### УДК 539.3:551.24.03

# В.В. Фурман, М.М. Хом'як, Л.М. Хом'як

# МЕТОДИКА КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ДЕФОРМАЦІЙ ТА НАПРУЖЕНЬ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНИХ МОДЕЛЕЙ НАСУВОУТВОРЕННЯ

Запропонована методика комплексного аналізу результатів скінчено-елементного 2D-моделювання насувоутворення. Вона включає візуалізацію компонент тензора пружних і пластичних деформацій та напружень, а також інваріантів: гідростатичного тиску, максимального дотичного напруження і параметра виду напруженого стану. Для відображення структури складного напруженого стану побудовані траєкторії головних напружень і лінії ковзання. Для визначення можливих зон тріщиноутворення використано критерій Байерлі. Визначивши кінематичний тип розлому (у нашому випадку насув) і орієнтацію поверхні магістрального розлому в зоні руйнування, можна передбачити еволюцію моделі. Виконано аналіз результатів моделювання стиску осадової товщі на жорсткому фундаменті з урахуванням сил тертя.

Ключові слова: тектонофізика; насувоутворення; скінчено-елементне 2D-моделювания; сили тертя.

#### Bcmyn

Процеси деформування масивів гірських порід та виникнення типових геологічних структур (складки, скиди, насуви, зсуви тощо) давно стали об'єктом досліджень не тільки класичних геологічних дисциплін, зокрема структурної геології, а й нових напрямків на стику наук, що розвиваються, таких як тектонофізика. Можливість отримати вірогідні кількісні оцінки характеристик деформацій та напружень дає ключ до розуміння структурної еволюції на якісно новому рівні, має прикладне інженерне значення, а також може служити критерієм перевірки тих чи інших гіпотез, вирішувати прогнозні задачі та інтерпретувати наявні геологічні дані.

Перспектива моделювання деформацій земної кори та формування різнорангових геологічних структур на сучасному етапі полягає у застосуванні детерміністичних підходів, зокрема механіки суцільних середовищ [1-3]. Як правило, розв'язують систему диференціальних рівнянь в часткових похідних для заданих граничних умов та експериментальних чи усереднених оцінок властивостей досліджуваного середовища (густина порід, пружні, міцнісні та інші реологічні властивості), що складає суть прямої задачі математичної фізики. Числові розв'язки знаходять у заданій множині точок за допомогою достатньо універсальних числових методів; ми використовуємо метод скінченних елементів (МСЕ). На відміну від задач механіки, цей метод потребує деякої адаптації до моделювання тектонічних процесів, а саме врахування наявної тріщинуватості та розломних порушень, механізмів і критеріїв крихкого руйнування гірських порід, еволюції процесів протягом тривалого геологічного часу. Для передбачення орієнтації розривних порушень виконуватимемо розрахунок траєкторій головних напружень та ліній ковзання. Багато параметрів нетривіально контролюють поведінку моделі і впливають на числові результати, аналіз яких важко чи навіть неможливо виконати без розвинених процедур візуалізації, термінологічно та інтерпретаційно

наближених до геологічних застосувань.

Метою даної роботи є розвиток підходів до візуалізації та інтерпретації результатів скінченно-елементного моделювання на прикладі дослідження початкових етапів насувоутворення. Іншими словами, ми вважаємо доцільним дотримуватися системних правил (повноти, несуперечливості, мінімальності, еволюційності тощо), щоб обґрунтувати місце та переважаючу орієнтацію розривних порушень в геологічному середовищі під час насувоутворення. Наявний досвід [4] дає змогу запропонувати достатньо універсальний підхід, формалізований у вигляді методики комплексного аналізу деформацій та напружень (КАДН) для комп'ютерного моделювання тектонофізичних задач (рис. 1). Відведення чільного місця деформаціям зумовлено можливістю їх безпосередніх вимірювань і порівняння безвідносно до гіпотез про властивості середовища, хоча для розв'язування прямих залач не й не так суттєво.

Ідея КАДН включає шість етапів, які дають змогу врахувати типові особливості процесів і моделей, виявити фізичні інваріанти полів деформацій та напружень, передбачити зони руйнування, класифікувати кінематичні типи розломів, а в майбутньому (ще не реалізовано) – автоматично чи в діалоговому режимі враховувати зміни в моделях-наступниках.

Зауважимо, що можливі й інші підходи до моделювання насувоутворення, без гіпотези суцільності середовища (метод дискретних елементів), або інші методи розв'язування (різницеві схеми чи граничні елементи). Однак і для цих методів пропонована методика може бути використана, принаймні частково (наприклад, для моделей з дискретних елементів руйнування зв'язків між окремими частинками автоматично означатиме появу поверхні розриву (складної геометрії), тобто два останні етапи КАДН стають непотрібні (див. рис. 1). КАДН також можна застосовувати й за наявності достатньо густої сітки натурних (польових) спостережень, де визначено орієнтацію осей головних напружень чи деформацій. Порівняння і кореляція наборів геологічних

даних та результатів моделювання – це ще один можливий аспект застосування КАДН.



Рис. 1. Етапи комплексного аналізу деформацій та напружень для тектонофізичних процесів.

### Числове моделювання насувоутворення: стан проблеми

Регіональний стиск масивів гірських порід, зокрема осадових шаруватих товщ залежить від багатьох факторів і призводить до утворення різного типу структур (складки, насуви), ускладнених системою розривних порушень. І хоча загальні механізми деформування під час насувоутворення відомі (теорія тонкого штовхаючого клину [5] – critical taper theory, англ.), залишається багато особливостей цього процесу, які вимагають теоретичного осмислення. Аналогові та числові моделі дають змогу простежити (побудувати візуальний ряд) зміну полів деформацій та напружень, а також інших структурних параметрів – розкадрувати процес на послідовні моменти часу. Серед них скінченно-елементні моделі мають широку популярність, зумовлену наявністю апробованого на механічних задачах програмного забезпечення та можливістю враховувати складну геометрію об'єктів-моделей і неоднорідну нелінійну (пружно-пластичну) поведінку гірських порід. З іншого боку, різноманітність природних проявів, гіпотез та механічних ефектів дає широке поле побудови і дослідження нових моделей і пілхолів.

