Физика низких температур, 1996, т. 22, № 9, с. 1005–1017

Обобщение концепции локального поля в теории ферми-жидкостей

М. В. Ваврух

Институт физики конденсированных систем НАН Украины,
Украина, 290011, г. Львов, ул. Свенцицкого, 1
E-mail:icmp@icmp.lviv.ua

Статья поступила в редакцию 6 февраля 1996 г.

Рассмотрен вопрос об универсальности и ограниченности концепции локального поля в современной теории систем взаимодействующих фермионов. Предложено ее обобщение путем конструирования набора функций, включающего поправку на локальное поле и ее вариационные производные. Получены интегральные уравнения для указанных функций, доказано существование их решений для случая ферми-системы с положительным фурье-образом потенциала двухчастичного взаимодействия. Приведены результаты расчета поправки на локальное поле и остаточной поверхности Ферми при абсолютном нуле температуры для модели электронной жидкости.

Розглянуто питання про універсальність і обмеженість концепції локального поля в сучасній теорії систем взаємодіючих ферміонів. Запропоновано її узагальнення шляхом конструювання набору функцій, який містить поправку на локальне поле та її варіаційні похідні. Одержано інтегральні рівняння для названих функцій, доведено існування їх розв'язків для випадку фермі-системи з додатним фур'є-образом потенціала двочастинкової взаємодії. Подано результати розрахунку поправки на локальне поле і залишкової поверхні Фермі при абсолютному нулі температури для моделі електронної рідини.

1. Введение

Концепция локального поля занимает приоритетное положение в современной теории электронного газа (см. [1–8]). Именно на основе этого подхода получены наиболее точные значения характеристик основного состояния указанной модели, в том числе в области сильной неидеальности. Поправка на локальное поле (ПЛП) является одной из универсальных диэлектрических характеристик любой системы с локальным потенциалом взаимодействия между частицами и более тонкой характеристикой, чем функция диэлектрической проницаемости, корреляционные функции и т.п. В случае электронной жидкости общие свойства ПЛП достаточно хорошо известны [1,2,4]. Однако изучение существенных «деталей» не возможно без специального микроскопического расчета. Эта сложная задача к настоящему времени решена лишь частично: отсутствуют достаточно точные и надежные данные, в преобладающем большинстве работ рассматривается лишь статический предел либо статический вариант ПЛП, отсутствует информация о ее температурной зависимости и т.д. В случае других моделей ПЛП изучена в значительно меньшей степени.

В то же время в своем современном варианте концепция локального поля ограниченна в целом, поскольку ПЛП не является абсолютно универсальной функцией, так как приспособлена к расчету лишь интегральных и локальных характеристик. Как показано во втором разделе этой работы, для расчета одночастичных характеристик необходимы также нелокальные функции того же типа, в частности ее вариационные производные. Поэтому необходимо расширить подход локального поля, введя нелокальные функции, родственные ПЛП. Приближенные уравнения для указанных функций для произвольной ферми-системы с фурье-образом потенциала двухчастичного взаимодействия $V_q > 0$ получены на основе метода динамических коллективных переменных [9–11] и представлены в третьем разделе работы. Они записаны в терминах многочастичных корреляционных функций базисной системы — вырожденного идеального электронного газа [9,12]. Результаты аналитических и численных расчетов приведены в четвертом разделе.

© М. В. Ваврух, 1996

2. Общие соотношения

Приближение локального поля обобщает соотношения, имеющие место для слабо неидеальных систем, на системы с произвольным значением параметра неидеальности. Наиболее корректно ПЛП может быть введена путем обобщения выражения для двухчастичной корреляционной функции в импульсно-частотном представлении $\mu_2(x, -x)$, определяющей бинарную функцию распределения

$$F_2(\mathrm{r}) = \\ = 1 + T\left[N(N-1)\right]^{-1} \sum_{\nu} \sum_{\mathrm{q}} \mu_2(x, -x) \exp(i\mathrm{qr}). \tag{1}$$

Здесь T — температура; $x = (\mathrm{q}, \nu)$, где q — волновой вектор; $\nu = 2\pi nT$ — бозевская мацубаровская частота; r — расстояние между частицами; N — число частиц в системе. Упомянутое обобщение производится посредством замены исходного потенциала V_{q} на эффективный потенциал $V_{\mathrm{q}}[1 - G(x)]$:

$$\mu_2(x, -x) = \mu_2^0(x, -x)\{1 + L(x)[1 - G(x)]\}^{-1},$$

$$L(x) = V^{-1} V_{\mathrm{q}} \mu_2^0(x, -x), \tag{2}$$

где $\mu_2^0(x, -x)$ — двухчастичная корреляционная функция идеальной системы фермионов (без взаимодействия); $G(x)$ — динамическая ПЛП; V — объем системы ($N, V \to \infty, N/V = \mathrm{const}$). Из (2) следуют обобщения для поляризационного оператора $M(x)$ и функции диэлектрической проницаемости $E(x)$ системы:

$$M(x) = \mu_2(x, -x)\{1 - V^{-1} V_{\mathrm{q}} \mu_2(x, -x)\}^{-1} = \\ = \mu_2^0(x, -x)\{1 - G(x)L(x)\}^{-1}, \\ E(x) = 1 + V^{-1} V_{\mathrm{q}} M(x) = \\ = \{1 - G(x)L(x)\}^{-1}\{1 + L(x)[1 - G(x)]\}. \tag{3}$$

Соотношение (1) позволяет выразить через $G(x)$ свободную энергию системы:

$$F = F_0 + (2V)^{-1} T \sum_{\nu} \sum_{\mathrm{q}} V_{\mathrm{q}} \mu_2^0(x, -x) \times \\ \times \int_0^1 \{1 + \lambda L(x)[1 - G(x|\lambda)]\}^{-1} d\lambda. \tag{4}$$

При этом F_0 — свободная энергия идеальной системы фермионов; $G(x|\lambda)$ — ПЛП модельной системы с потенциалом взаимодействия λV_{q} (поэтому $G(x|1) \equiv G(x)$).

Как известно [13], для перехода от термодинамической картины к гейзенберговской достаточно произвести замену мацубаровских частот ν на $ih\omega - \delta$ (при $\delta \to 0$) в соответствующих функциях. В нашем случае это означает замены

$$\mu_2^0(x, -x) \to \mu_2^0(\mathrm{q}, h\omega), \quad G(x) \to G(\mathrm{q}, h\omega), \\ E(x) \to E(\mathrm{q}, h\omega).$$

Условие $E(\mathrm{q}, h\omega) = 0$, определяющее спектр коллективных возбуждений в системе, в явной записи сводится к уравнению

$$1 + V^{-1} V_{\mathrm{q}} \mu_2^0(\mathrm{q}, h\omega)\left[1 - G(\mathrm{q}, h\omega)\right] = 0. \tag{5}$$

Приведенные выше соотношения позволяют рассчитать интегральные и локальные характеристики системы на основе ПЛП. Однако для расчета одночастичных характеристик этой функции недостаточно. В качестве иллюстрации рассмотрим распределение частиц по импульсам

$$n_{\mathrm{k},s} = Z^{-1}(\mu)\ \mathrm{Tr}\left\{a_{\mathrm{k},s}^{+} a_{\mathrm{k},s} \exp\left[-T^{-1}(\hat{H} - \mu \hat{N})\right]\right\}, \tag{6}$$

$$Z(\mu) = \mathrm{Tr}\left\{\exp\left[-T^{-1}(\hat{H} - \mu \hat{N})\right]\right\} = \\ = \exp\left[-T^{-1}\Omega(\mu)\right],$$

