

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХТОЧЕЧНЫХ ЗАДАЧ СТАТИКИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПРОТЯЖЕННЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НЕЛДЕРА–МИДА

Аннотация. Описан численный алгоритм сведения обратных задач статики распределенных протяженных систем в поле массовых и поверхностных сил к задаче нелинейного программирования, для решения которых апробированы численные методы. Изменение размерности решаемой физической задачи не приводит к модификации всего численного алгоритма, а лишь к замене некоторых его блоков. В качестве примеров численного решения задач нелинейного программирования исследованы задачи определения силовых и геометрических характеристик глубинного водозабора АЭС, коэффициента жесткости якорной связи полупогруженной буровой платформы и оценки качества отводителя.

Ключевые слова: двухточечная задача, квадратическая функция, протяженная система, численное моделирование, метод Нелдера–Мида.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи статики распределенных протяженных систем (РПС) можно условно разделить на два класса:

— расчет силовых и геометрических характеристик РПС в поле массовых и поверхностных сил (если известен вектор сил, действующий на одном из концов РПС) сводится к решению задачи Коши для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) [1–3]. Однако обычно на каждом конце системы (при $S = 0$ и $S = L$, где S — текущая координата, а L — длина РПС) известна лишь часть информации о величине и направлениях действующих сил, геометрии РПС и т.д.;

— расчет силовых и геометрических характеристик РПС сводится к численному решению обратной задачи механики.

Такие задачи актуальны для определения напряженно-деформированного состояния (НДС) РПС при проектировании разнообразных конструкций и устройств, использующих РПС в качестве своих основных элементов, а именно космических связок длиной в десятки километров [4], систем шахтного подъема [5], эрлифтов на средних океанских глубинах длиной более 6–8 км для добычи полезных ископаемых со дна Мирового океана [6], нитей в ткацких машинах и др.

Среди методов численного решения таких задач отметим метод малых приращений В.А. Светлицкого [7], а также численные методы и алгоритмы для решения краевых и оптимизационных задач, развитые в работах А.В. Гладкого, В.С. Дейнеки, И.В. Сергиенко и др. [8, 9].

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ РПС В ПОЛЕ МАССОВЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ СИЛ

Рассмотрим РПС с постоянными характеристиками ее поперечного сечения. Обозначим $\vec{R}_0(S)$ радиус-вектор начального положения, а $\vec{R}(S)$ — деформированного.

Введем деформацию ε РПС:

$$\varepsilon = \frac{(dS)^2 - dS_0^2}{dS_0^2} = \left| \frac{\partial \vec{R}}{\partial S} \right|^2 - 1.$$

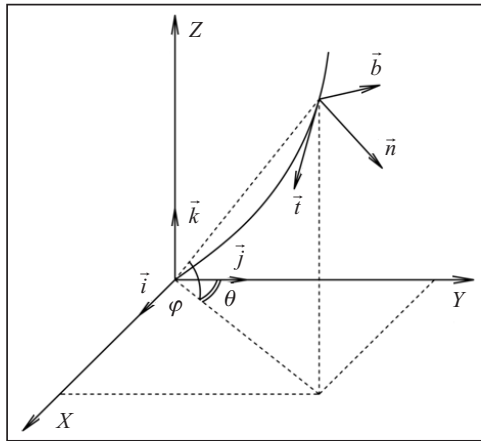


Рис. 1. Система координат [9]

Тогда переменные S_0 и S , характеризующие соответственно недеформированную и деформированную длины РПС, будут связаны между собой соотношением $dS = \sqrt{1+\varepsilon} \cdot dS_0$, $\varepsilon = eT$, где $T = T(S)$ — осевое усилие в РПС.

Введем естественную систему координат с единичными взаимно ортогональными векторами \vec{i} , \vec{n} и \vec{b} (рис. 1), при этом \vec{i} — единичный вектор касательной — определяется из соотношения

$$\vec{i}(S) = \frac{\partial \vec{R}(S)}{\partial S},$$

а два других вектора: нормали \vec{n} и бинормали \vec{b} , ортогональны к \vec{i} . Подробный вывод определяющих уравнений РПС в пространственно неоднородном поле массовых и поверхностных сил приведен в [10]. Определение распределенных статических характеристик НДС РПС осуществляется с помощью численного интегрирования системы шести нелинейных ОДУ, которую можно представить в матричном виде [11]

$$B \frac{\partial W}{\partial S} = D. \quad (1)$$

Здесь D — вектор-столбец правых частей, W — вектор-столбец, B — квадратная матрица коэффициентов при производных от неизвестных:

$$D = \begin{pmatrix} -\frac{1}{m} \left(\omega \sin \varphi + \frac{\pi k_f \rho d_0}{2} \sqrt{1+eT} |u_t| |u_t| \right) \\ -\frac{1}{M+m} \left(\cos \varphi \omega + \frac{k_n \rho d_0}{2} \sqrt{1+eT} \sqrt{u_n^2 + u_b^2} u_n \right) \\ -\frac{1}{M+m} \frac{k_n \rho d_0}{2} \sqrt{1+eT} \sqrt{u_n^2 + u_b^2} u_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} u_t \\ u_n \\ u_b \\ T \\ \varphi \\ \theta \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{-u_t}{1+eT} & \frac{-u_n}{1+eT} & \frac{-u_b}{1+eT} & -\frac{1}{m} & 0 & 0 \\ \frac{-u_n}{1+eT} & \frac{u_t}{1+eT} & \frac{u_b \operatorname{tg} \varphi}{1+eT} & 0 & \frac{u_n^2 + u_t^2}{1+eT} - T^* & I_1 \\ \frac{-u_b}{1+eT} & 0 & \frac{u_t - u_n \operatorname{tg} \varphi}{1+eT} & 0 & \frac{u_n u_b}{1+eT} & I_2 \\ \frac{-1}{e} & 0 & 0 & 0 & \frac{u_n}{e} & \frac{-u_b \cos \varphi}{e} \\ 0 & \frac{-1}{1+eT} & 0 & 0 & \frac{-u_t}{1+eT} & \frac{u_b \sin \varphi}{1+eT} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{1+eT} \cos \varphi & 0 & 0 & \frac{u_n \operatorname{tg} \varphi - u_t}{1+eT} \end{pmatrix},$$

где

$$T^* = \frac{T - Mu_t^2}{M + m}; \quad I_1 = \frac{u_b u_n}{1 + eT} (\operatorname{tg} \varphi \sin \varphi - \cos \varphi) - \frac{2u_t u_b}{1 + eT} \sin \varphi; \quad e = \frac{1}{EF}; \quad F = \frac{\pi d^2}{4};$$

$$I_2 = T^* \cos \varphi \frac{u_b^2 \cos \varphi}{1 + eT} + (u_t - u_n \operatorname{tg} \varphi)(u_n \sin \varphi - u_t \cos \varphi) \frac{1}{1 + eT};$$

d_0 — первоначальный диаметр РПС до деформирования; φ, θ — углы сферической системы координат; m, M, ω — масса, присоединенная масса и плавучесть единицы длины РПС соответственно; k_f, k_n — гидродинамические коэффициенты сопротивления трения и формы соответственно; ρ — плотность жидкости; T — эффективное натяжение (осевое усилие) РПС; u_t, u_n, u_b — проекции относительной скорости обтекания РПС на касательную, нормаль и бинормаль соответственно; S — текущая длина РПС до деформирования; e — эффективная растяжимость РПС; E — модуль Юнга; F — площадь поперечного сечения РПС до деформирования [12].

Начальные условия для численного интегрирования системы нелинейных ОДУ (1) имеют вид

$$W(0) = W^*. \quad (2)$$

Численное решение задачи Коши для системы нелинейных ОДУ (1) с начальными условиями (2) возможно только численными методами решения систем ОДУ: Адамса, Рунге–Кутта и т.д. высокого порядка точности. Однако на практике обычно известна лишь часть начальных условий на каждом конце РПС (при $S = 0$ и (или) $S = L$), а именно координаты одного из концов РПС (например, при $S = 0$)

$$x(0) = x_1^*, \quad y(0) = x_2^*, \quad z(0) = x_3^* \quad (3)$$

и силы, действующие на другой конец РПС (например, в точке $S = L$)

$$f_x(L) = x_4^*, \quad f_y(L) = x_5^*, \quad f_z(L) = x_6^*. \quad (4)$$

Таким образом, на каждом конце РПС известны только три из шести необходимых начальных условий для решения задачи Коши для системы ОДУ (1). В то же время на другом конце РПС заданы три краевых условия, которым должно удовлетворять с допустимой степенью погрешности решение исходной задачи Коши. Таким образом, имеем двухточечную (обратную) задачу для системы ОДУ (1) с условиями (3) при $S = 0$ и условиями (4) при $S = L$. Определение недостающих начальных условий для решения задачи Коши при $S = 0$, чтобы удовлетворить заранее известным условиям при $S = L$, является актуальной научной задачей.

