

УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

УДК 539.595

В.В. Гавриленко, О.С. Лимарченко, О.П. Ковальчук

КОМПЬЮТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ ТРУБОПРОВОД–ЖИДКОСТЬ, ИССЛЕДОВАНИЯ И ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СИЛ КОРИОЛИСА НА ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ ПРИ РАЗНЫХ СПОСОБАХ ЗАКРЕПЛЕНИЯ

Ключевые слова: трубопровод с текущей жидкостью, нелинейные колебания системы, различные способы крепления трубопровода, нелинейные механизмы, силы Кориолиса, перераспределение энергии между формами колебаний системы.

Введение

Известно, что трубопроводы, по которым транспортируется жидкость, — неотъемлемая составная часть многих транспортных и строительных систем. Такие системы встречаются как в гражданском строительном направлении, так и в транспортных системах и транспортной инфраструктуре. Во-первых, они эксплуатируются под высоким давлением по условиям вибрации, и трубопроводы взаимодействуют с другими компонентами, например, трубопровод соединяет топливный бак и двигатель, турбину и магистральную линию, трубопровод, транспортирующий нефть или газ.

Трубопроводы разделяют на криволинейные и прямолинейные. Они могут быть в среде под водой, под землей, свободные и на упругом основании. Трубопроводы могут транспортировать жидкость, газ. При транспортировке газа в систему почти не добавляются инерционные свойства, а лишь оказывается влияние на давление, поэтому трубопроводы под действием газа обычно рассчитывают только как статические задачи, под действием внутреннего давления. В случае жидкости инерционные свойства жидкости становятся определяющими, и динамическое поведение таких систем значительно сложнее.

Есть диапазоны, когда колебания трубопроводов происходят в линейном и нелинейном диапазонах. Конечно, большинство задач исчерпывается линейной формулировкой, но есть специфические режимы, где нелинейные модели становятся определяющими.

В данной работе сложность постановки решения задачи обусловлена моделью совместного движения компонент гидроупругой системы. Как известно, движение упругих составляющих наиболее удобно описывать в лагранжевых переменных, а жидкость — в эйлеровой постановке. Соответственно в случае нели-

© В.В. ГАВРИЛЕНКО, О.С. ЛИМАРЧЕНКО, О.П. КОВАЛЬЧУК, 2019

нейной задачи динамики приходится применять смешанное эйлерово–лагранжево описание движения составляющих системы. Это вызывает большие проблемы для выполнения условий контакта: появляются дополнительные нелинейные члены, обусловленные этим смешанным описанием.

Существуют режимы, когда система может приближаться к режиму бифуркаций. Это означает, что существует несколько состояний равновесия в системе, из которых реализуется только одно устойчивое, а остальные остаются неустойчивыми. Это, в свою очередь, вносит в систему дополнительные новые яркие свойства динамического поведения, особенно в случаях, когда происходит разветвление на несколько режимов поведения. Для такой системы характерен большой разнос частот, в частности, первые и, например, десятые частоты отличаются в сотни раз. Это усложняет интегрирование таких систем уравнений во времени из-за проявления так называемых свойств жесткости системы

Результаты исследований демонстрировали значительную зависимость характеристик процесса от скорости жидкости и существенное проявление нелинейных механизмов энергообмена между формами колебаний. В работе [1] рассмотрено влияние скорости течения жидкости в окрестности критических значений на систему трубопровод–жидкость. Показано, что при скоростях, приближающихся к критическим, наблюдается целенаправленный энергообмен в системе, который приводит к росту начальных возмущений во времени и может вызвать опасные ситуации.

Постановка задачи

Рассмотрим упругий трубопровод на основе балочной модели [2] (что допустимо ввиду значительного превышения длины трубопровода над его диаметром). Жидкость считается идеальной несжимаемой, а ее движение — одномерным. Поперечные колебания трубопровода описываются переменной $u(x, t)$, где x — продольная координата, t — время. Для описания механических характеристик трубопровода приняты следующие параметры: μ и ρ — линейные плотности материала трубы и жидкости, EJ — изгибная жесткость трубы, F и F_T — площади поперечного сечения стенок трубы и области течения жидкости, V — заданная скорость продольного течения жидкости, P — внутреннее давление жидкости.

Построение модели системы осуществляется на основе одновременного применения идей и методов декомпозиции решений задачи, прямых методов математической физики с использованием формулировки задачи механики в виде вариационного принципа Гамильтона [2–8].

