

УДК 004.942 + 623.454.862

ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ СТІЙКОГО ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ

О.Г. Ревунова

*Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій
і систем. Україна, Київ, пр. Глушкова, 40.*

egrevunova@gmail.com

Розроблено інформаційну технологію стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань. Ефективність інформаційної технології продемонстровано на прикладі розв'язання задачі відновлення функції поверхневої щільності випромінювання радіонуклідів.

Ключові слова: інформаційна технологія, відновлення сигналів, непрямі вимірювання

An information technology for the stable recovery of signals by the results of indirect measurements is developed. The effectiveness of the technology is demonstrated on the example of solving the problem of restoring the function of the surface density of the radionuclide radiation.

Keywords: information technology, recovery of signals, remote measurements

Разработана информационная технология устойчивого восстановления сигналов по результатам косвенных измерений. Эффективность информационной технологии продемонстрирована на примере решения задачи восстановления функции поверхностной плотности излучения радионуклидов.

Ключевые слова: информационная технология, восстановление сигналов, косвенные измерения

Вступ

Задача відновлення сигналу об'єкта за результатами непрямих дистанційних вимірювань часто виникає в технічних системах. Сигнал об'єкта піддається спотворенню під час взаємодії з середовищем поширення та вимірювальним трактом. Розглядають задачі, де ця взаємодія описується лінійним перетворенням. Результати непрямих вимірювань формують вектор виходу, за яким необхідно якомога точніше відновити вектор сигналів об'єкта, тобто вектор входу. Така необхідність існує в практиці оброблення сигналів в різних галузях – спектрометрія, геофізична розвідка, неруйнівний контроль, дистанційний моніторинг тощо.

Під час відновлення сигналів об'єкта за результатами непрямих дистанційних вимірювань виникає необхідність розв'язання оберненої задачі. Така задача, що виникає у зв'язку з обробленням результатів непрямих вимірювань, часто відноситься до класу дискретних некоректних задач (ДНЗ).

Відомо, що розв'язання ДНЗ як задачі найменших квадратів є нестійким: малим змінам у векторі вимірювань відповідають великі зміни у векторі розв'язку, при цьому велике значення мають і помилки розв'язання. Для подолання нестійкості та підвищення точності розв'язку використовують методи регуляризації.

Нами розроблено методи стійкого регуляризованого розв'язку ДНЗ із застосуванням випадкової проекції [1–5, 7, 8, 9] та усіченого сингулярного розкладу [6, 7, 9]. Для зручності їх реалізації в прикладних задачах необхідна розробка відповідної інформаційної технології.

Мета розробки інформаційної технології: забезпечити реалізацію методів стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань в умовах, коли матриця перетворення вхід-вихід має монотонно спадний ряд сингулярних значень, число обумовленості велике і вектор виходу спотворений шумом. Розглядаються методи розв'язання дискретної некоректної задачі відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань на основі випадкової проекції та усіченого сингулярного розкладу, а також методів перетворення виходу лінійної вимірювальної системи у вихід системи з заданим базисом.

1. Функціонування інформаційної технології стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань

Блок-схема інформаційної технології стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань (ІТВС) представлена на рис. 1.

Інформаційна технологія працює з даними, які описуються трьома типами генеративних моделей: інтегральне рівняння виду $\int_a^b K(t,s)\varphi(s)ds = f(t)$ (М1), інтегральне рівняння згортки $\varphi(t) + \int_a^b K(t-s)\varphi(s)ds = f(t)$ (М2), адитивна модель на основі функцій відгуку детектувальної системи $y = \sum_{j=1}^N \varphi_j(z)\beta_j$ (М3).

Відповідно сировину, тобто дані, для інформаційної технології постачають не тільки засоби вимірювання (у вигляді виходу вимірювальної системи), а й генеративні моделі.

Так, моделі М1, М2 надають матрицю, що є результатом дискретизації ядра відповідного інтегрального рівняння. Модель М3 надає матрицю базисних функцій, які часто представлені функціями відгуку детектувальної системи на набір можливих впливів.

Далі йде перевірка властивостей матриці вхідних даних. Якщо матриця вхідних даних є ДНЗ-матрицею, то для отримання стійкого рішення потрібна регуляризація. Подальша обробка проводиться в залежності від типу моделі вхідних даних.