Серед відомих публікацій на тему комп'ютерного моделювання насувів вкажемо на деякі з них, що додавали авторам впевненості у правильному напрямку власних досліджень.

Врахуванню можливого розущільнення порід під час стиску, наводненості тіла насуву й впливу зв'язаного з цим гідростатичного тиску з використанням методу скінченних різниць присвячено статтю [6]. Результати моделювання показують, що у випадку врахування деформацій дилатації (розущільнення) фронт розривних порушень у породах клину насуву поширюється в 10 разів швидше, ніж для "сухих" моделей, без дилатації.

Дослідження динаміки покривів альпійського типу на низці скінченно-елементних моделей виконано в роботі [7]. Враховано геометрію клину, що успадковує геометрію осадового басейну, а також неоднорідні механічні властивості в межах осадової товщі та фундаменту: чергування компетентних ("сильних") і некомпетентних ("слабких") шарів. У залежності від співвідношення n=товщина "слабкого"/ товщина "сильного" шару виявлено закономірності складкоутворення (n > 0,5) та насувоутворення ( $n \le 0,5$ ). Показано роль внутрішнього тертя для крихкого деформування верхніх та в'язкості (повзкості) – для пластичного деформування нижніх шарів.

Різні сценарії еволюції півграбенових структур в умовах ерозії чи накопичення осадів розглянуто у [8]. Вибрано базові сценарії (які критично залежать від реологічних властивостей син- та пострифтингових осадових товщ) для моделювання реактивації насувних розломів, зароджених під час рифтингу. Вказано на можливість передбачення тектонічних напружень на кілометрових глибинах, перспективних на поклади вуглеводнів. Використано комерційне програмне забезпечення скінченно-елементного аналізу ANSYS, де реалізовано можливість пружно-пластичного деформування, а для визначення зон крихкого руйнування застосовано критерій Кулона-Мора (1)

$$\tau = \tau_0 + k \left| \sigma_n \right|, \tag{1}$$

де  $\sigma_n$ ,  $\tau$  – нормальні та дотичні напруження,  $k = tg \phi$  – коефіцієнт тертя ( $\phi$  – кут внутріш-

нього тертя),  $\tau_0$  – когезійна міцність.

Більш адекватні моделі тріщино- й розломоутворення із застосуванням моделі дискретних елементів (зв'язаних або тільки контактуючих в умовах стиску окремих частинок) запропоновано в роботах [9, 10]. Необхідність високої деталізації (до рівня окремих частинок, як правило, круглої форми) накладає суттєві обмеження на впровадження дискретно-елементних моделей (переважно на мікро- або мезорівні), а тому, як компроміс, важливим є комбінований підхід [11].

Підсумовуючи, можна відмітити спільні риси вказаних вище публікацій: 1) актуальність проблеми зародження розривних порушень насувного типу та застосування критерію крихкого руйнування (1); 2) використання сучасного програмного забезпечення, адаптованого для розв'язування геомеханічних задач; 3) наявність розвинених засобів візуалізації результатів для 2D-моделей.

### Короткий опис методики КАДН

Пропонована методика є синтезом вже відомих підходів та методів, об'єднаних у формальну процедуру аналізу результатів (числового) моделювання тектонофізичних задач. Разом з тим виділені в окремі пункти методики етапи дослідження, як правило, не реалізовані в універсальних програмних пакетах, а тому необхідно було розробити оригінальне програмне забезпечення для їхньої спільної роботи (див. далі).

Перший етап КАДН включає постановку задачі, вибір методу розв'язування та отримання числових результатів. Успішне виконання цього етапу передбачає співпрацю спеціалістів у геології та математичному моделюванні, а у випадку розробки власного програмного продукту також програмістів. Саме на цьому етапі треба сформулювати основні завдання дослідження, а отже, й оцінити попередньо очікувані результати. Попри ключову роль цього етапу, необхідність поєднання фундаментальних знань з вказаних вище дисциплін та елементів мистецтва наукового дослідження, ми вважатимемо, що предмет дослідження вибрано – у нас це поля напружень та деформацій. Для взаємодії з наступними етапами формуватимемо бази даних з числовими результатами у текстовій формі, як найбільш універсальній для обміну даними між незалежними програмами.

Другий етап передбачає інженерний аналіз компонентів векторів переміщень і тензорів деформацій та напружень. Це широко вживані в класичному скінченно-елементному аналізі покомпонентні карти ізоліній, що дають змогу виявити неоднорідність напруженого-деформованого стану, області концентрації напружень, накопичення пластичних деформацій, які контролюють структурні реорганізації (зокрема, насувоутворення). Завдання другого етапу – використовуючи стандартну функціональність, виявити загальні риси та головні механічні ефекти полів деформацій та напружень.