Представим функцию Лагранжа для системы, которая состоит из трубы и протекающей жидкости:

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{1}{2} \mu \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{4} \mu \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx - \frac{1}{2} EJ \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx - \\
 & - \frac{1}{4} EJ \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx - \frac{1}{2} EF \int_0^l u'^3 u dx + \frac{1}{4} \rho V^2 \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx - \\
 & - \frac{1}{16} \rho V^2 \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^4 dx + \frac{1}{2} \rho \int_0^l \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dx + \frac{1}{4} \rho \int_0^l \left(\frac{du}{dt} \right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx +
 \end{aligned}$$

$$+ \rho V \int_0^l \frac{\partial u}{\partial x} \frac{du}{dt} dx + \frac{1}{2} PF \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \rho V^2 \int_0^l dx.$$

После выделения независимых вариаций уравнения движения рассматриваемой системы трубопровод–жидкость запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tilde{A}(x, t) + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \tilde{B}(x, t) = \rho V \tilde{C}(x, t) + \rho V^2 \tilde{D}(x, t) + \rho V \tilde{E}(x, t) + \\ + PF \tilde{F}(x, t) + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + EJ \tilde{K}(x, t) - EF \tilde{L}(x, t). \end{aligned}$$

Для упрощенного представления уравнений движения применялись такие обозначения:

$$\begin{aligned} \tilde{A} = -\mu - \rho - \frac{1}{2}(\mu + \rho) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2, \quad \tilde{E} = -2 \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \tilde{B} = -EJ - \frac{EJ}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2, \quad \tilde{L} = 3\mu \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^3, \\ \tilde{D} = -3 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 8 \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2, \quad \tilde{C} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}, \\ \tilde{F} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \tilde{K} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^3 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}. \end{aligned}$$

Уравнения движения системы представляют собой нелинейное волновое уравнение, моделирующее движение упругого трубопровода при скоростном движении жидкости. Модель учитывает движение трубы, течение жидкости и их взаимодействие. При этом движение жидкости в продольном направлении считается заданным, а в поперечном определяется движением трубы. Поэтому в модели не требуется отдельная переменная, характеризующая локальные характеристики течения жидкости. Уравнение содержит члены до третьего порядка малости деформаций. Отметим, что член $\rho V \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}$ представляет собой вклад в систему сил инерции Кориолиса, который вносит в систему сдвиг по фазе на четверть периода как по пространственной координате, так и по времени. Это приводит к тому, что в системе возникают компоненты, которые не являются элементами ранее введенных базисных функций по пространственным и временным координатам. Поэтому в системе возникают новые внутренние взаимосвязи между ортогональными формами колебаний, причем на линейном уровне, и по степени воздействия значительно превосходят нелинейные механизмы взаимосвязи. Наличие в уравнениях членов с множителем ρV^2 связано с проявлением динамического напора (давления) со стороны жидкости. Анализируя эту величину, можно сделать вывод, что это центробежная сила, действующая со стороны жидкости на стенки трубы. Исследование линейных и некоторых нелинейных задач показывает, что влияние этого члена на потерю устойчивости прямолинейной равновесной формы и динамической устойчивости системы вообще будет решающим. Нестационарная (реактивная) составляющая движения жидкости в уравнениях представлена

членами с множителем $\rho\dot{V}$, который характеризует влияние скорости движения жидкости (разгон, торможение, пульсация) на движение трубопровода и общее движение системы. В трубах жидкость движется за счет перепада давления. Если труба прямолинейная, то давление жидкости на трубу в поперечном направлении уравнивается. Если же существует изгиб трубы, то равновесие нарушается и давление жидкости приводит к дополнительной изгибной нагрузке, представленной в уравнении членом $PF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$. Член с множителем EJ соответствует изгибному деформированию трубы, которое в данной системе выполняет роль восстанавливающей силы. Члены, содержащие множитель EF , характеризуют действие сил продольного сжатия трубы.

Заметим, что модель учитывает все известные в динамике трубопроводов нелинейные механизмы развития динамических процессов с точностью до величин третьего порядка малости. В частности, в модели учитываются такие силы: центробежные, упругости, продольного сжатия, Кориолиса, силы, возникающие от внутреннего давления жидкости.

Для дальнейшего изучения динамических свойств используется метод модальной декомпозиции, т.е. движение системы раскладывается по формам собственных колебаний системы $A_i(x)$ с соответствующими амплитудами $c_i(t)$.