Дані, породжені моделлю М1, надходять на блок апроксимації матриць (блок 3). Проводиться апроксимація вхідної матриці даних \mathbf{A} k -компонентною моделлю. У блоці 3 обчислюється апроксимація матриці \mathbf{A} на основі: сингулярного розкладу, випадкового проектування і детермінованого випадкового проектування.

Виходом блоку апроксимації матриць є матриця \mathbf{A}_k , яка потім надходить на блок 11 обчислення оцінок, де формується оцінка вхідного вектора \mathbf{x}_k^* , отримана з використанням k -компонентної моделі.

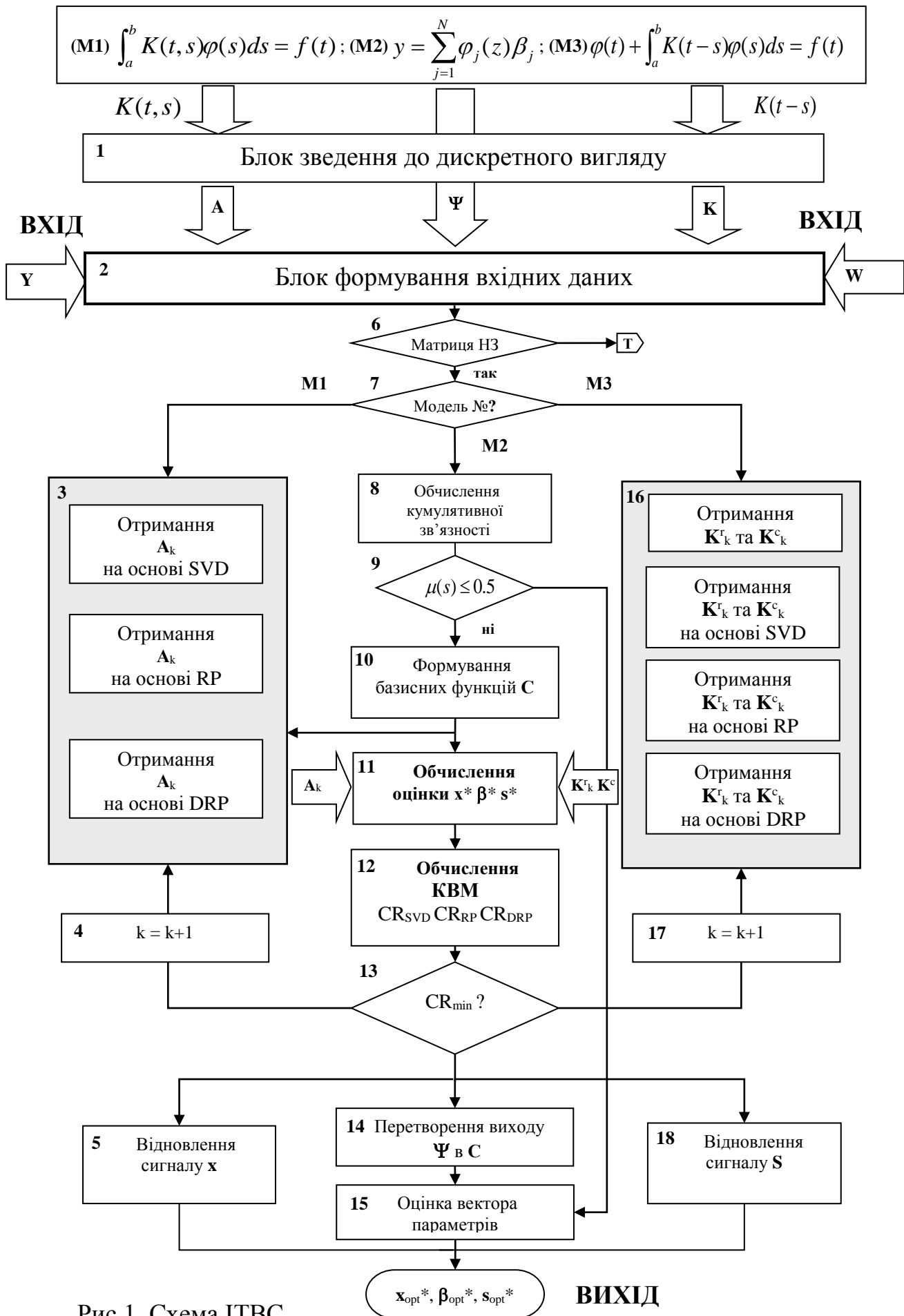


Рис.1. Схема ІТВС

Наступний крок обробки даних виконує блок обчислення значень критерію $CR(k)$ вибору моделі 12, який зберігає масив значень від $CR(1)$ до $CR(k)$. Потім блок прийняття рішення про досягнення мінімуму критерію визначає, за якої кількості компонент моделі (k_{opt}) значення критерію було мінімальним.

