

УДК 004.93

С.В. Машталир, М.И. Столбовой, С.В. Яковлев

ГИБРИДНЫЙ ПОДХОД К КЛАСТЕРИЗАЦИИ ВИДЕОРЯДОВ РАЗЛИЧНОЙ ДЛИНЫ

Ключевые слова: иерархическая кластеризация, нечеткая кластеризация, многомерные последовательности, видео, метрика.

Введение

Анализ данных любого вида является одним из приоритетных направлений развития науки. При этом важное значение приобретает анализ визуальной информации. Особое место по сложности интерпретации среди такой информации занимает анализ видеоданных, что связано, в первую очередь, с их большой избыточностью и слабой структурированностью. Поэтому одна из проблем анализа видео — структурирование информации с выделением однородных сегментов и ключевых кадров [1–3], что позволяет понизить размерность исходных данных и упростить дальнейшую их обработку. Одним из решений этой задачи является подход, связанный с сегментацией–кластеризацией видеоданных [4–6]. Задача кластеризации данных в целом — одна из основных в общей проблеме интеллектуального анализа данных. В настоящее время разработано множество подходов, методов и алгоритмов для ее решения: от сугубо эмпирических до строго математических [7–12]. При этом особое место занимает задача кластеризации временных рядов–последовательностей [13–15], когда исходная информация задается в форме набора последовательностей

$$x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_Q, \quad x_q = \{x_q(1), \dots, x_q(k), \dots, x_q(N)\},$$

где $k = 1, 2, \dots, N$ — отсчеты дискретного времени, N — число этих отсчетов в каждой из выборок x_q , $q = 1, 2, \dots, Q$.

Сложность такой задачи связана с тем, что наблюдения в каждой из выборок $x_q(k)$ строго упорядочены и не подлежат перемещению. Задача существенно усложняется, если обрабатываемые ряды — многомерные последовательности, т.е. векторные — при $x_q(k) = (x_{q1}(k), \dots, x_{qi}(k), \dots, x_{qn}(k))^T \in R^N$, либо матричные — при $x_q(k) = \{x_{q_i, i_2}(k)\} \in R^{n \times v}$, $i_1 = 1, 2, \dots, n$, $i_2 = 1, 2, \dots, v$. Последняя ситуация достаточно часто возникает в задачах обработки видеопоследовательностей, когда каждое отдельное изображение можно описать с помощью $(n \times v)$ -матрицы $x_q(k)$.

Результатом решения задачи кластеризации является разбиение исходного массива данных на m кластеров–классов Cl_1, Cl_2, \dots, Cl_m , в каждом из которых содержащиеся в них данные взаимно близки в смысле применяемой метрики (метрического подхода).

© С.В. МАШТАЛИР, М.И. СТОЛБОВОЙ, С.В. ЯКОВЛЕВ, 2019

Следуя данному в [7] определению, методы кластеризации условно можно разделить на два больших класса: иерархические и основанные на разбиениях. Это не противоречит другим существующим подходам к кластеризации [9, 15]. В настоящее время наиболее популярны методы, основанные на разбиениях, благодаря своей математической строгости, наглядности получаемых результатов, развитому программному обеспечению. Ключевым понятием здесь являются центроиды-прототипы — представители-образцы, вокруг которых группируются данные каждого кластера. Наиболее характерными представителями этого класса являются методы k -средних, k -гармонических средних, c -средних, k -медоидов, отличающиеся типом используемой метрики и целевой функцией, оптимизируемой в процессе решения задачи. Основным недостатком этого подхода — необходимость априорного задания числа кластеров m , что часто ведет к многократному решению задачи при разных значениях m . Этому классу принадлежит достаточно громоздкий, с вычислительной точки зрения, метод x -средних [9].

Иерархические методы, которые делятся на агломеративные и дивизимные, автоматически определяют оптимальное число кластеров путем попарного объединения данных и последовательного «выращивания» кластеров либо последовательного дробления исходной выборки на подкластеры до достижения требуемой точности в смысле принятого критерия качества кластеризации. Иерархические методы просты, наглядны, формируют кластеры произвольной формы, не требуют, как правило, задания дополнительных параметров, хотя и несколько громоздки в вычислительной реализации (имеют сложность $O(Q^2)$). Заметим, что в [16] предложен метод иерархической агломеративной кластеризации больших массивов изображений (матричных сигналов), продемонстрировавший свою эффективность в решении ряда практических задач.