где μ — химический потенциал, соответствующий заданной плотности частиц и температуре T; $\hat{H}$ — гамильтониан, представленный операторами вторичного квантования $a_{\mathrm{k},s}$ на базисе плоских волн (k — волновой вектор; s — спиновая переменная):

$$\hat{H} = \sum_{\mathrm{k},s} \xi_{\mathrm{k}} a_{\mathrm{k},s}^{+} a_{\mathrm{k},s} + \\ + (2V)^{-1} \sum_{\mathrm{q},\mathrm{k}_1,\mathrm{k}_2} \sum_{s_1,s_2} V_{\mathrm{q}} a_{\mathrm{k}_1-\mathrm{q},s_1}^{+} a_{\mathrm{k}_2+\mathrm{q},s_2}^{+} a_{\mathrm{k}_2,s_2} a_{\mathrm{k}_1,s_1}, \tag{7}$$

$\xi_{\mathrm{k}} = h^2k^2/2m$; $\hat{N}$ — оператор числа частиц. Как следует из определения (6), $n_{\mathrm{k},s}$ можно представить в виде вариационной производной свободной энергии по ξ_{k}. Действительно,

$$n_{\mathrm{k},s} = \frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta \xi_{\mathrm{k}}} \Omega(\mu)\Big|_{\mu} = \frac{1}{2}\left\{\frac{\delta \Omega(\mu)}{\delta \xi_{\mathrm{k}}} - \frac{\delta \mu}{\delta \xi_{\mathrm{k}}} \frac{d\Omega(\mu)}{d\mu}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\delta}{\delta\xi_{\mathbf{k}}}\{\Omega(\mu) + N\mu\} = \frac{1}{2}\frac{\delta F}{\delta\xi_{\mathbf{k}}}. \qquad (8)$$

Используя для свободной энергии выражение (4), получаем

$$n_{\mathbf{k},s} = n^0_{\mathbf{k},s} + (4V)^{-1}T\sum_{\nu}\sum_{\mathbf{q}} V_{\mathbf{q}} \int_0^1 \{1 + \lambda L(x)[1 - G(x|\lambda)]\}^{-2} \times$$

$$\times \left\{\frac{\delta}{\delta\xi_{\mathbf{k}}}\mu_2^0(x, -x) + \lambda L(x)\,\mu_2^0(x, -x)\frac{\delta}{\delta\xi_{\mathbf{k}}}G(x|\lambda)\right\} d\lambda, \qquad (9)$$

где $n^0_{\mathbf{k},s}$ — распределение по импульсам в идеальной системе.

В качестве дополнительного примера рассмотрим расчет плотности состояний $N(\varepsilon)$ в системе взаимодействующих фермионов при $T = 0$ K, одну из наиболее важных характеристик, которая так же мало изучена, как и $n_{\mathbf{k},s}$. Согласно [14],

$$N(\varepsilon) = \left[\frac{d}{dk}\varepsilon_{\mathbf{k}}\right]^{-1} k^2\pi^{-2}, \qquad (10)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ — спектр одночастичных возбуждений. Переходя в (4) от свободной энергии F к энергии основного состояния E_0, находим

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\delta}{\delta n^0_{\mathbf{k},s}}E_0 = \xi_{\mathbf{k}} + (2V)^{-1}\lim_{T\to 0} T\sum_{\nu;\mathbf{q}} V_{\mathbf{q}} \int_0^1 \{1 + \lambda L(x)[1 - G(x|\lambda)]\}^{-2} \times$$

$$\times \left\{\frac{\delta}{\delta n^0_{\mathbf{k},s}}\mu_2^0(x, -x) + \lambda L(x)\,\mu_2^0(x, -x)\frac{\delta}{\delta n^0_{\mathbf{k},s}}G(x|\lambda)\right\} d\lambda. \qquad (11)$$

Приведенные примеры показывают, что динамическая ПЛП $G(x)$ является лишь одной из универсальных характеристик системы взаимодействующих частиц, не обладающей свойством абсолютной универсальности. Таким свойством характеризовался бы набор функций, включающий ПЛП и ее вариационные производные $\delta G(x)/\delta\xi_{\mathbf{k}}$, $\delta G(x)/\delta n^0_{\mathbf{k},s}$, $\delta G(x)/\delta V_{\mathbf{q}}$ и т.д.

3. Интегральные уравнения для $G(x)$ и родственных функций

Как следует из (3),

$$G(x) = \left\{\mu_2^0(x, -x)L(x)\right\}^{-1}\Delta M(x), \qquad (12)$$

где $\Delta M(x)$ связано с поляризационным оператором следующим соотношением:

$$M(x) - \mu_2^0(x, -x) =$$

$$= \Delta M(x)\left\{1 - \Delta M(x)\,[\mu_2^0(x, -x)]^{-1}\right\}^{-1}. \qquad (13)$$

Расчет $\Delta M(x)$ выполним по такому алгоритму. Используя метод динамических коллективных переменных, рассчитаем двухчастичную корреляционную функцию по формуле [9]

$$\mu_2(x, -x) = -T\pi^{-2}\left\{\int (d\omega)\,f(\omega)J(\omega)\right\}^{-1} \times$$

$$\times \int (d\omega)\,f(\omega)\frac{\delta^2}{\delta\omega_x\delta\omega_{-x}}J(\omega)\,. \qquad (14)$$

Здесь $\omega_x = \omega_x^c - i\omega_x^s$ $(-\infty < \omega_x^c, \omega_x^s < +\infty)$, $(d\omega) = \prod_{C(x)} d\omega_x^c\, d\omega_x^s$, причем область $C(x)$ включает половину всех возможных значений переменных $\mathbf{q}, \nu$;

$$f(\omega) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\pi^2 VT^{-1}\sum_x \omega_x\omega_{-x}V_{\mathbf{q}}^{-1}\right\};$$

$$J(\omega) = \exp\sum_{n\geq 2} D_n(\omega); \qquad (15)$$

$$D_n(\omega) = T^{-1}(n!)^{-1}(-\pi i)^n \times$$

$$\times \sum_{x_1,\ldots,x_n} \omega_{x_1}\omega_{x_2}\ldots\omega_{x_n}\mu_n^0(x_1, \ldots, x_n),$$

где $\mu_n^0(x_1, \ldots, x_n)$ — так называемые нормальные составляющие n-частичных корреляционных функций базисной (невзаимодействующей) системы или динамические многохвостки, определяющие ее многочастичные функции распределения (см. [9,10]). Вследствие сложной зависимости $\mu_n^0(\ldots)$ от своих аргументов интегрирование в (14) возможно лишь в приближенном виде. С этой целью в произведении $f(\omega)J(\omega)$ выделим множитель $f(\omega)\exp D_2(\omega)$, который интегрируется точно, а корреляционные функции высшего порядка учтем методом моментов. Такой прием приводит к разложению $\mu_2(x, -x)$ по функциям базисной системы $\mu_n^0(x_1, \ldots, x_n)$ и динамически экранированным потенциалам взаимодействия в приближении хаотических фаз $V_0(x) = V_{\mathbf{q}}\{1 + L(x)\}^{-1}$. После многократного суммирования рядов диаграмм типа геометрической прогрессии (см. [15]) приводим $\mu_2(x, -x)$ к виду

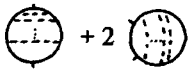
$$\mu_2(x, -x) = M(x)\{1 + V^{-1}V_{\mathbf{q}}M(x)\}^{-1} , \qquad (16)$$

получая аналогичные разложения для поляризационного оператора $M(x)$ и для $\Delta M(x)$.

