

УДК 539.3; 622.831

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ ПРОЯВЛЕНИЙ
ОЧАГОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В
МАССИВАХ ГОРНЫХ ПОРОД**

Журавков М. А., Кушунин А. А.
(БГУ г. Минск, Беларусь)

Ця робота присвячена побудуванню механіко-математичних моделей і розв'язанню прикладних задач дослідження напружено-деформованого стану масивів гірських порід у разі наявності в ньому джерела газодинамічних явищ.

This work deals with building mechanic-mathematical models and solving applied problems related to the research into stress-deformed state of rock masses upon the existence of a source of gas-dynamic phenomena in them.

1. Моделирование внезапных выбросов соли и газа в приближении вмещающего массива сплошной изотропной средой.

Рассматривается упругая, изотропная, однородная тяжелая полуплоскость с двумя достаточно удаленными от границы полуплоскости отверстиями. В соответствии с начальными условиями, можно принять, что полуплоскость находится в состоянии плоской деформации. Примем, что одно из отверстий имеет форму круга радиуса R , а второе – форму эллипса с полуосями a и b . При этом главные оси эллипса развернуты на угол α относительно основной системы координат, центр которой совпадает с центром круглого отверстия. В соответствии с этим, центр окружности находится в точке O с координатами $(0,0)$, а центр эллипса – в точке $O_1(x_{01}, y_{01})$. Границу полуплоскости и кривые, ог-

раничивающие круговое и эллиптическое отверстия, обозначим соответственно как L_0, L_1, L_2 . Прямую, параллельную границе L_0 и проходящую через центр окружности L_1 , примем за вещественную ось комплексной плоскости z , расстояние от нее до границы L_0 обозначим через H .

Компоненты тензора полных напряжений удовлетворяют дифференциальным уравнениям равновесия и совместности:

$$\frac{\partial \sigma_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(1)}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(1)}}{\partial y} - \rho g = 0, \quad \Delta(\sigma_x^{(1)} + \sigma_y^{(1)}) = 0, \quad (1)$$

и граничным условиям вида:

$$\begin{cases} \sigma_x^{(1)} \cos(n, x) + \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, y) = 0 \\ \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, x) + \sigma_y^{(1)} \cos(n, y) = 0 \end{cases} \text{ на } L_j (j = 0, 2), \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sigma_x^{(1)} \cos(n, x) + \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, y) = -P_0 \cos(n, x) \\ \tau_{xy}^{(1)} \cos(n, x) + \sigma_y^{(1)} \cos(n, y) = -P_0 \cos(n, y) \end{cases} \text{ на } L_1, \quad (3)$$

где ρ – плотность среды, g – ускорение силы тяжести, n – внешняя нормаль к границам $L_j (j = 0, 1, 2)$.

Компоненты тензора полных напряжений представим в виде следующих сумм:

$$\sigma_x^{(1)} = \sigma_x^{(0)} + \sigma_x, \quad \tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(0)} + \tau_{xy}, \quad \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(0)} + \sigma_y, \quad (4)$$

где $\sigma_x^{(0)}, \tau_{xy}^{(0)}, \sigma_y^{(0)}$ – частное решение уравнений (1), характеризующее начальные напряжения в неограниченной среде от воздействия сил тяжести, а $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – искомые дополнительные напряжения, обусловленные наличием в массиве выработки и мульды и обращающиеся в нуль на бесконечности.

Выражения для начальных напряжений являются хорошо известными и, могут быть представлены в таком виде: $\sigma_x^{(0)} = \rho g(y - H), \tau_{xy}^{(0)} = 0, \sigma_y^{(0)} = p \rho g(y - H)$, где p – коэффициент бокового распора.