Оба подхода имеют свои преимущества и недостатки. Поэтому метод, объединяющий в себе преимущества обоих подходов, весьма привлекателен с точки зрения пользователя-практика.

Ситуация существенно усложняется, когда обрабатываемые последовательности $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_Q$ имеют разную длину $N_1, N_2, \dots, N_q, \dots, N_Q$. В этом случае о расчете центроидов не может быть и речи, поскольку не ясно, какой должна быть длина каждого центроида и насколько по длине отличаются центроиды каждого кластера. В этой ситуации более предпочтительным представляется использование иерархического агломеративного подхода, ключевым моментом которого является выбор меры схожести между любыми двумя рядами из набора $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_Q$, на основе которой будет проводиться объединение отдельных последовательностей в кластерах.

Оценка схожести–различия между многомерными временными рядами разной длины

Пусть имеется два временных ряда: $X = \{x(1), \dots, x(k), \dots, x(N)\}$, $Y = \{y(1), \dots, y(l), \dots, y(M)\}$, $N \neq M$, где $x(k)$ и $y(l)$ — либо векторы, либо матрицы соответствующих размерностей. Необходимо определить меру близости между этими последовательностями. Расстояние между любыми двумя наблюдениями можно задать либо с помощью евклидовой метрики

$$d^2(x(k), y(l)) = \|x(k) - y(l)\|^2 = \sum_{i=1}^n (x_i(k) - y_i(l))^2, \quad x(k), y(l) \in R^n,$$

либо сферической метрики

$$d^2(x(k), y(l)) = \text{Sp}(x(k) - y(l))(x(k) - y(l))^T, \quad x(k), y(l) \in R^{n+v}.$$

Для оценки схожести между временными рядами в настоящее время наиболее популярна так называемая динамическая временная деформация (DTW) [17, 18] и ее различные модификации [19–25]. В основе DTW лежит понятие искривленного

пути (warping path) между точками $x(1), y(1)$ и $x(N), y(M)$, для нахождения которого используется весьма громоздкая, с вычислительной точки зрения, процедура динамического программирования. В результате ее реализации находится оптимальный искривленный путь, который определяет расстояние между массивами X и Y .

Заметим, что хотя DTW задает меру схожести, в основе которой лежат евклидово и фробениусово расстояния, с математической точки зрения это не будет метрикой.

Для оценки расстояния между временными рядами разной длины можно использовать метрику Левенштейна [26], рассчитать которую применительно к рассматриваемой задаче можно с помощью соотношений

$$d_L(x(k), y(l)) = \begin{cases} \max(k, l), & \text{если } \min(k, l) = 0, \\ \min \begin{cases} d_L(x(k-1), y(l)) + 1, \\ d_L(x(k), y(l-1)) + 1, \\ d_L(x(k-1), y(l-1)) + 1(x(k), y(l)). \end{cases} & \text{иначе} \end{cases}$$

Здесь $d_L(x(k), y(l))$ — расстояние между первыми k наблюдениями $X = \{x(1), \dots, x(k), \dots, x(N)\}$ и l наблюдениями $Y = \{y(1), \dots, y(l), \dots, y(M)\}$ исходных рядов

$$d(x(k), y(l)) = \begin{cases} 0, & \text{если } x(k) = y(l), \\ 1 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

При этом расстояние между рядами в целом задается соотношением $D_L(N, M) = d_L(x(N), y(M))$.

Несложно заметить значительное сходство между расчетом DTW и расстоянием Левенштейна, в основе которого лежит соотношение, аналогичное процедуре динамического программирования. При этом $D(N, M)$ — только мера близости, а $D_L(N, M)$ — метрика в математическом смысле этого понятия.

