

Олексій Олександрович Охтень,*канд. екон. наук, старший науковий співробітник*E-mail: aokhten@gmail.com<https://orcid.org/0000-0003-1629-3891>;**Алла Федорівна Дасів,***канд. екон. наук*

Інститут економіки промисловості НАН України

вул. Марії Капніст, 2, м. Київ, 03057, Україна

E-mail: alladasiv@gmail.com<https://orcid.org/0000-0001-5431-701X>

МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧОЇ ФУНКЦІЇ З УРАХУВАННЯМ ЗМІНИ ВІДДАЧІ ФАКТОРІВ ІЗ ЧАСОМ НА ПРИКЛАДІ ПЕРЕРОБНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ НІМЕЧЧИНИ¹

У статті виконано аналіз виробничих функцій, досліджено особливості функції Кобба-Дугласа в її різних варіаціях. На основі аналізу та практичних потреб моделювання виробничих систем аргументовано необхідність моделювання виробничої функції з урахуванням зміни віддачі факторів виробництва з часом, а також фактора сучасної промислової революції, що характеризується цифровізацією виробництва.

Запропоновано підхід до розробки функції з урахуванням зміни віддачі факторів виробництва з часом в умовах цифровізації. На прикладі показників переробної промисловості Німеччини за 2000-2019 рр. як країни, яка однією з перших впроваджує сучасні технології, у тому числі цифрові, здійснено моделювання відповідної виробничої функції. Наведено результати моделювання доданої вартості за допомогою виробничої функції з урахуванням і без урахування зміни вагових коефіцієнтів при факторах із часом.

Встановлено, що додавання поправочних коефіцієнтів, які визначають зміну вагових коефіцієнтів при факторах виробничої функції з часом, збільшило точність розрахунків. Також зафіксовано зниження результуючого (з урахуванням мінливого в часі коефіцієнта) показника ступеня при факторі цифровізації та його збільшення при факторі основних засобів, що беруть участь у процесі виробництва (вартості машин та обладнання), – віддача від основних фондів щорічно збільшується, а від фактора цифровізації – зменшується приблизно на ту саму величину.

Визначено, що оскільки відносна віддача цифровізації згодом зменшується, то щоб досягти зростання випуску за рахунок цифровізації, її необхідно буде здійснювати зростаючими темпами, тобто з часом збільшувати інвестиції. Крім того, чим раніше будуть введені інвестиції, тим більший ефект вони матимуть. При моделюванні галузей економіки України доцільно використовувати поправочні коефіцієнти, розраховані на основі даних по Німеччині, а не розраховувати їх за минулі періоди згідно з даними по Україні. З точки зору практичних розрахунків це аргументується не тільки запізним повторенням країнами, що розвиваються, процесів технологічного розвитку розвинутих країн (тобто підприємства України впроваджують ті самі технології, але із запізненням на 5-10 і більше років), але і більшою відповідністю статистики по Німеччині потребам моделювання.

© О. О. Охтень, А. Ф. Дасів, 2021

¹ Стаття підготовлена в рамках планових досліджень Інституту економіки промисловості НАН України (підтема «"а" Теоретико-методологічні засади визначення довгострокових факторів і тенденцій розвитку промисловості») бюджетної теми «Довгострокові фактори і тенденції розвитку національної промисловості в умовах четвертої промислової революції» (шифр теми III-04-19, державний реєстраційний номер роботи 0119U001473).

Ключові слова: виробнича функція, Німеччина, переробна промисловість, зміна віддачі факторів, цифровізація, економіко-математичне моделювання.

JEL: C67, O30, O40, L60

При математичному моделюванні діяльності економічних систем, а саме того чи іншого показника випуску, наприклад обсягів випуску готової продукції або створеної доданої вартості, найбільшого поширення набуло використання виробничих функцій.

Виробничі функції – універсальні економіко-математичні моделі, які дозволяють визначити кількісне співвідношення між різними факторами виробництва (капіталом, працею, землею, підприємницькою здібністю, науково-технічним прогресом, екологічною складовою) та потенційним обсягом валового внутрішнього продукту, що може бути вироблений за умови оптимального поєднання наявних економічних ресурсів. Відомі різні види виробничих функцій, зокрема лінійна виробнича функція, виробнича функція Кобба-Дугласа, виробнича функція Кобба-Дугласа-Грея, виробнича функція Аллена, виробнича функція Менк'ю-Ромера, виробнича функція Леонтєва, виробнича функція Жеоржеску-Роедена, CES-функція, LES-функція, функція Солоу (Черкашина, 2020). При цьому можна вказати, принаймні, чотири двофакторні виробничі функції, які є популярними в економічних дослідженнях і взаємопов'язані між собою: функція з постійною еластичністю заміщення або CES-функція (Constant Elasticity of Substitution), функція Кобба-Дугласа, лінійна і Леонтєва (Янковой, 2017). Найбільшого поширення набула виробнича функція Кобба-Дугласа, оскільки вона враховує асиметричні закони суспільного виробництва, нерівномірність розподілу економічних ресурсів між структурними компонентами національного господарства й у такий спосіб забезпечує найбільш точні макроекономічні прогнози (Черкашина, 2020). У роботах (Вільчинська, Паночишин, Кушнір, 2016; Грабовецький, Шварц, 2013; Янковой, 2017; Гуменюк, 2000) наведено основні переваги та причини частого використання функції

Кобба-Дугласа в економічних дослідженнях: нелінійність, динамічність, відносна простота визначення невідомих коефіцієнтів тощо. Тож класичним підходом вважається статична мультиплікативна функція Кобба-Дугласа і значна кількість її варіацій.

