

КОЛИВАННЯ ТРУБОПРОВОДУ З РІДИНОЮ ПРИ КОМБІНОВАНОМУ ВІБРАЦІЙНОМУ ЗБУРЕННІ

В. О. Лимарченко

Київ. нац. ун-т ім. Т. Шевченка
Україна, 01033, Київ, просп. Глушкова, 4е
e-mail: vladimir_limarchenko@yahoo.com

We study the effect of a combined vibration perturbation of a pipeline with flowing liquid. The study is carried out using a finite dimensional nonlinear model of a pipeline with the foundation undergoing a vibration perturbation in the longitudinal or transverse directions, or both. We show how a combined vibration perturbation effects the dynamical stability of the system. The main attention is focused on the behavior of the system in a vicinity of the state where the rectilinear shape of the pipeline losses its stability.

Исследуется влияние комбинированного вибрационного возмущения колебаний трубопровода, в котором течет жидкость. Исследование выполнено на основе конечномерной нелинейной модели трубопровода при вибрационном возмущении движения основы трубопровода в продольном и поперечном направлениях, а также для двух вариантов комбинированных вибраций основы. Показано, как комбинированное вибрационное возмущение колебаний сказывается на динамической устойчивости системы. При этом главное внимание сосредоточено на поведении системы в окрестности потери устойчивости прямолинейной формы трубопровода.

1. Вступ. Розглянемо задачу про коливання трубопроводу з рідиною, закріпленого на рухомій основі. На відміну від попередніх робіт було поставлено за мету розглянути рух трубопроводу, основа якого також може здійснювати складні коливальні рухи, зокрема, в поздовжньому та поперечному напрямках, а також при комбінованому вібраційному збуренні за траєкторією у вигляді еліпса із співвідношенням осей 1:2 і 2:1. Умовно назвемо такі еліпси вертикальним (коли поперечний напрямок вдвічі більший за поздовжній) і горизонтальним (коли поздовжній напрямок вдвічі більший за поперечний). У роботах [1, 2] було проаналізовано ефекти, що виникають окремо при поперечних і поздовжніх коливаннях основи трубопроводу, та розглянуто і проаналізовано числові приклади.

Об'єктом дослідження є система, зображена на рис. 1. Вона складається з рухомої основи маси $M_{осн}$, трубопроводу, який описується за моделлю балки зі згинною жорсткістю EJ , площею поперечного перерізу F та масою $M_0 = \mu l$, де μ — лінійна густина, а l — довжина трубопроводу, та ідеальної однорідної нестисливої рідини, яка має масу $M_p = \rho l$ (ρ — лінійна густина рідини) та рухається у трубопроводі із заданою швидкістю $V(t)$. Труба кругового перерізу консольно закріплена в рухомій основі, інший кінець труби вільний. Вважаємо, що рух системи відбувається в одній площині; $\vec{\varepsilon}$ — вектор переміщення, що характеризує рух основи трубопроводу. Аналізується вплив вібрацій основи, отже, $\varepsilon_z = A \sin(\omega t)$ (поперечні вібрації), $\varepsilon_x = B \sin(\omega t)$ (поздовжні вібрації).

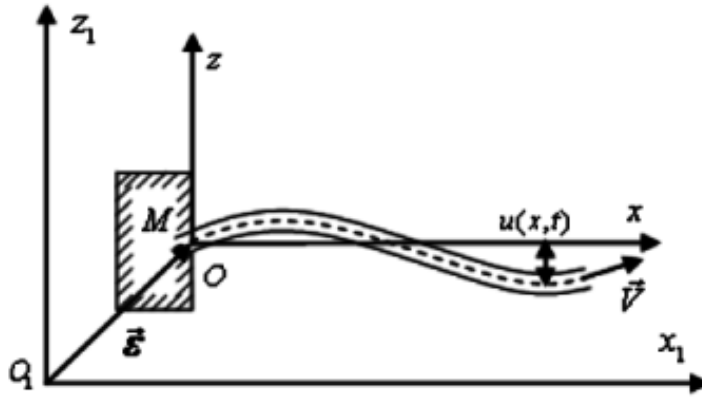


Рис. 1. Система трубовід-рідина на рухомій основі.

