

ПІВ СТОЛІТТЯ В ГЕОМЕТРІЇ

До 75-річчя члена-кореспондента НАН України О.А. Борисенка

24 травня виповнюється 75 років відомому математику, фахівцю в галузі геометрії і топології багатовимірних поверхонь у ріманових, псевдоріманових і фінслерових просторах, лауреату Державної премії України в галузі науки і техніки (2005), премії НАН України імені М.М. Крилова (2003) та імені О.В. Погорєлова (2010), головному науковому співробітнику Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України, доктору фізико-математичних наук (1983), професору (1984), члену-кореспонденту НАН України (1995) Олександрю Андрійовичу Борисенку.

Олександр Андрійович Борисенко відомий в Україні і за кордоном своїми результатами у зовнішній геометрії багатовимірних підмноговидів, геометрії грасманового зображення дійсних і комплексних підмноговидів у евклідовому просторі, геометрії дотичного і нормального розшарувань, ізометричних занурень ріманових многовидів, геометрії «у цілому» опуклих гіперповерхонь у ріманових просторах і в комплексних просторових формах. Він одним із перших почав досліджувати багатовимірні поверхні у просторах довільної вимірності, заклав основи систематичної теорії підмноговидів, увів нові класи багатовимірних поверхонь, нові поняття та інваріанти.

О.А. Борисенко — автор 178 наукових праць, 2 монографій, 2 університетських підручників. Був запрошеним професором в університетах Ізраїлю, Німеччини, Італії, Іспанії, Бразилії, Туреччини, Австралії. Серед його учнів 13 кандидатів і 2 доктори наук. За видатний внесок у розвиток геометрії в 2005 р. його удостоєно Державної премії України в галузі науки і техніки, він також лауреат премій НАН України ім. М.М. Крилова (2003) та ім. О.В. Погорєлова (2010), має почесну відзнаку НАН України «За підготовку наукової зміни» (2020), у 2005 р. його нагороджено орденом «За заслуги» III ст.

Редакція журналу «Вісник НАН України» планувала особисто поспілкуватися з ювіляром, але через карантинні обмеження у зв'язку з пандемією COVID-19 ця зустріч, на жаль,



Олександр Андрійович Борисенко

не відбулася. Однак Олександр Андрійович люб'язно дав згоду на публікацію нотаток до автобіографії. Тому пропонуємо увазі читачів пряму мову вченого.

* * *

Дитинство. Я народився на околиці міста Лебедин у Сумській області. Поруч починався ліс, який через 8 км виводив до річки Псел. Був дев'ятою дитиною в сім'ї. Я — дитя Перемоги. Батько повернувся з фронту, і через рік на світ з'явився я. Однак батько постійно хворів і помер у 1954 році, коли я закінчував 1-й клас. Ще з 1941 року всі турботи про родину лежали на плечах матері. З початком війни вона залишилася в окупації з шістьма дітьми, причому наймолодшому було лише кілька місяців.

Моя мати, Параска Пилипівна, 1901 року народження, закінчила один клас церковно-парафіяльної школи, батько, Андрій Трохимович, 1900 року народження, — три класи. У родині ніхто, крім мене, не мав вищої освіти, і лише одна сестра, Катерина, закінчила десятирічку. Саме вона й готувала мене до школи.

Роки дитинства були заповнені працею. У віці 5–8 років мені доручали пасти корову. Пам'ятаю, як одного разу біля річки Вільшанка наша корова потрапила в одну з канав, які залишилися на березі після видобутку торфу, і почала занурюватися у багнюку. Ми тоді були вдвох з братом і страшенно злякалися. Брат побіг за 3 км, покликав людей, і вони, на щастя, витягли нашу годувальницю.

Ходив також у ліс за шишками, гребти колючки, якими ми топили грубу (піч уже прибрали, напевно, була надто стара). За це потрібно було відпрацьовувати в лісництві на посадці сосен. Узимку в хаті було холодно, до ранку відро з водою на кухні біля дверей у сніг покривалося льодяною кіркою.

У 10–12 років щосерпня ходив пішки на інший кінець міста до колгоспного саду збирати яблука. Тоді можна було взяти додому відро яблук, оскільки на нашому піщаному краю фруктові дерева не росли.