Так, особливості побудови виробничої функції Кобба-Дугласа для аналізу розвитку промислового потенціалу деяких областей України представлено в роботах (Вільчинська, Паночишин, Кушнір, 2016; Сотніков, Шептенко, 2009), де використано тільки класичні виробничі фактори – праця та капітал.

У науковій праці (Сухоруков, Харазішвілі, 2012) оцінку витрат капіталу здійснено шляхом введення коефіцієнта використання основних фондів, на який коригується вартість основних фондів, що бере участь в оцінці впливу на ендегенну змінну у виробничих функціях.

У дослідженні (Гаврилюк, 2012) обґрунтовано, що для прогнозування економічного зростання в Україні доцільно використовувати мультиплікативну виробничу функцію, у якій результуючий показник – індекс ВВП, а факторні – індекс вартості основних фондів, чисельності зайнятих у країні та інвестицій в основний капітал. Вплив науково-технічного прогресу ураховано опосередковано через обсяги інвестицій в основний капітал.

У роботі (Brynjolfsson, McElheran, 2016) згідно зі статистичними даними промислових підприємств США проаналізовано вплив прийняття рішень на додану вартість, створену на підприємстві. Для оцінки використано регресійний аналіз на основі виробничої функції (подібної до функції Кобба-Дугласа) з доданою вартістю як залежної змінної та продуктивністю праці, капіталом, трудовими ресурсами, споживанням енергії, ІТ-капіталом (у вигляді вартості апаратного та програмного забезпечення), ступенем структурованого управ-

ління (ступінь автономності персоналу середньої ланки у прийнятті рішень) і прийняттям рішень на основі даних як факторів.

Тож традиційними факторами виробництва, які використовуються у класичних виробничих функціях, виступають праця, земля та капітал (Блауг, 1994, с. 82-83, 264-265). Той факт, що одна й та сама кількість праці та капіталу для різних виробництв і різних часових періодів дає різний обсяг виробництва, привів до виокремлення ще двох, подекуди штучних, факторів виробництва: підприємницької здатності як вміння правильно скомбінувати інші чинники і науково-технічного прогресу як певної функції від інших зростаючих факторів (наприклад інвестицій, але частіше просто натурального ряду – шкали часу). Починаючи з моделі Солоу (Solow, 1957), який включив технічний прогрес як фактор економічного зростання в модель виробничої функції Кобба-Дугласа, згодом було опубліковано велику кількість робіт, присвячених моделюванню економічного зростання та впливу на нього науково-технічного прогресу (НТП) (Arrow, 1962; Ranis, 1988; Mankiv, Romer, Weil, 1992; Бакаев, Гриценко, Бажан, 2005). Однак у більшості з них НТП по суті розглянуто як різницю між величиною зростання обсягу виробництва і величиною зростання праці та капіталу, тобто як ступінь незнання причин економічного зростання («залишок Солоу»). Оскільки в інформаційну епоху переходу до четвертої промислової революції НТП має дуже сильно корелювати з інформаційною забезпеченістю та розвитком інформаційних технологій, актуальною є його оцінка через економічні категорії.

До того ж одним з істотних недоліків подібних моделей, особливо при прогнозуванні на середньо- і довгострокову перспективу, є незмінність значень коефіцієнтів ступеня при факторах (за своєю економічною суттю вони відображають віддачу від факторів виробництва) з часом. Очевидно, що в довгостроковій перспективі ці показники змінюються, і було б неправильно фіксувати ці значення на основі ретроспективних розрахунків, виконаних за даними

минулих періодів. Причому вони не змінюються з року в рік випадковим чином, а з певною закономірністю, зумовленою об'єктивними тенденціями у зміні ролі факторів у процесі виробництва.

Результати аналізу, а також практичні потреби моделювання виробничих систем свідчать про актуальність завдання врахування зміни віддачі факторів виробництва з часом. Крім того, у більшості робіт не враховано фактор сучасної промислової революції, що характеризується цифровізацією виробництва, зокрема активним упровадженням інформаційних систем і технологій безпосередньо у виробництво, використанням «великих даних», штучного інтелекту, Інтернету речей і роботизацією (Lee, Lapira, Bagheri, Kao, 2013; Yin, Kaynak, 2015; Lasi, Kemper, Fettke, Feld, Hoffmann, 2014; Atzori, Lera, Morabito, 2010; Jeschke, Brecher, Song, Rawat, 2017). За своєю суттю цифровізація стає новим фактором виробництва, який доцільно враховувати в моделях виробничої функції окремо від традиційних факторів виробництва, таких як праця та капітал (Мадых, Охтень, 2018).

Метою статті є обґрунтування підходу до врахування зміни віддачі факторів виробництва з часом в умовах цифровізації.

За основу при побудові моделі взято мультиплікативну статичну виробничу функцію, що включає фактори праці, капіталу та цифровізації, подібну до тієї, яку вперше запропоновано в роботі (Мадых, Охтень, 2018):

$$Y_i = \theta \cdot K_i^\alpha \cdot L_i^\beta \cdot D_i^\gamma, \quad (1)$$

де i – індекс року;

K_i – вартість машин і обладнання в i -му періоді;

L_i – сукупна заробітна плата в галузі в i -му періоді;

D_i – вартість програмного забезпечення і баз даних (ПЗ і БД) у добувній промисловості в i -му періоді;

$\theta, \alpha, \beta, \gamma$ – коефіцієнти при змінних, розраховуються під час параметризації моделі.

Така функція не враховує зміну вагових коефіцієнтів при факторах із часом.

Щоб уникнути надмірного ускладнення моделей, доцільно зафіксувати темп зміни коефіцієнтів при факторах на певний період часу, наприклад, коефіцієнт при капіталі зменшується на певний відсоток щороку, а при факторі цифровізації – збільшується на той самий відсоток щороку або навпаки.