На третьому етапі доцільно перейти від компонент тензора другого рангу (деформацій чи напружень) до інваріантних скалярних величин, більш звичних у геологічних задачах. Існує три незалежних інваріанти, наприклад, для напружень – це рівносторонній тиск р, максимальне дотичне напруження  $\tau_{max}$  та параметр виду напруженого стану  $\mu_{\sigma}$  (параметр Лоде-Надаї) (або у західній літературі stress ratio  $R = (1 + \mu_{\sigma})/2$ ). Аналогічні величини можна ввести й для тензора деформацій (об'ємна деформація або дилатація є<sub>0</sub>, максимальна деформація зсуву  $\gamma$  і параметр  $\mu_{\varepsilon}$ ), однак відомо, що утворення розломних порушень адекватніше до спостережуваних у природі явищ описують силові критерії міцності [12]. Вибрані інваріанти напружень p,  $\tau_{max}$ ,  $\mu_{\sigma}$ легко обчислити, якщо відомі головні напруження  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , за такими формулами:

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3,$$
  

$$\tau_{max} = |\sigma_1 - \sigma_3|/2,$$
  

$$\mu_{\sigma} = 2(\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) - 1.$$
 (2)

Перевага вибраної системи інваріантів (2) полягає у тому, що вони мають зрозумілий фізичний зміст та використовуються в методах реконструкції напружень за польовими вимірюваннями орієнтації тріщин або дзеркал ковзання, тобто в оберненій задачі тектонофізики. В загальному випадку потрібні формули зв'язку між інваріантами та компонентами тензора напружень у довільній системі координат можна знайти, наприклад, у книзі [12].

Разом з тим дуже важливо для обгрунтування положення розривних порушень знати орієнтацію головних напружень та ймовірних напрямків ліній сколювання. В рамках методики КАДН вирішено проблему побудови траєкторій напружень (і деформацій) замість представлення векторного поля в окремих точках, що не завжди так наочно (наприклад, у випадку згущення сітки елементів). Ідея полягає у зведенні задачі побудови траєкторій до знаходження деякої потенціальної поверхні, ізолінії якої дотичні до напрямків головних напружень. Далі, лінії ковзання дотичні до напрямків найбільших дотичних напружень, тобто перетинають лінії головних напружень під кутом 45°, а лінії сколювання перетинають траєкторії головних напружень під кутом, що дорівнює куту внутрішнього тертя  $\varphi$ . Ми вибрали фіксоване значення  $\varphi = 30^\circ$ , яке відповідає середньому значенню для осадових порід.

Наступний, четвертий етап націлений на визначення зон критично високого рівня напружень, де може відбутися руйнування (поява тріщин). Для умов зародження насувних структур характерними є напруження стиску. В цих умовах адекватним до поведінки реальних гірських порід вважають критерій Байєрлі [12], що фактично конкретизує параметри в законі (1):

 $\tau \leq 0.85 |\sigma_n|, |\sigma_n| \leq 200$  (MIIa)

 $\tau \le 10 + 0.6 |\sigma_n|, 200 \le |\sigma_n| \le 2000.$  (3)

Маючи з попереднього етапу максимальні дотичні напруження  $\tau_{max}$  і критичні напруження руйнування  $\tau$  за формулами (3), вважатимемо, що значні розривні порушення виникнуть там, де  $\tau_{max} \ge \tau$ . Ймовірний характер магістрального поширення тріщин зумовлений неоднорідністю середовища, можливістю реактивації вже наявних розломів, відхиленням реального напруженого стану середовища від гіпотетичного стану плоскої деформації тощо.

Останній, шостий етап служить для реалізації "зворотного зв'язку" в моделюванні, тобто для врахування виявлених структурних особливостей в подальших розрахунках, таким чином забезпечуючи еволюційність моделі. Деякі з можливих підходів до реалізації такої функціональності передбачали б глибшу інтеграцію з програмами МСЕ (наприклад, перебудова сітки елементів чи зміна властивостей порід у часі) і виходять за рамки цієї статті. Однак для зручності інтерпретації й доповнення визначених зон руйнування та побудованих ліній сколювання в рамках методики КАДН реалізовано класифікацію кінематичних типів розломів, використовуючи один з відомих підходів [1, 12].

Зауважимо, що методика КАДН передбачає деяку надлишковість інформації, а для конкретних класів задач можна обмежуватися меншою кількістю параметрів, які потрібно візуалізувати. Наприклад, для простого навантаження і малорозвинених зон пластичних деформацій, структура траєкторій напружень і деформацій може відрізнятися незначно. Стратегія КАДН полягає в тому, що потрібно виконати всі розрахунки, а включати чи ні графічний файл у остаточний звіт, має вирішувати користувач, однак у разі зміни його побажань (в діалоговому режимі) новий звіт можна сформувати з мінімальними затратами часу, використовуючи попередні розрахунки та графічні побудови.

Підсумовуючи вищесказане, деталізуємо шість етапів КАДН (див. блок-схему на рис. 1) такими пунктами та підпунктами.

<u>I. Етап розрахунків та отримання результатів</u> (полів деформацій та напружень).

- 1.1. Геолого-тектонофізична модель:
- геологічні дані (породи, будова розрізу, форми залягання тощо);
- концептуальна модель (суцільне чи несуцільне середовище тощо);
- фізичні та механічні властивості гірських порід;
- силові та кінематичні умови навантаження, що відображають геодинамічний режим;
- вплив супутніх процесів (ерозії, седиментації тощо).
- 1.2. Математична модель:
- рівняння рівноваги;
- реологічні співвідношення (закон пружності, пластичності, повзучості чи в'язкості);
- зв'язок деформацій з переміщеннями;
- крайові умови.
- 1.3. Комп'ютерне моделювання:
- база даних параметрів моделі;
- метод числового аналізу (МСЕ);
- опрацювання результатів (видача в табличній та візуальній (графічній) формі карти ізоліній тощо);
- перерахунок для різних варіантів параметрів, уточнення моделі.

<u>II. Етап класичного (інженерного) аналізу</u> компонент деформацій та напружень в тензорній формі.