Процедура иерархической кластеризации многомерных временных рядов разной длины

На основании рассмотренных мер сходства может быть построена процедура иерархической агломеративной кластеризации, в основу которой положен достаточно эффективный и простой, с вычислительной точки зрения, алгоритм Эверитта [7, 8]. Пусть имеется массив $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_Q$, образованный Q многомерными последовательностями разной длины. Построим $(Q \times Q)$ -матрицу расстояний $D_L(x_q, x_p)$ между всеми рядами, образующими этот массив. Ясно, что эта матрица симметрична с неотрицательными элементами и нулевыми диагональными элементами.

На первом этапе процедуры формируется $Q/2$ кластеров, если Q — четное, или $(Q+1)/2$ кластеров, если Q — нечетное, путем попарного объединения ближайших один к другому рядов $x_q, x_p \forall q, p$. Таким образом формируется массив кластеров первого уровня $Cl_1^{[1]}, Cl_2^{[1]}, \dots, Cl_j^{[1]}, \dots, Cl_{Q/2}^{[1]} (Cl_{(Q+1)/2}^{[1]}$, в этом случае кластер состоит из одной последовательности.

На втором этапе, на основании матрицы расстояний, оценивается расстояние между всеми сформированными кластерами $Cl_j^{[1]}$, при этом в качестве этого расстояния берется минимальное расстояние между наблюдениями из разных классов:

$$D_L(Cl_j^{[1]}, Cl_r^{[1]}) = \min_{\substack{x_q \in Cl_j^{[1]}, \\ x_p \in Cl_r^{[1]}}} D_L(x_q, x_p).$$

Далее попарно объединяются ближайшие один к другому кластеры, в результате формируется массив кластеров второго уровня $Cl_j^{[2]}$. Процесс продолжается до формирования набора кластеров m -го уровня $Cl_j^{[m]}$, удовлетворяющего принятым требованиям к качеству кластеризации.

Качество кластеризации в рассматриваемой задаче удобно оценивать с помощью индекса Данна (Dunn index) [9], который полностью основан на исходной матрице расстояний. При этом на каждом уровне оценивается диаметр сформированных кластеров, в качестве которого берется максимальное расстояние между рядами, входящими в этот кластер:

$$\text{Diam } Cl_j^{[m]} = \max_{\substack{x_q \in Cl_j^{[m]}, \\ x_p \in Cl_r^{[m]}}} D_L(x_q, x_p).$$

Индекс Данна в рассматриваемой задаче для m -го уровня кластеризации запишем в форме

$$\text{Du}(Q^{[m]}) = \min_{j=1, \dots, Q^{[m]}} \left(\min_{r=j+1, \dots, Q^{[m]}} \frac{D_L(Cl_j^{[m]}, Cl_r^{[m]})}{\max_{j=1, \dots, Q^{[m]}} \text{Diam } Cl_j^{[m]}} \right),$$

где $Q^{[m]}$ — количество сформированных кластеров на m -м уровне.

Чем больше значение индекса Данна, тем выше качество кластеризации. Понятно, что если на m -м уровне значение индекса прекращает увеличиваться, т.е.

$$\text{Du}(Q^{[m]}) \leq \text{Du}(Q^{[m-1]}),$$

процесс кластеризации может быть остановлен, а значение $Q^{[m]}$ полагается истинным числом кластеров в исходной выборке $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_Q$.

Кластеризация временных рядов разной длины в случае пересекающихся классов

В реальных задачах достаточно часто возникает ситуация, когда кластеры, образованные наблюдениями (последовательностями), взаимно перекрывают один другого. Эта ситуация является предметом рассмотрения нечеткого кластерного анализа временных рядов [13]. При этом предполагалось, что ряды имеют одинаковую длину. Заметим также, что известные методы нечеткого кластерного анализа используют прототипы-центроиды — взвешенные средние наблюдений в каждом из сформированных классов.

Задачу нечеткой кластеризации в принятых обозначениях сформулируем как задачу минимизации целевой функции

$$E(\mu(x_q, c_j^{[m]})) = \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{Q^{[m]}} \mu^\beta(x_q, c_j^{[m]}) D(x_q, c_j^{[m]})$$

при ограничениях $\sum_{j=1}^{Q^{[m]}} \mu(x_q, c_j^{[m]}) = 1$, где $\mu(x_q, c_j^{[m]}) > 0$ — уровень нечеткой

принадлежности последовательности x_q к кластеру $Cl_j^{[m]}$, центроидом которого является $c_j^{[m]}$; $\beta > 0$ — параметр фаззификации обычно равный двум в задачах,

использующих евклидову (сферическую) метрику; $D(x_q, c_j^{[m]})$ — расстояние между x_q и центроидом $c_j^{[m]}$ в той же метрике.