Якщо мінімум значень критерію вибору моделі не досягнуто, то складність моделі збільшується (блок 4) і працює блок 3, який апроксимує матрицю k -компонентною моделлю. Так триває доти, поки не досягається мінімальне значення $CR(k)$. Модель, відповідну CR_{min} , назовемо k_{opt} -компонентною моделлю.

Відновлений з використанням k_{opt} -компонентної моделі сигнал формується блоком 5 і надходить на вихід.

Дані, породжені моделлю М3, надходять на блок 16 апроксимації матриць (Кронекерівського розкладу), в якому спочатку проводиться розклад Кронекера матриці даних: $\mathbf{K} = \mathbf{K}^r \otimes \mathbf{K}^c$, $\mathbf{K}^c \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $\mathbf{K}^r \in \mathcal{R}^{n \times n}$. Потім матриці \mathbf{K}^c та \mathbf{K}^r апроксимуються k -компонентною моделлю. Обчислюється апроксимація на основі: сингулярного розкладу (SVD), випадкового проектування (RP) і детермінованого випадкового проектування (DRP).

Виходом блоку 16 є матриці \mathbf{K}_k^c та \mathbf{K}_k^r , які потім надходять в блок 11 обчислення оцінок, де з використанням k -компонентної моделі формується оцінка вхідного вектора \mathbf{s}_k^* .

Далі обробка даних виконується блоком 12 обчислення значення критерію вибору моделі $CR(k)$, який зберігає масив значень $CR(1), \dots, CR(k)$. Блок прийняття рішення про досягнення мінімуму критерію визначає, за якої кількості компонент моделі k_{opt} значення критерію було мінімальним. Якщо мінімуму $CR(k)$ не досягнуто, то після збільшення складності моделі робота знову переходить до блоку 16.

При досягненні мінімуму $CR(k)$ відновлений з використанням k_{opt} -компонентної моделі двовимірний сигнал \mathbf{S} формується блоком 18 та надходить на вихід.

Дані, породжені моделлю М2, а саме матриця базисних функцій (функцій відгуку) детектувальної системи, подається на блок аналізу властивостей базисних функцій (блок 8), де обчислюються значення функції кумулятивної зв'язності $\mu(k)$.

Якщо значення кумулятивної зв'язності при $k=1, \dots, N$ менше або дорівнює 0.5, то здійснюється перехід до блоку оцінки вектора параметрів з використанням тесту на l_0 -оптимальність.

Якщо значення кумулятивної зв'язності при $k=1, \dots, N$ більше 0.5, то для отримання оцінки вектора параметрів з використанням тесту на l_0 -оптимальність необхідно зробити перетворення виходу наявної вимірювальної системи з базисом Ψ до виходу вимірювальної системи з покращеними властивостями: система базисних функцій такої системи має значення кумулятивної зв'язності менше за 0.5.

Для цього в блоці 10 здійснюється формування такої системи базисних функцій, значення кумулятивної зв'язності якої менше 0.5. Потім матриця базису Ψ передається на блок 3 для отримання апроксимації k -членною моделлю. Отримана k -членна модель використовується в блоці 11 для обчислення поточної оцінки вектора параметрів. Після чого блок 12 обчислює значення критерію вибору моделі.

Якщо мінімуму критерію не досягнуто, складність моделі збільшується на 1 і блок 3 знову виконує апроксимацію матриці. Дії повторюються доти, поки значення критерію вибору моделі не стане мінімальним. Коли мінімум $CR(k)$ досягнутий, в роботу вступає блок перетворення виходу 14, який перетворює вихід вимірювальної системи з базисом Ψ ($\mu \geq 0.5$) у вихід вимірювальної системи з базисом C ($\mu < 0.5$). Після чого блок 15 виконує оцінку вектора параметрів з використанням тесту на l_0 -оптимальність.

2. Реалізація інформаційної технології стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань

Реалізація блоку формування вхідних даних (Блок 2) зберігає в спеціальній структури матрицю, що надається моделями М1-М3 (A , Ψ або K), і матрицю (вектор) даних вимірювань Y , W (y , w). Для матриці, наданої моделлю, обчислюється вектор сингулярних значень і число обумовленості.