- 2.1. Переміщення:
  - повні **u** (у векторній формі);
  - горизонтальні  $u_x$ ;
  - вертикальні  $u_v$ .
- Деформації (повні) для випадку плоскої деформації ε<sub>xx</sub>, ε<sub>yv</sub>, ε<sub>xv</sub>.
- 2.3. Деформації (складові):
- пружні  $\varepsilon_{xx}^{(el)}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{(el)}$ ,  $\varepsilon_{xy}^{(el)}$ ,  $\varepsilon_{zz}^{(el)}$ ;
- пластичні  $\boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^{(pl)}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{yy}^{(pl)}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{xy}^{(pl)}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{zz}^{(pl)}$ ;
- повзучості, в'язкопластичні, інші  $\varepsilon_{xx}^{(vp)}$ ,  $\varepsilon_{yy}^{(vp)}$ ,  $\varepsilon_{xy}^{(vp)}$ ,  $\varepsilon_{zz}^{(vp)}$ ...
- 2.4. Напруження  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ .
- 2.5. Енергія деформування:
- потенціальна енергія деформації;
- робота пластичного деформування.
- <u>III. Етап аналізу інваріантів.</u> 1 Інгаріанти леформацій (пов
- 3.1. Інваріанти деформацій (повних і складо-

вих):

- головні деформації  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3;$
- максимальні деформації зсуву  $\gamma = | \epsilon_1 \epsilon_3 | / 2;$
- еквівалентні деформації є<sub>едv</sub> (інтенсивність деформацій);
- дилатація  $\varepsilon_0$ , параметр Лоде-Надаї  $\mu_{\epsilon}$ .
- 3.2. Інваріанти напружень:
  - еквівалентні напруження σ<sub>eqv</sub> (інтенсивність напружень);
  - головні напруження  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_2$ ;
  - всесторонній тиск *p*;
  - максимальне дотичне напруження  $\tau_{max}$ ;
  - параметр Лоде-Надаї  $\mu_{\sigma}$ .

<u>IV. Етап побудови траєкторій деформацій та</u> напружень.

- 4.1. Кінематичні (деформаційні) структури:
  - траєкторії головних деформацій;
- лінії максимальних деформацій зсуву.
- 4.2. Силові (динамічні) структури:
- траєкторії головних напружень;
- лінії ковзання (максимальних дотичних напружень).
- <u>V. Етап визначення зон руйнування.</u>
- 5.1. Критерій руйнування:

- крихке руйнування (закон Байєрлі);
- початок пластичності (за Мізесом);
- руйнування внаслідок деформацій повзучості (за низьких напружень).
- 5.2. Зони руйнування:
- напруження розтягу;
- надлишкові дотичні напруження, що перевищують критичні (за законом Байєрлі);
- надлишкові еквівалентні напруження, що перевищують початок пластичності (за Мізесом);
- руйнування внаслідок деформацій повзучості (за низьких напружень).
- VI. Етап урахування еволюційних змін.
- 6.1. Зміцнення порід:
- ущільнення від стиску;
- збільшення межі пластичності внаслідок накопичених незворотних деформацій;
- класифікація кінематичного типу ймовірного розлому (скид, насув, зсув тощо).
- 6.2. Уточнення моделі або розвиток у часі:
- зміна властивостей порід (зниження міцності в зонах розломів та зміцнення в зонах великих тисків та незворотних деформацій поза зонами руйнування);
- перебудова геометрії та структури моделі (контакт крил розлому);
- врахування успадкованих полів напружень і деформацій.

	A	В	C	D	E	F	G	Н		J	K	L	M	N	0	
1		Структура	вхідних і вихідних даних							Маска дл	я тензорів:	str(?-??kn	n)_XY.txt;(	etot(?-??km	)_XY.txt;e	
2	Активна директорія (ПАПКА) D:\ANSY						SYS-2008\L-2008-2aThrust			Macka для векторів: svect(?-??km)_XY.txt;etot-vect(?-??k						
3							Маск				ка для екв. напр/деф: seq(?-??km)_XY.txt					
4		Параметри	регулярної	сітки (адре	eca):		Mesh	Archiv !! \$B\$	4:\$I\$10		Сітка вуз	лів ***				
5					Точність д	ля порівня	ння коорди	0,001	*** Bci dia	апазони мож	на еказувал	ти клітині	кою у верх	ньому лівом	iy kymi	
6		Кількість то	чок для ус	ереднення	у вузлах р	эгулярної сітки 1										
7		Кут між найбільшим стискуючим головним н					апруженням та лініями сколу, ±			) °						
8	Критерій Bayerlee						Fault	s Class'!\$B\$4	17:\$1\$50		Kp.Bayer	lee ***				
9		Налаштува	ння для п	обудови і	золіній:								Нала	аштуван	ня на	
10		Перезаписувати існуючі файли (*.SRF)				(Автоматично) НІ							u	ьому лис	mi	
11	Налаштування контурів (групи графіків):						D:\ANSYS-2008\SURFER-ini						маю	ть пріори	imem	
12							_						E CONTRACTOR	ned ium		
13		Стиль карт:	🗢 без ліні	й Сзлін	іями 🔍 д	еякі з ліній		Палітра:	<b>∀</b> 4/δ	🔽 колір				iomorau à		
14							·		-				510	icinamu o	Ля	
15	Кон	тур області:	Назва мод	целі (active									кома	аноної кн	опки	
16	TOYHO MODELO.BLN												"8	иконати	·"	
17	3 NEF	EPEKPUTTЯM MODEL.BLN														
18		Параметри	Стиль	Solid		DCB a	anima:	RED	(	Чи використовувати RGB?						
19			Колір	Black	або	(0.255)		GREEN	(	TAK						
20			Товщина	0	page units	(0-2	BLUE		(	0			_			
21													Вико	нати ВС		
22						Масштаб	Ласштаб чи змінювати?									
23		Post	ир шрифта	6	пунктів	по Х		4					розралунки та			
24			пля міток на ізолінія		TA OCAX		no Y. 1: 4						побудови			
25			April Millor					-				_				
26		Вилимі осі			Вікно пе	еглялу: чи змін		новати? ТАК		-			-	$\sim$		
27			Зверху		Dikito ile	реглиду.	Min	Max								
28		I.▲ SHER	🗹 знизу	справа		X	.11	20					_ Запит	на заміну *	PPT.	
29						Y Y		.35					I ⊂	na sawiny . R		
30		(тома си туу, п. а) їїнетнасала ринсаутнов Н					Call PPoint"\$A\$1				Презента	ація ***				
31		rionaurybar	пл презен	i augir (8.3). K	уг на листр			an i i oniciş					-			
32																
33														1		
34			_											Environ		
35		Помістити в архів результати Перерахувати н											итери	т Байер.	л <u>—</u>	
20																

