

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНЫХ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
КАПИЛЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ  
ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТИ ПОЧВ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ.  
НИЗКОЧАСТОТНЫЕ РЕЗОНАНСЫ  
В ПУСТЫХ ЦИЛИНДРАХ КРУГОВОГО  
СЕЧЕНИЯ С ИДЕАЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ  
ПОВЕРХНОСТИ ВДОЛЬ ВИНТОВЫХ ЛИНИЙ

**Введение**

Электропроводимость почв сельскохозяйственного назначения (ПСН), в том числе и горной породы, определяется в основном электропроводимостью флюида, находящегося в поровом пространстве. Скелет (основа) большинства горных пород в электрическом отношении непроводящий [1]. Один из типов порового пространства, в частности и в ПСН, — капиллярная система (открытая пористость), которая обеспечивает не только электропроводимость, но и гидромеханическую проницаемость ПСН (как и горных пород [2]). Вычисление эффективных электромагнитных параметров такой системы представляет актуальную задачу анализа и исследования с помощью полевых информационных машин ПСН.

**Исследование низкочастотных резонансов**

В качестве приемно-передаточного устройства полевой информационной машины (ПИМ) используем цилиндр с анизотропной проводимостью, изображенный на рис. 1.

Рассмотрим задачу дифракции электромагнитного поля с часовой зависимостью  $\exp(i \cdot \omega \cdot t)$ ,  $i^2 = -1$  на анизотропном цилиндре. Поверхность цилиндра имеет идеальную проводимость винтовых линий, каждая из которых описывается уравнением  $z = a \cdot \varphi \cdot \operatorname{ctg} \psi + \operatorname{const}$ . Угол  $\psi$  образован направлением проводимости и осью цилиндра. Для определенности поставленной задачи допустим, что винтовые линии проводимости имеют правое вращение, при этом  $0 < \psi < \pi/2$ . Предельные условия при  $r = a$  являются известными условиями анизотропной идеально ведущей поверхности:

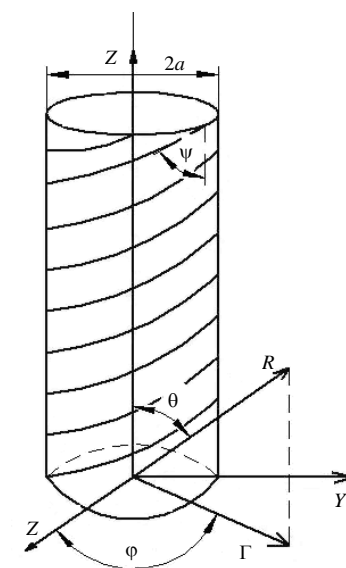


Рис. 1

$$\begin{cases} E_Z^+ = E_Z^-, E_\varphi^+ = E_\varphi^-, E_Z \cdot \cos \psi + E_\varphi \cdot \sin \psi = 0, \\ (H_Z^+ - H_Z^-) \cdot \cos \psi + (H_\varphi^+ - H_\varphi^-) \cdot \sin \psi = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрим случай, когда падающее поле не зависит от  $z$ . Поскольку свойства цилиндра также не зависят от этой координаты, задача оказывается двумерной. Похожая по постановке задача дифракции плоской линейно-поляризованной волны на анизотропно ведущем цилиндре рассмотрена в [1]. Однако в [1] не исследован случай, когда падающее поле имеет круговую поляризацию, и немного внимания уделено области значений параметров  $ka \ll 1$ ,  $\psi \ll 1$ , где и наблюдаются низкочастотные резонансы, которые являются предметом исследования данной работы.

Пусть  $z$  — компоненты падающего электромагнитного поля, через которые можно выразить все другие компоненты в виде рядов по функциям Бесселя с заданными коэффициентами:

$$\begin{cases} E_Z^0(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_1^{(n)} \cdot I_n(kr) \cdot \exp(in\varphi), \\ H_Z^0(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_2^{(n)} \cdot I_n(kr) \cdot \exp(in\varphi). \end{cases} \quad (2)$$

Полное поле везде является суммой падающего и рассеянного:  $E_Z = E_Z^0 + E_Z^S$ ,  $H_Z = H_Z^0 + H_Z^S$ .

