай $\oplus$ – знак однієї з арифметичних операцій (+, –, ×, /). Для функцій $\mu_1(x)\in \Re^{R^1}$ та $\mu_2(x)\in \Re^{R^1}$ означимо, у відповідності із [5], результат $\mu_{\oplus}(x)$ відповідної арифметичної операції (їх суму, різницю, добуток або частку) співвідношенням

$$\mu_{\oplus}(x) = \sup \{ \mu_1(a)\times\mu_2(b) : a\oplus b=x \}. \tag{5}$$

У випадку, коли одна з функцій $\mu_1(x)$, $\mu_2(x)$ є нормальною константою, наведений вираз є означенням простих операцій (типу обчислення дробно–лінійних функцій).

Неважко переконатися, виписавши низку очевидних нерівностей, в справедливості слідуючого *твердження*: за вийнятком випадку наявності нуля в носії дільника, результат арифметичної дії над дзвоноподібними функціями із $\Re^{R^1}$ також належить $\Re^{R^1}$.

Із застосуванням введеної термінології вимоги до початкової і поточної інформації нечіткої експертної системи, що задовольняє умові сумісності по типу даних, можна виразити слідуючою специфікацією: вхідні величини мають бути представлені нечіткими множинами із дзвоноподібними функціями належності. Зокрема, оцінки $B_o(h)$, $\hat{P}(e/h)$ та $\hat{P}(e/\overline{h})$ представлені дзвоноподібними функціями належності $B_o(h)\in\Re_{(0,1)}$, $\hat{P}(e/h)\in\Re_{[0,1)}$ та $\hat{P}(e/\overline{h})\in\Re_{(0,1)}$, заданими на носіях $b_o(h)$, $\hat{p}(e/h)$ та $\hat{p}(e/\overline{h})$ відповідно; фактор визначеності u(e) характеризується дзвоноподібною функцією належності $U(e)\in\Re_{[-1,1]}$ на носії $u(e)$.

Для подальшого просування плідною є інтерпретація $B_o(h)$, $\hat{P}(e/h)$, $\hat{P}(e/\overline{h})$ та u(e) як псевдонечітких величин. Це надає можливість перейти у міркуваннях від множин до маніпуляцій зі значеннями, що можуть бути прийняті цими величинами із суб'єктивною мірою упевненості, яка задається функцією належності. Такий підхід є цілком органічним для байєсівського оцінювання. Крім того, слід ураховувати припущення взаємної незалежності інформації, що лежить в основі байєсівського підходу. Зазначене вище надає можливість конструктивно вирішити проблеми (i) та (ii), використавши аналогію із класичним точковим випадком.

Розглянемо основні ідеї нечіткого байєсівського експертного оцінювання, свідомо опускаючи деякі окремі випадки, що не є принципово важливими на ідейному рівні. Зокрема, до них відносяться, як і при точковому оцінюванні, особливі випадки, коли до носіїв $B_o(h)$ та $\hat{P}(e/h)$ входять точки 0 та 1 (надалі будемо називати їх виродженими).

Вирази (3) та (4) не є придатними для обчислення $\hat{P}(h/e)$ та $\hat{P}(h/\overline{e})$ у випадку нечіткого інформаційного простору. Розглянемо просту їх модифікацію для невиродженого випадку, а саме співвідношення для обернених величин,