Рис. 2. Лист електронних таблиць для виклику програми SolVer у пакетному режимі.

### Особливості програмної реалізацій КАДН

Запропоновану методику КАДН реалізовано програмно на мові Visual Basic for Application (VBA) у вигляді модулів (макросів), вбудованих у файл електронних таблиць SolVer.xls (Solution Verification – верифікація розв'язку, англ.), рис. 2. Ше спрошує налаштування програми до процедури копіювання файлу на комп'ютер; необхідні дані, що використовує програма, зберігаються тут же, в клітинках на листах файлу електронних таблиць, без використання реєстру системи чи інших файлів налаштувань, а взаємодія з програмою здійснюється через командні кнопки в діалоговому чи пакетному режимах. Такий підхід вимагає мінімальних зусиль (достатньо навиків роботи з програмою Excel), щоб отримати файли візуалізації результатів. Вхідними даними є текстові файли (координати вузлів + обчислені значення) з використовуваної програми МСЕ. Це файли переміщень u(?-??km) XY.txt, напружень str(?-??km) XY.txt, деформацій e\*(?-??km) XY.txt, інваріантів напружень svec(?-??km)\_XY.txt, розрахованих траєкторій Traject\*(?-??km) XY.txt, зон руйнування DTau CR\*(?-??km) XY.txt, класифікації ймовірних розломів за орієнтацією головних напружень class\*(?-??km)\_XY.txt та деякі інші. В дужках наведених масок файлів вказано величину стиску в кілометрах. У процесі роботи програми SolVer також формуються двійкові файли (\*.GRD), необхідні для побудови ізоліній. Для цього SolVer вважає, що на комп'ютері встановлено програмне забезпечення побудови ізоліній типу Surfer, а виклики необхідних бібліотек програм здійснено з використанням технології Object Automation. Власне самі зображення (\*.srf-файли) можуть містити до чотирьох карт ізоліній, що об'єднані в одну тему (наприклад, компоненти напружень). Додаткові налаштування зображень враховують межі вікна перегляду, масштаб осей, розмір написів тощо. Відзначимо, що для об'єктів складної геометрії (форма області відмінна від прямокутника) необхідним ще є етап "вирізання" зображення по контуру моделі. Нарешті, з побудованих карт ізоліній (або з їхніх фрагментів), згідно з вибраними темами, будується файл звіту-презентації (\*.ppt-файл). Передбачено кольоровий та чорно-білий варіант презентації, які за потреби можна видрукувати.

Структурно інформація організована у вигляді файлової бази даних – текстові, бінарні та графічні файли зберігаються в окремих підкаталогах основного каталогу, назва якого відповідає назві проекту (задачі). У випадку повторного перерахунку спочатку перевіряємо наявність файлів-результатів на проміжних етапах обчислень і побудов, і якщо такі знайдено, то їх можна використати далі, без необхідності перерахунку. Це суттєво зменшує час роботи

програми у випадку зміни деяких значень у налаштуваннях. Хоча на даний час програма SolVer функціонує в експериментальному режимі (нарощується функціональність, але без оптимізації швидкодії), статистичні дані такі: в типовій задачі насувоутворення ми аналізували до 912 моментів часу (кадрів), що відповідають різним етапам стиску (до 4-10 км). Для кожного моменту часу програма МСЕ формувала 11 текстових файлів результатів (тем) у вузлах розбиття (до 5000 вузлів) - для переміщень, деформацій, напружень (покомпонентно та еквівалентні величини). Виконання розрахунків та побудова карт ізоліній (до двох тисяч файлів загальним об'ємом ~200 Мбайт для однієї задачі) триває орієнтовно годину (залежить від конфігурації комп'ютера, особливо від швидкодії операцій обміну з диском). Хоча затрачений час ще значний (і надалі може бути оптимізований), однак без програмної автоматизації процесу КАДН на побудову звітних файлів візуалізації в повному обсязі часові затрати вимірювалися б не одним робочим днем, а тому такі показники продуктивності вже можна вважати задовільними.

#### Модельна задача насувоутворення

Для апробації КАДН вибрано базову модель L-2008-2 (рис. 3), що виявляє особливості стиску осадової товщі на (суб)горизонтальному фундаменті через підсування блоку (ліворуч).



Рис. 3. Базова модель для комп'ютерного моделювання насувоутворення – задача горизонтального стиску осадового басейну. a – концептуальна модель насувоутворення під час стиску осадової товщі (зона колізії),  $\delta$  – 2D–геометрія задачі, e – скінченні елементи і умови навантаження.

Механічні властивості фундаменту та блоку такі, що вважатимемо їх жорсткими (в порівнянні з осадовою товщею майже не деформуються), а тому взаємодію з ними замінимо контактними умовами з урахуванням тертя. Врахування глибинного розлому полягає в тому, що блок може рухатися незалежно від фундаменту.