Рассеянные поля запишем в виде рядов по цилиндрическим функциям с неизвестными коэффициентами:

$$E_Z^S(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(in\varphi) \cdot \begin{cases} B_1^{(n)} \cdot H_n^{(2)}(kr), & r \geq a, \\ C_1^{(n)} \cdot I_n(kr), & r \leq a; \end{cases} \quad (3)$$

$$H_Z^S(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(in\varphi) \cdot \begin{cases} B_2^{(n)} \cdot H_n^{(2)}(kr), & r \geq a, \\ C_2^{(n)} \cdot I_n(kr), & r \leq a. \end{cases} \quad (3')$$

Исходя из предельных условий (1), будем считать, что двумерные векторы  $\vec{B}^{(n)} = \{B_1^{(n)}, B_2^{(n)}\}$  и  $\vec{C}^{(n)} = \{C_1^{(n)}, C_2^{(n)}\}$ , характеризующие внешние и внутренние рассеянные поля, связаны с парциальным вектором падающего поля  $\vec{A}^{(n)} = \{A_1^{(n)}, A_2^{(n)}\}$  соотношениями

$$\vec{B}^{(n)} = L^{(n)} \cdot \vec{A}^{(n)}, \quad \vec{C}^{(n)} = M^{(n)} \cdot \vec{A}^{(n)}, \quad (4)$$

Рассмотрим элементы матриц  $L^{(n)}$  и  $M^{(n)}$ :

$$\begin{cases} L_{11}^{(n)} = -I_n^2(ka) \cdot \cos^2 \psi / D_n, L_{12}^{(n)} = -I_{21}^{(n)} = -i \cdot I_n'(ka) \cdot I_n(ka) \cdot \sin \psi \cdot \cos^2 \psi / D_n, \\ L_{22}^{(n)} = -[I_n'(ka)]^2 \cdot \sin^2 \psi / D_n, M_{11}^{(n)} = -I_n(ka) \cdot H_n^{(n)}(ka) \cdot \cos^2 \psi / D_n, \\ M_{12}^{(n)} = -i \cdot I_n'(ka) \cdot H_n^{(n)}(ka) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi / D_n, \\ M_{21}^{(n)} = I_n'(ka) \cdot H_n^{(2)}(ka) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi / D_n, \\ M_{22}^{(n)} = -I_n'(ka) \cdot H_n^{(2)'} \cdot \sin^2 \psi / D_n, \end{cases} \quad (5)$$

где

$$D_n = I_n'(ka) \cdot H_n^{(2)'}(ka) \cdot \sin^2 \psi + I_n(ka) \cdot H_n^{(2)}(ka) \cdot \cos^2 \psi. \quad (6)$$

Исследуем поведение внешнего рассеянного поля. Матрица  $I(n)$  имеет два собственных вектора:

$$\vec{\ell}_1^{(n)} = \{I'_n(ka) \cdot \sin \psi, i \cdot I_n(ka) \cdot \cos \psi\}, \quad \vec{\ell}_1^{(n)} = \{I_n(ka) \cdot \cos \psi, -i \cdot I'_n(ka) \cdot \sin \psi\}. \quad (7)$$

Отметим, что вектору  $\vec{\ell}_1^{(n)}$  соответствует собственное значение, равное нулю. Значит, если падающее поле имеет вид  $\vec{A}^{(n)} = \vec{\ell}_1^{(n)}$ , то  $\vec{B}^{(n)} = 0$ , то в рассеянном поле отсутствует гармоника с номером  $n$ . Вектору  $\vec{\ell}_2^{(n)}$  соответствует собственное значение  $\lambda^{(n)}$ , т.е.  $L^{(n)}\vec{\ell}_2^{(n)} = \lambda^{(n)} \cdot \vec{\ell}_2^{(n)}$ , которое удобно записать

$$\lambda^{(n)} = (-1) / \left( 1 - i \cdot \frac{I'_n(ka) \cdot N'_n(ka) \cdot \sin^2 \psi + I_n(ka) \cdot N_n(ka) \cdot \cos^2 \psi}{(I'_n(ka))^2 \cdot \sin^2 \psi + I_n^2(ka) \cdot \cos^2 \psi} \right). \quad (8)$$

Величина  $|\lambda^{(n)}|$  как функция частоты имеет бесконечное число максимумов, равных единице. Рассмотрим случай  $ka \ll 1, \psi \ll 1$ . Тогда при  $n_{X_0}$  первый резонанс происходит при выполнении условия

$$ka = |n| \cdot \text{tg} \psi. \quad (9)$$

Используя асимптотику бесселевых функций при малых аргументах в (7) и (9), будем иметь собственные векторы в условиях заданного резонанса:

$$\vec{\ell}_1^{(n)} = \{1, i\}, \quad \vec{\ell}_2^{(n)} = \{1, -i\}. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что вектор  $\vec{\ell}_1^{(n)}$  соответствует левой круговой поляризации, а вектор  $\vec{\ell}_2^{(n)}$  — правой.