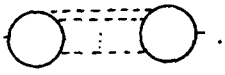
В приближении одно- и двухкольцевых «лестничных» диаграмм $\Delta M(x)$ представляется в следующем виде:

$$\Delta M(x) = \Delta M_1(x) + \Delta M_2(x) , \qquad (17)$$

$$\Delta M_1(x) = \sum_{n \geq 1}(-1)^n 2^n$$



$$\Delta M_2(x) = \sum_{n \geq 2}(-1)^n 2^{n-1}$$



(18)

В этих диаграммах фигурирует «лестничный» элемент, содержащий n линий взаимодействия, каждой из которых соответствует экранированный потенциал $V_0(x_i)$ и множитель $V^{-1}T$. Сплошной линии сопоставляется функция Грина базисной системы $G_p \equiv G_{\mathbf{k},s}(\nu^*) = \{\dot{\imath}\nu^* - \xi_{\mathbf{k}} + \mu_0\}^{-1}$, кольцу в целом — множитель T и суммирование по переменной $p = \{\mathbf{k}, s; \nu^*\}$.

$\Delta M_i(x)$ представим через соответствующие вершинные части. В частности,

$$\Delta M_2(x) = T^2V^{-1}\sum_{p_1, p_2} G_{p_1}G_{p_2}G_{p_1 - x}G_{p_2 + x}\Gamma(p_1, p_2|p_1 - x, p_2 + x) , \qquad (19)$$

где вершинная часть удовлетворяет следующему интегральному уравнению:

$$\Gamma(p_1, p_2|p_1 - x, p_2 + x) = 2TV^{-1}\sum_{x_1} V_0(x + x_1)G_{p_1 - x_1}G_{p_2 + x_1}\left\{V_0(x_1) - \Gamma(p_1, p_2|p_1 - x_1, p_2 + x_1)\right\}. \qquad (20)$$

Аналогично находим сумму ряда диаграмм для $\Delta M_1(x)$:

$$\Delta M_1(x) = -T^2V^{-1}\sum_{p, x_1} G_pG_{p + x_1}G_{p + x} \times$$
$$\times \left\{G_{p + x + x_1}\left[V_0(x_1) - \Gamma(-p, p + x|-p - x_1, p + x + x_1)\right] + 2G_p\left[V_0(x_1) - \Gamma(p, -p|p + x_1, -p - x_1)\right]\right\}. \qquad (21)$$

Вершинная часть является функцией многих переменных, в связи с чем решение уравнения (20) сопряжено с большими трудностями. В то же время $\Gamma(p_1, p_2|p_1 + x, p_2 - x)$ содержит слишком детальную информацию. Фактически нужна не сама эта функция, а результат ее усреднения с весовыми множителями, построенными на произведениях функций Грина, как это видно из (19), (21). Это обстоятельство указывает способ «локализации» уравнения (19). Умножая $\Gamma(p_1, p_2|p_1 + x, p_2 - x)$ на произведения функций Грина и суммируя по переменным p_1, p_2, получаем последовательность функций

$$\Gamma_1(x) = \left\{\sum_p G_pG_{p+x}\right\}^{-2}\sum_{p_1, p_2}\Gamma(p_1, p_2|p_1 - x, p_2 + x)\ G_{p_1}G_{p_2}G_{p_1 - x}G_{p_2 + x},$$
$$\Gamma_2(x_1|x_2) = \left\{\sum_p G_pG_{p+x_1}G_{p-x_2}\right\}^{-2}\sum_{p_1, p_2}\Gamma(p_1, p_2|p_1 - x_1, p_2 + x_1) \times \qquad (22)$$
$$\times G_{p_1}G_{p_2}G_{p_1 - x_1}G_{p_2 + x_1}G_{p_1 + x_2}G_{p_2 - x_2}$$

и т.д. Применяя эту процедуру к уравнению (20), находим цепочку линейных интегральных уравнений для функций (22). Первое из них имеет следующий вид:

$$\Gamma_1(x) = T(2V)^{-1}\left\{\mu_2^0(x, -x)\right\}^{-2} \sum_{x_1} V_0(x + x_1)\,\mu_3^0(x, x_1, -x - x_1) \times$$
$$\times\, \mu_3^0(-x, -x_1, x + x_1)\left\{V_0(x_1) - \Gamma_2(x_1 | x)\right\}. \qquad (23)$$

Сравнивая (19) и (22), находим соотношение

$$\Delta M_2(x) = V^{-1}\Gamma_1(x)\left[\mu_2^0(x, -x)\right]^2. \qquad (24)$$

В соответствии с (17), представим $G(x)$ в виде двух слагаемых:

$$G(x) = G_1(x) + G_2(x), \qquad (25)$$

считая, что $G_i(x)$ обусловлено $\Delta M_i(x)$. Подставляя (24) в формулу (12), находим, что

$$\Gamma_1(x) = V_q G_2(x). \qquad (26)$$

Обрывая упомянутую выше цепочку на первом уравнении (т.е. полагая $\Gamma_2(x_1 | x) = \Gamma_1(x_1)$), находим интегральное уравнение для $G_2(x)$:

$$G_2(x) + \sum_{x_1} \Phi_2(x, x_1)\, G_2(x_1) = G_2^{RPA}(x),$$
$$\Phi_2(x, x_1) = T(2VV_q)^{-1} V_0(x + x_1) V_{q_1}\left\{\mu_2^0(x, -x)\right\}^{-2} \mu_3^0(x, x_1, -x - x_1)\,\mu_3^0(-x, -x_1, x + x_1). \qquad (27)$$

В том же приближении

$$G_1(x) + \sum_{x_1} \Phi_1(x, x_1)\, G_2(x_1) = G_1^{RPA}(x),$$
$$\Phi_1(x, x_1) = -\,T(2V_q)^{-1}\left\{\mu_2^0(x, -x)\right\}^{-2} V_{q_1}\,\mu_4^0(x, -x, x_1, -x_1). \qquad (28)$$

В формулах (27), (28)

$$G_i^{RPA}(x) = \sum_{x_1} \Phi_i(x, x_1)\left\{1 + L(x_1)\right\}^{-1},\ i = 1, 2. \qquad (29)$$

Введем функции, родственные ПЛП, определяя их как частные вариационные производные $G(x)$:

$$g_1(x|\mathbf{k}) = \frac{\delta}{\delta\xi_{\mathbf{k}}} G(x),\ g_2(x|\mathbf{k}) = \frac{\delta}{\delta n_{\mathbf{k}s}^0} G(x). \qquad (30)$$

Представляя каждую из них в виде суммы двух слагаемых

$$g_j(x|\mathbf{k}) = \sum_{i=1,2} g_{j,i}(x|\mathbf{k}),\ j = 1, 2 \qquad (31)$$

и варьируя уравнения (27), (28), находим следующие системы уравнений для элементов матрицы $g_{j,i}(x|\mathbf{k})$:

$$g_{j,i}(x|\mathbf{k}) + \sum_{x_1} \Phi_i(x, x_1) g_{j,2}(x_1|\mathbf{k}) =$$
$$= g_{j,i}^{RPA}(x|\mathbf{k}) - \sum_{x_1} G_2(x_1)\,\Psi_{j,i}(x, x_1|\mathbf{k}). \qquad (32)$$

Здесь $g_{j,i}^{RPA}(x|\mathbf{k})$ — вариационная производная $G_i^{RPA}(x)$, а $\Psi_{j,i}(x, x_1|\mathbf{k})$ — соответствующая вариационная производная ядра $\Phi_i(x, x_1)$. Исходя из уравнений (27), (28) можно получить уравнения и для других функций универсального набора.