Отже, висувається гіпотеза про те, що виробнича функція з коригуванням значень коефіцієнтів при факторах на постійний відсоток протягом кожного періоду даватиме більш точний результат, ніж аналогічна функція без такого коригування.

Для перевірки цієї гіпотези доцільно розглянути зміну з часом коефіцієнтів при факторах виробництва на прикладі розвинутої країни (яка однією з перших впроваджує сучасні технології, у тому числі цифрові), для якої є необхідна офіційна статистика. Як обґрунтовано в роботі (Мадих, Охтень, Дасів, 2018), такою країною є Німеччина, тому гіпотезу буде перевірено на її прикладі.

Статистику за факторами виробничої функції в переробній промисловості Німеччини, засновану на даних ОЕСР, наведено в табл. 1 та на рисунку.

Таблиця 1 – Значення факторів виробничої функції для розрахунку доданої вартості на прикладі переробної промисловості Німеччини за 2000-2019 рр.

Рік	Додана вартість, млн євро в порівнянних цінах 2015 р.	Залишкова вартість машин і обладнання, млн євро в порівнянних цінах 2015 р.	Витрати на оплату праці, млн євро в порівнянних цінах 2015 р.	Залишкова вартість програмного забезпечення та баз даних, млн євро в порівнянних цінах 2015 р.
2000	486 391,98	349 234,73	268 458,27	5 871,03
2001	493 165,39	352 915,53	273 809,91	6 129,81
2002	4811 57,99	350 040,29	269 984,53	6 136,35
2003	486 084,1	346 744,32	269 660,21	6 107,15
2004	503 818,1	342 542,70	272 173,15	6 050,72
2005	512 377,22	336 543,31	272 393,62	5 976,52
2006	556 465,93	334 093,75	279 727,03	6 060,96
2007	579 988,11	337 542,21	287 499,46	6 459,41
2008	567 857,56	343 724,68	300 508,72	6 987,84
2009	458 189,99	336 880,52	269 405,80	7 578,92
2010	545 690,06	331 021,23	283 007,62	8 028,84
2011	591 133,44	332 427,76	303 400,22	8 408,74
2012	580 542,30	333 957,97	306 632,83	8 967,83
2013	580 172,84	334 515,39	312 837,43	9 369,63
2014	609 175,33	335 456,14	322 129,15	9 837,56
2015	615 764	337 758,00	323 144,00	10 295,00
2016	639 840,37	341 477,00	326 708,84	10 797,00
2017	662 069,45	346 375,50	338 758,49	11 506,87
2018	666 995,56	353 296,08	351 582,45	12 285,95
2019	643 965,99	359 948,23	354 665,75	12 824,75
Зростання з 2000 р., разів	1,324	1,0307	1,3211	2,18

Джерело: складено на основі (ОЕСД, 6А, 2021; ОЕСД, 9А, 2021).

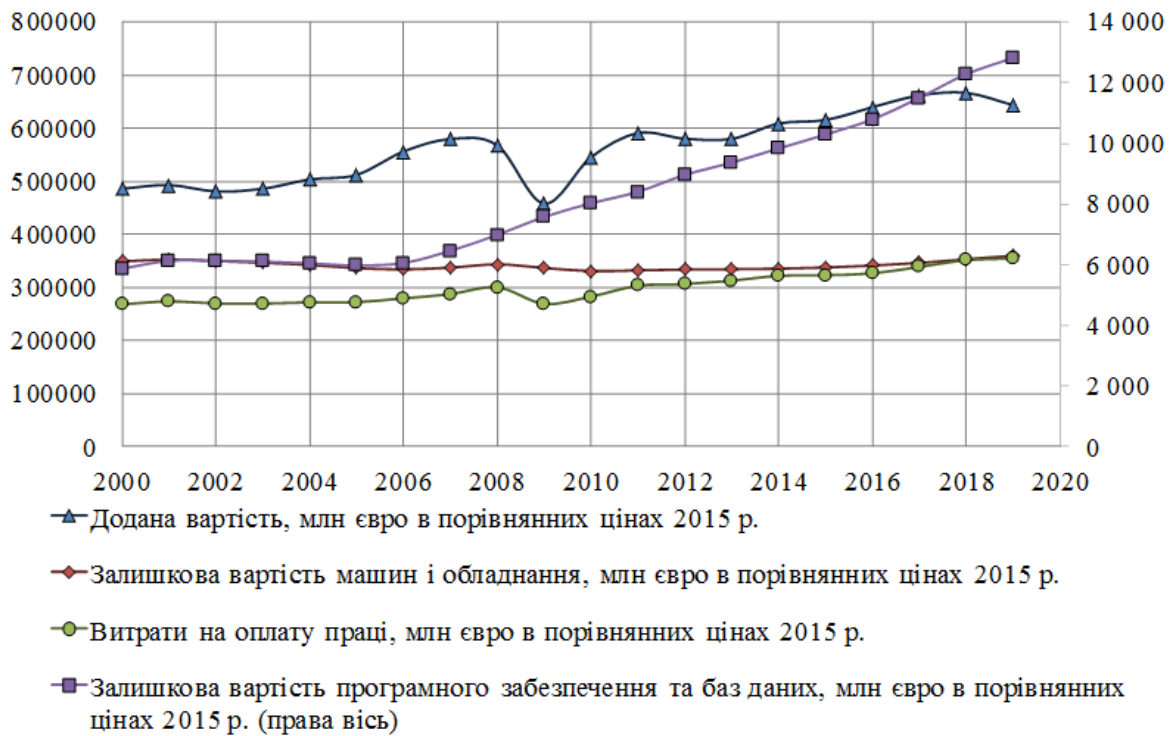


Рисунок – Додана вартість і фактори виробництва в переробній промисловості Німеччини за 2000-2019 рр.