Понятно, что в рассматриваемой задаче говорить о прототипах-центроидах не приходится, вместо них можно использовать так называемые представители-образцы [15], являющиеся, по сути, одним из наблюдений, наиболее характерным для конкретного кластера.

В качестве такого представителя $x_j^{[m]}$ для кластера $Cl_j^{[m]}$ может быть взята последовательность x_q , минимально удаленная от всех других рядов, входящих в этот кластер, т.е.

$$x_j^{[m]} = x_q \in Cl_j^{[m]} = \arg \min_{\substack{x_q \in Cl_j^{[m]} \\ x_p \in Cl_j^{[m]} \\ q, p=1}} \sum_{q,p=1}^{Q_j^{[m]}} D_L(x_q, x_p),$$

где $Q_j^{[m]}$ — число наблюдений в j -м кластере m -го уровня. Тогда уровень принадлежности наблюдения x_p к кластеру $Cl_j^{[m]}$ можно рассчитать с помощью простого соотношения:

$$\mu(x_p, x_j^{[m]}) = \frac{D_L^{-1}(x_p, x_j^{[m]})}{\sum_{S=1}^{Q^{[m]}} D_L^{-1}(x_p, x_S^{[m]})}.$$

Понятно, что если в процессе иерархической кластеризации последовательность x_p была отнесена к кластеру $Cl_j^{[m]}$, то и значение $\mu(x_p, x_j^{[m]})$ должно быть максимальным среди всех $x_S^{[m]}$, $S = 1, 2, \dots, Q^{[m]}$.

Далее рассмотрим общий пошаговый алгоритм процесса иерархической агломеративной нечеткой кластеризации многомерных временных рядов нечеткой длины:

- 1) задаем исходные ряды $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_Q$ и рассчитываем $(Q \times Q)$ — матрицу расстояний;
- 2) формируем массив кластеров первого уровня на основе попарного объединения исходных рядов;
- 3) формируем массив кластеров следующего уровня на основе попарного объединения кластеров предыдущего уровня;
- 4) рассчитываем индекс Данна для оценки качества кластеризации;
- 5) если качество не удовлетворяет, переходим к шагу 3, иначе — к шагу 6;
- 6) рассчитываем представители-образцы для каждого кластера последнего уровня;
- 7) рассчитываем уровни принадлежности каждого наблюдения x_q к кластеру $Cl_j^{[m]}$.

В заключение отметим простоту вычислительной реализации предлагаемого подхода, сводящегося к последовательности элементарных арифметических операций над анализируемыми временными рядами.

Экспериментальные результаты сегментации видеопоследовательностей

Для анализа предложенного подхода к сегментации-кластеризации многомерных данных использовались видео из документального цикла фильмов канала Discovery — «Destroyed in Seconds». Преимуществом подобных данных является,

в первую очередь, то, что, с одной стороны, на относительно небольших видеопоследовательностях происходит неоднократное изменение сцены, что дает возможность сегментировать исходные данные на однородные по своим характеристикам области/кластеры. С другой стороны, достаточно большая размерность видео позволяет утверждать о работоспособности предложенного алгоритма при работе с большими объемами исходных данных. Два примера видеопоследовательностей и их пространственных сегментаций, необходимых для формирования массива векторных наблюдений X и соответствующей им матрицы расстояний, представлены на рис. 1.