Докажем существование и единственность решений уравнений для $G(x)$ и $g_j(x|\mathbf{k})$. Эти уравнения идентичны по своей математической структуре и принадлежат к типу многомерных линейных интегральных уравнений Фредгольма II рода [16]. Уравнения для функций $G_1(x)$, $g_{j,2}(x|\mathbf{k})$ являются замкнутыми, а $G_1(x)$, $g_{j,1}(x|\mathbf{k})$ выражаются через их решения. В связи с этим достаточно установить существование и единственность решений уравне-

ний для $G_2(x)$ и $g_{j,2}(x|\mathbf{k})$. Рассмотрим уравнение (27). Подстановка

$$y(x) = G_2(x)L(x),\ f(x) = G_2^{RPA}(x)L(x) \qquad (33)$$

преобразует его в уравнение

$$y(x) + \sum_{x_1} K(x, x_1)y(x_1) = f(x) \qquad (34)$$

с положительным симметричным ядром Фредгольма

$$K(x, x_1) = T(2V)^{-1}V_0(x + x_1)\left\{\mu_2^0(x, -x)\,\mu_2^0(x_1, -x_1)\right\}^{-1}\mu_3^0(x, x_1, -x-x_1)\,\mu_3^0(-x, -x_1, x+x_1)\ , \qquad (35)$$

удовлетворяющим условию

$$\sum_{x, x_1} K^2(x, x_1) = C^2 < \infty. \qquad (36)$$

В силу положительности ядра $K(x, x_1)$, условий (36) и $y(x) > 0$ существует единственное нетривиальное решение уравнения (34), что следует из альтернативы Фредгольма [16]: соответствующее однородное уравнение (34) при $f(x) = 0$ не имеет нетривиальных решений в пространстве положительных функций. Поскольку в уравнениях для $g_{j,2}(x|\mathbf{k})$ фигурирует то же самое ядро $\Phi_2(x, x_1)$, существование и единственность их решений доказывается аналогичным образом.

4. Расчеты и обсуждение

Хорошо известному приближению хаотических фаз соответствует формальный переход к пределу $G(x), g_1(x|\mathbf{k}), g_2(x|\mathbf{k}), \ldots \to 0$. Необоснованность его становится очевидной, если учесть, что в пределе слабой неидеальности (когда можно пренебречь слагаемыми $G_2(x)$, $g_{j,2}(x|\mathbf{k})$) и экранированием взаимодействия) указанные функции стремятся не к нулю, а к некоторым универсальным функциям

$$G_{id}(x) = \sum_{x_1}\Phi_1(x, x_1),\ g_j^{id}(x|\mathbf{k}) = \sum_{x_1}\Psi_{j,1}(x, x_1|\mathbf{k}),$$

$$\Psi_{1,1}(x, x_1|\mathbf{k}) = \frac{\delta}{\delta\xi_{\mathbf{k}}}\Phi_1(x, x_1), \qquad (37)$$

$$\Psi_{2,1}(x, x_1|\mathbf{k}) = \frac{\delta}{\delta n^0_{\mathbf{k},s}}\Phi_1(x, x_1).$$

Функции $G_{id}(x)$, $g_j^{id}(x|\mathbf{k})$ не зависят от константы взаимодействия, но определяются видом потенциала $V_{\mathbf{q}}$.

В качестве примера рассмотрим ферми-систему с потенциалом отталкивания Юкавы

$$V_{\mathbf{q}} = 4\pi Ae^2[q^2 + (\zeta/a_0)^2]^{-1}, \qquad (38)$$

где e — заряд электрона; A играет роль константы взаимодействия ($A > 0$), ζ определяет радиус действия потенциала $R_0 = a_0\zeta^{-1}$ (a_0 — радиус Бора). При условии $V_{\mathbf{q}} = 0$ при $\mathbf{q} = 0$ наша модель является обобщением модели однородной электронной жидкости и становится ею в пределе $\zeta \to 0$, $A \to 1$. Переходя в уравнениях (27), (28) к безразмерным переменным $q = |\mathbf{q}|k_F^{-1}$, $\bar{\nu} = \nu(2\xi_F)^{-1}$ (где $\xi_F = h^2k_F^2/2m$, $k_F = (3\pi^2N/V)^{1/3}$), находим, что в качестве параметра неидеальности при низких температурах фигурирует

$$4Ar_s\left[1 + \zeta_1^2\right]^{-1}(\pi\eta)^{-1}, \qquad (39)$$

где $\zeta_1 = \zeta r_s/\eta$, $\eta = (9\pi/4)^{1/3}$, а $r_s = a_0^{-1}\left(\frac{3V}{4\pi N}\right)^{1/3}$ — параметр Бракнера. Для расчета вариационных производных (37) представим $\mu_2^0(x, -x)$, $\mu_4^0(x, -x, x_1, -x_1)$ в терминах одночастичных величин идеальной системы — чисел заполнения $n^0_{\mathbf{k},s} = \left\{1 + \exp\left[T^{-1}(\xi_{\mathbf{k}} - \mu_0)\right]\right\}^{-1}$ и энергий частиц $\xi_{\mathbf{k}}$ (μ_0 — химический потенциал идеальной системы). Выполняя суммирование по мацубаровским частотам, получаем

$$G_{id}(x) = V_{\mathbf{q}}^{-1}\left[\mu_2^0(x, -x)\right]^{-2}\sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}V(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\left[n^0_{\mathbf{k}_1,s} - n^0_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q},s}\right]\left[n^0_{\mathbf{k}_2,s} - n^0_{\mathbf{k}_2-\mathbf{q},s}\right] \times$$

$$\times\,\mathrm{Re}\left\{(i\nu + \xi_{\mathbf{k}_1} - \xi_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q}})^{-1}\left[(i\nu + \xi_{\mathbf{k}_2} - \xi_{\mathbf{k}_2-\mathbf{q}})^{-1} - (i\nu + \xi_{\mathbf{k}_1} - \xi_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q}})^{-1}\right]\right\},$$

$$\mu_2^0(x, -x) = -\sum_{\mathbf{k}, s}\left[n^0_{\mathbf{k}, s} - n^0_{\mathbf{k}-\mathbf{q}, s}\right](i\nu + \xi_{\mathbf{k}} - \xi_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})^{-1}. \tag{40}$$

Переходя от сумм по векторам $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$ к интегралам и вводя безразмерные переменные $q = |\mathbf{q}|/k_F$, $u = \nu(2\xi_F q)^{-1}$, находим, что $G_{id}(x)$ зависит лишь от одного безразмерного параметра ζ_1 . При $T = 0$ K асимптотику $G_{id}(x)$ нетрудно рассчитать в аналитическом виде:

$$G_{id}(x) = C_0(\zeta_1) + q^2 C_2(\zeta_1) + \ldots \quad \text{при } \bar{\nu} = 0,\ q \ll 1;$$

$$G_{id}(x) = B_0(\zeta_1) + q^2 B_2(\zeta_1) + \ldots \quad \text{при } \bar{\nu} = \infty,\ q \ll 1;$$

$$G_{id}(x) \approx \frac{1}{2}\left\{1 - D(\zeta_1) + 2D(\zeta_1)\left[\frac{qu}{u^2 + q^2/4}\right]^2 + \ldots\right\} \quad \text{при } q \geq 4,\ u \geq 2;$$

$$C_0(\zeta_1) = \frac{z}{4}\left\{1 - \frac{z}{4}A(z)\right\},\quad z \equiv \zeta_1^2\ ,\quad A(z) \equiv \ln\left[1 + 4z^{-1}\right],$$

$$B_0(\zeta_1) = \frac{3}{20}z\left\{1 - z + \frac{z}{4}\left[1 + z\right]A(z)\right\},$$

$$D(\zeta_1) = \frac{1}{3} - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}z^2 + z^{3/2}\,\mathrm{arctg}\,2z^{1/2} - \frac{3}{8}z^2\left[1 + \frac{1}{12}z\right]A(z) \tag{41}$$

и т.д. Коэффициенты разложений (41) — монотонные функции параметра ζ_1 со следующей асимптотикой:

$$C_0(0) = B_0(0) = 0,\ C_2(0) = 1/4,\ B_0(0) = 3/20,$$
$$D_0(0) = 1/3;$$

в пределе $\zeta_1 \to \infty$

$$C_0(\zeta_1) = B_0(\zeta_1) \to 1/2,$$
$$C_2(\zeta_1) = B_2(\zeta_1) = D(\zeta_1) \to 0. \tag{42}$$

Нетрудно заметить в формуле (40), что в пределе $\zeta_1 \to \infty$ (когда потенциал Юкавы в r-представлении имеет свойства δ-образного) $G_{id}(x)$ стремится к постоянной, не зависящей от переменных q, ν и равной 1/2.