Після того, як мені виповнилося 15 років, почав працювати на цегельному заводі. Зміна

починалася о 6:00 і закінчувалася о 14:00. Відстань до заводу 6 км. Ходив пішки туди й назад. А після роботи хотілося й на озеро побігти скупатися. Потім працював муляром. У моїй трудовій книжці перший запис датовано 1961 роком. Дивлячись крізь призму років, думаю, що трудовий гарт був моєю найкращою підготовкою до життєвих випробувань.

Шкільні роки. У початковій школі я вчився на відмінно, був слухняною дитиною, але в 5–6-му класі став вуличним хлопчиськом з Боднівки (це був найбільшій район Лебедина, оскільки там були піщані городи). Проте водночас мав пристрасть до читання, яку, на жаль, ніхто не спрямовував. Вдома ніяких книг не було, але я записався в кілька бібліотек Лебедина. Одна з них, бібліотека гудзикової фабрики, була розташована поруч з нашим будинком. Після 8-го класу я планував іти працювати і навчатися у вечірній школі. Слава Богу, що цього не сталося, і я все ж пішов у 9-й клас звичайної школи.

Ніяких гуртків з математики у нашій школі не було, але атмосфера в класі була трудовою і змагальною. З 5-го по 11-й клас моїм учителем математики була Катерина Михайлівна Кияшко. Вона була дуже вимогливою і шкільний курс викладала добротню. Це був час супутників, першої людини в космосі, і в суспільстві був інтерес до науки. Звісно, це впливало й на нас. Ми намагалися щось самостійно читати про спеціальну теорію відносності, не зовсім розуміючи її.

Спочатку я не збирався на мехмат. У 1964 році, коли я був у 11-му класі, відбулася перша районна олімпіада. Мій товариш списав одну задачу з посібника для вступників до вишів, а я розв'язав її сам. Але ми сиділи на сусідніх партах, і мене так само звинуватили в списуванні. Це була явна несправедливість. І от тоді я вирішив вступати на мехмат Харківського університету, щоб довести свою правоту. І продовжую її доводити вже більш як пів століття.

Університетські роки. Першу сесію я здав на «відмінно» достроково, до Нового року. Стимул я мав, оскільки з вересня не був у Лебедині і дуже скучив за домом. За 18 років жит-

тя в Лебедині я нікуди не виїжджав. На станції Боромля мені було несила чекати три години на приміський поїзд до Лебедина, і я пішов пішки темної ночі по шпалах. Був мороз, сніг, вітер. Залізниця проходила через ліс. Я подолав 25 км до останньої зупинки перед Лебедином, і тут мене наздогнав потяг.

На другому курсі я оселився зі старшокурсниками. Вони не часто ходили на заняття, і я став наслідувати їхній приклад. Крім того, мені було досить складно одночасно писати лекцію і подумки перекладати з російської мови на українську, щоб зрозуміти, про що йдеться. Замість занять я ходив у бібліотеку, де брав математичні книги з тих курсів, які нам читали, замовляв окремі книги, які мене зацікавили. Дві з них справили на мене значний вплив. Це, по-перше, книга Джорджа Полія (George Polya) «Математика і правдоподібні міркування», яка навчила мене, як здогадуватися в математиці, а по-друге, книга В.Г. Болтянського і І.М. Яглома «Опуклі фігури», яка ознайомила мене з красивим розділом геометрії. Читаючи її, я випробовував свої сили в розв'язуванні геометричних задач, і це, напевно, визначило мій подальший вибір кафедри геометрії для спеціалізації.

На четвертому курсі семінар «Опуклі багатогранники» вів у нас Євген Полікарпович Сенькін за однойменною книгою О.Д. Александрова. Я зробив доповідь на семінарі, і Є.П. Сенькін помітив мене та запросив на міський семінар з геометрії, керівником якого був видатний математик Олексій Васильович Погорелов. На його семінар з доповідями з'їжджалися геометри з усього Радянського Союзу. Саме на семінарах Погорелова я навчився розуміти, який результат хороший, а який поганий. Згодом, коли я вже сам доповідав свої результати на цьому семінарі, завжди з нетерпінням очікував на оцінку О.В. Погорелова.