Напружено-деформований стан визначається умовами навантаження, а саме – горизонтальним стиском, реалізованим через підсування жорсткого блока ліворуч та вертикальним навантаженням, що враховує літостатичний тиск порід та вагу стовпа води над товщею на глибині h = 3,5 км. Це модель палеоконтинентального схилу, по якому внаслідок контактної взаємодії з урахуванням ефектів тертя і проковзування навантаження передається на близькі ділянки осадової товщі.

Математична постановка задачі (детальніше див. у [4]) включає співвідношення пружнопластичного деформування з урахуванням сили ваги, тиском води  $p = \rho_w gh$  і кінематичними умовами стиску (до 4-10 км) на контакті з блоком. У рамках квазістатичної задачі час як параметр стиску вибрано так, щоб горизонтальні рухи відповідали характерній для тектонічних процесів швидкості 1 см за рік. Товща має потужність до 1,5 км і представлена трьома макрошарами, властивості яких можуть бути неоднорідні. У випадку ізотропної товщі механічні властивості осадових порід потрібно усереднювати з урахуванням таких природних факторів, як тріщинуватість, ступінь літифікації порід чи обводненість. Ми вважали середовище ізотропним з модулем Юнга E = 30 ГПа, коефіцієнтом Пуассона v = 0,15, межею пластичності  $\sigma_T = 100$  МПа і коефіцієнтом тертя k == 0.6 - 0.85.

Горизонтальні рухи на ділянці континентального схилу (ліворуч на моделі) передають силові навантаження на ще не розбиту розломами осадову товщу. Тут проковзування незначні, а на ділянці виположення проковзування між блоком і осадовою товщею збільшуються. Домінують напруження  $\sigma_{xx}$ , що фактично близькі за

напрямом дії до головного напруження  $\sigma_{min}$  (максимальний стиск). Для детального аналізу деформацій та напружень на різних етапах стиску побудовано відповідні карти ізоліній (рис. 4).

Можна вказати як загальні тенденції, так і особливості, які виявляють карти компонент напружень чи деформацій, доповнюючи одна одну. Зосередимося на аналізі напружень (використовуватимемо їх у критерії тріщиноутворення), хоча для деформацій теж можна зробити подібні висновки.

- 1) Ймовірне розташування розлому буде дещо вище точки перегину. Новосформований розлом насувного типу остаточно "відділить" зону виклинювання товщі від її основної частини. В залежності від часу формування цього насуву (міцності зони виклинювання) початок розлому (на контакті з блоком) можна вказати в межах від x = -8 до x = -10км, кут  $35^{\circ}$ - $45^{\circ}$ .
- 2) Оскільки у моделі L-2008-2 (рух блока зліва направо) фундамент басейну залишається нерухомим (хоч і допускає проковзування), то в зоні колізії накопичуються високі напруження (зона концентрації  $\sigma_{xx}$  над крайньою правою точкою виположення. На початкових етапах вона має симетричну куполоподібну форму з центром у точці колізії, а для великих стисків (2 км і більше) спостерігаємо лінійний градієнт збільшення модуля величини  $\sigma_{xx}$  з глибиною. Ліворуч для товщі він майже узгоджений з лінією контакту (континентальний схил і виположення), а праворуч цей градієнт складає кут 60°-70°. Справа зона концентрації обмежена субвертикальним і навіть від'ємним градієнтами σ<sub>уг</sub>. Таке асиметричне зміщення зони концентрації напружень σ<sub>xx</sub> (у формі "диму, що стелиться") сприяє глибинному, а не поверхневому зародженню розломів. З врахуванням того, що поверхневі породи, очевидно, менш літофіковані (менш жорсткі і менш міцні), тобто некомпетентні, то розломи насувного типу, що зародилися на глибині, ймовірно, мають проникати вверх і доходити до поверхні.
- 3) Аналіз дотичних контактних напружень вздовж лінії виположення та дотичних напруження  $\sigma_{xy}$  у прилеглій осадовій товщі показує, що тут відбувається почергово процес накопичення розвантаження внаслідок проковзування, а тому загальний рівень напружень залишається меншим, ніж у шарах товщі, що лежать вище. З врахуванням зруйнованості порід на контакті (тріщинуватості) ця зона є сприятливою для проникнення флюїдів (зокрема, води), утворення обводнених глинистих прошарків, які зменшують необхідні для проковзування критичні напруження отже, сприяють насувоутворенню.
- 4) Характер взаємних зміщень (за аналізом σ<sub>xy</sub>) праворуч і ліворуч від точки колізії змінюється. Ліворуч маємо проковзування приконтактних шарів осадової товщі вліво відносно блока, що штовхає, а праворуч приконтактні шари переміщуються вправо відносно фундаменту.
- 5) Фронт зони концентрації напружень (по ко-



стиску 2,0 км – x = +15 км, а для стиску 4,0 км – x = +20 км. Решту товщі ліворуч фак-



Рис. 4. Результати другого етапу КАДН: *а* – компоненти тензора повної деформації; *б* – пружні деформації; *в* – компоненти тензора напружень; *г* –еквівалентні повні Е-еq та пружні деформації Eel-eq, а також еквівалентні напруження Seq.

тично не зазнає горизонтального (тектонічного) стиску, і тут домінує сила ваги (стандартний напружений стан).

Додатною скалярною характеристикою напруженого стану, важливою зокрема для пружно-пластичного деформування, є еквівалентні напруження (за Мізесом)  $\sigma_{eqv}$ . Для механізму крихкого руйнування високі значення  $\sigma_{eqv}$ вказують на зони ймовірного розломоутворення (як один з факторів, поряд з лініями ковзання). З наростанням стиску зона високих значень  $\sigma_{eqv}$  розширюється і мігрує вправо. Між зоною стиску і фактично недеформованою товщею існує перехідна зона, де ізолінії значень  $\sigma_{eqv}$  вказують на зміну градієнта  $\sigma_{eqv}$  з горизонтального на вертикальний.