После применения метода модальной декомпозиции в варианте метода Канторовича нелинейная дискретная модель системы трубопровод–жидкость в амплитудных параметрах приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{c}_r = & -\frac{EJ}{\rho+\mu} \kappa_r^4 c_r + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho+\mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \\ & + \frac{2\rho V}{(\rho+\mu) N_r} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) - \frac{PF}{(\rho+\mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \\ & - \frac{2\rho\dot{V}}{(\rho+\mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{13}{4} \frac{\rho V^2}{(\rho+\mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 - \\ & - \sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \frac{1}{N_r} \left(d_{jkir}^2 - \frac{1}{2} d_{krij}^2 \right) - \frac{EJ}{(\rho+\mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijkl}^6 - \\ & - \frac{2EF}{(\rho+\mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^3 - \frac{1}{2N_r} \sum_{pjk} c_j c_k \left(-\frac{EJ}{(\rho+\mu)} \kappa_p^4 c_p + \right. \\ & + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho+\mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 + \frac{2\rho V}{(\rho+\mu) N_p} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{pi}^1 - \beta_{ip}^1) - \\ & \left. - \frac{PF}{(\rho+\mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 - \frac{2\rho\dot{V}}{(\rho+\mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 \right). \end{aligned}$$

Коэффициенты этих уравнений вычисляются как квадратуры от форм колебаний трубопровода и их производных. Исследование переходных процессов

движения трубопровода выполняется на основе приведения данной системы в форме Коши и ее численного интегрирования на основе метода Рунге–Кутты.

Анализ результатов

Рассматривается задача о колебаниях трубопровода с жидкостью при различных способах закрепления краев $x = 0$ и $x = l$ (l — длина трубопровода). Анализировались задачи о поведении системы при начальном возбуждении системы $c_2(0) = 0,02l$ (остальные формы колебаний в начальный момент не возбуждались), при скоростях течения жидкости $V = 0,5V_{cr}$ и $V = 0,75V_{cr}$, где V_{cr} — первая критическая скорость жидкости в трубопроводе.

Далее на рисунках приведены законы изменения во времени амплитуд форм колебаний трубопровода. При этом переменная $c_1(t)$ показана толстой сплошной кривой, переменная $c_2(t)$ — штриховой, а $c_3(t)$ — тонкой сплошной кривой. На рисунках варианта *a* показано моделирование динамического поведения системы без учета сил Кориолиса, а на рисунках варианта *b* — на основе полной нелинейной модели системы. Анализировались случаи закрепления типа два шарнира, две консоли, консоль–шарнир и консоль–свободный край.

Результаты численного моделирования свидетельствуют об определяющем вкладе сил Кориолиса в формирование динамических процессов. Заметим, что поскольку силы Кориолиса в модели описываются линейными членами, их проявления при переходных процессах происходят быстрее проявления нелинейных механизмов и заметны на меньших амплитудах возмущения. Проиллюстрируем это на примере задачи о закреплении трубопровода типа консоль–консоль для случая $V = 0,75V_{cr}$ (рис. 1).

При отсутствии сил Кориолиса (см. рис. 1, *a*) сначала в системе возбуждено колебание только по второй форме, со временем к колебаниям по нелинейными механизмами привлекаются первая и третья формы, но вторая форма доминирует.

При наличии сил Кориолиса (см. рис. 1, *b*) возбуждение других форм колебаний происходит значительно быстрее. При этом через некоторое время уже доминирует первая форма колебаний. Вообще развитие динамических процессов в случае учета или пренебрежения силами Кориолиса существенно отличается как качественно, так и величинами амплитуд деформации трубопровода.

На рис. 2 изображена задача о колебаниях трубопровода при закреплении типа консоль–свободный край при скорости течения жидкости $V = 0,5V_{cr}$.