Джерело: складено на основі (OECD, 6A, 2021; OECD, 9A, 2021).

Крім ілюстрації безпосередньо даних за факторами виробничої функції, у табл. 1 та на рисунку відображено переваги статистики ОЕСР порівняно зі статистикою України: доступні дані щодо вартості програмного забезпечення та баз даних (а не тільки щодо інвестицій у них, як публікує Державна служба статистики України), а також вартості машин і обладнання (а не тільки основних засобів у цілому). Згідно з наведеними даними за розглянутий період додана вартість зростає приблизно на третину, вартість машин і обладнання практично не змінилася, витрати на оплату праці зростають такими самими темпами, що і додана вартість, а найбільш різке зростання (більш ніж удвічі) продемонструвала вартість ПО і БД, що свідчить про активну цифровізацію в переробній промисловості Німеччини. Також звертає на себе увагу аномальний 2009 р., коли спостерігався різкий спад доданої вартості, що було пов'язано з впливом економічної кризи 2008-2009 рр. При цьому витрати на оплату пра-

ці продемонстрували максимальну синхронізацію з доданою вартістю не тільки за весь період, але і в кризовий рік, що свідчить про те, що саме за допомогою цього фактора виробники реагують на коливання попиту і, відповідно, обсягів виробництва.

Для врахування зміни вагових коефіцієнтів при факторах із часом виробнича функція (1) модифікується в такий спосіб:

$$Y_i = \theta \cdot K_i^{\alpha \cdot k_\alpha^{(i-i_0)}} \cdot L_i^{\beta \cdot k_\beta^{(i-i_0)}} \cdot D_i^{\gamma \cdot k_\gamma^{(i-i_0)}} \quad (2)$$

де i_0 – індекс «нульового» року, тобто року, в якому коефіцієнти при факторах ще не змінювалися (по суті, цей рік є першим роком моделі), значення i_0 може бути як порядковим номером року (1, 2, 3 тощо), так і традиційним його позначенням (2010, 2011, 2012 тощо);

k_α , k_β і k_γ – коефіцієнти, що відображають зміну коефіцієнтів α , β і γ при факторах капіталу, праці та цифровізації відповідно, причому $k_\alpha + k_\beta + k_\gamma = 3$, тобто збільшення одного коефіцієнта може від-

буватися тільки за рахунок зменшення іншого, а їх сума є постійною.

Зведення значень коефіцієнтів k_α , k_β та k_γ у ступінь $(i - i_0)$ відображає кумулятивну зміну віддачі факторів (тобто значень показників ступеня α , β і γ) за період з i_0 -го по i -й рік.

Як і будь-якій моделі, цьому підходу властивий ряд припущень та обмежень, більшість із яких ідентична для будь-яких інших мультиплікативних виробничих функцій. Основне специфічне припущення полягає в тому, що вагові коефіцієнти змінюються з постійним темпом протягом усього розрахункового періоду. Таке припущення обґрунтовано, в першу чергу, необхідністю уникнути надмірного ускладнення моделі (так, якщо замість постійного коефіцієнта для кожного фактора виробни-

цтва використовувати навіть найпростішу формулу з однією новою змінною, то це призвело б до подвоєння кількості змінних у моделі та відповідного збільшення потенційної помилки). Крім того, це припущення відповідає принципу поступовості розвитку процесу виробництва (в міру розвитку виробничих процесів на досить великих проміжках часу віддача факторів виробництва змінюється поступово й односпрямовано, а не у формі різких різноспрямованих коливань).

Результати розрахунків, виконаних за допомогою представлених двох варіантів моделі виробничої функції, наведено в табл. 2. Слід відзначити, що аномальні значення 2009 р. при розрахунках не враховано (у тому числі при оцінці помилки і середньоквадратичного відхилення).

Таблиця 2 – Результати моделювання доданої вартості за допомогою виробничої функції з урахуванням і без урахування зміни вагових коефіцієнтів при факторах із часом (на прикладі переробної промисловості Німеччини за 2000-2019 рр.)

Рік	Додана вартість, млн євро в порівнянних цінах 2015 р. (ОЕСД, 6А, 2021)	Додана вартість, млн євро в порівнянних цінах 2015 р. – розрахунок без урахування зміни факторів у часі		Додана вартість, млн євро в порівнянних цінах 2015 р. – розрахунок з урахуванням зміни факторів у часі	
		розрахункове значення	відхилення від факту, %	розрахункове значення	відхилення від факту, %
1	2	3	4	5	6
2000	486 391,98	502 243,13	3,26	496 367,49	2,05
2001	493 165,39	512 805,63	3,98	507 424,95	2,89
2002	481 157,99	506 293,25	5,22	501 658,60	4,26
2003	486 084,1	505 357,82	3,97	501 560,12	3,18
2004	503 818,1	508 899,34	1,01	506 034,97	0,44
2005	512 377,22	508 401,95	0,78	506 459,82	1,15
2006	556 465,93	520 776,75	6,41	519 729,54	6,60
2007	579 988,11	536 063,77	7,57	535 535,08	7,66
2008	567 857,56	560 854,59	1,23	560 894,71	1,23
2009	458 189,99	511 409,43		510 648,82	
2010	545 690,06	535 734,20	1,82	535 703,57	1,83
2011	591 133,44	571 586,98	3,31	572 694,86	3,12
2012	580 542,30	579 546,91	0,17	581 078,21	0,09
2013	580 172,84	591 655,22	1,98	593 935,27	2,37
2014	609 175,33	609 201,07	0,00	612 332,18	0,52
2015	615 764	612 933,97	0,46	616 640,71	0,14
2016	639 840,37	621 188,14	2,92	625 573,33	2,23

1	2	3	4	5	6
2017	662 069,45	644 552,82	2,65	649 855,80	1,84
2018	666 995,56	669 617,94	0,39	675 908,76	1,34
2019	643 965,99	677 344,91	5,18	684 442,97	6,29
Середня похибка	-	-	2,75	-	2,59
Середньо-квадратичне відхилення	-	-	0,001221	-	0,001131

Джерело: розраховано на основі моделей.