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУХТОЧЕЧНЫХ (ОБРАТНЫХ) ЗАДАЧ СТАТИКИ РПС

Введем функцию $F(u_t, u_n, u_b, T, \varphi, \theta)$:

$$F(u_t, u_n, u_b, T, \varphi, \theta) = b_1 (u_t^{0(L)} - u_t)^2 + b_2 (u_n^{0(L)} - u_n)^2 + b_3 (u_b^{0(L)} - u_b)^2 + b_4 (T^{0(L)} - T)^2 + b_5 (\varphi^{0(L)} - \varphi)^2 + b_6 (\theta^{0(L)} - \theta)^2, \quad (5)$$

где $u_t^{0(L)}, u_n^{0(L)}, u_b^{0(L)}$ — соответственно известные значения касательной, нормальной и бинормальной проекции скорости обтекания РПС на одном из ее концов $S = 0(L)$; $T^{0(L)}, \varphi^{0(L)}, \theta^{0(L)}$ — известные значения силы натяжения, углов φ и θ РПС на одном из ее концов $S = 0(L)$; u_t, u_n, u_b — соответственно

значения касательной, нормальной и бинормальной проекции скорости обтекания РПС на одном из ее концов $S=0(L)$, которые получаются в результате решения задачи Коши; T, φ, θ — соответственно значения силы натяжения, углов φ и θ РПС на одном из ее концов $S=0(L)$, полученные в результате решения задачи Коши; F — сумма полученных квадратов «невязок» в результате интегрирования системы ОДУ (1) с варьируемыми недостающими начальными условиями на одном из концов РПС для численного решения задачи Коши в области определения неизвестных. Положительные коэффициенты b_i нормировочные, их необходимо выбирать таким образом, чтобы слагаемые в (5) были величинами одного порядка. В зависимости от конкретной задачи некоторые из коэффициентов b_i следует положить равными нулю.

Двухточечная (обратная) задача для системы ОДУ (1) с краевыми условиями (3) и (4) сводится к следующей задаче нелинейного программирования [12, 13]:

$$\min_{u_t, u_n, u_b, T, \varphi, \theta \in W} F(u_t, u_n, u_b, T, \varphi, \theta) \quad (6)$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} u_{t \min} \leq u_t \leq u_{t \max}, \quad u_{n \min} \leq u_n \leq u_{n \max}, \quad u_{b \min} \leq u_b \leq u_{b \max}, \\ T_{\min} \leq T \leq T_{\max}, \quad \varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}, \quad \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}, \end{aligned} \quad (7)$$

характеризующих диапазон изменения варьируемых переменных.

В выражениях (5)–(7) $u_t(S), u_n(S), u_b(S)$ можно заменить на лагранжевы координаты РПС $x(S), y(S), z(S)$ в зависимости от формы записи системы шести нелинейных ОДУ, характеризующих статику РПС в поле массовых и поверхностных сил в пространстве, а также в зависимости от конкретной решаемой задачи. В результате численного решения задачи (5)–(7) определяются распределенные по длине S характеристики НДС РПС. Далее рассмотрим задачи, когда F зависит от двух и трех переменных.

ПРИМЕРЫ ИЗ ПРАКТИКИ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И КОНСТРУКЦИЙ, СОДЕРЖАЩИХ РПС В КАЧЕСТВЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Определение жесткости якорной связи¹. Решение пространственной задачи определения коэффициента жесткости якорной связи (ЯС) полупогруженной буровой установки (ППБУ) в пространственно неоднородном по глубине поле течения сводится к безусловной минимизации (6) по трем переменным: $x|_{S=L}, y|_{S=L}, z|_{S=L}$ (координатам ЯС ППБУ при $S=L$, которые получаются в результате решения задачи Коши).

Граничные условия в этом случае можно записать в виде

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 0, \quad z(0) = 0, \quad x(L) = x_4^*, \quad y(L) = x_5^*, \quad z(L) = x_6^*. \quad (8)$$

Минимизируемый функционал (1) конкретизируется следующим образом:

$$F(x, y, z) = (x|_{S=L} - x_4^*)^2 + (y|_{S=L} - x_5^*)^2 + (z|_{S=L} - x_6^*)^2, \quad (9)$$

где x_4^*, x_5^*, x_6^* — заданные координаты верхней точки ЯС ППБУ.

Изучим характеристики жесткости ЯС при горизонтальных и вертикальных перемещениях верхней точки ППБУ вследствие воздействия волн, качки, течения

¹ Жесткость якорной связи полупогруженной буровой установки — это отношение текущего натяжения $T_0 + \Delta T$ в верхнем конце якорной связи к первоначальному натяжению T_0 при горизонтальном (вертикальном) смещении верхней точки установки на величину $\Delta x(y, z)$ относительно первоначального положения (x_0, y_0, z_0) .