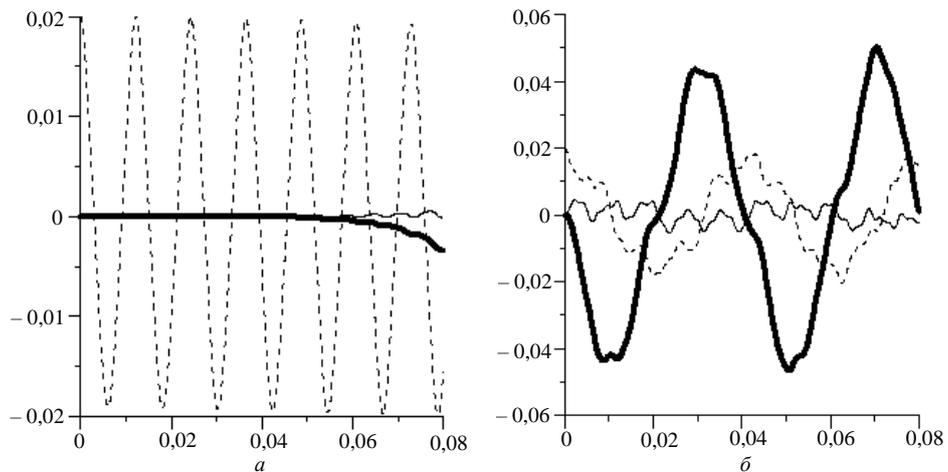


Рис. 1

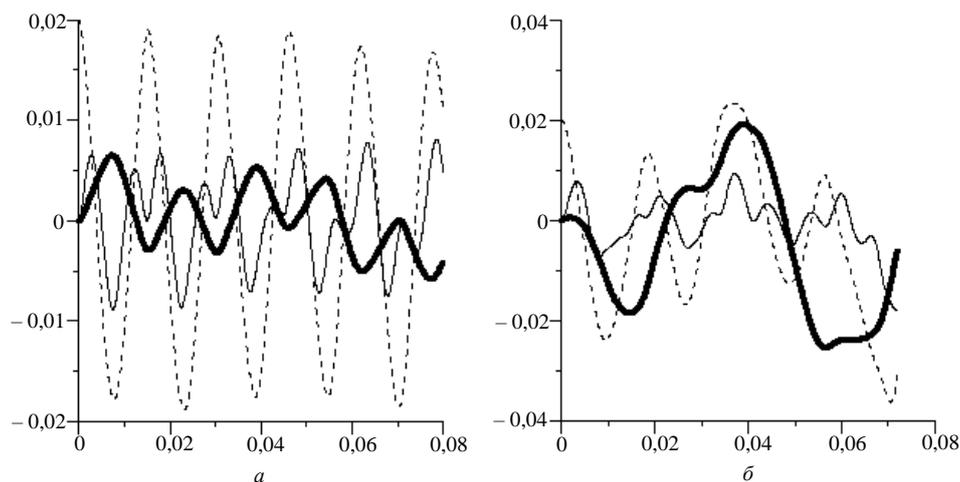


Рис. 2

В этом случае, как показывает рис. 2, а, проявление нелинейных механизмов значительно сильнее, однако вклад сил Кориолиса по-прежнему доминирует. В случае моделирования в рамках полной модели амплитуда колебаний системы возрастает и амплитуды первой и второй форм становятся соизмерными.

Заключение

Проведенный анализ выполнен также для других способов закрепления трубопроводов и позволил сделать следующие выводы.

Для нелинейной задачи динамики трубопровода с протекающей жидкостью разработана дискретная модель поведения трубопровода с жидкостью для различных способов его закрепления. Эта модель позволяет определить опасные частотные диапазоны и диапазоны скорости движения жидкости, при которых происходит увеличение колебаний трубопровода и возможна потеря устойчивости движения системы. Показан характер процессов энергообмена между формами колебаний в системе и, в частности, роль нелинейных механизмов и сил Кориолиса в формировании таких процессов.

Создан программный комплекс, определяющий изменения во времени кинематических и динамических параметров трубопровода для различных типов возмущений системы, в том числе в окрестности критических скоростей течения жидкости.

Установлено специфическое проявление нелинейных механизмов деформирования трубопровода в зависимости от скорости течения жидкости и способов его закрепления. Изучено изменение моментного и силового взаимодействия трубопровода в точках закрепления концов. Показано, что по степени проявления механизм энергообмена, обусловленный наличием действия сил Кориолиса, значительно превосходит соответствующие нелинейные механизмы. В итоге энергия перераспределяется между всеми формами колебаний жидкости (дисперсия), а амплитуды отдельных форм колебаний снижаются. Для случая различных способов закреплений трубопровода проявление сил Кориолиса является определяющим и на рассматриваемом интервале времени приводит к примерно одинаковым последствиям. В то же время при наличии свободного края значительно усиливается проявление механизмов перераспределения энергии и многообразии процессов взаимодействия при-

водит к возможности потери устойчивости при значительно меньших скоростях течения жидкости и амплитудах возбуждения колебаний, чем в случае двустороннего закрепления концов трубопровода.

В.В. Гавриленко, О.С. Лимарченко, О.П. Ковальчук

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ СИСТЕМИ ТРУБОПРОВІД– РІДИНА, ДОСЛІДЖЕННЯ І ОЦІНКА ВПЛИВУ СИЛ КОРІОЛІСА НА РУХ РІДИНИ У ТРУБОПРОВІДІ ПРИ РІЗНИХ СПОСОБАХ ЗАКРІПЛЕННЯ