2. Метод дослідження задачі. Дослідження виконується на основі математичної моделі, розробленої в роботах [1–3]. В основу цього підходу покладено метод модальної декомпозиції (варіант методу Канторовича), який застосовано до варіаційного формулювання задачі у вигляді принципу Гамільтона–Остроградського. Розвинення у ряд поперечного переміщення довільного перерізу трубопроводу $u(x, t)$ виконується по формах власних коливань трубопроводу з рідиною, коли рідина не тече:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^N A_i(x) c_i(t),$$

де N — кількість форм коливань трубопроводу, $c_i(t)$ — амплітуда збурення i -ї форми. Зауважимо, що при виводі моделі використовується мішаний опис складових системи: ейлерові змінні для опису руху рідини і лагранжеві змінні для опису руху пружної балки. Це додатково вносить у систему нелінійні фактори. В моделі взято до уваги всі відомі нелінійні механізми. У підсумку модель системи відносно амплітуд збурень можна зобразити у вигляді

$$\begin{aligned} \ddot{c}_r = & -\frac{EJ}{\rho + \mu} \kappa_r^4 c_r + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \\ & + \frac{2\rho V}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) - \frac{PF}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \\ & - \frac{2\rho \dot{V}}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{1}{2N_r} \sum_{ijk} \ddot{c}_i c_j c_k d_{jkir}^2 - \\ & - \sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \frac{1}{N_r} \left(d_{jkir}^2 - \frac{1}{2} d_{krij}^2 \right) - \frac{EJ}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijkl}^6 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2EF}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^3 - \frac{13}{4} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 + \\
& + \frac{\rho}{N_r(\rho + \mu)} \psi_r^1 [V \dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_z] + \\
& + \frac{1}{N_r(\rho + \mu)} \sum_{i=1}^N c_i \beta_{ir}^2 \left[-2\rho V \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_x^2 \left(\rho + \frac{1}{2} \mu \right) + \dot{\epsilon}_z^2 \left(\frac{1}{2} \mu - \frac{5}{2} \rho \right) \right] - \\
& - \frac{\rho}{N_r(\rho + \mu)} \sum_{i=1}^N \dot{c}_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) \dot{\epsilon}_x + \\
& + \frac{3\rho}{N_r(\rho + \mu)} \sum_{i,j=1}^N c_i c_j \phi_{ijr}^3 \left[-2V \dot{\epsilon}_z + \frac{5}{2} \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_z \right] + \\
& + \frac{\mu - 3\rho}{N_r(\rho + \mu)} \sum_{i,j=1}^N c_i \dot{c}_j (\phi_{irj}^2 - \phi_{jir}^2) \dot{\epsilon}_z + \\
& + \frac{9\rho}{2N_r(\rho + \mu)} \sum_{i,j,k=1}^N c_i c_j \dot{c}_k (d_{ijrk}^3 - d_{kji}^3) \dot{\epsilon}_x + \\
& + \frac{2}{N_r(\rho + \mu)} \sum_{i,j,k=1}^N c_i c_j c_k d_{ijk}^4 \left[-4\rho V \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_x^2 \left(-\frac{5}{2} \rho - \frac{1}{8} \mu \right) + \right. \\
& \left. + \dot{\epsilon}_z^2 \left(\frac{27}{8} \rho - \frac{1}{8} \mu \right) \right] - \frac{1}{N_r} \psi_r^o \ddot{\epsilon}_z + \\
& + \frac{\rho}{N_r(\rho + \mu)} \sum_{i=1}^N \dot{c}_i \beta_{ir}^1 \dot{\epsilon}_x + \frac{\rho}{N_r(\rho + \mu)} \sum_{i=1}^N \dot{c}_i \beta_{ir}^1 \ddot{\epsilon}_x - \\
& - \frac{\mu - 3\rho}{2N_r(\rho + \mu)} \sum_{i,j=1}^N c_i c_j \phi_{ijr}^2 \ddot{\epsilon}_z - \frac{3\rho}{2N_r(\rho + \mu)} \sum_{i,j,k=1}^N c_i c_j c_k d_{ijk}^3 \ddot{\epsilon}_x.
\end{aligned}$$

Тут величини $\psi_i^0, \psi_i^1, N_i, \beta_{ij}^1, \beta_{ij}^2, \kappa_i^4, \phi_{ijk}^2, \phi_{ijk}^3, d_{ijkl}^2, d_{ijkl}^3, d_{ijkl}^4, d_{ijkl}^6$ є квадратурами відомих форм коливань $A_i(x)$ по відомій області $[0, l]$ та визначаються чисельно. Частоти вільних коливань усіх форм відомі і відрізняються не більше ніж у 100 разів, тому така система може бути чисельно зінтегрована на основі, наприклад, методу Рунге – Кута.

Зауважимо, що при виводі цієї системи рівнянь утримувалися члени лише до третього порядку малості. В підсумку ця система рівнянь не містить членів другого порядку малості. Це в певному сенсі звужує прояв нелінійностей. Проте в систему входять сили Коріоліса (підкреслений член). Аналіз показав, що саме сили Коріоліса відіграють основну роль в енергообміні між формами коливань. При цьому їхній внесок значно перевищує внесок нелінійних механізмів. Це зумовлено тим, що сили Коріоліса описуються лінійни-