для различных отношений глубины ее закорения к расстоянию по горизонтали между якорем и проекцией координат верхней точки ЯС на горизонтальную ось абсцисс. Предполагается, что ППБУ находится в пространственно неоднородном поле течения. Скорость океанического течения вдоль оси абсцисс равномерно уменьшается от 0.3 м/с на дне и до 0.1 м/с на поверхности, а по другой горизонтальной оси ординат — равномерно увеличивается от 0.1 м/с на дне и до 1 м/с на поверхности воды. Приведем характеристики ЯС ППБУ в расчетах: (0, 0, 0) — координаты якоря; (70 м, 40 м, 110 м) и (110 м, 40 м, 70 м) — координаты верхних точек; 140 м — длина ЯС; $w = 29.4$ Н/м — плавучесть единицы длины ЯС; $d = 0.05$ м — диаметр ЯС; $k_n = 1.2$ и $k_f = 0.005$ — соответственно гидродинамические коэффициенты сопротивления формы и трения.

Алгоритм численного решения состоял из следующих этапов: вначале решалась задача Коши для системы нелинейных ОДУ (1), недостающие краевые условия для $T(0)$, $\varphi(0)$, $\theta(0)$ в качестве первого приближения выбирались из расчета по методу цепной линии [14]; в верхней точке (при $S = L$) формировалась функция (9) и проводилась проверка условия его равенства нулю с допустимой погрешностью. При невыполнении этого условия происходила минимизация (9). В результате итерационного численного счета определялись искомые недостающие начальные условия задачи Коши для системы (1) $T(0)$, $\varphi(0)$, $\theta(0)$ и распределенные характеристики НДС ЯС ППБУ.

Для численного решения использовался метод нелинейного программирования Нелдера–Мида и два метода численного интегрирования системы нелинейных ОДУ: Рунге–Кутта и Адамса. Ввиду плохой обусловленности системы (1) оказалось, что более эффективным и быстродействующим является метод Адамса четвертого порядка точности с автоматическим выбором шага интегрирования. При этом в процессе уточнения недостающих начальных условий для $T(0)$, $\varphi(0)$, $\theta(0)$ задача Коши численно решалась 60–100 раз для достижения высокой точности расчетов. В итоге получены жесткостные характеристики ЯС ППБУ (рис. 2). Они являются «статическим паспортом» ЯС ППБУ, а также нелинейной функцией переменных u_t , u_n , u_b , T , φ , θ . Течение влияет на приращение осевого усилия T , под его распределенным воздействием ЯС принимает форму пространственной кривой. Значение натяжения $T(L)$ в верхней точке ЯС от 5 до 30 % отличается от результатов вычислений, проведенных по методу цепной линии [14]. При больших смещениях верхней точки ЯС $\Delta x(y, z)$ от своего начального положения (x_0, y_0, z_0) приращение осевого усилия ΔT может превышать первоначальное значение T_0 , а ЯС — обрываться.

Оптимальная оценка качества отводителя. В составе подводных буксируемых систем, используемых при изучении Мирового океана для обеспечения необходимой ширины захвата исследуемой акватории, применяются различные отводители [15]. Задача оценки параметров движения отводителя сводится к решению двухточечной (обратной) задачи механики для системы (1).

Рассмотрим буксируемую систему простейшего вида (схемы): отводитель, РПС (канат) и судно-букси-

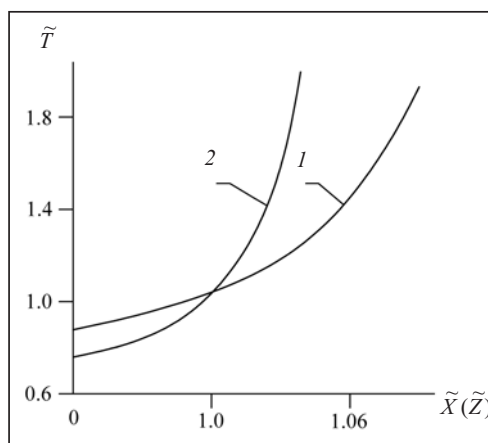


Рис. 2. Жесткостные характеристики ЯС: 1 — для зависимости $\tilde{T}(\tilde{X})$, 2 — для зависимости $\tilde{T}(\tilde{Z})$, где $\tilde{T} = T/T_*$, $\tilde{X} = X/X_*$, $\tilde{Z} = Z/Z_*$

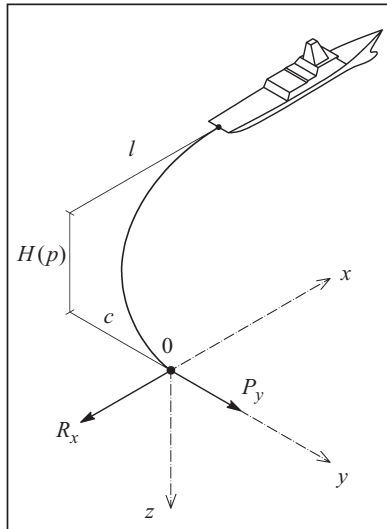


Рис. 3. Основные параметры движения отводителя

ровщик. Основными параметрами движения отводителя рассматриваемой буксируемой системы являются глубина движения (погружения) H_p , отведение c и отставание l (рис. 3). Минимизируемая квадратическая функция в этом случае аналогична (9), отличается интерпретация x_4^* , x_5^* , x_6^* , при этом x_4^* — заданное отставание l , x_5^* — заданное отведение c , x_6^* — заданная глубина погружения отводителя H_p (см. рис. 3).