Перший результат я отримав на 5-му курсі: побудував контрприклад до гіпотези, що довжина сферичного зображення найкоротшої на опуклій поверхні обмежена. І з цим результатом я поїхав у 1969 р. на Всесоюзний симпозіум з геометрії «в цілому». Тут я зустрівся з



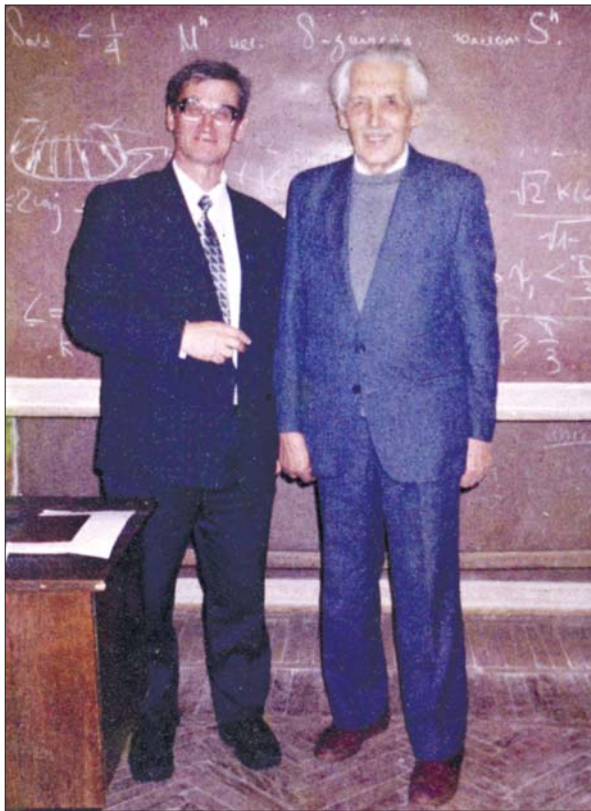
З академіками АН СРСР О.Д. Александровим і Ю.Г. Решетняком. 1989 р.

видатним математиком, академіком АН СРСР Олександром Даниловичем Александровим. У розмові він побіжно зауважив, що ера опуклої геометрії закінчилася, і ці слова справили на мене велике враження.

Аспірантура. Восени 1969 р. я вступив до аспірантури на кафедру геометрії Харківського університету до Є.П. Сенькіна, але він тоді вже був серйозно хворий і не міг поставити мені задачу. Протягом року я намагався розв'язати одну проблему, поставлену О.Д. Александровим, але безрезультатно. До речі, її досі не розв'язано. При цьому я пам'ятав слова О.Д. Александрова і шукав собі задачу поза опуклою геометрією.

Це був важкий період. У травні 1969 р. народився син (ми з дружиною разом закінчували університет). Аспірантська стипендія — 65 рублів. Жили у батьків дружини. В науці нічого не виходило. І я вже збирався кидати аспірантуру.

Так сталося, що в цей час М. Кривошей, співробітник відділу О.В. Погорелова, дістав мені пільгову путівку в альпіністський табір «Шхельда» у Приельбруссі. Гори справили на мене незабутнє враження, і я на деякий час забув про свої життєві негаразди. Майже одразу після повернення до Харкова я зацікавився підмноговидами довільної корозмірності в ріманових просторах і, як окремим випадком, у



З академіком О.В. Погорєловим. 1998 р.

просторах постійної кривини. Згодом у відгуку на мою докторську дисертацію, яку я захищав у 1983 році, один опонент написав такі слова: «Роботу виконано поза школою. У Радянському Союзі цим не займалися. Ви уявляєте, як це важко?».

Наука. Раніше вивчалися або двовимірні поверхні, або гіперповерхні. У Радянському Союзі я став одним із перших, хто почав вивчати багатовимірні поверхні у просторах довільної вимірності. Було закладено основи систематичної теорії підмноговидів, введено нові класи багатовимірних поверхонь, нові поняття, нові інваріанти.

Я вивчав метричні і топологічні властивості підмноговидів недоводатної і від'ємної кривини, введених мною параболічних підмноговидів. Знайшов умови, за яких ці підмноговиди є цілком геодезичними в симетричних просторах рангу один, у ріманових просторах. Довів ек-

стремальні теореми для ріманових просторів, у яких є компактні підмноговиди недоводатної зовнішньої кривини.

Розробив також афінну класифікацію точок багатовимірних поверхонь у тих вимірностях і ковимірностях, коли існує лише скінченне число типів. Ця класифікація пролила світло на багато питань геометрії і систем диференціальних рівнянь з частковими похідними.