На третьому етапі КАДН виявлено такі риси розподілу інваріантів напружень в осадовій товщі для моделі L-2008-2 (рис. 5).



**Рис. 5**. КАДН: етап аналізу інваріантів напружень для стиску на 4 км. *а* – параметр Лоде-Надаї  $\mu_{\sigma}$ ,  $\delta$  – рівносторонній тиск *p*, *в* – дотичне напруження  $\tau_{max}$ 

1) На ділянці тектонічного стиску (над точкою колізії) зароджуються і поширюється обабіч (на етапах стиснення до 1 км), а потім переважно праворуч (стиснення > 1 км) зона, де параметр Лоде-Надаї близький до нуля, тобто домінують деформації зсуву. А в тектонічно нестиснутій зоні осадової товщі переважає літостатичний тиск. Між ними існує перехідна зона у вигляді нахиленого приблизно на 45° зрізаного еліпса з центром у верхніх шарах осадової товщі (рис. 5.*a*). Якщо в зоні  $\mu_{\sigma} \approx 0$ можна припустити насувний характер порушень, то в перехідній частині можливі й інші кінематичні типи розломів, наприклад, зсуви. Це свого роду тимчасова "зона гальмування" для утворення нових насувів у фронті стиснутої товщі.

2) Оскільки вертикальні навантаження не змінюються, то збільшення рівня тиску p і розширення зони високих значень p цілком

визначається горизонтальним стиском і повторює характер зміни напружень  $\sigma_{xx}$  (рис. 5.6). Напруження  $\tau_{max}$  в загальних рисах повторюють характер розподілу еквівалентних напружень  $\sigma_{eqv}$  і теж можуть служити одним з критеріїв руйнування  $\sigma_{xx}$  (рис. 5.*в*). Рівень  $\tau_{max}$ нижчий за рівень  $\sigma_{eqv}$ , оскільки не враховує напружень  $\sigma_{zz}$ , близьких до проміжних головних напружень  $\sigma_2$ . Зі свого боку, проміжні головні напруження  $\sigma_2$ , компонента тензора  $\sigma_{zz}$ і всесторонній тиск р вказують на об'ємну деформацію і є, як правило, фактором, що підвищує критичний рівень τ для утворення тріщин сколювання. Однак якщо дотичні напруження зростають швидше, ніж тиск p, то втрата міцності порід (утворення тріщин і розломів) є достатньо ймовірною Для визначення можливої форми лінії розломів потрібно побудувати траєкторії головних напружень (визначаються за компонентами напруженого стану однозначно), а також лінії ковзання, які будують з урахуванням гіпотетичного кута внутрішнього тертя, що є параметром породи і вже використовувався вище в критерії Байєрлі. Очевидно, що в різних умовах і для неоднорідних середовищ цей узагальнений параметр теж матиме неоднорідний розподіл. Однак в найпростішому випадку можемо прийняти середнє значення для гірських порід 30°, постійне для всієї осадової товщі. Таким чином, побудовані лінії ковзання перетинають траєкторії головних напружень під сталим кутом 30°, а на відміну від двох сімейств траєкторій напружень, два сімейства ліній ковзання є між собою неортогональні (рис. 6).



Рис. 6. КАДН: етап аналізу траєкторій та ліній ковзання (стиск на 4 км): траєкторії повних деформацій (*a*) та відповідні лінії ковзання (б); *в*, *г* – траєкторії та лінії ковзання для напружень, ∂ –класифікація кінематичних типів розломів.

Одним з раціональних критеріїв, прийнятих у геології для визначення критичних напружень руйнування гірських порід, є критерій Байєрлі (3). Приймемо, що додатні значення різниці  $\tau - \tau_{max}$  вказують на зони руйнування гірських порід. Ми вибрали три можливі моделі до оцінки стану міцності гірських порід:

- незруйновані породи ідеальний зв'язок між частинками середовища т<sub>0</sub>=50 МПа,
- 2) породи частково зруйновані (тріщинуваті), реальне середовище,  $\tau_0 = 10$  МПа,
- породи зруйновані, існують попередньо утворені тріщини і розломи, що можуть реактивізуватися, т<sub>0</sub>=0 (рис. 7).

Для порід з наявними розломами ( $\tau_0 = 0$ )

додатні значення  $\tau - \tau_{max}$  на глибині поширюються до x = +15 км (для стиску до 4 км) і ще більше для верхніх шарів – до 18 км. А для суцільних порід (без розломів) зона

 $\tau - \tau_{max} > 0$  поширюється тільки до x = +11 км і зменшується у верхній частині товщі, хоча в центральній частині характер ізоліній залишається таким же.

Загальний висновок на основі застосування КАДН для моделі L-2008-2 такий (рис. 8): руйнування зароджується біля точки колізії, далі зі збільшенням стиску зростає, розширюючись вверх. Накладаючи карти класифікації кінематичних типів розломів та зони руйнування  $\tau - \tau_{max} > 0$  (за Байєрлі), ми визначаємо, що єдино ймовірним типом є насув, зародження якого має відбутися поблизу точки колізії.

#### Висновки

Побудовано комп'ютерну модель насувоутворення: методом скінченних елементів розв'язано плоску задачу визначення напружено-деформованого стану стиснутої осадової товщі в зоні колізії для послідовних моментів часу (параметр стиску). Отримано класичні для інженерного аналізу компоненти тензорів деформацій та напружень, а також інваріанти напруженого стану: еквівалентне (диференціальне) напруження, всесторонній тиск, максимальне дотичне напруження та параметр Лоде-Надаї.