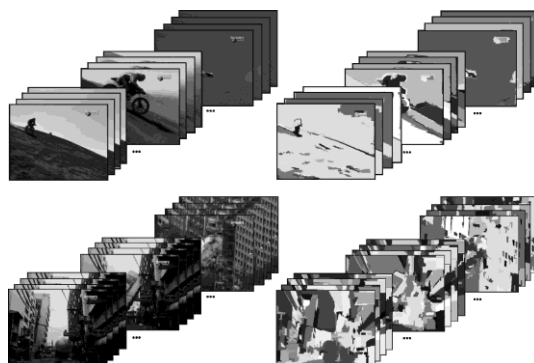


Рис. 1

Пример сегментации-кластеризации видеопоследовательности, представленной на рис. 1, показан на рис. 2. Из результатов видно, что в общей сложности видеопоследовательность разбивается на три сегмента. При этом особенно ярко выражен переход между первым и вторым сегментами в районе 288–290 кадров видеопоследовательности.

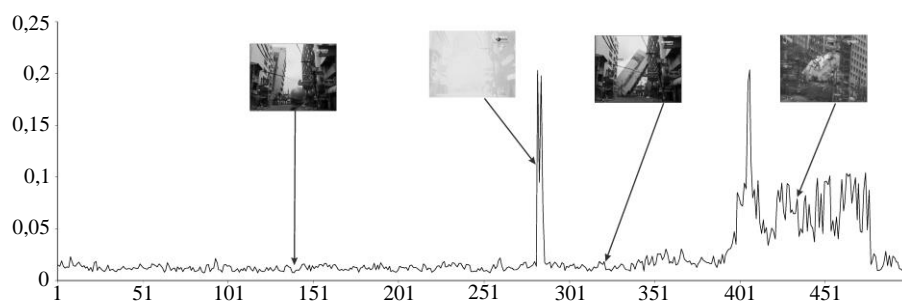


Рис. 2

Учитывая специфику предложенного алгоритма сегментации/кластеризации, следовало оценить адекватность использования индекса Данна в качестве критерия останова процесса агломерации данных. Для этого эксперту было предложено разделить каждую из десяти видеопоследовательностей на участки, обладающие, по его мнению, схожими характеристиками. В таблице приведены результаты сегментации согласно алгоритму и мнению эксперта.

Таблица

Кадр исходного видео	Количество кластеров/сегментов по предложенному алгоритму	Количество кластеров/сегментов по мнению эксперта
	5	4
	5	5

	3	3
	5	5
	4	4
	6	5
	3	3
	5	4
	5	5
	4	4

Из таблицы видно, что в семи случаях из десяти предложенный алгоритм и эксперт дали аналогичный результат, что может свидетельствовать о возможности использования индекса Данна в качестве критерия завершения процесса объединения данных в кластеры.

Заключение

Рассмотрена задача кластеризации многомерных временных рядов (векторных и матричных) различной длины в условиях неизвестного количества классов и их взаимного пересечения. Предложен метод решения этой задачи на основе гибридизации иерархического агломеративного и нечеткого, основанного на центроидах, подходов с использованием метрики Левенштейна. Процесс кластеризации сводится к последовательности элементарных операций над матрицей расстояний между анализируемыми исходными последовательностями. Следует отметить, что предложенный подход является развитием идей, описанных в [27–29], и логическим продолжением цикла работ, посвященных кластеризации/сегментации многомерных данных (на примере видеопоследовательностей) с помощью динамической временной деформации [22–25].

Развиваемый подход крайне прост с вычислительной точки зрения, позволяет решать задачи кластеризации временных рядов произвольной природы как в условиях неопределенности относительно количества классов данных, так и их формы и уровня взаимного пересечения.

ГІБРИДНИЙ ПІДХІД ДО КЛАСТЕРИЗАЦІЇ ВІДЕОРЕДІВ РІЗНОЇ ДОВЖИНИ

Істотне збільшення обсягу даних, що підлягають аналізу і обробці, вимагає запровадження нових ефективних засобів і методів їх збору та зберігання. Особливо актуальною така задача стає при аналізі мультимедійних, зокрема, відеоданих, в силу їх значної надмірності. Один із шляхів зниження обсягу оброблюваної інформації — кластеризація/сегментація відеопослідовностей для виділення однорідних за змістом сегментів. При цьому виникає завдання вибору необхідної кількості кластерів як вихідної інформації. Стаття присвячена розробці гібридного методу кластеризації для аналізу відеопослідовностей різної довжини. Метод зберігає переваги і виключає недоліки агломеративної ієрархічної і нечіткої кластеризації. Для визначення подібності між сегментами відеопослідовностей використовується метрика Левенштейна, що дозволяє розраховувати відстані між багатовимірними послідовностями різної довжини. Критерієм завершення процесу кластеризації в цілому, і, відповідно, якість одержуваного результату визначається індексом Данна. Запропонований гібридний підхід до кластеризації відеопослідовностей відрізняється обчислювальною простотою реалізації і дозволяє вирішувати завдання аналізу багатовимірних часових рядів довільної природи в тому випадку, коли заздалегідь складно визначити необхідну кількість кластерів для розбиття і в умовах невизначеності щодо можливого їх перекриття, тобто в разі, коли результатом кластеризації є побудова покриття, а не розбиття даних.