Значення коефіцієнтів при факторах розраховано за допомогою функції «пошук рішення» в пакеті Microsoft Excel:

Модель без урахування зміни з часом вагових коефіцієнтів при факторах:

$$\theta = 2,37;$$

$$\alpha = 0,05;$$

$$\beta = 0,884;$$

$$\gamma = 0,66.$$

Модель з урахуванням зміни з часом вагових коефіцієнтів при факторах:

$$\theta = 2,21;$$

$$\alpha = 0,05;$$

$$\beta = 0,9;$$

$$\gamma = 0,5;$$

$$k_{\alpha} = 1,00257;$$

$$k_{\beta} = 1,00001;$$

$$k_{\gamma} = 0,99722.$$

Додавання поправочних коефіцієнтів, що визначають зміну вагових коефіцієнтів при факторах виробничої функції з часом, збільшило точність розрахунків (середня похибка зменшилася з 2,75 до 2,59%). Також зафіксовано зниження результуючого (з урахуванням мінливого в часі коефіцієнта) показника ступеня при факторі цифровізації та його збільшення при факторі основних засобів, що беруть участь у процесі виробництва (вартості машин і обладнання) – віддача від основних фондів щорічно збільшується приблизно на 0,26%, а віддача від фактора цифровізації зменшується приблизно на ту саму величину. На перший погляд, такий висновок може здатися парадоксальним: віддача від нового фактора виробництва, що зумовив сучасну тех-

нологічну революцію, знижується, а від традиційного – збільшується. При цьому фактор праці зберігає свою роль, хоча, в теорії, машини й обладнання, що працюють під управлінням цифрових систем, мають витіснити людську працю. Однак при більш глибокому дослідженні й аналізі ці результати цілком є логічними та пояснюються такими міркуваннями:

як і для всіх нових технологій, спостерігається ефект поступового насичення, який проявляється в тому, що підприємства в першу чергу впроваджують найефективніші засоби цифровізації, а потім черга доходить до менш ефективних;

максимальної конкурентної переваги набувають підприємства, які впроваджують нові технології першими (що проявляється у зростанні обсягів виробництва і доданої вартості), а в міру впровадження таких технологій усіма виробниками надана ними перевага стає не такою яскраво вираженою;

діє принцип спадної граничної корисності – оскільки фактор цифровізації зростає значно швидше за інших (у 2,18 раза за розглянутий період порівняно з 1,03 і 1,32 раза для факторів капіталу та праці відповідно), його гранична корисність зменшується швидше, ніж корисність інших факторів виробництва;

сама по собі цифровізація хоч і виокремлюється як новий фактор виробництва, на даному етапі розвитку технологій все ж не є повноцінним фактором виробництва (оскільки не може безпосередньо взаємодіяти з предметами праці), а її ефект обумовлений підвищенням віддачі інших факторів

виробництва (за рахунок підвищення продуктивності праці та ефективності машин і обладнання);

стабільність віддачі фактора праці пояснюється в тому числі державною та корпоративною політикою підтримки працівників – збільшення заробітної плати внаслідок державного регулювання і корпоративної конкуренції за кваліфіковані кадри сприяє зростанню витрат на оплату праці.

Ці висновки також підтверджуються аналізом статистики (див. табл. 1): значення фактора праці протягом розглянутого періоду змінюються з темпом, дуже близьким до зміни доданої вартості (тому поправочний коефіцієнт при факторі праці близький до 1); додана вартість зросла значно більше, ніж вартість машин і обладнання, тобто віддача від машин і обладнання дійсно зростає (тому поправочний коефіцієнт при факторі капіталу більше 1); фактор цифровізації продемонстрував найбільший відсоток приросту серед усіх інших, збільшившись більш ніж у 2 рази, що значно більше зростання доданої вартості та свідчить про зниження віддачі (тому поправочний коефіцієнт при цьому факторі менше 1).

Що стосується України, то оскільки відносна віддача цифровізації згодом зменшується, щоб досягти зростання випуску за рахунок цифровізації, її необхідно буде здійснювати зростаючими темпами, тобто з часом збільшувати інвестиції. Крім того, чим раніше будуть введені інвестиції, тим більший ефект вони матимуть. При моделюванні галузей економіки України доцільно використовувати поправочні коефіцієнти, розраховані згідно з даними по Німеччині, а не розраховувати їх за минулі періоди на основі даних по Україні. З точки зору практичних розрахунків це аргументується не тільки запізненим повторенням країнами, що розвиваються, процесів технологічного розвитку розвинутих країн (тобто вітчизняні підприємства впроваджують ті самі технології, але із запізненням на 5-10 і більше років), але і великою відповідністю статистики по Німеччині потребам моделювання (наявна по Україні

статистика просто не дозволила б виконати вищенаведені розрахунки, оскільки частину показників довелося б замінювати на доступні, але менш інформативні). Оскільки Україна не є країною, де масово створюються нові технології, а здебільшого лише впроваджуються нові технології, розроблені в більш розвинутих країнах, із певним запізненням, то логічно припустити, що тенденції зміни вагових коефіцієнтів при факторах виробництва будуть такими самими, якими вони були в більш розвинутих країнах певний час тому. Отже, для України на найближчі, як мінімум, 10 років можна використовувати коригуючі коефіцієнти, розраховані для Німеччини за минулі 10 років, а не розраховувати власні коригуючі коефіцієнти (що було б більш складно з урахуванням дефіциту статистичної інформації).