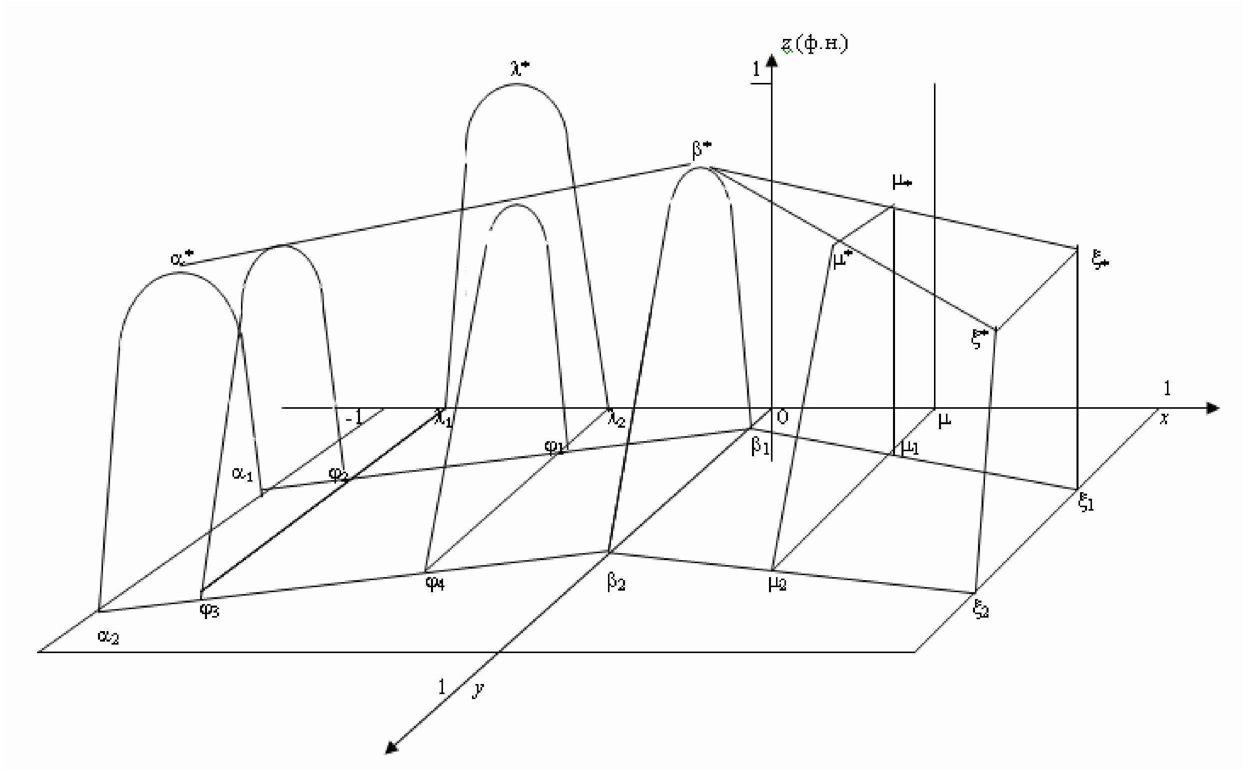
$$1/\hat{P}(h/e) = 1 + [\, 1/B(h) - 1 \,] \times [\, \hat{P}(e/\overline{h}) \,/\, \hat{P}(e/h) \,], \tag{6}$$

$$1/\hat{P}(h/\overline{e}) = 1 + [\, 1/B(h) - 1 \,] \times [\, (1-\hat{P}(e/\overline{h})) \,/\, (1-\hat{P}(e/h)) \,]. \tag{7}$$

Кожна з величин $B_o(h)$, $\hat{P}(e/h)$ та $\hat{P}(e/\overline{h})$ входить до лівої частини (6) та (7) незалежно від останніх і лише одного разу. Крім того, величини $[\hat{P}(e/\overline{h})/\hat{P}(e/h)]$, $[(1-\hat{P}(e/\overline{h}))/(1-\hat{P}(e/h))]$ є апріорними оцінками, вони не залежать від поточної оцінки B(h) і можуть бути обчислені заздалегідь. Вираз $[1/B(h)-1]$ є спільним для обох співвідношень і має бути обчислений однократно. Це дозволяє коректно і досить раціонально отримати функції належності шуканих апостеріорних оцінок $\hat{P}(h/e)$ та $\hat{P}(h/\overline{e})$, якщо одиниці в виразах (6) та (7) розглядати як нормальні константи, а арифметичні дії виконувати у відповідності із (5).

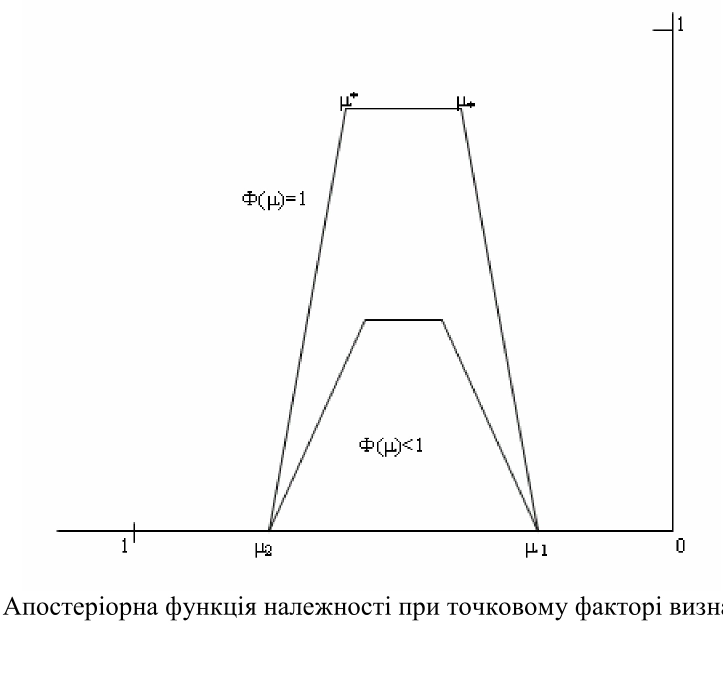
Значно складнішим є конструювання обчислювальної процедури, що заміняє апроксимацію (2). Побудована по аналогії з точковим випадком, вона зображена на мал.2 – мал.4. Малюнок 2 ілюструє побудову апроксимуючої поверхні. Площина, що визначається осями абсцис і ординат (*x*–*y*), є місцем розташування носіїв. По осі аплікат в інтервалі між 0 та 1 коливаються значення функцій належності.