Расчеты выполнялись для диапазона скоростей буксировки, диаметров, длин и коэффициентов сопротивления каната. Анализ результатов показал, что параметр H_p удобно представлять в виде двух составляющих: $H_p = H_{mp} - \Delta H_p$, где H_{mp} — глубина погружения свободного каната; ΔH_p — поправка к глубине погружения, обусловленная приложением к канату гидродинамических сил отводителя.

В качестве определяющих величин, характеризующих процесс буксировки отводителя, приняты отношение отводящей силы P_y к погонному сопротивлению каната при поперечном обтекании $r(P_y / r)$, качество отводителя $k = P_y / R_x$, где R_x — сопротивление отводителя. Если принять, что P_y / r — характерный линейный размер РПС (буксируемой системы), то можно получить безразмерное отведение $\bar{c} = cr / P_y$ и безразмерную поправку к глубине погружения $\Delta \bar{H}_p = (\Delta H_p r) / P_y$.

Результаты расчета параметров движения отводителя с учетом введенных переменных показаны на рис. 4 и 5. Как следует из рис. 4, наибольшее отведение достигается при малых значениях качества отводителя ($k < 2$), однако и величина поправки к глубине погружения $\Delta \bar{H}_p$ также велика (см. рис. 5). С увеличением качества отводителя поправка $\Delta \bar{H}_p$ и отведение c уменьшаются, причем при $k = 3$ отведение принимает минимальное значение, после чего начинается его постепенное увеличение. Отметим, что рациональное значение качества отводителя $k \approx 5$, так как при $k < 5$ поправка $\Delta \bar{H}_p$ является большой величиной, что может оказаться нежелательным для практического применения (увеличения длины РПС). Если $k > 5$, то это не

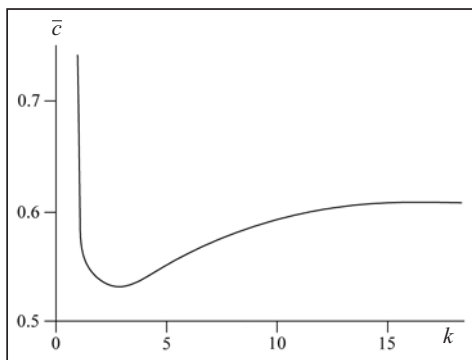


Рис. 4. Зависимость безразмерного отведения \bar{c} от качества отводителя k

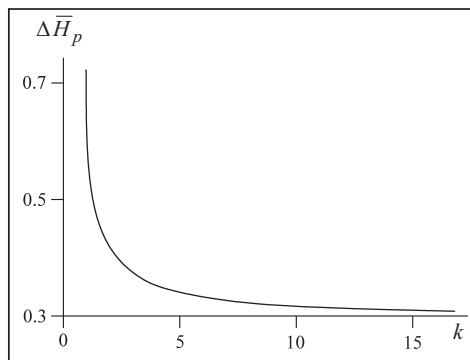


Рис. 5. Зависимость поправки к глубине погружения $\Delta \bar{H}_p$ от качества отводителя k

приводит к существенному увеличению отведения c (см. рис. 4) и уменьшению поправки $\Delta \bar{H}_p$ (см. рис. 5), однако при этом на практике возникают значительные технологические трудности.

Математическое моделирование силовых и геометрических характеристик глубинного водозабора АЭС. Одним из факторов, определяющих КПД тепловых и атомных электростанций, является разность температуры теплоносителя (воды) на входе и выходе АЭС. Поэтому повышение охлаждающей способности прудов-охладителей — актуальная задача (температура на входе становится ниже, что увеличивает разность температур). Повышение охлаждающей способности прудов-охладителей достигается с помощью различных регулирующих и струенаправляющих сооружений, которые используют естественную стратификацию воды по температуре (глубине) в прудах-охладителях (более холодная вода находится внизу и поэтому для повышения КПД АЭС более эффективна в качестве теплоносителя). Как показано в [16], наиболее низкую себестоимость и в то же время достаточно высокие эксплуатационные качества имеют струенаправляющие дамбы, выполненные из эластичных материалов.