Согласно методу Колосова-Мусхелишвили введем комплексные потенциалы [1]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\Phi(z) - \overline{\Phi(z)}], \quad \sigma_y - \sigma_x + 2\tau_{xy} = 2[\overline{z}\Phi'(z) - \Psi(z)]. \quad (5)$$

Используя принцип суперпозиции и известные решения о напряженном состоянии бесконечной плоскости с круговым и эллиптическим отверстиями [1, 2], подверженными силовой нагрузке получим (при $p=1$):

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \operatorname{Re}[-\Psi_1(z) + 2\Phi_2(z_1) - K(z_1)], \\ \tau_{xy} &= \operatorname{Im}[\Psi_1(z) + K(z_1)], \\ \sigma_y &= \operatorname{Re}[\Psi_1(z) + 2\Phi_2(z_1) + K(z_1)], \end{aligned} \quad (6)$$

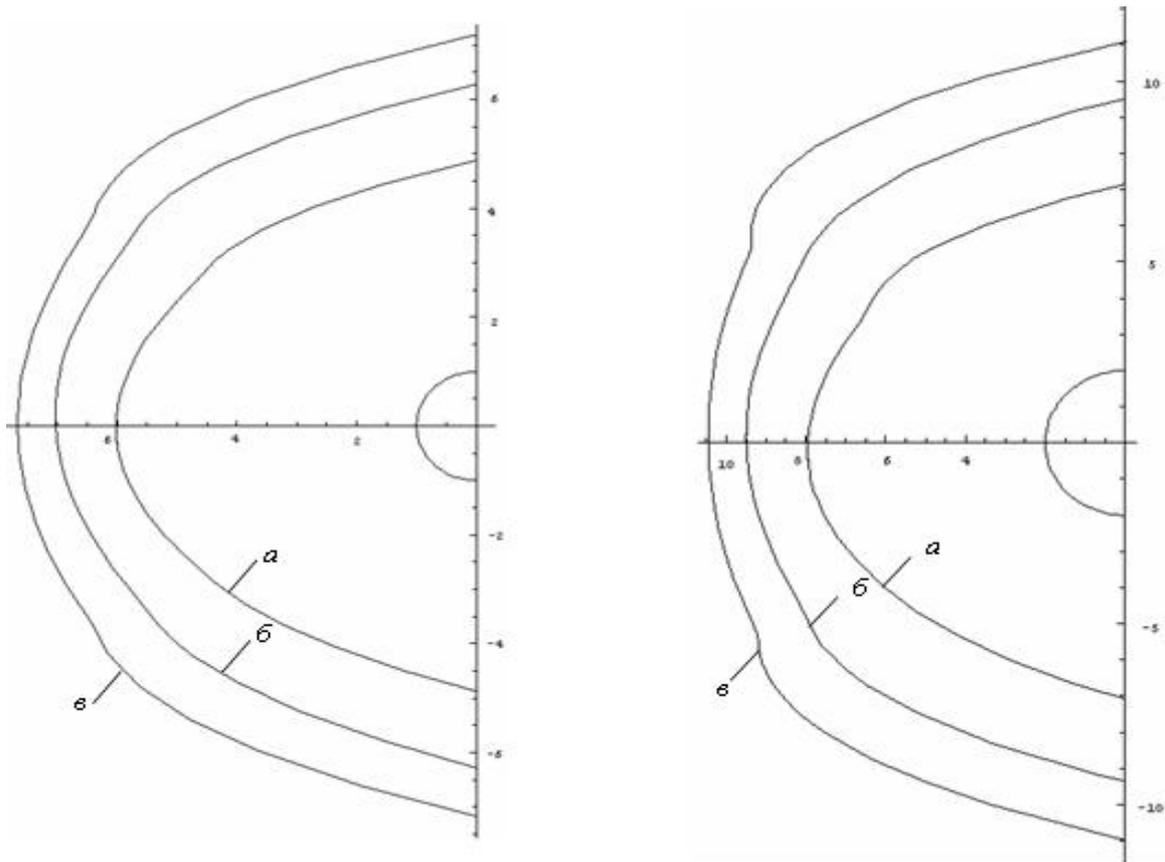
$$\begin{aligned} \text{где } \Psi_1(z) &= \frac{P_1 R^2}{z^2}, \quad z = x + iy, \quad \Phi_2(z_1) = \frac{\varphi_2'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}, \quad z_1 = e^{-i\varepsilon}(z - z_{01}), \\ K(z_1) &= e^{-2i\varepsilon}[\overline{z_1}\Phi_2'(z_1) + \Psi_2(z_1)], \quad P_1 = P_0 - \rho g H, \quad P_2 = \rho g(H - y_{01}), \\ z_{01} &= x_{01} + iy_{01}, \quad \varphi_2'(\zeta) = \frac{\omega'(\zeta)\varphi_2''(\zeta) - \varphi_2'(\zeta)\omega''(\zeta)}{(\omega'(\zeta))^2}, \quad \varphi_2(\zeta) = \frac{P_2 E s}{\zeta}, \\ E &= \frac{a+b}{2}, \quad s = \frac{a-b}{a+b}, \quad \omega(\zeta) = E(\zeta + \frac{s}{\zeta}), \quad \zeta = \frac{z_1 + \sqrt{z_1^2 - 4E^2 s}}{2E}, \\ \Psi_2(z_1) &= \frac{\psi_2'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}, \quad \psi_2 = \frac{P_2 E}{\zeta} + \frac{P_2 E s}{\zeta} \cdot \frac{1+s\zeta^2}{\zeta^2 - s}, \quad \Phi_2'(z_1) = \frac{\varphi_2'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}. \end{aligned}$$