Нехай наявна ситуація G_{j-1}.
Вздовж осі абсцис в інтервалі від –1 до 1 може змінюватися значення фактору визначеності (на мал.2 це інтервал між λ_1 і λ_2). По осі ординат в інтервалі від 0 до 1 (між β_1 і β_2) розташований носій апріорної для даного кроку оцінки $B_{j-1}(h)$ вірогідності поточного стану (гіпотези) h (вона відповідає значенню 0 фактора визначеності, тобто ситуації повної невизначеності відносно наявності свідчення e_j). Паралельно осі ординат від одиниці на осі абсцис (тобто від точки, що відповідає повному підтвердженню свідчення e_j) в інтервалі від 0 до 1 (між ξ_1 і ξ_2) розташовано носій апостеріорної оцінки $\hat{P}(h/e_j)$, визначеної у відповідності із (6). Аналогічно паралельно осі ординат від мінус одиниці на осі абсцис (тобто від точки, що відповідає повному запереченню свідчення e_j) в інтервалі від 0 до 1 (між α_1 і α_2) розташовано носій апостеріорної оцінки $\hat{P}(h/\overline{e}_j)$, визначеної у відповідності із (7). Вздовж осі аплікат відкладено значення функцій належності у відповідності до носіїв.



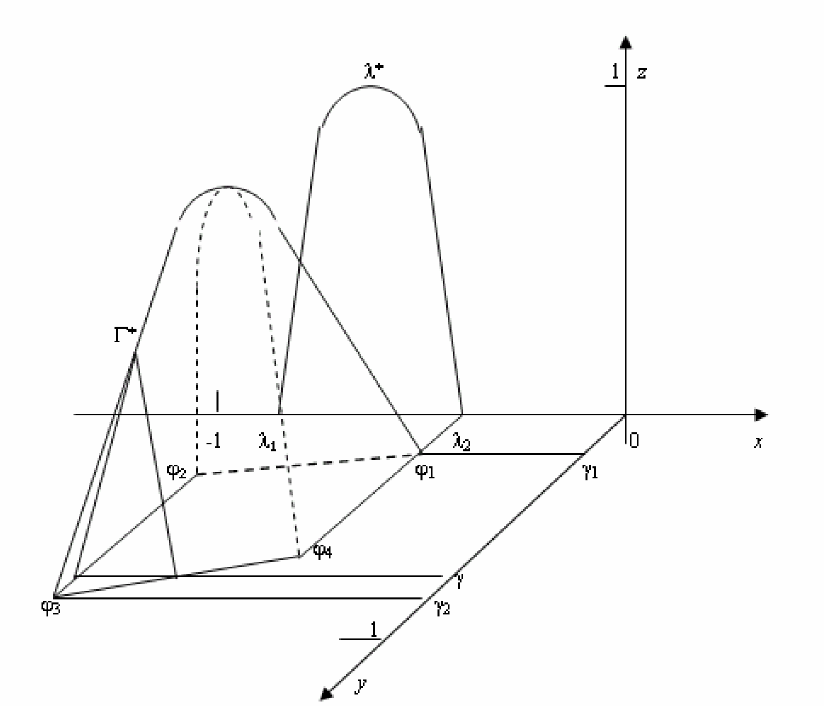
Мал.2. Побудова апроксимуючої поверхні.