Ключові слова: ієрархічна кластеризація, нечітка кластеризація, багатовимірні послідовності, відео, метрика.

S.V. Mashtalir, M.I. Stolbovoi, S.V. Yakovlev

HYBRID APPROACH TO CLUSTERING DIFFERENT LENGTH VIDEOS

A significant increase in the amount of data to be analyzed and processed requires the introduction of new efficient tools and methods for their collection and storage. This task is especially important when analyzing multimedia, in particular, video data, due to their great redundancy. One of the ways to reduce the amount of information processed is clustering / segmentation of video sequences to isolate parts that are homogeneous in content. This raises the problem of choosing the required number of clusters as source information. The article is devoted to the development of a hybrid clustering method for analyzing video sequences of various lengths. The method saves the advantages and eliminates the disadvantages of agglomerative hierarchical and fuzzy clusterings. To determine the similarity between segments of video sequences, the Levenshtein metric is used, which allows to calculate the distances between multidimensional sequences of different lengths. The criterion for the clustering process completion as a whole, and, accordingly, the result quality is determined by the Dunn index. The proposed hybrid approach to clustering video sequences is computationally simple to implement and allows solving the multidimensional time series analysis problems of arbitrary nature in the case when it is difficult to determine in advance the necessary number of clusters for splitting and under conditions of uncertainty about their possible overlap, i.e. in the case where the clustering result is the cover construction, and not data partitioning (exact cover construction).

Keywords: hierarchical clustering, fuzzy clustering, multidimensional sequences, video, metric.

1. Basharat A., Zhai Y., Shah M. Content based video matching using spatiotemporal volumes. *Computer Vision and Image Understanding*. 2008. **110**. P. 360–377. Doi.org/10.1016/j.cviu.2007.09.016.
2. Patel B.V., Meshram B.B. Content based video retrieval. *The International Journal of Multimedia & Its Applications (IJMA)*. 2012. **4**, N 5. P. 77–98. Doi.org/10.5121/iju.2012.3202.
3. Mashtalir S., Mikhnova O. Detecting significant changes in image sequences. *Multimedia Forensics and Security*. Springer, Cham. 2017. P. 161–191. Doi.org/10.5121/iju.2012.3202.
4. Petersohn C. Temporal video segmentation. Jorg Vogt Verlag. 2010. 273 p.