Реалізація блоку методів апроксимації матриць (Блок 3, 16) моделі М1, М3 включає апроксимацію матриці на основі:

- усіченого сингулярного розкладу (TSVD);
- інкрементної реалізації сингулярного розкладу;
- випадкового проектування матрицями: R , Q , Ω ;
- детермінованого випадкового проектування.

Блок також включає: обчислення матриць розкладу Кронекера; методи обернення матриць: на основі усіченого сингулярного розкладу, методом Гревілья та його модифікаціями.

У блоці обчислення критеріїв вибору моделі (КВМ) (Блок 12) реалізовані:

- КВМ на основі усіченого сингулярного розкладу;
- КВМ на основі випадкового проектування;
- КВМ на основі детермінованого випадкового проектування.

Блок також включає:

- Обчислення функцій $J(k)$ для входу і виходу;
- Процедуру аналізу поведінки складових помилки в залежності від k ;
- Критерії Акаїке, Маллоуза, Бін Ю;
- Умову Пікара.

Реалізація блоку перетворення виходу (Блок 14) включає:

- Обчислення матриці перетворення виходу з використанням усіченого сингулярного розкладу $T_k^{SVD} = CA_k^+ = CV_k S_k^{-1} U_k^T$;

- Обчислення матриці перетворення виходу з використанням випадкового проектування $\mathbf{T}_k^{\text{RP}} = \mathbf{C}(\mathbf{R}_k \mathbf{A})^+ \mathbf{R}_k$;
- Обчислення матриці перетворення виходу з використанням детермінованого випадкового проектування $\mathbf{T}_k^{\text{DRP}} = \mathbf{C} \mathbf{A}^T \mathbf{U} \mathbf{D}_k \mathbf{U}^T$;
- Отримання перетвореного вектора виходу шляхом множення вектора виходу перетвореної вимірювальної системи на матрицю перетворення \mathbf{T}_k .

Реалізація блоку оцінки розрідженого вектора параметрів (Блок 15) включає модифікований тест на l_0 -оптимальність.

Якщо вектор виходу спотворений шумом, завдання розрідженої апроксимації ставиться як задача мінімізації кількості ненульових компонент у векторі параметрів за умови $\|\mathbf{y} - \mathbf{\Psi}\boldsymbol{\beta}\| \leq \delta$, де δ – (мала) величина, пропорційна нормі вектора шуму $\boldsymbol{\varepsilon}$. У зв'язку з розв'язанням задачі розрідженої апроксимації зашумленого вектора виходу введено [10] поняття "l₀-оптимального розв'язку" – розв'язок, що забезпечує одночасно мінімальну помилку апроксимації та максимально можливу розрідженість. Перевірити на l₀-оптимальність розв'язок $\boldsymbol{\beta}^*$, отримане деяким алгоритмом, дозволяє відповідний тест.

У блоці обчислення функції кумулятивної зв'язності (ФКЗ) (Блок 8) проводиться обчислення ФКЗ для заданої системи базисних функцій (функцій відгуку) вимірювальної системи. У разі, коли базисні функції задані аналітично, видаються рекомендації щодо зменшення значень кумулятивної зв'язності, і обчислюються значення відповідних функцій, що сформовані в матрицю, значення кумулятивної зв'язності для якої менше 0.5.

У блоці відновлення двовимірного сигналу \mathbf{S} (Блок 18) проводиться множення матриці вимірювань \mathbf{W} (або вектора вимірювань \mathbf{w}) зліва і справа на матриці перетворення, яке дозволяє отримати оцінку сигналу входу \mathbf{S}^* . Такі перетворення реалізовані для відновлення двовимірного сигналу. Проводиться обчислення матриць перетворення:

- на основі сингулярного розкладання
 $\mathbf{M}c_k^{\text{SVD}} = \mathbf{V}_{ck} \boldsymbol{\Sigma}_{ck}^{-1} \mathbf{U}_{ck}^T$ та $\mathbf{M}r_k^{\text{SVD}} = \mathbf{U}_{rk} \boldsymbol{\Sigma}_{rk}^{-1} \mathbf{V}_{rk}^T$;
- на основі випадкового проектування
 $\mathbf{M}c_k^{\text{RP}} = (\mathbf{R}_k \mathbf{K}_c)^+ \mathbf{R}_k$ та $\mathbf{M}r_k^{\text{RP}} = (\mathbf{R}_k^T (\mathbf{K}_r^T \mathbf{R}_k^T))^+$;
- на основі детермінованого випадкового проектування
 $\mathbf{M}c_k^{\text{DRP}} = E\{(\mathbf{R}_k \mathbf{K}_c)^+ \mathbf{R}_k\}$ та $\mathbf{M}r_k^{\text{DRP}} = E\{(\mathbf{R}_k^T (\mathbf{K}_r^T \mathbf{R}_k^T))^+\}$.