В случае абсолютного нуля температуры интегрированием по переменным $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ в цилиндрической системе координат функция $G_{id}(x)$ сводится к следующему безразмерному двукратному интегралу:

$$G_{id}(x) = \frac{1}{4}I^{-2}_{2,0}(q, u)\left[q^2 + \zeta_1^2\right]\int_{-1}^{+1}\int dz_1 dz_2 \sum_{\sigma_1, \sigma_2 = \pm 1}\sigma_1\sigma_2\,\Phi_{q,u}\left(z_1 + \frac{\sigma_1}{2}q,\ z_2 + \frac{\sigma_2}{2}q;\ 1 - z_1^2,\ 1 - z_2^2\right),$$

$$\Phi_{q,u}(a, b; w, I^{-2}) = \frac{1}{8}q^{-2}(a - b)(b^2 + u^2)^{-1}(a^2 + u^2)^{-2}\left[a^2 b - u^2(2a + b)\right]J(s^2; w; \psi);$$

$$J(s^2; w; \psi) = \frac{1}{2}\left[W(s^2; w; \psi) - w - \psi - s^2\right] + w\ln\left\{(2s^2)^{-1}\left[W(s^2; w; \psi) + s^2 + \psi - w\right]\right\} +$$

$$+ \psi\ln\left\{(2s^2)^{-1}\left[W(s^2; w; \psi) + s^2 + w - \psi\right]\right\};$$

$$W(s^2; w; \psi) = \left\{s^4 + 2s^2(w + \psi) + (w - \psi)^2\right\}^{1/2},$$

$$s^2 = \zeta_1^2 + (a - b)^2;\ I_{2,0}(q, u) = 2\xi_F(3N)^{-1}\mu_2^0(x, -x). \tag{43}$$

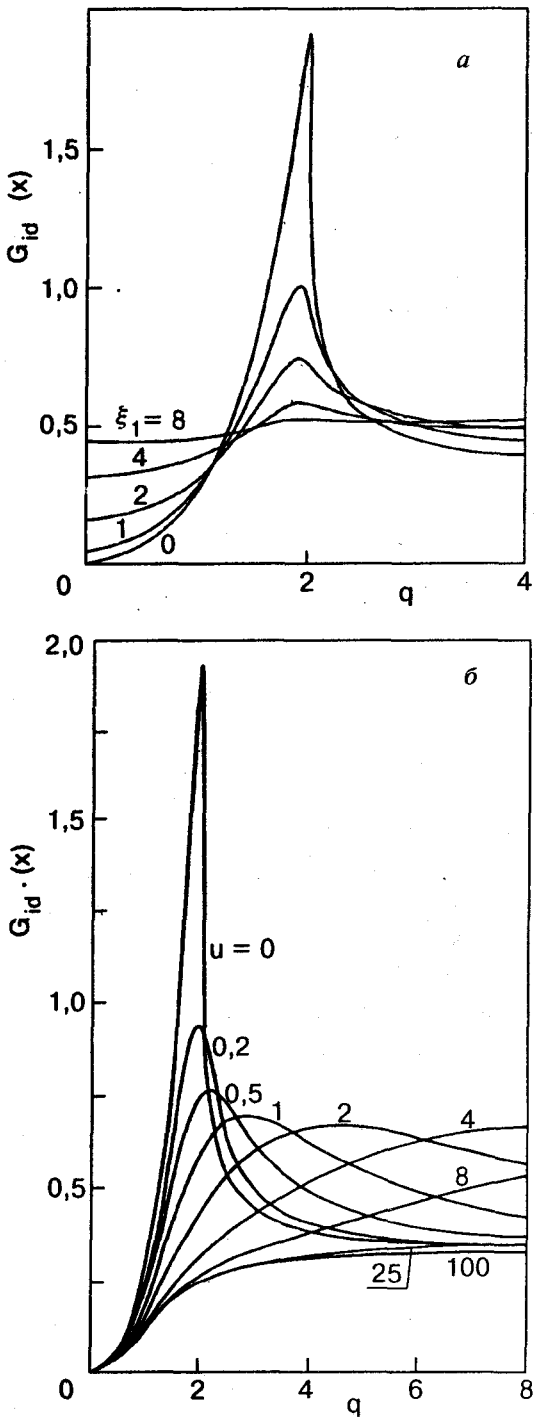


Рис. 1. Статистическая поправка на локальное поле модели (38) в пределе слабой неидеальности (ф-ла 43) (*а*). Динамическая поправка на локальное поле модели электронной жидкости в пределе $r_s \to 0$ (*б*).

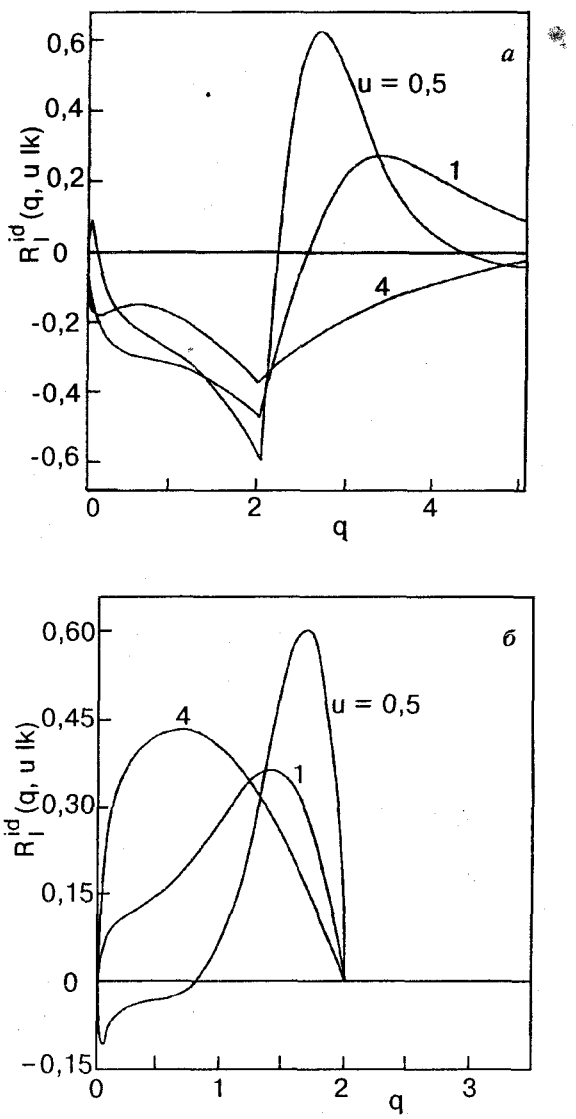


Рис. 2. Проинтегрированная по угловым переменным вектора q вариационная производная $\delta G_{id}(x)/\delta\xi_{\mathbf{k}}$ в пределе слабо неидеальной электронной жидкости в случае $k/k_F = 0{,}99$ (*а*) и 1,01 (*б*).