Я також досліджував зв'язок зовнішньогометричних і топологічних властивостей багатовимірних підмноговидів і одержав у цьому напрямі оригінальні результати. Це насамперед теореми про ейлерову характеристику, групи гомологій, когомологій, характеристичні класи Понтрягіна.

Крім того, я вивчив топологічні властивості багатовимірних поверхонь від'ємної двовимірної зовнішньої кривини в рімановому просторі. Знайшов достатні умови незанурення багатьох класів ріманових і псевдоріманових многовидів у евклідові і псевдоевклідові простір, у сферичний простір, у рімановий простір.

Я вивчав групи гомологій k -опуклих поверхонь у евклідовому просторі, k -сідлових поверхонь у симетричному просторі рангу один. Довів тривіальність деяких характеристичних класів Понтрягіна для k -параболічних поверхонь. Довів теореми про топологію сідлових підмноговидів у рімановому просторі.

Як результат розвитку теорії підмноговидів я розв'язав кілька проблем: багатовимірну проблему Гільберта для ізометричного занурення компактного ріманового простору постійної кривини в рімановий простір більшої кривини, проблему Бернштейна для двовимірних мінімальних поверхонь у сферичному просторі довільної вимірності.

Другим напрямом моїх досліджень є вивчення грасманового відображення дійсних і комплексних многовидів. Я розв'язав проблему про однозначну визначеність багатовимірних поверхонь по грасмановому зображенню.

Ще одним напрямом моїх досліджень є диференціальна геометрія розшарувань, особливо дотичного і нормального розшарувань. Знайшов нові зв'язки між метрикою бази і

метрикою розшарування; ввів метрику Сасаки на нормальному розшаруванні. Було знайдено нові шляхи застосування розшарувань при вивченні будови багатовимірних поверхонь у ріманових і псевдоріманових просторах.

Також я проводив дослідження у комплексній геометрії. Було повністю описано глобальну будову комплексних гіперповерхонь Хопфа в комплексних просторах постійної голоморфної кривини і в їх непарних аналогах (у сасакієвих многовидах). При розв'язанні цієї проблеми тісно переплелися методи багатовимірного комплексного аналізу, алгебраїчної топології, алгебраїчної геометрії та диференціальної геометрії.

Ще одним об'єктом моєї уваги були опуклі повні гіперповерхні у многовидах Адамара (в однозв'язних повних ріманових просторах недодатної секційної кривини). У цьому напрямі було введено нові класи гіперповерхонь, одержано нові теореми порівняння, знайдено якісно нові екстремальні властивості багатовимірного простору Лобачевського серед многовидів Адамара. Це дало змогу дати асимптотичні точні оцінки на об'єм, повну кривину, радіус вписаної кулі компактної опуклої гіперповерхні. Природно, що ці оцінки залежать від границь зміни кривини зовнішнього ріманового простору. Вони є точними, а також новими навіть для простору Лобачевського, тобто для випадку, коли кривина постійна.

Останніми роками я дослідив глобальні властивості підмноговидів у фінслеровому просторі та у просторі Мінковського. Основні результати, отримані у фінслеровій геометрії, належать до внутрішньої геометрії, а мої результати — до глобальної геометрії підмноговидів фінслерового простору. Наприклад, я знайшов умови циліндричності повних підмноговидів у просторі Мінковського.

Також отримав оригінальні результати у потоках середньої кривини з гаусовою щільністю.

Крім того, мною отримано екстремальні оцінки в нерегулярних просторах Александрова, доведено обернену ізопериметричну нерівність у нерегулярних двовимірних просторах Александрова та знайдено екстремальні випадки, коли досягаються рівності.

Досліджено геодезичні потоки на нерегулярних поверхнях з конічними особливостями. Наприклад, знайдено всі прості замкнені геодезичні на правильних тетраедрах у просторах постійної кривини.

Зараз у будь-якому звіті про наукову діяльність вимагають вказати негайне застосування отриманих результатів. На це можна хіба що відповісти словами Гельмгольца: «Кожен, хто, займаючись наукою, шукає негайну практичну користь, шукає її марно».