У блоці, також, проводиться обчислення оцінки сигналу входу:

- на основі сингулярного розкладу
 $\mathbf{S}_k^{\text{SVD}} = \mathbf{M}c_k^{\text{SVD}} \mathbf{W} (\mathbf{M}r_k^{\text{SVD}})^T$;
- на основі випадкового проектування
 $\mathbf{S}_k^{\text{RP}} = \mathbf{M}c_k^{\text{RP}} \mathbf{W} (\mathbf{M}r_k^{\text{RP}})^T$;
- на основі детермінованого випадкового проектування

$$\mathbf{S}_k^{\text{DRP}} = \mathbf{M}\mathbf{c}_k^{\text{DRP}} \mathbf{W}(\mathbf{M}\mathbf{r}_k^{\text{DRP}})^T.$$

Розглянемо програмну реалізацію інформаційної технології стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань.

3. Програмна реалізація інформаційної технології

Програмну реалізацію інформаційної технології стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань виконано з використанням системи Matlab. Розроблено наступну систему програмних модулів.

StableSVDSolution – модулі, що реалізують розв'язання ДНЗ на основі усіченого сингулярного розкладу, критерій вибору моделі для цього методу, аналіз положень мінімумів помилки.

StableSVDSolution_Factorization – модуль, що виконує SVD розклад матриці, в тому числі у вигляді систолічної процесорної архітектури.

StableSVDSolution_IncremFactorization – модуль, який реалізує інкрементний SVD розклад матриці.

StableSVDSolution_CR – модуль, який здійснює обчислення CR_{SVD} .

StableSVDSolution_Jx – модуль, який обчислює значення функції $J(k)$ для помилки відновлення вектора входу.

StableSVDSolution_Jy – модуль, який обчислює значення функції $J(k)$ для помилки відновлення вектора виходу.

StableRPSolution – модулі, що реалізують розв'язання ДНЗ на основі випадкової проекції випадковими матрицями різного типу, критерій вибору моделі для цього методу, аналіз положень мінімумів помилки.

StableRPSolution_Projection – модуль, що виконує випадкове проектування матриці перетворення вхід-вихід і вектора виходу.

StableRPSolution_CR – модуль, який здійснює обчислення CR_{RP} .

StableRPSolution_Jx – модуль, який обчислює значення функції $J(k)$ для помилки відновлення вектора входу.

StableRPSolution_Jy – модуль, який обчислює значення функції $J(k)$ для помилки відновлення вектора виходу.

StableDRPSolution – модулі, що реалізують удосконалений метод усередненої випадкової проекції, критерій вибору моделі для цього методу, усереднення за випадковими матрицями, аналіз положень мінімумів помилки.

StableDRPSolution_DRProjection – модуль, що виконує випадкове проектування матриці перетворення вхід-вихід і вектора виходу.

StableDRPSolution_CR – модуль, який здійснює обчислення CR_{DRP} .

StableDRPSolution_Jx – модуль, який обчислює значення функції $J(k)$ для помилки відновлення вектора входу.

StableDRPSolution_Jy – модуль, який обчислює значення функції $J(k)$ для помилки відновлення вектора виходу.

OutputTransformSolution – модулі, що реалізують метод перетворення виходу лінійної багатоканальної вимірювальної системи з властивостями ДНЗ-матриці.

OutputTransformSolution_SVD_TrMatrix – модуль, який обчислює матрицю перетворення виходу з використанням усіченого сингулярного розкладання.

OutputTransformSolution_RP_TrMatrix – модуль, який обчислює матрицю перетворення виходу на основі випадкової проекції.

OutputTransformSolution_DRP_TrMatrix – модуль, який обчислює матрицю перетворення виходу на основі детермінованої випадкової проекції.

OutputTransformSolution_ImprTestLo – модуль, який реалізує перевірку розрідженого вектора рішення по тесту на l_0 -оптимальність.