5. Dhiman P., Dhanda M. Video segmentation using FCM algorithm. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2016. **36**, N 2. P. 106–110. Doi.org/10.14445/22315381/IJETT-V36P220.
6. Kobylin O., Mashtalir S., Stolbovyi M. Video clustering via multidimensional time-series analysis. *Proceedings of the 9th International Conference on Information Management and Engineering*. 2017. Spain, Barcelona. P. 60–63. Doi.org/10.1145 / 3149572.3149599.
7. Kaufman L., Rousseeuw P.J. Finding groups in data: An introduction to cluster analysis. Wiley, 2009.
8. Everitt B., Landau S., Leese M. Cluster analysis. Wiley. 2011. 321 p.
9. Dunn J.C. A Fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact Well-Separated clusters. *Journal of Cybernetics and Systems Analysis*. 1973. **3**, N 3. P. 32–57. Doi.org/10.1080/01969727308546046.
10. Hulianytskyi L., Malyshko S. Big data in information analytical system «NEWSCAPE». *Data Stream Mining & Processing*. Proc. IEEE First Int. Conf. on Data Stream Mining & Processing (23-27 August 2016, Lviv, Ukraine). 2016. P. 382–386. Doi.org/10.15407 / usim.2017.05.086.
11. Hulianytskyi L., Riasna I. Formalization and classification of combinatorial optimization problems. *Springer Optimization Methods and its Applications*. 2017. **130**. P. 239–250. Doi.org/10.1007/978-3-319-68640-0_11.
12. Hulianytskyi L., Riasna I. Automatic classification method based on a fuzzy similarity relation. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2016. **52**, N 1. P. 30–37. Doi.org/10.1007/s10559-016-9796-3.
13. Abonyi J., Feil B. Cluster analysis for data mining and system identification. Basel : Birkhäuser. 2007.
14. Liao T.W. Clustering of time series data. *Pattern recognition*. 2005. **38**, N 11. P. 1857–1874. Doi.org/10.1016/j.patcog.2005.01.025.
15. Aggarwal C.C., Reddy C.K. Data clustering: algorithms and applications. Boca Raton : CRC Press, 2014.
16. Богучарский С.И., Каграманян А.Г., Машгалир С.В. Иерархическая агломеративная кластеризация изображений в больших базах данных. *Системы обработки информации*. 2014. № 8. С. 93–97.
17. Berndt D.J., Clifford S. Using dynamic time warping to find patterns in time series. *Proc. of the 3rd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (AAAIWS'94)*. 1994. P. 359–370.
18. Keogh E.J., Pazzani M.J. Scaling up dynamic time warping to massive datasets. *European Conference on Principles of Data Mining and Knowledge Discovery*. 1999. P. 1–11. Doi.org/10.1007/978-3-540-48247-5_1.
19. Chu S., Keogh E., Hart D., Pazzani M. Iterative deepening dynamic time warping for time series. *Proc. 2nd SIAM International Conference on Data Mining (SDM-02)*. 2002. Doi.org/10.1137/1.9781611972726.12.
20. Keogh E.J., Pazzani M.J. Scaling up dynamic time warping for data mining applications. *Proc. of the 6th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. 2000. P. 285–289. Doi.org/10.1.1.11.5441.
21. Keogh E.J., Pazzani M.J. Derivative dynamic time warping. *Proc. of the First SIAM International Conference on Data Mining (SDM'2001)*, 2001. <https://www.researchgate.net/publication/319770645>.
22. Mashtalir S.V., Stolbovyi M.I., Yakovlev S.V. Video sequences clustering by the k-harmonic means. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019. **55**, N 1. P. 295–307. Doi.org/10.1007/s10559-019-00124-9.
23. Mashtalir S., Mashtalir V., Stolbovyi M. Video shot boundary detection via sequential clustering. *International Journal of Information Theories and Applications*. 2017. **24**, N 1. P. 50–59. Doi.org/10.5815/ijisa.2017.11.02.
24. Hu Z., Mashtalir S.V., Tyshchenko O.K., Stolbovyi M.I. Clustering matrix sequences based on the iterative dynamic time deformation procedure. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*. 2018. **10**, N 7. P. 66–73. Doi.org/10.5815/ijisa.2018.07.07.
25. Hu Z., Mashtalir S.V., Tyshchenko O.K., Stolbovyi M.I. Video shots' matching via various length of multidimensional time sequences. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*. 2018. **9**, N 11. P. 10–16. Doi.org/10.5815/ijisa.2017.11.02.
26. Levenshtein V. Binary codes capable of correcting deletions, insertions and reversals. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. 1965. **163**, N 4. P. 845–848.
27. Mashtalir V.P., Yakovlev S.V. Point-set methods of clusterization of standard information. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2001. **37**, N 3. P. 295–307. Doi.org/10.1023/A:1011985908177.
28. Gerasin S.N., Shlyakhov V.V., Yakovlev S.V. Set coverings and tolerance relations. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2008. **43**, N 3. P. 333–340. Doi.org/10.1007/s10559-008-9007-y.
29. Mashtalir V.P., Shlyakhov V.V., Yakovlev S.V. Group structures on quotient sets in classification problems. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. **50**, N 4. P. 507–518. Doi.org/10.1007/s10559-014-9639-z.

Получено 10.10.2018