Висновки

1. Обґрунтовано, що для більш об'єктивного аналізу зміни віддачі факторів виробництва в умовах цифровізації доцільно виконати розрахунки не на основі даних України, а згідно з даними більш економічно розвинутої країни, процеси цифровізації у якій перебувають на вищій стадії, і по якій є якісна статистика (такою країною є Німеччина).

2. На прикладі переробної промисловості Німеччини встановлено, що в умовах цифровізації виробництва віддача від капіталу з часом збільшується (приблизно на 0,26% на рік), віддача від праці залишається без змін, а віддача від фактора цифровізації зменшується (приблизно на ті самі 0,26% на рік). Цей висновок обґрунтовано як розрахунками, так і логічно.

3. Підтверджено гіпотезу про те, що включення в модель виробничої функції зміни віддачі факторів із часом збільшує точність моделі (середнє відхилення розрахункових значень від фактичних скоротилося з 2,75 до 2,59%). Із збільшенням горизонту розрахунків можна очікувати збільшення впливу зміни віддачі факторів на точність розрахунків.

4. Оскільки процеси цифровізації в економіці України відстають від таких у

розвинутих економіках (Німеччина), то при моделюванні галузей економіки України з використанням виробничої функції доцільно брати поправочні коефіцієнти, розраховані на основі даних по Німеччині.

Перспективи подальших досліджень лежать у площині практичного застосування запропонованого підходу при моделюванні різних галузей промисловості України.

Література

- Бакаев О. О., Гриценко В. І., Бажан Л. І. та ін. (2005). *Економіко-математичні моделі економічного зростання*. Київ: Наук. думка. 189 с.
- Блауг М. (1994). *Экономическая мысль в ретроспективе*. Москва: Дело. 627 с.
- Вільчинська О. М., Паночишин Ю. М., Кушнір Т. О. (2016). Визначення можливостей застосування виробничої функції Кобба-Дугласа як інструменту управління виробничими ресурсами регіону. *Вісник Хмельницького національного університету*. № 2. Т. 1. С. 177-181.
- Гаврилюк В. Т. (2012). Аналіз впливу інвестицій на економічне зростання країни з використанням виробничих функцій. *Вісник Запорізького національного університету*. № 4 (16). С. 73-78.
- Грабовецький Б. Є., Шварц І. В. (2013). Виробничі функції в економічних дослідженнях. *Вісник СумДУ. Серія Економіка*. № 1. С. 60-68.
- Гуменюк В. Я. (2000). Переваги та недоліки застосування функції Кобба-Дугласа як інструменту управління виробничими ресурсами транспортних підприємств. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Проблеми економіки та управління*. № 391. С. 157-162.
- Мадых А. А., Охтеня А. А. (2018). Моделирование трансформации влияния производственных факторов на экономику в процессе становления смарт-промышленности. *Економіка промисловості*. 4 (84). С. 26-41. DOI: <http://doi.org/10.15407/econindustry2018.04.026>
- Мадих А. А., Охтеня О. О., Дасів А. Ф. (2018). *Моделювання фактору цифровізації виробництва в процесі становлення смарт-промисловості (на прикладі переробної промисловості Німеччини)*: науково-аналітична доповідь. Київ: НАН України, Ін-т економіки пром-сті. 41 с. URL: https://iie.org.ua/wp-content/uploads/2019/12/madykh_okhten_dasiv_compressed.pdf (дата звернення: 25.01.2021).
- Сотніков В. С., Шептенко О. В. (2009). Дослідження основних тенденцій розвитку і функціонування промислового потенціалу з допомогою виробничих функцій. *Наукові праці КНТУ. Економічні науки*. Вип. 15. С. 155-162.
- Сухоруков А. І., Харазішвілі Ю. М. (2012). *Моделювання та прогнозування соціально-економічного розвитку регіонів України*: монографія. Київ: НІСД. 368 с.
- Черкашина Т. С. (2020). Виробнича функція Кобба-Дугласа як інструмент політики економічного зростання України в умовах ринкових реформ. *Економіка та суспільство*. Вип. 21. С. 28-37. DOI: <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2019-20-15>.
- Янковой В. А. (2017). Применение CES-функции и связанных с ней производственных функций в экономических исследованиях. *Науковий вісник Міжнародного гуманітарного університету*. Серія: Економіка і менеджмент. Вип. 23(2). С. 156-159. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nvmgu_eim_2017_23%282%29__35 (дата звернення: 25.01.2021).
- Arrow K. J. (1962). The Economic Implications of Learning by Doing. *The Review of Economic Studies*. Vol. 29. No. 3. pp. 155-173.
- Atzori L., Lera A., Morabito G. (2010). The internet of things: a survey. *Computer Networks*. № 54. pp. 2787-2805. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2010.05.010>
- Brynjolfsson E., McElheran K. (2016) *Data in Action: Data-Driven Decision Making in U.S. Manufacturing*. DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.2722502>
- Fixed assets by activity and by asset, ISIC rev4*. OECD, 9A, 2021. URL: https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=SNA_TABLE9A (дата звернення: 25.01.2021).