Вища освіта. У 1980 році мене було обрано завідувачем кафедри геометрії Харківського державного університету. На цій посаді я працював 32 роки. За цей час було розроблено нові програми фундаментальних та спеціальних курсів. Я написав два підручники українською мовою: «Аналітична геометрія» та «Диференціальна геометрія і топологія». І вже зараз, в останні роки, створив і прочитав два аспірантських курси: «Геометрія підмноговидів» та «Глобальна ріманова геометрія».

На жаль, зараз аспіранти після захисту дисертації прагнуть виїхати на Захід. Навіть випускники університетів хотіли б одразу вступати до аспірантури не в Україні. І ніхто з них не повертається назад. Насамперед це пов'язано з тим, що молодій людині, яка викладає у вишій або займається наукою, неможливо вирішити житлову проблему, а отже, й завести сім'ю. Я спілкувався з новосибірськими колегами з їхнього Академмістечка. Там після трьох років роботи молодий науковий співробітник або викладач отримує житловий сертифікат від губернатора і від Академії наук. За ці сертифікати він має змогу придбати однокімнатну квартиру.

Коли в країні немає виробництв з високими технологіями, то немає і потреби у фахівцях з хорошою освітою. Тому на товар перетворилися не знання, а дипломи.

Зараз вища школа перейшла на двоступінчасту систему: бакалавр, магістр, і за кожною спеціальністю є бакалаврські та магістерські місця. Проте, якщо ми дійсно хочемо, щоб у магістратуру відбиралися найкращі, потрібно, щоб на п'ять університетів, де готують бака-



Геометри міста Харкова. 1998 р.

лаврів, припадав лише один, де можна здобути ступінь магістра. На сьогодні магістратура фактично не діє. Оскільки більшість студентів працює, заняття відвідують приблизно один з п'яти магістрів. І зрештою всім ставлять позитивні оцінки. А про знання — навіть не запитуй. У результаті насамперед знижується рівень знань у найкращих студентів, адже оцінка — річ відносна.

За радянських часів у вишах був принцип: на кафедрах фундаментальних дисциплін викладачі мали відповідну освіту і захищали дисертації з цієї дисципліни. Зараз цей принцип повністю порушено. Зокрема, в педуніверситетах на кафедрах математики працюють кандидати і доктори педагогічних наук, а на кафедрах математики багатьох університетів — кандидати технічних і навіть економічних наук.

Така ситуація, без перебільшення, становить загрозу національній безпеці країни. Якщо раніше завідувач кафедри був насамперед науковим лідером, то тепер — це помічник старшого лаборанта.

Шкільна освіта. Щодо підручників. Востаннє мені на рецензію приходили шкільні під-

ручники ще за радянських часів. Зараз ніде, крім Харкова, немає геометрів, але підручники пишуть усі, хто забажає. Добре, коли пишуть підручники вчителі, але ж вони при цьому один одного й рецензують. Навіть у Харкові є три автори підручників з геометрії, але мені на рецензію не прислали жодного з них. Водночас знаменитий шкільний підручник видатного математика О.В. Погорелова останній раз в Україні видали 2008 року. Для порівняння: в Росії його перевидають щороку. Ба більше, вимоги, щоб у підручнику було відображено і екологію, і економіку, відсікають від використання видатний підручник О.В. Погорелова, учителі в Україні тепер навіть не мають права офіційно згадувати, що застосовують у процесі навчання його підручник. Мені здається, НАН України має більш активно брати участь в експертизі шкільних підручників.

Що стосується середньої школи, то скажу лише про школу «докоронавірусної епохи». У зв'язку з введенням ЗНО в математичній освіті школярів повністю зник доказ. Часто робота вчителя визначається числом прیزив, отриманих на різних олімпіадах, і одного й того

самого учня посилають на всі можливі олімпіади, заважаючи йому тим самим зайнятися глибошою освітою. Олімпіади перетворилися на спорт і не сприяють розвитку тих якостей розуму і характеру, які потрібні для глибокого засвоєння науки та самостійного видобування крупинок нових знань.

Мала академія наук (МАН) перетворилася на школу плагіаторів. У харківському відділенні МАН на слухання доповідей не допускають не лише членів-кореспондентів НАН України, а й навіть учителів учнів-доповідачів.

Коли я викладав у Сумському державному університеті, на спеціальності «прикладна математика» 25 % студентів були школярами з гуманітарною освітою в старших класах. Це означає, що математики у них було 3–4 години на тиждень, і вони були просто неготові до успішного навчання. Тим самим ми калічимо їм життя.