На рис. 2 представлена численно рассчитанная на ПЭВМ зависимость полной мощности рассеивания  $\delta$  от параметра  $ka$  для анизотропного цилиндра с углом  $\psi = 18^\circ$  при падении на него плоских волн с круговой поляризацией (сплошная линия — правая поляризация, штриховая — левая):

$$E_z^0 = \exp(-ikx), \quad H_z^0 = \pm i \cdot \exp(-ikx). \quad (11)$$

Величина  $\delta$  определенная как

$$\delta = \int_0^{2\pi} (|F_E|^2 + |F_H|^2) d\varphi, \quad (12)$$

где диаметры  $F_E(\varphi)$  и  $F_H(\varphi)$  связаны с соответствующими полями в далекой зоне соотношениями

$$E_z^s \approx F_E(\varphi) \cdot \frac{\exp(-ikr)}{\sqrt{k \cdot r}}, \quad H_z^s \approx F_H(\varphi) \cdot \frac{\exp(-ikr)}{\sqrt{k \cdot r}}. \quad (13)$$

Из рис. 2 видно, что резонансы проявляются при падении волны с правой круговой поляризацией и отсутствуют при падении волны с левым вращением поляризации. Благодаря резонансу даже при  $ka \ll 1$  остается эффект конечного возмущения полной рассеянной мощности (при  $ka \rightarrow 0$  в резонансе  $\delta \rightarrow 0$ ).

Отметим, что при первом резонансе диаметры имеют вид  $F_E(\varphi) = i * F_H(\varphi) \approx \cos \varphi$ . При этом все рассеяное поле, в том числе и полет обратного рассеивания, имеет то же направление вращения поляризации, что и падающее.

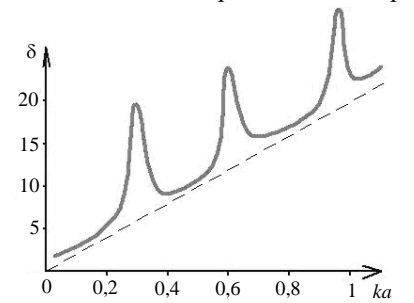


Рис. 2

Исследуем поведение поля внутри цилиндра  $r \leq a$ . Матрица  $M^{(n)}$ , которая дает коэффициент расписания внутреннего поля через внешнее поле, имеет два собственных вектора. Один из них ( $\vec{m}_1^{(n)}$ ) совпадает с  $\vec{\ell}_1^{(n)}$  и тоже имеет нулевое собственное значение. Потому если возбуждается поле вида  $\vec{A}^{(n)} = \vec{\ell}_1^{(n)}$  внутри цилиндра, рассеянное поле не имеет гармоники с номером  $n$ . Второму собственному вектору

$$\vec{m}_1^{(n)} = \{H_n^{(2)}(ka) \cdot \cos \psi, -i \cdot H_n^{(2)'}(ka) \cdot \sin \psi\} \quad (14)$$

соответствует собственное значение  $\mu^{(n)} = -1$ . Таким образом, в случае возбуждающего поля  $\vec{A}^{(n)} = \vec{m}_2^{(n)}$  справедливо соотношение  $\vec{A}^{(n)} + \vec{C}^{(n)} = 0$ , т.е. исчезают гармоники с номером  $n$  из полного поля внутри цилиндра. В окрестности низкочастотного резонанса (9) векторы  $\vec{m}_1^{(n)}$  и  $\vec{m}_2^{(n)}$  близки к одному и тому же вектору  $\{1, u\}$ , поэтому при облучении цилиндра левополяризуемой волной вблизи резонанса (9) происходит разветвление, конечная перестройка внутреннего поля. Она заключается в том, что внутри цилиндра гармоника с номером  $n$  либо присутствует в суммарном поле в той же мере, что и в падающем (полное освещение цилиндра на этой гармонике), либо отсутствует (полное экранирование).