- Jeschke S., Brecher C., Song H., Rawat D. (2017). *Industrial Internet of Things. Cybermanufacturing Systems*. Herausgeber: Springer International Publishing Switzerland.
- Lasi H., Kemper H.-G., Fettke P., Feld T., Hoffmann M. (2014). Industry 4.0. *Business & Information Systems Engineering*. Vol. 4 (6). pp. 239-242.
- Lee J., Lapira E., Bagheri B., Kao H. (2013). Recent advances and trends in predictive manufacturing systems in big data environment. *Manufacturing Letters*. Vol. 1. pp. 38-41.
- Mankiv G. A., Romer D., Weil D. (1992). Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*. Vol. 107 (2). pp. 407-437.
- Ranis G. (1988). Analytics of Development: Dualism. *Handbook of Development Economics*. Vol. 1. 882 p. Amsterdam: North Holland.
- Solow R. M. (1957). Technical Change and the Aggregate Production Function. *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 39 (3). pp. 312-320.
- Value added and its components by activity, ISIC rev 4*. OECD, 6A, 2021. URL: https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=SNA_TABLE6A (дата звернення: 25.01.2021).
- Yin S., Kaynak O. (2015). Big Data for Modern Industry: Challenges and Trends. *Proceedings of the IEEE*. Vol. 103. № 2. pp. 143-146.
- Havrlyuk, V. T. (2012). Analysis of the impact of investment on economic growth of the country using production functions. *Bulletin of Zaporizhzhia National University*, 4 (16), pp. 73-78.
- Hrabovetskyi, B. Ie., & Shvarts, I. V. (2013). Production functions in economic research. *Bulletin of SSU. Seriya Ekonomika*, 1, pp. 60-68.
- Humeniuk, V. Ia. (2000). Advantages and disadvantages of using the Cobb-Douglas function as a tool for managing the production resources of transport enterprises. *Bulletin of the National University "Lviv Polytechnic". Problems of economics and management*, 391, pp. 157-162.
- Madykh, A. A., & Okhten, O. O. (2018). Modeling the transformation of the influence of production factors on the economy in the process of formation of the smart industry. *Econ. promisl.*, 4 (84), pp. 26-41. DOI: <http://doi.org/10.15407/econindustry> 2018.04.026.
- Madykh, A. A., Okhten, O. O., & Dasiv, A. F. (2018). *Modeling the factor of digitalization of production in the process of formation of the smart industry (on the example of the processing industry of Germany)*: scientific and analytical report, Kyiv: Institute of Industrial Economics of NAS of Ukraine, 41 p. Retrieved from https://iie.org.ua/wp-content/uploads/2019/12/madykh_okhten_dasiv_compressed.pdf
- Sotnikov, V. S., & Sheptenko, O. V. (2009). Research of the basic tendencies of development and functioning of industrial potential by means of production functions. *Scientific works of KNTU. Economic sciences*, 15, pp. 155-162.
- Sukhorukov, A. I., & Kharazishvili, Yu. M. (2012). *Modeling and forecasting of socio-economic development of the regions of Ukraine*: monograph. Kyiv: NISS. 368 c.
- Cherkashyna, T. S. (2020). Cobb-Douglas production function as an instrument of Ukraine's economic growth policy in the conditions of market reforms. *Economy and society*, 21, pp. 28-37. DOI: <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2019-20-15>

References

- Bakaev, O. O., Gricenko, V. I., Bazhan, L. I. & al. (2005). *Economic and Mathematical Models of Economic Growth*. Kyiv: Naukova Dumka [in Ukrainian].
- Blaug, M. (1994). *Economic Thought in the Retrospective*. Moscow: Delo [In Russian].
- Vilchynska, O. M., Panochyshyn, Yu. M., & Kushnir, T. O. (2016). Identifying the possibilities of using the Cobb-Douglas production function as a tool for managing the production resources of the region. *Bulletin of Khmelnytsky National University*, 2(1), pp. 177-181.

- Iankovoi, V. A. (2017). Application of the CES function and related production functions in economic research. *Scientific Bulletin of the International Humanities University. Series: Economics and Management*, 23 (2), pp. 156-159. Retrieved from http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nvmgu_eim_2017_23%282%29__35
- Arrow, K.J. (1962). The Economic Implications of Learning by Doing. *The Review of Economic Studies*, 29 (3), pp. 155-173.
- Atzori, L., Lera, A., & Morabito, G. (2010). The internet of things: a survey. *Computer Networks*, 54, pp. 2787-2805. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2010.05.010>
- Brynjolfsson, E., & McElheran, K. (2016) *Data in Action: Data-Driven Decision Making in U.S. Manufacturing*. DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.2722502>
- OECD, 9A (2021) *Fixed assets by activity and by asset, ISIC rev 4*. Retrieved from https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=SNA_TABLE9A
- Jeschke, S., Brecher, C., Song H., & Rawat, D. (2017). *Industrial Internet of Things. Cybermanufacturing Systems*. Herausgeber: Springer International Publishing Switzerland.
- Lasi, H., Kemper, H.-G., Fettke, P., Feld, T., & Hoffmann, M. (2014). Industry 4.0. *Business & Information Systems Engineering*, 6, pp. 239-242.
- Lee, J., Lapira, E., Bagheri, B., & Kao, H. (2013). Recent advances and trends in predictive manufacturing systems in big data environment. *Manufacturing Letters*, 1, pp. 38-41.
- Mankiv, G. A., Romer, D., & Weil, D. (1992). Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 107 (2), pp. 407-437.
- Ranis, G. (1988). Analytics of Development: Dualism. *Handbook of Development Economics*, 1, 882 p. Amsterdam: North Holland.
- Solow, R.M. (1957). Technical Change and the Aggregate Production Function. *The Review of Economics and Statistics*, 39 (3), pp. 312-320.
- OECD, 6A (2021). *Value added and its components by activity, ISIC rev4*. Retrieved from https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=SNA_TABLE6A.
- Yin, S., & Kaynak, O. (2015). Big Data for Modern Industry: Challenges and Trends. *Proceedings of the IEEE*, 10 (2), pp. 143-146.