Рассмотрим задачу расчета и проектирования глубинного водозабора (ГВ) на основе численного подхода, описанного ранее. На рис. 6 приведен ГВ, состоящий из мягкой оболочки (МО) 1, плавучести 2, пригрузного массива 3 и якоря 4. Предполагается, что расход жидкости через сечение DN постоянный и точка D фиксированная. Плавучесть C удерживается в положении равновесия мягкой оболочкой CD (справа) и связью CB (слева) (см. рис. 6). За счет перепада уровней воды в верхнем и нижнем бьефах (слева и справа от CD) на МО действует гидростатическая сила, что приводит к ее прогибу относительно вертикали CK . Начало координат примем в точке D .

Общее математическое моделирование НДС ГВ включает три этапа: расчеты статического равновесия, малых линейных колебаний около положения статического равновесия и нелинейной динамики. Далее рассмотрим решение и подробный анализ первого этапа, который на стадии предварительного проектирования определяет основные характеристики ГВ.

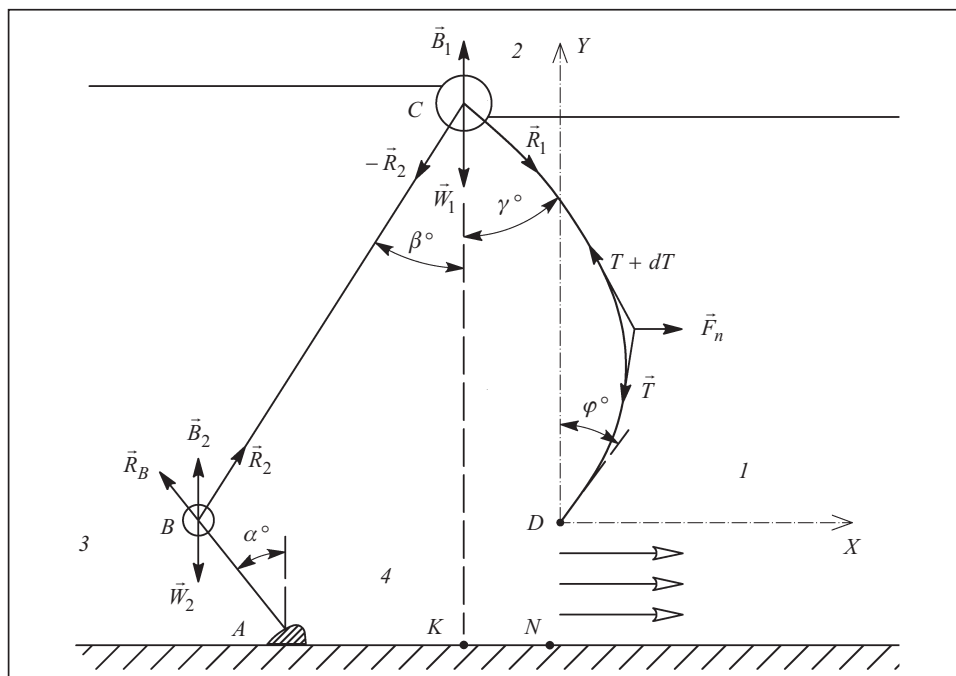


Рис. 6. Схема сил в сечении глубинного водозабора АЭС

Из геометрических условий можно определить углы α, β, γ как функции глубины водоема пруда-охладителя АЭС, координат точек C и A соответственно X_c и X_a , длины связей l_1 (расстояние между точками A и B) и l_2 (расстояние между точками B и C). Из статических силовых характеристик на основе этой информации определяются все силы, а также начальные условия для МО: сила R_3 и угол φ . Таким образом, получаются зависимости, в которые одновременно входят заданные и определяемые величины, т.е. обратная задача статики ГВ.

Рассмотрим реализацию этого подхода, когда имеется одна неизвестная, в частности горизонтальная координата X_c точки C , а все остальные геометрические, силовые и гидростатические параметры заданы. На основании данных о вертикальной координате Y_c точки C можем определить значение угла φ в точке D с координатами $(0, 0)$ и получить уравнение для определения неизвестной координаты X_c точки C . Если при этом проектировщики приняли, что длина МО равна L^* и требуется, кроме статического положения системы, одновременно определить гидростатическую силу плавучести C , то функционал будет представлять сумму двух квадратов невязок: $f(L, X_D) = (X_D - X_D^*)^2 + (L - L^*)^2$, где L^*, X_D^* — величины заданные, а L, X_D — определяемые в ходе численного решения задачи Коши. Интегрирование в данном случае осуществляется от точки A по направлению к точке D (см. рис. 6).