Результаты численного расчета $G_{id}(x)$ по формуле (43) представлены на рис. 1,*а* (статический предел), и 1,*б* (динамическая поправка при $\zeta_1 = 0$).

Обратимся далее к функциям $g_j^{id}(x|\mathbf{k})$. Они зависят от четырех переменных — модулей векторов k и q, косинуса угла между ними и частоты ν. Из формул (9), (11) следует, однако, что для расчета $n_{\mathbf{k},s}$ и $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ достаточно знать результат интегрирования этих функций по угловым переменным вектора q, т.е.

$$R_j^{id}(q, u|k) = \xi_F V k_F^3 (2\pi)^{-3} \int d\Omega_{\mathbf{q}}\, g_j^{id}(x|\mathbf{k}). \quad (44)$$

В случае абсолютного нуля температуры расчет сводится к безразмерным двукратным интегралам, как и для $G_{id}(x)$ (см. Приложение). На рис. 2,*а*,*б* представлены $R_1^{id}(q, u|k)$ как функция переменной q при заданных значениях k и u. Одна из особенно-

стей этой функции — наличие разрывов относительно переменных k и q.

Приближение хаотических фаз $G_{RPA}(x) = G_1^{RPA}(x) + G_2^{RPA}(x)$ в случае электронной жидкости исследовано в работе [11]. Оно тоже для слабо неидеальных систем. Однако расчет энергетических характеристик основного состояния модели электронной жидкости на основе поляризационного оператора

$$M_{RPA}(x) = \mu_2^0(x, -x)\{1 + G_{RPA}(x)L(x)\} \quad (45)$$

приводит к результатам, которые в области металлов мало отличаются от полученных по методу Монте-Карло [17].

В работе [18] получено простое приближенное решение в квадратурах уравнений для $G(x)$ в случае электронной жидкости. Упрощение уравнений (27), (28) возможно благодаря тому, что $\mu_3^0(x, x_1, -x - x_1)$ и $\mu_4^0(x, -x, x_1, -x_1)$ принимают экстремальные значения в окрестности гиперповерхности $x = x_1$. Заменяя множитель $V_{q_1}G_2(x_1)$ на $V_0(x_1)\varphi(x)G_2(x)$, находим в этом приближении

$$G(x) \approx \sum_{i=1,2} G_i^{RPA}(x)\{1 + \varphi(x)G_2^{RPA}(x)\}^{-1}. \quad (46)$$

Здесь $0 < \varphi(x) < 1$, а в области больших волновых векторов $\varphi(x) \approx 1$. Для упрощения расчетов множитель $\varphi(x)$ выбран в виде дробно-рациональной функции переменной q:

$$\varphi(x) = \{a_1q^2 + a_2q^4\}\{1 + a_3q^2 + q^4\}^{-1}. \quad (47)$$

Коэффициенты $a_i = a_i(r_s)$ $(i = 1, 2, 3)$ определены из следующих общих условий: асимптотики $G(x)$ в длинноволновой и коротковолновой областях, положительности бинарной функции распределения $F_2(\mathbf{r})$ и ее монотонности на малых расстояниях между частицами как относительно переменной $\mathbf{r}$, так и параметра неидеальности. Аналитическое представление $\mu_4^0(x, -x, x_1, -x_1)$ и $\mu_3^0(x, x_1, -x - x_1)$ в элементарных функциях [12] сводит расчет $G_i^{RPA}(x)$ к вычислению трехкратных интегралов. Принимая во внимание, что $\mu_4^0(x, -x, x_1, -x_1)$ имеет довольно громоздкий вид, и желая упростить расчет $G_1^{RPA}(x)$, заменим $V_0(x_1)$ потенциалом Томаса—Ферми $V_0(x_1) \to V_{q_1}\{1 + V^{-1}V_{\mathbf{q}_1}\mu_2^0(0, 0)\}^{-1}$. В этом приближении $G_1^{RPA}(x)$ определяется формулами (43), в которых следует положить

$$s^2 = \zeta_1^2 + (a - b)^2 + 4Ar_s(\pi\eta)^{-1}. \quad (48)$$

Расчет $G_2^{RPA}(x)$ выполним по формуле

$$G_2^{RPA}(x) = \left[q^2 + \zeta_1^2\right]Ar_s(\pi^2\eta)^{-1}\left[2I_{2,0}(q, u)\right]^{-2}\int_{-\infty}^{+\infty} du_1 \int_0^{\infty} dq_1 q_1^3 \int_{-1}^{+1} dt\, P(q_1, u_1)P(q_2, u_2)I_{3,0}^2(q, q_1; u, u_1; t). \quad (49)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$P(q, u) = \left\{q^2 + \zeta_1^2 + 4Ar_s(\pi\eta)^{-1}I_{2,0}(q, u)\right\}^{-1},$$

$$q_2 = \left[q^2 + q_1^2 + 2tq_1q_2\right]^{1/2}, \; u_2 = (v_1 + v)(2\xi_F q_2)^{-1},$$

$$I_{3,0}(q, q_1; u, u_1; t) = (2\xi_F)^2(3N)^{-1}\mu_3^0(x, x_1, -x - x_1). \quad (50)$$

Поправка на локальное поле в приближении (46) представлена на рис. 3,*а* (модель электронной жидкости) и *б* (обобщенная модель, $\zeta = 8$). Как видно, влияние конечного радиуса действия потенциала сказывается на поправке на локальное поле во всей области изменения волнового вектора, приводя в длинноволновой области к изменениям качественного характера.

Для приближенного расчета функции $R_1(q, u|k)$ воспользуемся поправкой на локальное поле в форме (46). При расчете $R_{1,1}^{RPA}(q, u|k)$ вместо $V_0(x_1)$ воспользуемся потенциалом Томаса—Ферми, что приводит к замене функции $V_\rho(z_1; z_2)$ (см. Приложение) на

$$W_\rho(z_1; z_2) \equiv 1 - q^2 + z_1^2 - 2z_1z_2 + \zeta_1^2 + 4Ar_s(\pi\eta)^{-1}.$$

В связи с тем что точный расчет составляющей $R_{1,2}^{RPA}(q, u|k)$ очень громоздок, при вычислении вариационной производной $\delta\Phi_2(x, x_1)/\delta\xi_{\mathbf{k}}$ использовано приближение

$$\frac{\delta}{\delta\xi_k}\mu_3^0(x_1, x_2, x_3) = (2N)^{-1}\delta_{x_1+x_2+x_3,0} \times$$

$$\times \sum_{i=1}^{3} \frac{\delta}{\delta\xi_k}\mu_2^0(x_i, -x_i) \sum_{j=1}^{3}\mu_2^0(x_j, -x_j) \quad (i \neq j), \tag{51}$$

которое сводит расчет к трехкратным интегралам, как и в случае $G_2^{RPA}(x)$.