Алексей Александрович Охтенъ,

канд. экон. наук, старший научный сотрудник

E-mail: aokhten@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1629-3891>;

Алла Федоровна Дасив,

канд. экон. наук

Институт экономики промышленности НАН Украины

ул. Марии Капнист, 2, г. Киев, 03057, Украина

E-mail: alladasiv@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-5431-701X>

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ОТДАЧИ ФАКТОРОВ С ТЕЧЕНИЕМ ВРЕМЕНИ НА ПРИМЕРЕ ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ГЕРМАНИИ

В статье проведен анализ производственных функций, исследованы особенности функции Кобба-Дугласа в ее различных вариациях. На основе анализа и практических потребностей моделирования производственных систем аргументирована необходимость моделирования производственной функции с учетом изменения отдачи факторов производства с течением времени, а также фактора современной промышленной революции, характеризующегося цифровизацией производства.

Предложен подход к разработке функции с учетом изменения отдачи факторов производства с течением времени в условиях цифровизации. На примере показателей перерабатывающей промышленности Германии за 2000-2019 гг. как страны, которая одной из первых внедряет современные технологии, в том числе цифровые, осуществлено моделирование соответствующей производственной функции. Представлены результаты моделирования добавленной стоимости с помощью производственной функции с учетом и без учета изменения весовых коэффициентов при факторах с течением времени.

Установлено, что добавление поправочных коэффициентов, определяющих изменение весовых коэффициентов при факторах производственной функции со временем, увеличило точность расчетов. Также зафиксировано снижение результирующего (с учетом изменяющегося во времени коэффициента) показателя степени при факторе цифровизации и его увеличение при факторе основных средств, участвующих в процессе производства (стоимости машин и оборудования), – отдача от основных фондов ежегодно увеличивается, а от фактора цифровизации – уменьшается примерно на ту же величину.

Определено, что поскольку относительная отдача цифровизации со временем уменьшается, то чтобы добиться роста выпуска за счет цифровизации, ее необходимо будет осуществлять растущими темпами, то есть с течением времени увеличивать инвестиции. Кроме того, чем раньше будут введены инвестиции, тем больший эффект они дадут. При моделировании отраслей экономики Украины целесообразно использовать поправочные коэффициенты, рассчитанные на основе данных Германии, а не рассчитывать их за прошлые периоды согласно данным по Украине. С точки зрения практических расчетов это аргументируется не только запоздалым повторением развивающимися странами процессов технологического развития развитых стран (то есть предприятия Украины внедряют те же технологии, но с опозданием на 5-10 и более лет), но и значительным соответствием статистики по Германии потребностям моделирования.

Ключевые слова: производственная функция, Германия, перерабатывающая промышленность, изменение отдачи факторов, цифровизация, экономико-математическое моделирование.

JEL: C67, O30, O40, L60

Oleksiy O. Okhten,

PhD in Economics, Senior Researcher

E-mail: aokhten@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1629-3891>;

Alla F. Dasiv,

PhD in Economics

Institute of Industrial Economics of NAS of Ukraine

2 Maria Kapnist Street, Kyiv, 03057, Ukraine

E-mail: alladasiv@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-5431-701X>

MODELING THE PRODUCTION FUNCTION WITH THE ACCOUNT FOR THE CHANGE OF FACTORS' OUTPUT OVER TIME ON THE EXAMPLE OF MANUFACTURING INDUSTRY IN GERMANY

The article analyzes production functions, investigates the features of the Cobb-Douglas function in its multiple variations. On the basis of the analysis carried out, as well as the practical needs of modeling the production systems, the necessity of modeling the production function with the account for the change in the output of production factors over time, is substantiated. As well as with the account for the factor of the modern industrial revolution, characterized by the digitalization of manufacturing.

An approach to the development of a function is proposed, which takes into account the change in the output of production factors over time in the context of digitalization. The corresponding production function was modeled based on the example of the manufacturing industry over 2000-2019 in Germany, which is a country that is among the first to introduce modern technologies, including digital ones. The results of modeling the value added using the production function with and without the account for the change in the weight coefficients of the factors over time are presented.

It was found that adding the correction factors that define the change in weight coefficients for the factors of the production function over time increased the accuracy of the calculations. Also, a decrease in the resulting (after taking into account the coefficient change over time) exponent coefficient was revealed in the digitalization factor and its increase in the factor of fixed assets involved in the production process (the cost of machinery and equipment) – the output on fixed assets increases annually, and the output of the digitalization factor decreases by about the same extent.

It was found that since the relative output of digitalization decreases over time, if there is a need to achieve growth in output through digitalization, it has to be carried out at a growing pace, that is, investments should increase over time. In addition, the earlier investments are introduced, the greater the effect they will give. When modeling the sectors of the Ukrainian economy, it's advisable to use correction coefficients calculated based on the German data, rather than calculate them based on past periods on the basis of Ukrainian data. From the point of view of practical calculations, this is justified not only by the belated repetition of the technological development processes of developed countries by developing ones (that is, Ukrainian enterprises are introducing the same technologies, but with a delay of 5-10 years or more), but also by the greater relevance of German statistics to the needs of modeling.

Keywords: production function, Germany, processing industry, change in the output of factors, digitalization, economic and mathematical modeling.

JEL: C67, O30, O40, L60

Формат цитування:

Охтен О. О., Дасів А. Ф. (2021). Моделирование виробничої функції з урахуванням зміни віддачі факторів із часом на прикладі переробної промисловості Німеччини. *Економіка промисловості*. № 1(93). С. 79-91. DOI: <http://doi.org/10.15407/econindustry2021.01.079>

Okhten, O. O. & Dasiv, A. F. (2021). Modeling the production function with the account for the change of factors' output over time on the example of manufacturing industry in Germany. *Econ. promisl.*, 1(93), pp. 79-91. DOI: <http://doi.org/10.15407/econindustry2021.01.079>

Надійшла до редакції 18.02.2021 р.