Я вважаю, якщо школяр вступає до вишу не за профілем своєї шкільної освіти, він має пройти додаткове навчання зі спеціальності, на яку вступає.

Популяризація науки. У 2000 році я був запрошеним професором у Барселоні. Цей рік ЮНЕСКО оголосило роком математики, і в Іспанії його активно відзначали. Я навіть позлословив з цього приводу: «Через рік математики навіть немає часу займатися математикою». Проте саме тоді я вирішив зробити популярну доповідь про математику на вченій раді університету. Після доповіді я написав свою першу науково-популярну статтю «Математика і суспільство». Відтоді у мене вийшло вже з десятків науково-популярних статей про видатних математиків: О.М. Ляпунова, С.Н. Бернштейна, О.В. Погорелова, Д.М. Синцова, написав статтю про доведення Г. Перельманом гіпотези Пуанкаре. Три мої науково-популярні лекції є в Youtube*. Помістив дві статті трьома мовами

* О.В. Погорелов — легенда геометрії. <https://youtu.be/FOn6FD7yPkQ>

Проблема Пуанкаре та Григорій Перельман. <https://youtu.be/whKnnmizno>

Математик С. Бернштейн. <https://youtu.be/TD1yO-yRq3A?t=778>



Життя — це рух

у «Вікіпедії»: «О.В. Погорелов» і «4-та проблема Гільберта», відстоюючи пріоритет О.В. Погорелова у розв'язанні цієї проблеми.

Спорт. У дитинстві, десь до 7-го класу, я був воротарем, поки ми грали без верхньої перекладни. Добре грав на виходах, відчайдуш-

но падав під ноги, але надалі через невеликий зріст моя футбольна кар'єра закотилася. Однак у 6-му класі переплив озеро Лебедин туди і назад (думаю, близько 1 км в одну сторону), що додало мені авторитету серед пацанів.

Любив кататися на лижах. Ліс був поруч. Спочатку сам робив лижі з дошок. Навіть одного разу посів 3-тє місце на районних змаганнях серед школярів. У 9-му класі бігав від Лебедина до села Пристайлова на р. Псел, в одну сторону 8 км.

Спортсменом я не був, але завжди багато рухався. Мій товариш, Гриша Сердюк, долучив мене до велотуризму. Найбільшим моїм чоловічим досягненням був велопохід Паміром у 1976 році: Душамбе—Кулай—Хумб—Рушан—вздовж р. Бартанг до оз. Каракуль—Ош—Анджиджан. На цьому шляху ми з Г. Сердюком піднялися від 0 до 4650 м над рівнем моря. Це було першопроходження маршруту, але, здається, і після його ніхто не пройшов. Тоді за 24 дні я втратив 12 кг, при тому, що гладким я не був. Стільки зазвичай втрачають при сходженні на Еверест. Я і зараз наїжджаю на велосипеді 1–1,5 тис. км за сезон.

Десь у віці 45 років я захопився великим тенісом. Він має чудову властивість: граючи в теніс, ти не можеш ні про що інше думати, все

маєш викинути з голови, інакше не влучиш по м'ячу.

Хороші люди. На моєму життєвому шляху я зустрів багатьох чудових людей. Це і шкільні вчителі: математики — Катерина Михайлівна Кияшко, російської мови та літератури — Раїса Георгіївна Кисельова, яка відкрила мені світ літератури, фізкультури — Євген Герасимович Лисов, який не відлучив від спорту неспортивного школяра.

Про Євгена Полікарповича Сенькіна я вже згадував, саме він привів мене на семінар О.В. Погорелова. У нього був незвичайний талант — він умів хвалити. Олексій Васильович Погорелов оцінив мої результати і завжди підтримував мене. Найперша моя бесіда з О.Д. Александровим у 1969 році значною мірою вплинула на подальші теми моїх досліджень. У важкі часи мене підтримували видатні геометри В.А. Топоногов, В.А. Залгаллер.

Гриша Сердюк — мій університетський товариш і друг. З ним ми ділили і шматок хліба в гуртожитку, і труднощі велопоходів. Це була людина, з якою я пішов би в розвідку.

Сестра Катерина, яка няньчила мене і готувала до школи.

І вічна подяка моїй мамі, яка непосильною працею вигодувала і виростила нас.