Для анализа состояния массива в окрестности выработки и мульды используем критерий наибольших линейных деформаций, который в терминах главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ определяется следующими выражениями [3]:

$$\begin{cases} \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \geq \sigma_{\lim ext} \\ \sigma_3 - \nu(\sigma_2 + \sigma_1) \leq \sigma_{\lim press} \end{cases} \quad (7)$$

где $\sigma_{\lim ext}$, $\sigma_{\lim press}$ – предельные напряжения при растяжении и сжатии, ν – коэффициент Пуассона.

На рисунке 1 приведены результаты вычислений для определения «контура опасной области массива» вокруг мульды, такого, что при «попадании» центра выработки в пределы данной области возможно обрушение пород массива по контуру выработки.



а: $P_0 = 20 \text{ МПа}, R = 1 \text{ м}$;

б: $P_0 = 30 \text{ МПа}, R = 1 \text{ м}$;

в: $P_0 = 40 \text{ МПа}, R = 1 \text{ м}$

а)

а: $P_0 = 20 \text{ МПа}, R = 2 \text{ м}$;

б: $P_0 = 30 \text{ МПа}, R = 2 \text{ м}$;

в: $P_0 = 40 \text{ МПа}, R = 2 \text{ м}$

б)

Рис. 1. Контур опасной области массива

Было показано, что наиболее существенными факторами, оказывающими влияние на форму и размеры «контура опасной области массива» вокруг мульды, являются геометрические размеры мульды и давление в ней. Размеры же собственно выработанного пространства являются менее важным параметром и практически не влияют на размеры и форму «контура опасной области массива».

2. Моделирование внезапных выбросов соли и газа в приближении вмещающего массива кусочно-однородной ортотропной средой.

Рассмотрим массив горных пород как кусочно-однородную ортотропную сплошную среду [4], содержащую в одном из полупространств круглую полость радиуса R . Полость находится под воздействием внутреннего равномерно распределенного давления интенсивностью p_0 . В соответствии с общими правилами постановки модельных задач рассмотрим случай действия на внешних границах рассматриваемой области массива сжимающих усилий, направленных вдоль осей x, y .

Для определенности будем считать, что компоненты напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ на бесконечности для областей D_j принимают значения $\sigma_{xj}^\infty, \sigma_y^\infty = \rho_1 g H, \tau_{xy}^\infty = 0$, где ρ_1 – плотность среды, H – глубина ведения горных работ.