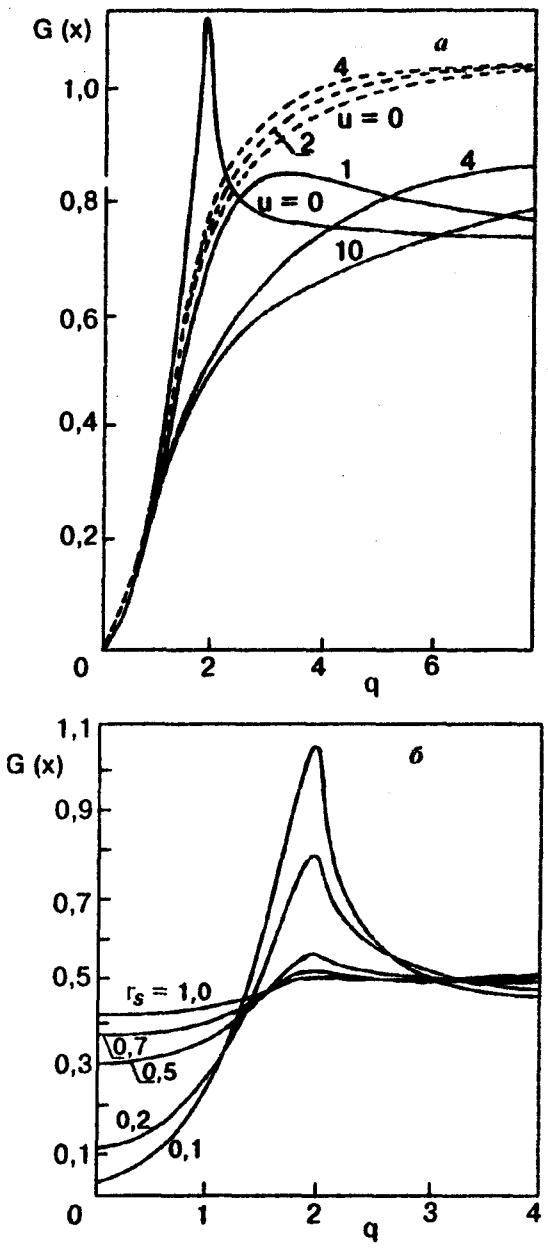


Рис. 3. Динамическая поправка на локальное поле модели электронной жидкости как функция переменной q при заданных значениях безразмерной частоты $u = \nu(2\xi_F q)^{-1}$ при $r_s = 1$ (сплошные кривые) и $r_s = 10$ (пунктирные кривые) (*а*). Зависимость поправки на локальное поле модели (38) в статическом пределе от параметра r_s при $\zeta = 8$ (*б*).

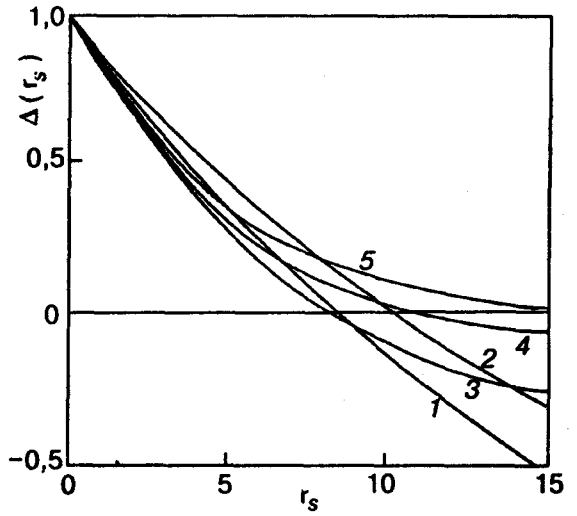


Рис. 4. Зависимость остаточной поверхности Ферми модели электронной жидкости при $T = 0$ К от параметра неидеальности r_s. Кривые *1–5* обсуждаются в тексте

На основе рассчитанных $G(x)$ и $R_1(x|k)$ найдено распределение по импульсам (см. (9)) для модели электронной жидкости при $T = 0$ К. Как известно, особенностью $n_{k,s}$ в вырожденных системах является наличие остаточной поверхности Ферми. При абсолютном нуле температуры в парамагнитном состоянии справедливо неравенство [19]

$$\Delta = n_{k_F-\delta,s} - n_{k_F+\delta,s} > 0, \text{ где } \delta \to +0. \tag{52}$$

Это неравенство подтверждено методами теории возмущений в случае слабо неидеальных систем. В частности, в [20] такой расчет выполнен для модели ферми-системы с потенциалом отталкивания вида $a\delta(r)$. В [21] впервые исследовано $n_{k,s}$ для взаимодействующего электронного газа в приближении хаотических фаз, что соответствует $G(x) = 0$ в формуле (9). В случае сильно неидеальной электронной жидкости в этом приближении условие (52) нарушается и $\Delta = \Delta(r_s)$ принимает отрицательные значения при $r_s \geq 8{,}7...$ (рис. 4, кривая *1*). Кривая *2* рассчитана с использованием статической поправки на локальное поле из работы [22]. Учет поправки улучшает результат приближения хаотических фаз, однако характер кривой не меняется, и при больших значениях r_s функция $\Delta(r_s)$ становится отрицательной. Таким образом, учета одной только поправки на локальное поле не достаточно для получения физического результата. Зависимость $\Delta(r_s)$ от параметра r_s при точном учете $G_1^{RPA}(q, u)$ и ее вариационной производной иллюстрируется на рис. 4 кривой *3*, которая обладает асимптотикой, отличной от предыдущих кривых.

Именно при $r_s \to \infty$ кривая *3* стремится к выходу на плато, где величина Δ равна примерно $-0{,}3$. Кривая *4* построена в следующем приближении: в качестве $G(x)$ использована функция (46), а в качестве $R_1(q, u|k)$ — ее составляющая $R_{1,1}(q, u|k)$. Учету составляющей $R_{1,2}(q, u|k)$ в приближении (51) соответствует кривая *5*. В этом случае $\Delta(r_s)$ не принимает отрицательных значений и стремится к нулю в области больших значений параметра неидеальности.

5. Заключение

Концепция локального поля является одним из наиболее важных достижений теории многих взаимодействующих частиц, сопоставимым с идеей парциального суммирования рядов диаграмм теории возмущений. Мы обратили внимание на ограниченность этой концепции в ее современном варианте, поскольку поправка на локальное поле позволяет рассчитать лишь интегральные и локальные характеристики. Для расчета одночастичных характеристик (распределение по импульсам, спектр одночастичных возбуждений, плотность состояний) необходимо знать не только поправку на локальное поле, но также ее вариационные производные по $\xi_{\mathbf{k}}$, $n^0_{\mathbf{k},s}$ и т.д. Такие функции не могут быть получены из имеющихся в литературе результатов приближенного расчета поправки на локальное поле, а должны быть найдены отдельно. Вместе с поправкой на локальное поле указанные вариационные производные составляют некий статический базис, позволяющий рассчитать все характеристики системы с локальным потенциалом взаимодействия между частицами.

В рамках базисного подхода [9–11] нами получены приближенные интегральные уравнения для поправки на локальное поле и ее вариационных производных, $G(\mathbf{q}, \nu)$ и ее вариационная производная $\delta G(\mathbf{q}, \nu)/\delta\xi_{\mathbf{k}}$ исследованы для модели электронной жидкости и обобщающей ее модели ферми-системы с потенциалом взаимодействия Юкавы. На этой основе рассчитана одна из мало изученных характеристик — зависимость остаточной поверхности Ферми от параметра неидеальности r_s при $T = 0$ K для модели электронной жидкости. Как следует из наших расчетов, лишь учет $G(\mathbf{q}, \nu)$ и $\delta G(\mathbf{q}, \nu)/\delta\xi_{\mathbf{k}}$ приводит к корректным результатам в области сильной неидеальности. Результаты расчета плотности состояний и температурной зависимости характеристик модели сильно неидеальной электронной жидкости в области низких температур на основе $G(\mathbf{q}, \nu)$, $\delta G(\mathbf{q}, \nu)/\delta\xi_{\mathbf{k}}$ и $\delta G(\mathbf{q}, \nu)/\delta n^0_{\mathbf{k},s}$ будут представлены в отдельной работе.