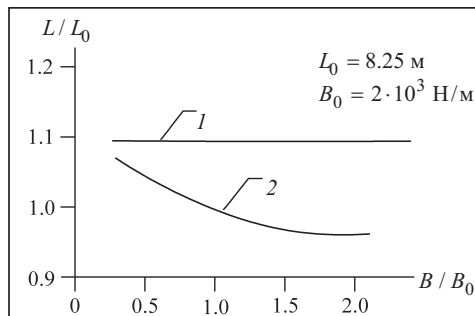


Рис. 7. Влияние изменения плавучести и разности бьефов на длину МО CD : 1 — длина, рекомендованная в [17]; 2 — длина, полученная в результате расчетов

В результате численного решения определены L, X_D . На рис. 7 показано влияние изменения плавучести и разности бьефов на длину МО CD . Здесь прямая 1 соответствует данным, рекомендованным в [17]. Из анализа графиков видно, что длина МО CD существенно зависит от исследуемых величин и может на 10–20 % отличаться от предлагаемой в [17]. Указанная погрешность ухудшит характеристики ГВ, что приведет к уменьшению разности температур на входе и выходе, и следовательно, к снижению КПД АЭС.

При изменении плавучести буя, а также разности бьефов значительно изменятся горизонтальная координата точки C (в 2–5 раз), происходит перераспределение натяжения в МО между точками C и D . Коэффициент жесткости МО — отношение текущего усилия в РПС к первоначальному в точке C , имеет существенно нелинейный характер и изменяется в диапазоне от 0.8 до 1.3. Горизонтальные перемещения точки C приводят также к перераспределению вертикальных усилий в системе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Описан численный алгоритм сведения обратных задач статики РПС в поле массовых и поверхностных сил к задаче поиска минимума квадратической функции в виде суммы квадратов «невязок», которые получаются в результате численного интегрирования системы ОДУ (1) с варьируемыми недостающими начальными условиями на одном из концов РПС для численного решения задачи Коши в области определения неизвестных. Для иллюстрации описанного алгоритма приведены примеры из практики проектирования и расчета систем, в кото-

рых в качестве основных элементов используются РПС: задача определения силовых и геометрических характеристик ГВ АЭС, коэффициента жесткости ЯС ППБУ и оценки качества отводителя буксируемой системы.

2. Из анализа полученных численных результатов следует:

— жесткостная характеристика ЯС ППБУ является ее «статическим паспортом», а также нелинейной функцией переменных $u_t, u_n, u_b, T, \varphi, \theta$. Под распределенным действием неоднородного по глубине течения ЯС принимает вид пространственной кривой. По сравнению с результатами вычислений, проведенных по методу цепной линии [14], значение осевого усилия T в верхней точке системы отличается от 5 до 30 %. При больших ее смещениях от своего начального положения приращение осевого усилия ΔT может превышать первоначальное значение T_0 , а ЯС — обрываться;

— рациональное значение качества отводителя $k \approx 5$, так как при $k < 5$ поправка $\Delta \bar{H}_p$ является большой величиной, что может оказаться нежелательным, а значение $k > 5$ не приводит к существенному увеличению отведения c и уменьшению поправки $\Delta \bar{H}_p$, однако при этом на практике вызывает значительные технологические трудности;

— длина МО CD может на 10–20 % отличаться от величин, предлагаемых в [17]. При изменении плавучести буя, а также разности бьефов значительно изменяется его горизонтальная координата (в 2–5 раз), происходит перераспределение натяжения в МО между буюм и ее донным креплением. Коэффициент жесткости МО — отношение текущего осевого усилия к первоначальному в точке C (месте крепления к бую), имеет существенно нелинейный характер и изменяется в диапазоне от 0.8 до 1.3. Горизонтальные перемещения буя приводят также к перераспределению вертикальных усилий в системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chen B., Su F., Huo C., Zhang R., Yao B., Lian L. Numerical investigation of the dynamics for low tension marine cables. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*. 2015 Vol. 20, Iss. 3. P. 257–264. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12204-014-1559-6>.
2. Nimmy T., Manoj T. Analysis of tow cables. *Universal Journal of Mechanical Engineering*. 2017. Vol. 5, N 5. P. 144–149. DOI: <https://doi.org/10.13189/ujme.2017.050502>.
3. Трофимчук О.М., Калюх Ю.И., Дунін В.А., Берчун Я.О. Про можливість багатохвильової ідентифікації дефектів у палях. *Кибернетика и системный анализ*. 2018. Т. 54, № 4. С. 98–108.
4. Troger H., Alperon A.P., Beletsky V.V., Dranovskii V.I., Khoroshilov V.S., Pirozhenko A.V., Zakrzhevskii A.E. Dynamics of tethered space systems (Advances in engineering series). 1st edition. CRC Press, 2017. 245 p.
5. Горошко О.А., Савин Г.Н. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины. Киев: Наук. думка, 1971. 224 с.
6. Doyle R. L., Halkyard J. Large scale airlift experiments for application to deep ocean mining. *Proc. 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. San Diego, CA, USA, 10–15 June 2007. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2007. P. 27–36. DOI: <https://doi.org/10.1115/OMAE2007-29641>.
7. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. Москва: Машиностроение, 1978. 222 с.
8. Гладкий А.В., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В. Численно-аналитические методы исследования волновых процессов. Киев: Наук. думка, 2001. 452 с.
9. Sergienko I.V., Deineka V.S. Optimal control of distributed systems with conjugation conditions. New York: Springer, 2005.
10. Farenjuk G., Kaliukh I., Farenjuk E., Kaliukh T., Berchun Y., Berchun V. Experimental and theoretical diagnostics of defects in ferroconcrete piles based on reflection of longitudinal and transverse waves. In: *High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet*. Hordijk D., Lukivić M. (Eds). Cham: Springer, 2018. P. 1307–1317.