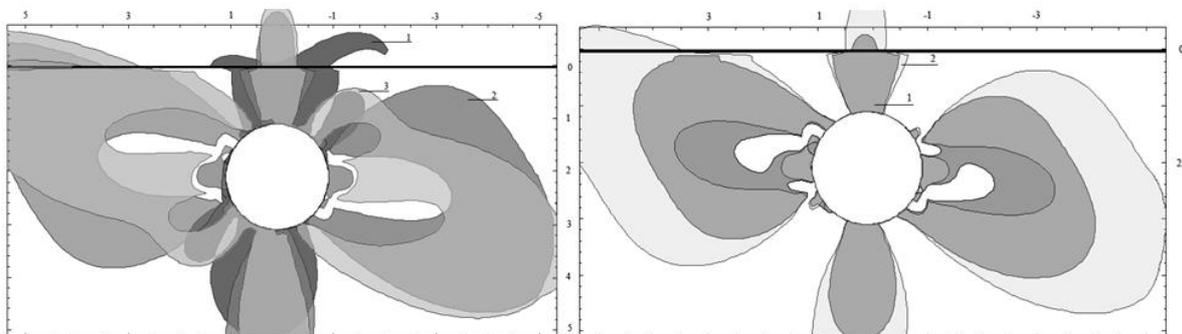
Исходную задачу о напряженно-деформированном состоянии кусочно-однородного массива решаем, используя принцип линейной суперпозиции. В данном случае этот принцип формулируется следующим образом: напряженное состояние в задаче о плоскости с ненулевыми напряжениями на бесконечности $\sigma_{xj} = -\sigma_{xj}^\infty, \sigma_y = -\sigma_y^\infty, \tau_{xy} = 0$ является суперпозицией двух напряженных состояний, одно из которых отвечает напряжениям на бесконечности для пространства без полости с внутренним давлением, т.е. $\sigma_{x0}^{(1)} = -\sigma_{x1}^\infty, \sigma_{x0}^{(2)} = -\sigma_{x2}^\infty, \sigma_{y0}^{(j)} = -\sigma_y^\infty, \tau_{xy0}^{(j)} = 0$, а другое – напряжениям $\sigma_x^{(j)}, \sigma_y^{(j)}, \tau_{xy}^{(j)}$ в задаче с нулевым напряженным состоянием на бесконечности и нагрузкой на границе полости, равной:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= (-p_0 + \sigma_{x2}^\infty) \cos(n, y) - (\sigma_y^\infty - p_0) \cos(n, x), \\ \sigma_n &= (-p_0 + \sigma_{x2}^\infty) \cos^2(n, x) + (\sigma_y^\infty - p_0) \cos^2(n, y). \end{aligned} \quad (8)$$

Для анализа состояния массива в окрестности полости и определения областей, находящихся в предельном состоянии, используем критерий Кулона-Мора [5]:

$$|\sigma_{yy}| \geq k \sigma_{xx} + \sigma_0, \quad (9)$$

где $k = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$ – параметр Рэнкина.



а) при: 1 - $P_0 = 20 \text{ MPa}$,
2 - $P_0 = 30 \text{ MPa}$,
3 - $P_0 = 40 \text{ MPa}$,
 $h/r = 2, \alpha_1 = 60, \alpha_2 = 0$

б) при: 1 - $P_0 = 20 \text{ MPa}$,
2 - $P_0 = 40 \text{ MPa}$

Рис. 2. Зоны предельного состояния в массиве

Показано, что наиболее критичным фактором для формирования зон предельного состояния в массиве, в соответствии с критерием (14), являются значения углов α_1, α_2 . Удаленность полости от границы раздела сред является более значимым фактором, нежели давление в полости. Хотя давление в мульде также является немаловажным фактором, влияющим на развитие зон предельного состояния в массиве.

3. Моделирование внезапных выбросов соли и газа в приближении вмещающего массива двухфазного насыщенной средой.