Рассмотрим поведение внутреннего поля при правополяризуемом возбуждении, т.е. когда парциальный вектор падающего поля имеет вид  $\vec{A}^{(n)} = \{1, -i\}$ . Раскладывая этот вектор по векторам  $\vec{m}_1^{(n)}$  и  $\vec{m}_2^{(n)}$ , нетрудно показать, что в условиях резонанса (9) вектор  $\vec{C}^{(n)}$  имеет вид

$$\vec{C}^{(n)} = \frac{-i \cdot |n|! \cdot (|n|-1)! \cdot 2^{2|n|}}{\pi \cdot (ka)^{2*|n|}} \cdot \{1, i\}. \quad (15)$$

Будем иметь структуру внутреннего поля при падении плоской волны с правой круговой поляризацией (см.(11)) с нижним знаком в  $H_z^{(0)}$  в условиях резонанса (9) при  $n = \pm 1$ . В этом случае векторы имеют вид

$$\vec{A}^{(\pm 1)} = \{\pm i, \pm 1\}, \quad \vec{C}^{(\pm 1)} = \frac{(-4)}{\pi \cdot (ka)^2} \cdot \{\pm i, \pm 1\}.$$

При этом внутреннее поле приближенно равняется

$$E_z^+ = -i \cdot H_z^+ \cong -\frac{4}{\pi \cdot (ka)^2} \cdot kr \cdot \cos \varphi. \quad (16)$$

Вычисляя с помощью (16) поперечные компоненты в декартовых координатах, имеем

$$E_y^+ = (-i \cdot H_y^+) \cong \frac{4}{\pi(ka)^2}. \quad (17)$$

Компоненты  $E_x, H_x$  в  $(1/ka)$ -раз меньше соответствующих компонент в (17).

Отметим, что в падающей волне также присутствуют «компоненты»  $Y$ :

$$E_y^0 = i \cdot H_y^0 = -i \cdot \exp(-ikx). \quad (18)$$

Таким образом, анизотропный резонанс особенно чувствителен именно к этим компонентам. При таком возбуждении рассматриваемый анизотропный рассеиватель как бы эквивалентный бесконечной системе размещенных вдоль ветки  $Z$  электрических и магнитных диполей, ориентированных в направлении  $Y$ .

Покажем, что внешние поперечные поля в статистической близости от цилиндра равняются:

$$E_x^- = i \cdot H_x^- = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{\sin 2\varphi}{(kr)^2}, \quad E_y^- = i \cdot H_y^- = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\cos 2\varphi}{(kr)^2}. \quad (19)$$

Реактивная мощность, которая накапливается в условиях резонанса, одинакова во внутренней и внешней областях. Кроме того, электрическое и магнитное поля сдвинуты по фазе на  $\pi/2$  в противоположные стороны цилиндра и внутри него (сравните (17) и (19)). Это обеспечивает замкнутость силовых линий магнитного поля.

На рис. 3 изображена зависимость нормы тока  $N$  от частоты при падении левополяризуемой волны на цилиндрах:

$$N = k \cdot a \cdot \int_0^{2\pi} [ |H_z^+ - H_z^-|^2 + |H_\varphi^+ - H_\varphi^-|^2 ] d\varphi. \quad (20)$$

Как видно из рисунка, в местах резонанса происходит разветвление, но закончено изменение нормы тока.

На рис. 4 представлена норма тока  $N$  от времени при падении правополяризуемой волны на цилиндр из  $\psi = 18^\circ$ . Отметим, что для этого случая в условиях первого резонанса норма тока растет на два порядка.