Далі розглянемо приклад роботи інформаційної технології в задачі відновлення значень функції щільності випромінювання радіонуклідів.

4. Приклад роботи інформаційної технології при відновленні значень функції щільності випромінювання радіонуклідів

Задача відновлення значень функції поверхневої щільності випромінювання (ФПЩВ) радіонуклідів полягає у відновленні функції поверхневої щільності радіонуклідів $\sigma(x,y)$ за вимірюваннями з детектора $W(x,y)$. Для бортового спектрометра з коліматором рупорного типу використовується модель, в якій зв'язок між розподілом щільності випромінювання на поверхні і випромінюванням, що фіксується детектувальною системою на висоті h , описується згорткою функції поверхневої щільності радіонуклідів $\sigma(x,y)$ та так званої "функції спотворення точки" $K(x, y, x_d, y_d)$.

Дискретна модель формування виходу вимірювального тракту наступна: $\mathbf{W} = \text{conv}(\mathbf{S}, \mathbf{K})$, де \mathbf{K} – матриця дискретного подання функції $K(x, y, x_d, y_d)$, \mathbf{S} – матриця дискретного представлення $\sigma(x,y)$, \mathbf{W} – матриця значень виходу вимірювального тракту. Оскільки наведена вище задача описується моделлю МЗ і матриця \mathbf{K} має властивості ДНЗ-матриць, то після перевірки у Блоках 6 та 7 обробка переходить до Блоку 16, де проводиться розкладання Кронекера матриці ядра $\mathbf{K} = \mathbf{K}_r \otimes \mathbf{K}_c$, $\mathbf{K}_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{K}_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$ і апроксимація матриць \mathbf{K}_r , \mathbf{K}_c . Після відшукування мінімуму КВМ (Блок 12) обробка переходить до Блоку 18, де проводиться оцінка матриці дискретного подання ФПЩВ \mathbf{S}^* .

Таблиця 1. Середні значення помилки розв'язку і його стандартне відхилення, середні значення k і його стандартне відхилення для методів TSVD та DRP

	TSVD			DRP		
σ^2	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
$M\{e\}$	0.072	0.018	0.005	0.072	0.027	0.008
$\text{std}\{e\}$	0.0106	0.006	0.0004	0.007	0.004	0.001
$M\{k\}$	6.46	11.37	19.27	6.4	13	23.1
$\text{std}\{k\}$	1.10	1.04	1.82	0.52	0.82	0.32

У таблиці 1 наведені теоретичні значення помилки розв'язку, отриманого методами TSVD і DRP: $\|s^* - s_0\|$, де s_0 – вектор істинних значень функції щільності випромінювання радіонуклідів (рядок матриці S). Методи TSVD і DRP демонструють низькі значення теоретичної помилки.

Розглянемо отриману в результаті чисельного моделювання залежність помилки відновлення функції поверхневої щільності випромінювання від числа компонент сингулярного розкладу.