Далее рассмотрим моделирование состояния газонасыщенной области массива горных пород в окрестности подземного сооружения при наличии врубной скважины и выполнено модельное исследование по изучению влияния соотношения периметра « P » и площади « S » обнажения (скважин) на параметры высвобождения накопленной в массиве энергии.

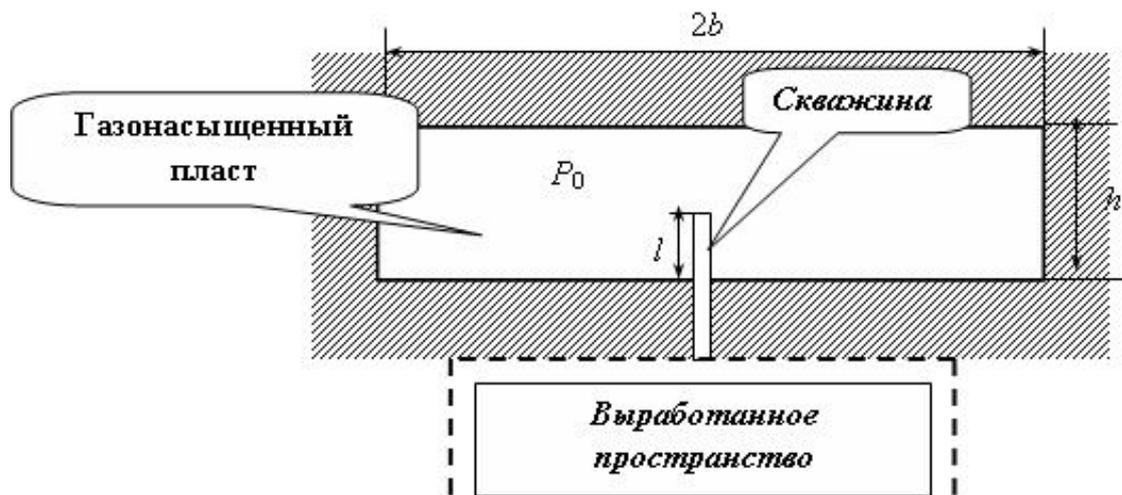


Рис. 3. Принципиальная схема к построению модельной задачи

Исследуется состояние участка пористого пласта длиной $2b$, толщиной h , насыщенного газом с поровым давлением P_0 . Примем, что рассматриваемый участок пласта со всех сторон ограничен непроницаемыми породами, т.е. границы выделенного участка пласта являются непроницаемыми. При отсутствии выработок пласт находится в равновесном состоянии под действием горного давления и давления газа, при этом фильтрация отсутствует.

Для снижения давления газа в пласте бурится скважина радиуса a и длины l , ($l < h$). При этом на скважине поддерживается постоянное давление P_a , значение которого задается из технологических соображений. В окрестности выработки в зоне нарушения массива возникает снижение порового давления и имеет место деформирование скелета, что в конечном итоге приводит к перераспределению НДС пористого насыщенного пласта и происходит фильтрация газа.

В безразмерных величинах задача примет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \bar{U} + \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\beta P_0}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial Q}{\partial \xi} = 0; \\ \left(\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \bar{V} + \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\beta P_0}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial Q}{\partial \eta} = 0; \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial \eta^2} = \frac{\partial Q}{\partial \tau} \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = 0, \tau = 0; \\ \frac{\partial Q}{\partial \eta} = 0, \bar{\sigma}_y = \bar{\tau}_{xy} = 0, (\eta = 0, \xi \in [-\frac{b}{a}, -1] \cup [1, \frac{b}{a}]); \\ \frac{\partial Q}{\partial \xi} = 0, \bar{\sigma}_x = \bar{\tau}_{xy} = 0, (\xi = \pm \frac{b}{a}, \eta \in [0, \frac{h}{a}]); \\ \frac{\partial Q}{\partial \eta} = 0, \bar{\sigma}_y = \bar{\tau}_{xy} = 0, (\eta = \frac{h}{a}, \xi \in [-\frac{b}{a}, \frac{b}{a}]); \\ Q = \frac{P_a}{P_0} - 1, \bar{\sigma}_x = -\left(\frac{\sigma_x^0}{P_0} + \frac{P_a}{P_0}\right), \bar{\tau}_{xy} = 0, (\xi = \pm 1, \eta \in [0, \frac{l}{a}]); \\ Q = \frac{P_a}{P_0} - 1, \bar{\sigma}_y = -\left(\frac{\sigma_y^0}{P_0} + \frac{P_a}{P_0}\right), \bar{\tau}_{xy} = 0, (\eta = \frac{l}{a}, \xi \in [-1, 1]); \end{array} \right. \quad (11)$$