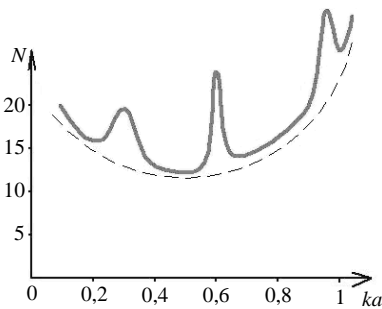


Рис. 3

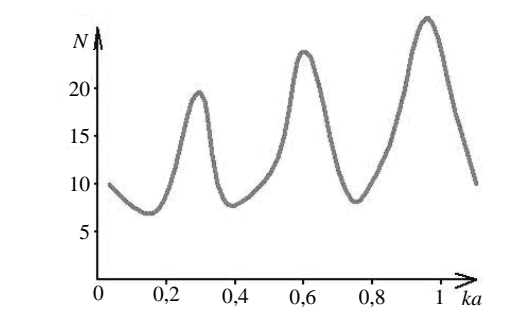


Рис. 4

### Заключение

Теоретически найден и исследован эффект низкочастотного резонанса нового типа, принципиально отличающийся от известных аналогов низкочастотного резонанса Гельмгольца (см., например, [2]) нетрадиционной структурой и амплитудой внутреннего поля, а также тем, что рассеянное поле имеет круговую поляризацию.

Полученные результаты могут использоваться для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчета приемно-передаточных устройств полевых информационных машин для изучения и исследования параметров электромагнитного типа капиллярных систем электропроводимости почв сельскохозяйственного назначения как на стадиях их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

*О.О. Броварець, Ю.В. Човнюк*

МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНИХ  
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПАРАМЕТРІВ КАПІЛЯРНОЇ  
СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ ГРУНТІВ  
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ.  
НИЗЬКОЧАСТОТНІ РЕЗОНАНСИ  
У ПОРОЖНІХ ЦИЛІНДРАХ КРУГОВОГО  
ПЕРЕРІЗУ З ІДЕАЛЬНОЮ ПРОВІДНІСТЮ  
ПОВЕРХНІ ВПОДОВЖ ГВИНТОВИХ ЛІНІЙ

Розглянуто приймально-передавальні пристрої польових інформаційних машин для дослідження ґрунтів сільськогосподарського призначення, що визначають їх ефективні електромагнітні параметри, зокрема капілярної системи. Досліджено задачу дифракції плоскої хвилі, що нормально падає на порожній анізотропний циліндр з малим електричним радіусом та ідеальною провідністю, котра існує в ньому вповдовж гвинтових ліній, складаючи малий кут з віссю циліндра. Знайдено умови, за яких виникає потужний низькочастотний резонанс, що призводить до скінченного збурення діаграми розсіювання.

*A.A. Brovarets, Yu.V. Chovnyuk*

MODELING AND ANALYSIS OF EFFECTIVE  
ELECTROMAGNETIC PARAMETERS  
OF CAPILLARY SYSTEM OF AGRICULTURAL  
SOILS ELECTRIC CONDUCTIVITY.  
LOW-FREQUENCY RESONANCES IN EMPTY  
CYLINDERS OF CIRCULAR SECTION  
WITH IDEAL CONDUCTIVITY OF SURFACE  
ALONG HELICAL LINES

Transmission devices of field information machines for the study of agricultural soils which determine their effective electromagnetic parameters, in particular, the capillary system, are considered. The problem of the diffraction of a plane wave, which normally falls on an empty anisotropic cylinder with a small electric radius and ideal conductivity, which exists in them along the helical lines, forming a small angle with the axis of the cylinder is studied. The author has found conditions which give rise to a solid low-frequency resonance, which leads to a finite perturbation of the scattering diagram.

1. *Chen C.L.* // IEEE Transactions. — 1966. — **AP**. — **14**, N 3. — P. 283.
2. *Носич А.И., Шестопалов В.П.* Электромагнитный аналог резонатора Гельмгольца // Доклады АН СССР. — 1977. — **234**, N 1. — С. 53–56.
3. *Пархоменко Э.И.* Геоэлектрические свойства минералов и горных пород при высоких давлениях и температурах. — М.: Наука, 1989. — 198 с.
4. *Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М.* Подземная гидромеханика. — М.: Недра, 1993. — 416 с.
5. *Александров П.Н.* Эффективные электромагнитные параметры капиллярной системы электропроводности горной породы // Физика Земли. — 2000. — № 2. — С. 87–94.
6. *Федоров Ф.И.* Теория гиротропии. — Минск: Наука и техника, 1976. — 456 с.
7. *Третьяков С.А.* Электродинамика сплошных сред: киральные, биизотропные и некоторые бианизотропные материалы // Радиотехника и электроника. — 1994. — **39**, вып. 10. — С. 1457–1470.

*Получено 13.02.2018*