Приложение

Варьируя выражение (40) по $\xi_{\mathbf{k}}$, находим

$$\frac{\delta}{\delta\xi_{\mathbf{k}}} G_{id}(x) = -2\mathrm{Re} \sum_s \sum_{\sigma=\pm 1} \left[n^0_{\mathbf{k},s} - n^0_{\mathbf{k}-q\sigma,s}\right] \left[i\nu\sigma + \xi_{\mathbf{k}} - \xi_{\mathbf{k}-q\sigma}\right]^{-2} \times$$

$$\times \left\{ \left[\mu^0_2(x,-x)\right]^{-1} G_{id}(x) - V^{-1}_{\mathbf{q}} \left[\mu^0_2(x,-x)\right]^{-2} \sum_{\mathbf{k}_2} V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_2} \times \right.$$

$$\left. \times \left[n^0_{\mathbf{k}_2,s} - n^0_{\mathbf{k}_2-q\sigma,s}\right] \left[(i\nu\sigma + \xi_{\mathbf{k}} - \xi_{\mathbf{k}-q\sigma})^{-1} - (i\nu\sigma + \xi_{\mathbf{k}_2} - \xi_{\mathbf{k}_2-q\sigma})^{-1}\right] \right\}. \qquad (\Pi.1)$$

Интегрирование по вектору $\mathbf{k}_2$ удобно выполнять в цилиндрической системе координат, где $\mathbf{k}_2 \equiv (\rho_2, z_2, \varphi_2)$. По переменным ρ_2, φ_2 интегралы вычисляются в аналитическом виде. Последующее интегрирование по угловым переменным вектора $\mathbf{q}$, в соответствии с (44), приводит к следующему представлению:

$$R^{id}_1(q, u|k) = q^{-2} I^{-1}_{2,0}(q, u) \left\{ G_{id}(q, u) f_1(q, u|k) + (8qI_{2,0}(q, u))^{-1} \left[q^2 + \zeta^2_1\right] f_2(q, u|k) \right\}. \qquad (\Pi.2)$$

В области $k \le 1$ имеем

$$f_1(q,u|k)=\begin{cases} a_+(q,u|k)+b(q,u|k) & \text{при } 1-k\le q\le 1+k,\\ a_+(q,u|k)+a_-(q,u|k) & \text{при } 1+k<q;\end{cases}$$

$$f_2(q,u|k)=\begin{cases} \int\limits_{-1}^{t_0} dt\,F_u(\rho,z) & \text{при } 1-k\le q\le 1+k,\\ \int\limits_{-1}^{+1} dt\,F_u(\rho,z) & \text{при } 1+k<q.\end{cases} \qquad \text{(П.3)}$$

В области $k>1$ при $k-1\le q\le k+1$

$$f_1(q,u|k)=b(q,u|k)-a_-(q,u|k) \qquad f_2(q,u|k)=-\int\limits_{t_0}^{1} dt\,F_u(\rho,t). \qquad \text{(П.4)}$$

Во всех остальных случаях $f_1(\ldots)=f_2(\ldots)=0$. Выше использованы следующие обозначения:

$$t_0=t_0(k)=(2kq)^{-1}[k^2+q^2-1];\quad z=kt;\rho=k(1-t^2)^{1/2};$$

$$a_\sigma(q,u|k)=k^{-1}s_\sigma\left\{u^2+s_\sigma^2\right\}^{-1},\quad s_\sigma\equiv k+\frac{\sigma}{2}q; \qquad \text{(П.5)}$$

$$b(q,u|k)=k^{-1}s\left\{u^2+s^2\right\}^{-1},\ s\equiv(k^2-1)(2q)^{-1};$$

$$F_u(\rho,z)=\int\limits_{-1}^{+1}dz_2\left\{T_u\left(z-\frac{q}{2};z_2-\frac{q}{2}\right)L_\rho(z;z_2)-T_u\left(z-\frac{q}{2};z_2+\frac{q}{2}\right)L_\rho(z-q;z_2)\right\},$$

$$T_u(z_1;z_2)=\mathrm{Re}\left\{(iu+z_1)^{-1}\left[(iu+z_1)^{-1}-(iu+z_2)^{-1}\right]\right\},$$

$$L_\rho(z_1;z_2)=\ln\frac{V_\rho(z_1;z_2)+\left\{V_\rho^2(z_1;z_2)+4\rho^2\left[(z_1-z_2)^2+\zeta_1^2\right]\right\}^{1/2}}{2\left[(z_1-z_2)^2+\zeta_1^2\right]},$$

$$V_\rho(z_1;z_2)\equiv 1-\rho^2+z_1^2-2z_1z_2+\zeta_1^2.$$

1. *Достижения электронной теории металлов.* П. Цише, Г. Леманн (ред.), Мир, Москва (1984), т. 1.
2. В. Д. Горобченко, Е. Г. Максимов, *УФН* 130, 65 (1980).
3. Y. R. Wang, H. Ashraf, and A. W. Overhauser, *Phys. Rev.* B30, 5580 (1984).
4. S. Ichimaru, *Rev. Mod. Phys.* 54, 1017 (1982).
5. K. S. Singwi, A. Sjölander, H. P, Tosi, and R. H. Land, *Phys. Rev.* B1, 1044 (1970).
6. P. Vashishta and K. S. Singwi, *Phys. Rev.* B6, 875 (1972).
7. H. Suehiro, Y. Ousaka, and H. Yasuhara, *J. Phys.* C19, 4247 (1986).
8. D. C. Langreth and S. H. Vosko, *Phys. Rev. Lett.* 59, 497 (1987).
9. М. В. Ваврух, *УФЖ* 36, 150 (1991).
10. M. Vavrukh and T. Krokhmalskii, *Phys. Status Solidi* B168, 519 (1991).
11. M. Vavrukh and T. Krokhmalskii, *Phys. Status Solidi* B169, 451 (1992).
12. М. В. Ваврух, Т. Е. Крохмальский, *УФЖ* 32, 621 (1982).
13. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
14. Д. Пайнс, *Элементарные возбуждения в твердых телах*, Мир, Москва (1965).
15. М. В. Ваврух, *ТМФ* 50, 438 (1982).
16. М. Л. Краснов, А. Н. Киселев, Т. Н. Макаренко, *Интегральные уравнения*, Наука, Москва (1976).
17. D. M. Ceperley and B. J. Alder, *Phys. Rev. Lett.* 45, 566 (1980).
18. M. Vavrukh, N. Vavrukh, and V. Solovyan, *Phys. Status Solidi* B177, 361 (1993).
19. А. Б. Мигдал, *ЖЭТФ* 32, 399 (1957).
20. В. А. Беляков, *ЖЭТФ* 40, 1210 (1961).
21. E. Daniel and S. H. Vosko, *Phys. Rev.* 120, 2041 (1960).
22. S. Ichimaru and K. Utsumi, *Phys. Rev.* B24, 7385 (1981).

Generalization of the local field concept in the theory of Fermi-liquids

M. V. Vavrukh

A question is considered of the universality and limitation of the local field concept in a modern theory of the systems of interacting fermions. It is proposed to generalize the above concept by constructing a set of functions including a correction for local field and its variational derivatives. The integral equations are obtained for the functions and a possibility to solve these equations for a case of Fermi-system with a positive Fourier image of the potential of two-particle interaction is proved. The results are given of calculations of the local field correction and residual Fermi surface at absolute zero for a model of electronic liquid.