Через максимальні значення функцій належності $\hat{P}(h/\bar{e}_j)$, $B_{j-1}(h)$ та $\hat{P}(h/e_j)$ (на мал.2 це відповідно точки α^*, β^* та відрізок між ξ_* та ξ^*) у зазначеній послідовності проведено, в залежності від форми кривих (вершиною є точка чи паралельний осі ординат відрізок), прямі (відрізок між α^* та β^*) або площини (подальший інтерес становлять лише трапеція чи трикутник між крайніми точками максимуму, на мал.2 – між точками β^*, ξ_* та ξ^*), які є своєрідним "дахом" конструкції. Між відрізками прямих, що послідовно з'єднують крайні точки носіїв $\hat{P}(h/\bar{e}_j)$, $B_{j-1}(h)$ та $\hat{P}(h/e_j)$ (точки α_1 і β_1, β_1 і ξ_1, α_2 і β_2, β_2 і ξ_2), по кривим функцій належності величин $\hat{P}(h/\bar{e}_j)$, $B_{j-1}(h)$ та $\hat{P}(h/e_j)$, як по направляючим, і "дахом" конструкції "натягнуто" огинаючу поверхню, яка є прямою аналогією відрізків прямих, що послідовно з'єднували оцінки $\hat{P}(h/\bar{e}_j)$, $B_{j-1}(h)$ та $\hat{P}(h/e_j)$ у точковому випадку. Якщо фактор визначеності на поточному кроці є точковою величиною (μ) з одиничною функцією належності $\Phi(\mu)$, $\Phi(\mu)=1$, то в ролі апостеріорної оцінки вірогідності стану (гіпотези) доцільно розглядати плоску криву, що утворена перерізом побудованої поверхні площиною, перпендикулярною до осі абсцис, яка проходить через відповідне значення на цій осі.



Мал.3. Апостеріорна функція належності при точковому факторі визначеності.

Крива, що з’єднує точки μ_1, μ_*, μ^*, μ_2 (малюнок 2), окремо винесена на малюнок 3 (верхня крива). Якщо ж $\Phi(\mu)<1$, то, враховуючи ймовірнісний характер запропонованого підходу, значення по осі аплікат, як міру одночасного виконання двох незалежних подій, слід зменшити у $\Phi(\mu)$ раз (нижня крива на малюнку 3). У випадку, коли фактор визначеності представлений дзвоноподібною функцією належності (з носієм – інтервалом між λ_1 і λ_2, малюнок 2), з побудованої огинаючої поверхні слід вирізати фрагмент площинами, що перпендикулярні до осі абсцисс і проходять через крайні точки (λ_1 і λ_2) носія фактору визначеності. Далі отриманий фрагмент треба деформувати по осі аплікат пропорційно до значення функції належності фактору визначеності з тією ж абсциссою, що призводить до отримання ”капелюшка” із чотирикутним (у випадку, коли обидва носії величин, за якими здійснюється апроксимація, є інтервалами) дном на площині *x–y*. Отримана структура графічно зображена намалюнку 4. Чотирикутне „дно” позначено точками ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4. Носій апостеріорної на цьому кроці оцінки $B_j(h)$ вірогідності стану (гіпотези) h обмежений мінімальним і максимальним значенням ординат цього чотирикутника (значення γ_1 і γ_2), а оцінка функції належності на точці носія ($\gamma\in(\gamma_1, \gamma_2)$) дорівнює максимальній аплікаті плоскої кривої (Γ^*), одержаної перетином побудованого ”капелюшка” із площиною, перпендикулярною до осі ординат, що проходить через цю точку носія.



Мал. 4. Знаходження апостеріорної функції належності у випадку розмитого фактору визначеності.

Природньо, що у випадку, коли весь носій фактору визначеності на поточному кроці є або недодатнім, або невід’ємним, достатньо оцінювати відповідно лише одну з величин $\hat{P}(h/\bar{e}_j)$ чи $\hat{P}(h/e_j)$.

Слід зазначити, що умови коректності по початковим даним у нечіткому випадку можуть бути слабшими, ніж наведені вище, оскільки за постановкою реальних задач величини 0 та 1 інколи входять до носіїв оцінок $\hat{P}(e/h)$ та $B_o(h)$. Відпрацювання цих вироджених випадків займає помітну частину часу обчислень і на ідейному рівні співпадає із запропонованим в [3].

На завершення відзначимо, що описана методологія покладена в основу технології створення макета уніфікованої нечіткої експертної системи для автоматизації інтелектуальних процесів байєсівської діагностики. Проведені експериментальні дослідження основних положень описаної методики загалом виправдовують сподівання авторів.

1. *Веревка О.В., Заложенкова И.А., Парасюк И.Н.* Обобщение интервальных байесовских механизмов вывода и перспективы их использования // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – №6. – С. 3-13.
2. *Веревка О.В., Заложенкова И.А., Парасюк И.Н.* Интервальные байесовские механизмы вывода и их приложения // Проблемы программирования. – 2000. – №1-2. – С. 467-470.
3. *Веревка О.В., Парасюк И.Н.* Математические основы построения нечетких байесовских механизмов вывода // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – №1. – С. 105-117.
4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А.Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
5. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А.Н.Борисов, А.В.Алексеев, Г.В.Меркурьева и др. – М.: Радио и связь, 1989. – 304 с.