11. Калюх Ю.И., Васатюк А.Е. Факторизация в задачах управления и динамики протяженных систем. *Кибернетика и системный анализ*. 2019. Т. 55, № 2. С. 117–128.
12. Калюх Ю.И. Статика, динамика та оптимізація канатних транспортуючих систем в потоці: дис. ... докт. техн. наук. Український заочний педагогічний інститут. Харків, 1993. 320 с.
13. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. Москва: Мир, 1975. 534 с.
14. Кульмач П.П. Якорные системы удержания плавучих объектов. Ленинград: Судостроение, 1980. 336 с.
15. Егоров В.И. Подводные буксируемые системы. Ленинград: Судостроение, 1981. 304 с.
16. Yoshida K., Yoneya T., Ida K. Static and dynamic analysis of underwater line structures by the finite element methods. *J. Soc. Nav. Archit. Jap.* 1978. Vol. 144. P. 195–204.
17. СНиП 2.06.04-82. Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов). Госстрой СССР. Москва: Стройиздат, 1983. 39 с.

Надійшла до редакції 25.07.2018

Ю.И. Калюх, О.М. Трофимчук, О.Г. Лебідь
ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДВОТОЧКОВИХ ЗАДАЧ СТАТИКИ РОЗПОДІЛЕНИХ
ПРОТЯЖНИХ СИСТЕМ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ НЕЛДЕРА–МІДА

Анотація. Описано чисельний алгоритм зведення обернених задач статки розподілених протяжних систем у полі масових і поверхневих сил до задачі нелінійного програмування, для розв'язування яких апробовано чисельні методи. Зміна розмірності розв'язуваної фізичної задачі не призводить до модифікації всього чисельного алгоритму, а лише до заміни деяких його блоків. Як приклади чисельного розв'язання задач нелінійного програмування досліджено задачі визначення силових і геометричних характеристик глибокого водозабору АЕС, коефіцієнта жорсткості якорного зв'язку напівзануреної бурової платформи та оцінювання якості відвідника.

Ключові слова: доточкове завдання, квадратична функція, протяжна система, чисельне моделювання, метод Нелдера–Міда.

Iu. Kaliukh, O. Trofymchuk, O. Lebid
NUMERICAL SOLUTION OF TWO-POINT STATIC PROBLEMS FOR DISTRIBUTED
EXTENDED SYSTEMS BY MEANS OF THE NELDER–MEAD METHOD

Abstract. A numerical algorithm is described for reducing two-point static problems of distributed extended systems in the field of mass and surface forces to a nonlinear programming problem that can be solved by numerical methods. A change in the dimension of the physical problem being solved does not change the entire numerical algorithm, but only leads to the replacement of some of its blocks. Numerical examples illustrating the described algorithm are given. The problems of determining the power and geometric characteristics of the deep water intake of nuclear power plants, assessing the quality of the diverter and determining the stiffness coefficient of the anchor coupling of the semi-submersible drilling platform are considered as examples of the non-linear programming problems.

Keywords: two-point problem, quadratic functions, extended system, numerical modeling, Nelder–Mead method.

Калюх Юрий Иванович,

доктор техн. наук, профессор, старший научный сотрудник Государственного предприятия «Научно-исследовательский институт строительных конструкций», ведущий научный сотрудник Института телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Киев, e-mail: kalyukh2002@gmail.com.

Трофимчук Александр Николаевич,

чл.-кор. НАН Украины, профессор, доктор техн. наук, директор Института телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Киев, e-mail: itelua@kv.ukrtel.net.

Лебедь Алексей Григорьевич,

кандидат техн. наук, старший научный сотрудник, заместитель директора Института телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Киев, e-mail: o.g.lebid@gmail.com.