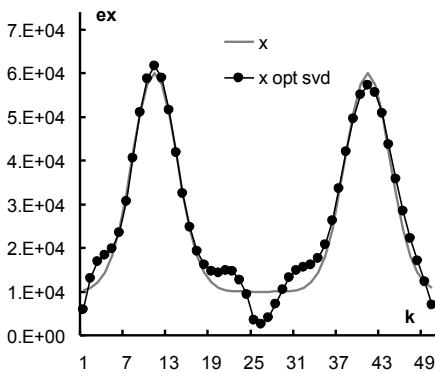


Рис. 2. Сигнал об'єкта s_0 та сигнал відновлений за k_{opt} компонентами

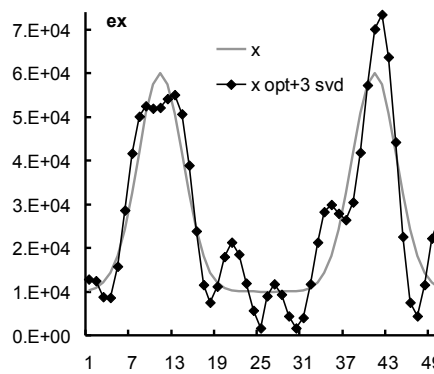


Рис. 3. Сигнал об'єкта s_0 та сигнал відновлений за $k_{opt}+3$ компонентами

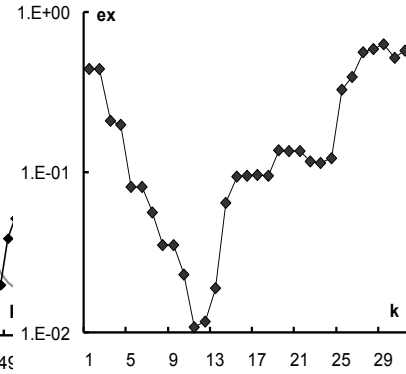


Рис. 4. Залежність помилки розв'язку від k

Швидке зростання залежності $e(k)$ праворуч від точки оптимуму призводить до того, що вже при $k=k_{opt}+3$ значення помилки зростає практично на порядок щодо оптимального (Рис. 4). Форма відновленого сигналу при цьому значно спотворюється щодо істинного сигналу (Рис. 3). Форму відновленого сигналу при $k=k_{opt}$ наведено на Рис. 2.

Таким чином, швидке зростання $e(k)$ праворуч від точки оптимуму обумовлює надзвичайно високі вимоги до точності визначення k_{opt} . Це ускладнює практичне використання метода відновлення функції поверхневої щільності випромінювання на основі розкладу Кронекера.

У практиці використовується також коліматор щілинного типу і відповідна модель виду $W = K_c S$, $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $K_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $w_i = K_c s_i$, де w_i – вектор значень виходу вимірювального тракту, отриманий при вимірюваннях уздовж однієї лінії, s_i – вектор шуканих значень $\sigma(x, i)$.

Оскільки наведена вище задача описується моделлю М1 і матриця K_c має властивості ДНЗ-матриць, то після перевірки в Блоках 6 і 7 обробка переходить до Блоку 3, де здійснюється апроксимація матриці K_c . Після відшукування мінімуму КВМ (Блок 12) обробка переходить до Блоку 5, де проводиться оцінка матриці дискретного представлення ФПЩВ.

У таблицях 2-4 наведено точність розв'язку задачі оцінювання ФПЩВ методами: усіченого сингулярного розкладу, інкрементного усіченого сингулярного розкладу, детермінованої випадкової проекції. В таблицях нижче

використані наступні позначення: помилка розв'язку з використанням критерію Маллоуза – C_p , з використанням критерію Акаїке – AIC, з використанням критерію Бін Ю – MDL, з використанням розроблених автором критеріїв – CR_{svd} , CR_{DRP} , CR_{SVDinc} .

Таблиця 2. Середнє значення помилки розв'язку і його стандартне відхилення, середнє значення k і його стандартне відхилення
Метод TSVD

σ^2		e	CR_{svd}	C_p	AIC	MDL
10^{-2}	M(e)	0.145	0.172	0.172	0.193	0.160
	ско	0.021	0.049	0.0005	0.047	0.007
	M(k)	21.8	21	17	21.6	18.6
	ско	3.03	2.83	0	2.63	0.89
10^{-4}	M(e)	0.022	0.026	0.031	0.028	0.031
	ско	0.0047	0.0049	0.0002	0.005	0.0002
	M(k)	32.6	31.4	30	31	30
	ско	0.55	0.89	0	1	0
10^{-6}	M(e)	0.012	0.014	0.0167	0.0135	0.0167
	ско	0.0013	0.0022	1.4e-06	0.0022	1.4e-06
	M(k)	40.4	38.8	35	38.8	35
	ско	0.548	1.094	0	1.095	0

Таблиця 3. Середнє значення помилки розв'язку і його стандартне відхилення, середнє значення k і його стандартне відхилення
Метод DRP

σ^2		e	CR_{DRP}	C_p	AIC	MDL
10^{-2}	M(e)	0.137	0.160	0.170	0.165	0.165
	ско	0.013	0.017	0.003	0.018	0.018
	M(k)	22.3	21.7	18.0	21.0	21.0
	ско	1.15	0.58	1.1	1.0	1.0
10^{-4}	M(e)	0.028	0.034	0.039	0.126	0.032
	ско	0.0008	0.002	0.007	0.13	0.004
	M(k)	31.7	29.7	29.3	32.7	30.3
	ско	1.53	0.58	1.15	2.52	0.58
10^{-6}	M(e)	0.012	0.014	0.0154	0.195	0.015
	ско	7e-4	0.0027	0.0014	0.31	0.0014
	M(k)	39.3	38.7	36.0	40.7	36.0
	ско	0.58	1.53	1.00	2.1	1.01