Рис. 7. КАДН: етап аналізу зон руйнування для стиску на 4 км. Зверху вниз: суцільне середовище (когезія максимальна); "реальне" (тріщинуваті гірські породи); зони можливої реактивації наявних розломів.



**Рис. 8**. Комплексна інтерпретації результатів моделювання насувоутворення. Зверху вниз: зони руйнування, класифікація типів розломів, орієнтація ліній сколювання.

Побудовано траєкторії напружень–деформацій та відповідних їм ліній ковзання (ймовірні лінії сколювання).

З використанням критерію Байєрлі та класифікації розривних порушень і траєкторій напружень визначено зони ймовірного руйнування (розломоутворення), їхня орієнтація та кінематичний тип.

Комплексний аналіз полів деформацій та напружень формалізовано в шести етапах розробленої методики, для реалізації якої розроблено спеціальне програмне забезпечення.

Для задач насувоутворення серед значної

кількості результуючих характеристик напружено-деформованого стану осадової товщі виділено найбільш інформативні (лінії сколювання, зони руйнування, класифікація типів розломів), що дають змогу передбачити еволюцію моделі та дати геологічну інтерпретацію результатів.

#### Література

- Гинтов О.Б. Полевая тектонофизика и ее применение при изучении деформаций земной коры. – Киев: Феникс, 2005. – 572 с.
- 2. Тёркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика: Геологические приложения физики сплошных

сред. Ч. 2: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 360 с.

- Ramsay J.G., Lisle R.G. The techniques of modern structural geology. Vol. 3. Applications of continuum mechanics in structural geology. – Elsevier, 2000. – P. 701–1061.
- Фурман В., Хом'як Л., Хом'як М. Числове моделювання фактора тертя ковзання в процесах насувоутворення // Геодинаміка – 2007. – 1(6). – С. 85–94.
- Nemchok M., Schamel S., Gayer R. Thrustbelts. Structural architecture, thermal regime and petroleum systems. – Cambridge University Press, 2005. – 541 p.
- Strayer L.M., Hudleston P.J., Lorib L.J. A numerical model of deformation and fluid-flow in an evolving thrust wedge // Tectonophysics. - 2001. – Vol. 335. – P. 121–145.
- Wissing S.B., Ellis S., Pfiffner O.A. Numerical models of Alpine-type cover nappes // Tectonophysics. – 2003. – Vol. 367. – P. 145–172.
- 8. Henk A., Nemcok M. Stress and fracture prediction in inverted half-graben structures // J. of

Struct. Geol. - 2008. - Vol. 30. - P. 81-97.

- Potyondy D.O., Cundall P.A. A bondedparticle model for rock // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.. – 2004. – Vol. 41. – P. 1329–1364.
- Yang Y.R., Hu J.C., Tang C.L., Lin M.L., Lu C.J., Chen W.S. 2-D numerical simulation for the deformation of fault-related folding: case studies for Coseismic Deformation of the Chi-Chi Earthquake at Chushan Trench / In: Taiwan Geosciences Assembly, TGA 2007. http://2007tga.cgu.org.tw/cdrom/std/PP-206.pdf.
- Seyferth M., Henk A., Coupling of PFC2D and ANSYS – concepts to combine the best of two worlds for improved geodynamic models / In: Numerical Modelling in Micromechanics via Particle Methods – Konietzky (ed.). – Swets & Zeitlinger, Lisse, ISBN 90 5809 532 0, 2003. – P. 283–290.
- Ребецкий Ю.Л. Тектонические напряжения и прочность природных горных массивов. – М.: ИКЦ "Академкнига", 2007. – 406 с.

### МЕТОДИКА КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ НАДВИГООБРАЗОВАНИЯ

# В.В. Фурман, Н.Н. Хомяк, Л.Н. Хомяк

Предложена методика комплексного анализа результатов конечно-элементного 2D-моделирования надвигообразования. Она включает визуализацию компонент тензора упругих и пластических деформаций или напряжений, а также инвариантов: гидростатического давления, максимального касательного напряжения и параметра вида напряженного состояния. Для отображения структуры сложного напряженного состояния построены траектории главных напряжений и линии скольжения. Для определения возможных зон трещинообразования использован критерий Байерли. Определив кинематический тип разлома (в нашем случае надвиг) и ориентацию поверхности магистрального разлома в зоне разрушения, можно предсказать эволюцию модели. Выполнен анализ результатов моделирования сжатия осадочной толщи на жестком фундаменте с учетом сил трения.

Ключевые слова: тектонофизика; надвигообразование; конечно-элементное 2D-моделирование; силы трения.

# THE METHODOLOGY OF THE COMPLEX ANALYSIS OF STRAINS AND STRESSES FOR FINITE-ELEMENT MODELLING OF THRUSTING

### V.V. Fourman, N.N. Khomyak, L.N. Khomyak

The technique of the complex analysis of results of the finite-element 2D-modelling of thrusting is proposed. It includes visualization of elastic and plastic strains or stress tensor components and its invariants also: hydrostatic pressure, maximal tangential stress and stress ratio. The trajectories of principle stresses and lines of sliding are constructed for mapping of the compound stress state structure. We use Byerlee's criterion for determination of the possible fracturing zones. If kinematic type and surface orientation of the main fault in this fracturing zone is determined (reverse fault, in our case) then it is possible to predict the evolution of the model. The modelling results of sedimentary rocks compression on the rigid basement are analyzed taking into account friction forces.

Key words: tectonophysics; thrusting; finite-element 2D-modelling; friction forces.

Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів

Надійшла 10.10.2008