Однією з досить важливих задач науки і техніки є дослідження поведінки трубопроводів при перехідних режимах руху рідини в околі критичних швидкостей. Особливу увагу приділено поведінці системи при наближенні до критичних швидкостей руху, коли спостерігається втрата стійкості прямолінійної форми трубопроводу. Це може призвести до руйнування трубопроводу. Тому, з погляду на високу вартість таких об'єктів і можливих негативних наслідків у випадку руйнування трубопроводів, постає питання розроблення ефективних методів математичного моделювання системи трубопровід–рідина в лінійному та нелінійному діапазонах змін параметрів системи. Розглянуто задачу руху трубопроводу з рідиною. Досліджуються коливання системи в нелінійному діапазоні збурень. Для різних способів закріплення трубопроводу здійснено аналіз впливу нелінійних механізмів і сил Коріоліса на перерозподіл енергії між формами коливань системи. Показано, що за своїм внеском сили Коріоліса домінують в перерозподілі енергії між формами коливань. Зазначено, що при наявності вільного краю сукупна дія сил Коріоліса і нелінійних механізмів проявляється найбільше. Розроблена модель достатньо універсальна і може застосовуватися для дослідження багатьох прикладних задач динаміки трубопроводів, що знаходяться в перехідних режимах руху. Важливими результатами є аналіз впливу та природи різних нелінійних механізмів, дослідження різних режимів течії рідини та можливості застосування закону течії для демпфування коливань.

Ключові слова: трубопровід з рідиною, що рухається, нелінійні коливання системи, різні способи закріплення трубопроводу, нелінійні механізми, сили Коріоліса, перерозподіл енергії між формами коливань системи.

V.V. Gavrilenko, O.S. Lymarchenko, O.P. Kovalchuk

COMPUTER MODELING OF THE BEHAVIOR OF A SYSTEM OF PIPELINE–LIQUID, RESEARCH AND ESTIMATION OF THE EFFECT OF THE CORIOLIS'S FORCES ON THE MOVEMENT OF LIQUID IN A PIPELINE WITH DIFFERENT METHODS OF ANCHORING

One of the most important tasks of science and technology is the study of the behavior of pipelines under transition fluid flow regimes in the vicinity of criti-

cal velocities of the fluid. Particular attention is paid to the behavior of the system while its approaching the critical flow velocities, when there is a loss of stability of the rectilinear form of the pipeline. This can lead to the destruction of the pipeline. Therefore, in view of the high cost of such objects and the possible negative consequences in case of pipeline destruction, the question arises about the development of effective methods of mathematical modeling of the pipeline system — a liquid in the linear and nonlinear ranges of changes in the parameters of the system. The problem of dynamics of pipe with a flowing fluid is considered. Vibrations of the system in the nonlinear range of disturbances are investigated. An investigation of the influence of nonlinear mechanisms and Coriolis forces on the redistribution of the energy between forms of vibrations of the system is given. Coriolis forces dominate in the redistribution of the energy between forms of vibrations of the system. A total influence of Coriolis forces and nonlinear mechanisms in case of the availability of a free edge is most revealed. The developed model is sufficiently universal and can be applied to study many application problems of pipeline dynamics in transitional modes of motion. Important results are the analysis of the influence and nature of various nonlinear mechanisms, the study of different fluid flow regimes, and the possibility of applying the flow law to damping the oscillations.

Keywords: pipe with flowing fluid, nonlinear vibrations of system, different ways of the fixing pipe, nonlinear mechanisms, Coriolis forces, the redistribution of the energy between forms of vibrations of the system.

1. Ковальчук О.П. Нелинейная динамика трубопровода с скоростным течением жидкости при различных способах закрепления. *Вестник Национального транспортного университета*. 2015. Вып. 31. С. 242–245.
2. Бабаков И.М. Теория колебаний. М. : Наука, 1968. 560 с.
3. Гавриленко В.В., Лимарченко О.С., Ковальчук О.П. Модель нелинейной динамики трубопровода со скоростной течения жидкости при различных способах закрепления. *Вестник Национального транспортного университета*. Ч. 2. 2011. Вып. 24. С. 278–281.
4. Гавриленко В.В., Ковальчук О.П., Лимарченко О.С. Характер силового взаимодействия трубопровода с подвижной жидкостью при скоростном движения жидкости. *Проблемы транспорта*. 2012. Вып. 9. С. 249–252.
5. Василевский Ю.Е., Лимарченко О.С., Ковальчук О.П. Механизм потери нелинейной устойчивости трубопровода при скоростном течении жидкости. *Коммунальное хозяйство городов*. 2010. Вып. 91. С. 49–56.
6. Бондарь Н.Г. Нелинейные автономные задачи механики упругих систем. Киев : Будівельник, 1971. 140 с.
7. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. М. : Наука, 1977. 2. 544 с.
8. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М. : Наука, 1970. 512 с.

Получено 02.01.2019