Таблиця 4. Середнє значення помилки розв'язку і його стандартне відхилення, середнє значення k і його стандартне відхилення
Метод інкрементного сингулярного розкладу

σ^2		e	CR_{SVDinc}	C_p	AIC	MDL
10^{-2}	M(e)	0.154	0.160	0.170	0.155	0.160
	ско	1.3e-3	1.9e-3	7.6e-5	1.9e-3	8.6e-3
	M(k)	19.7	19.0	17.0	19.0	18.3
	ско	0.58	0.0	0.0	0.0	1.15
10^{-4}	M(e)	0.148	0.960	3.121	0.569	2.268
	ско	5e-6	8.4e-1	3.5e-2	1.7e-1	1.5
	M(k)	22.0	33.3	30.0	33.0	31.0
	ско	0.0	0.56	0.0	0.0	1.73
10^{-6}	M(e)	0.102	0.14	0.14	0.39	0.14
	ско	1.8e-2	3.3e-3	3.4e-3	2.4e-1	3.4e-3
	M(k)	40.0	42.1	37.0	42.0	37.0
	ско	1.73	1.05	0.0	0.0	0.0

Результати експериментів у табл. 2 – 4 показують, що методи SVD і DRP розв'язують задачу з хорошою точністю, помилка для цих методів низька для всіх досліджених рівнів власного шуму. Метод інкрементного SVD при високому рівні шуму дає помилку не гірше, ніж DRP, однак при середньому і низькому рівнях шуму помилка для методу інкрементного SVD на порядок більше, ніж для методів SVD і DRP. Тому краще використовувати метод DRP в силу його хорошої точності.

5. Висновки

Розроблено інформаційну технологію стійкого відновлення сигналів за результатами непрямих вимірювань.

Технологія забезпечує стійке відновлення як одновимірних, так і двовимірних сигналів на основі розв'язання обернених задач, у яких матриця лінійного перетворення вхід-вихід має велике число обумовленості, ряд її сингулярних значень плавно спадає до нуля, а вектор виходу спотворений адитивним шумом.

Робота інформаційної технології продемонстрована на прикладі розв'язання задачі відновлення значень функції поверхневої щільності випромінювання радіонуклідів за результатами непрямих вимірювань.

Точність розв'язку задачі відновлення значень функції щільності випромінювання радіонуклідів є достатньою для практичних застосувань, що підтверджує ефективність розробленої інформаційної технології.

Література

1. Ревунова Е.Г. Исследование составляющих ошибки для решения обратной задачи с использованием случайных проекций. *Мат. машины і системи*. 2010. N4. С. 33–42.
2. Revunova E.G. Using model selection criteria for solving discrete ill-posed problems by randomized algorithms. *The 4th International Workshop on Inductive Modeling (IWIM'2011)*. Kyiv. 2011. P. 89–97.
3. Revunova E.G., Rachkovskij D.A. Stable Transformation of a Linear System Output to the Output of System with a Given Basis by Random Projections. *The 5th International Workshop on Inductive Modelling (IWIM'2012)* Kyiv. 2012. V.1. P.37–41.
4. Revunova E.G. Randomization approach to the reconstruction of signals resulted from indirect measurements. *The 4th International Conference on Inductive Modelling (ICIM'2013)*. Kyiv, September 16-20. 2013. P. 203–208.
5. Revunova E.G. Analytical study of the error components for the solution of discrete ill-posed problems using random projections. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51, N. 6. P. 978–991.
6. Revunova E.G., Tyshchuk A.V. A Model Selection Criterion for Solution of Discrete Ill-Posed Problems Based on the Singular Value Decomposition. *The 7th International Workshop on Inductive Modelling (IWIM'2015)*. Kyiv-Zhukyn. July 20-24, 2015. P. 43–47.
7. Revunova E.G. Model selection criteria for a linear model to solve discrete ill-posed problems on the basis of singular decomposition and random projection. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2016. Vol. 52, N.4. P. 647–664.
8. Revunova E.G. Averaging over matrices in solving discrete ill-posed problems on the basis of random projection. *12th International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT'17)*. 2017. Vol. 1. P. 473–478.
9. Revunova E.G. Solution of the discrete ill-posed problem on the basis of singular value decomposition and random projection. *Advances in Intelligent Systems and Computing II*. Cham: Springer. 2018. P. 434–449.
10. Donoho D.L., Elad M., Templyakov V. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2006. Vol.52. N.1. P.6–18.