где $\xi = \frac{x}{a}, \eta = \frac{y}{a}, \tau = \frac{t}{Ba^2}, Q = \frac{P}{P_0}, \bar{\sigma}_x = \frac{\sigma_x}{P_0}, \bar{\sigma}_y = \frac{\sigma_y}{P_0},$

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{P_0}, \bar{U} = \frac{U}{a}, \bar{V} = \frac{V}{a}.$$

Итак, в итоге, математическая постановка модельной задачи включает в себя систему уравнений (10) с гранично-начальными условиями (11). Для задачи (10)–(11) разработаны процедуры численного решения методом конечных элементов в пакете FlexPDE v.5.0.7.

На рисунках 4, 5 представлены обобщающие графики зависимости σ_i / P_0 от τ при изменении отношения глубины бурения скважины к ее диаметру l/a .

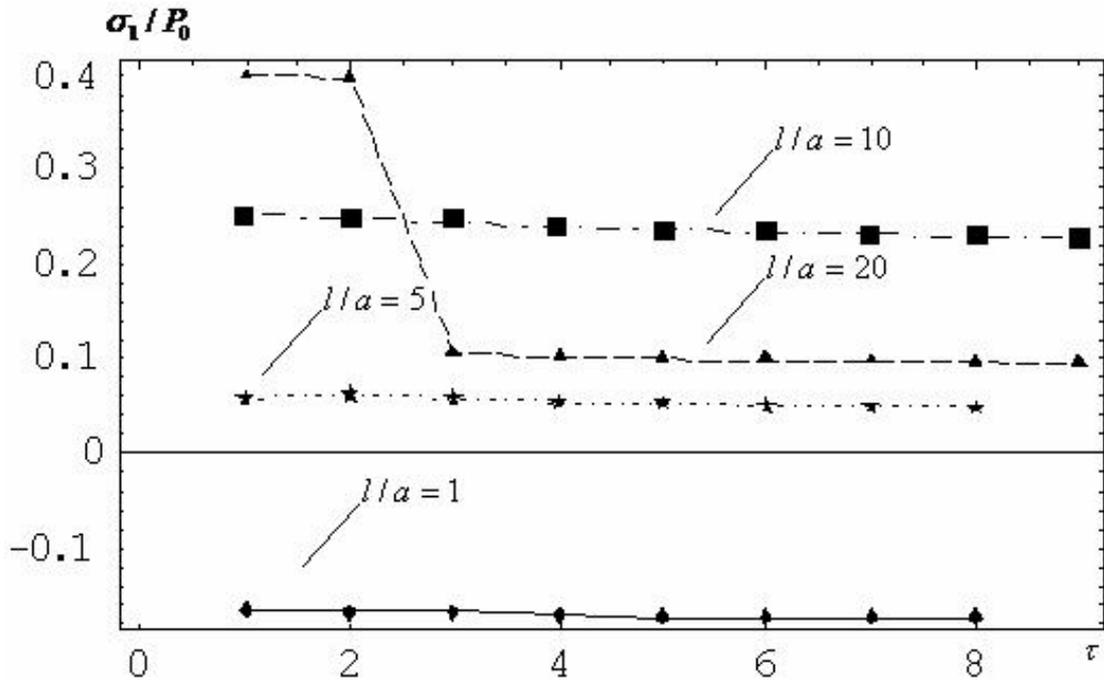


Рис. 4. Зависимости σ_1/P_0 от τ при различных значениях l/a

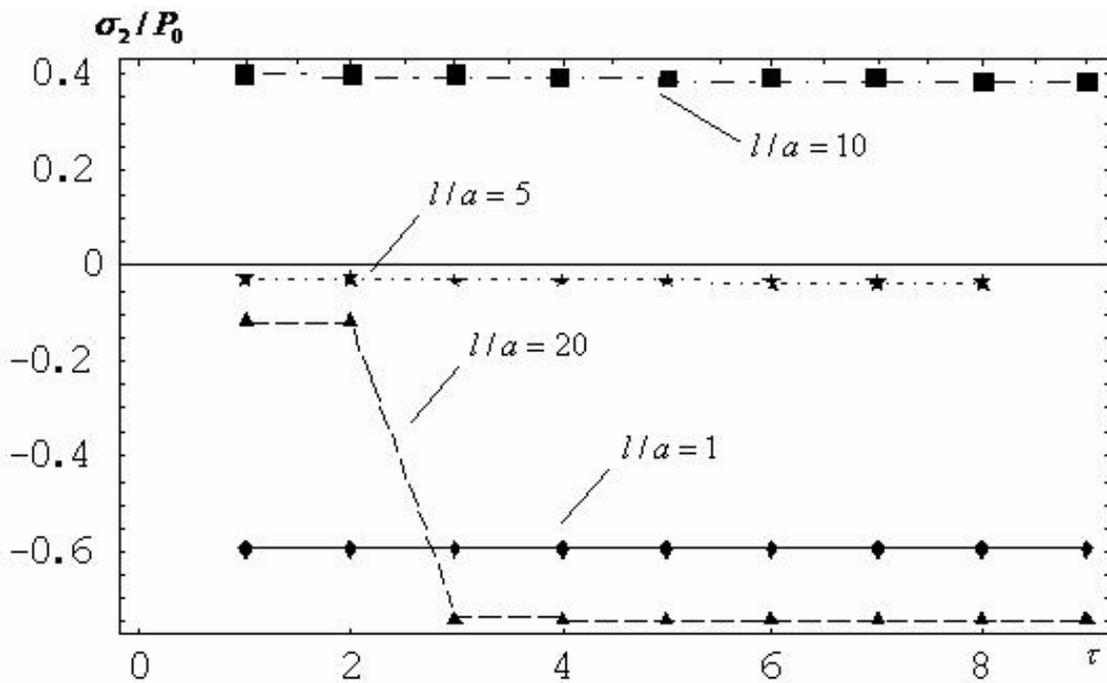


Рис. 5. Зависимости σ_2/P_0 от τ при различных значениях l/a

СПИСОК ССЫЛОК

1. Мусхелишвили, Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. – 4-е изд. – М.: Изд-во АН СССР, 1954. – 647 с.
2. Журавков, М. А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов) / М. А. Журавков. – Минск: БГУ, 2002. – 456 с.
3. Журавков, М. А. Моделирование деформационных процессов по всей толще подработанного массива горных пород. Ч. 1: Критерии выделения характерных зон в подработанной толще горных пород / М. А. Журавков, Н. Д. Смычник, С. И. Богдан // Горная механика. – 2004. – № 3-4. – С. 19-30.
4. Журавков, М. А. Механико-математическое моделирование механизмов проявления в массивах горных пород очагов газодинамических явлений. Ч. 2: НДС вмещающего массива с очагом ГДЯ в приближении кусочно-однородной ортотропной средой / М. А. Журавков, А. А. Кушунин, В. А. Савенков. Горная механика. – 2005. - № 4. – С. 36-51.
5. Mushe, Y. A study of porous media flow with the aid of boundary layer theory / Y. Mushe // Istanbul Tech. Univ. Bull. – 1976. – 29. - № 1. – С. 17-34.