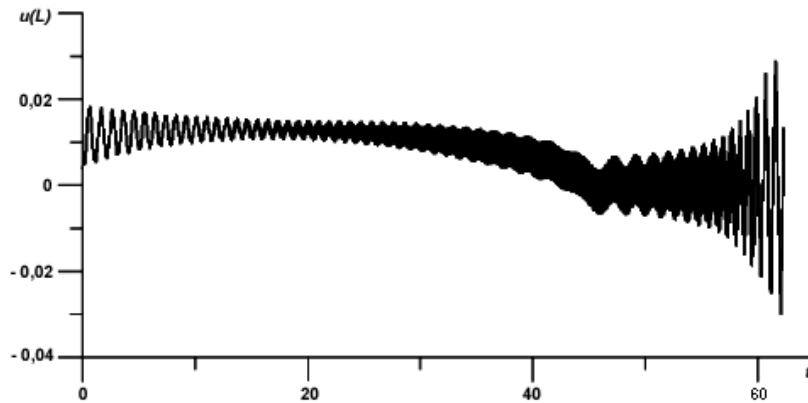


Рис. 2. Графік коливань вільного кінця балки при нерухомій основі.

ми членами. Специфічність дії сил Кориоліса зумовлена тим, що їхня дія призводить до зміщення форм коливань на половину довжини хвилі і часової функції на півперіоду. Ці нові елементи часової і просторової залежності не є елементами вихідних базисів функцій часової і просторової систем функцій, а тому їх відповідні скалярні добутки є ненульовими. Це встановлює залежність між формами коливань на лінійному рівні.

3. Числовий приклад і аналіз динамічних явищ при комбінованому збуренні. На основі комп'ютерного моделювання було отримано та проаналізовано результати коливань трубопроводу при різних вібраційних збуреннях. У числових прикладах приймалося початкове збурення за першою формою $a_1(0) = 0,004l$, швидкість течії бралася 15 м/с, що відповідає приблизно 75% від першої критичної швидкості, коливання основи приймалися з амплітудою 0,002l, при розгляді комбінованої вібрації коротка вісь еліпса покладалася вдвічі меншою. Частота вібрацій приймалася 60 Гц. У цьому діапазоні параметрів у системі спостерігається тимчасовий вихід на режим коливань відносно альтернативного (динамічного) положення рівноваги.

На наступних рисунках наведено коливання в часі вільного кінця трубопроводу для п'яти варіантів вібраційного збурення руху:

рух основи відсутній (рис. 2);

основа рухається лише в горизонтальному напрямку (рис. 3);

основа рухається лише в вертикальному напрямку (рис. 4);

комбінований рух основи, при якому горизонтальний рух вдвічі перевищує вертикальний („горизонтальний еліпс”) (рис. 5);

комбінований рух основи, при якому вертикальний рух вдвічі перевищує горизонтальний („горизонтальний еліпс”) (рис. 6).

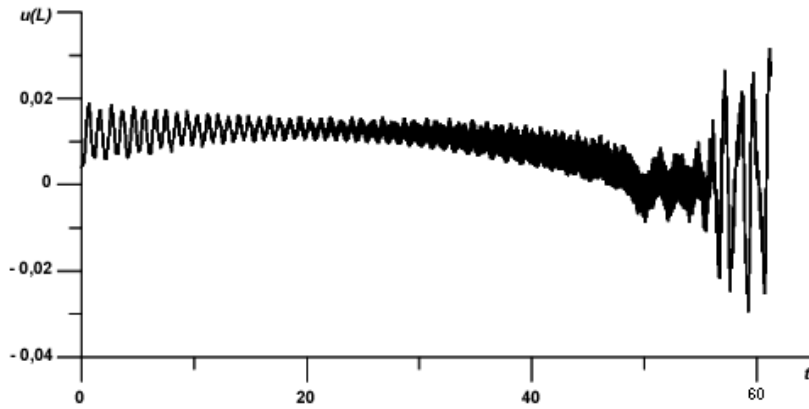


Рис. 3. Графік коливань вільного кінця балки при горизонтальних коливаннях основи.

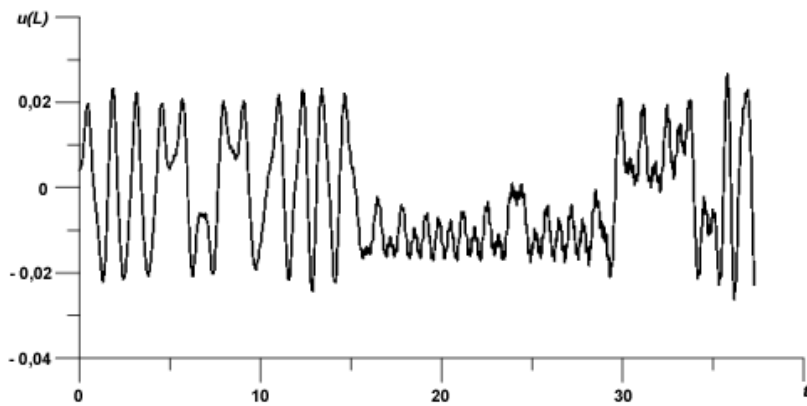


Рис. 4. Графік коливань вільного кінця балки при вертикальних коливаннях основи.

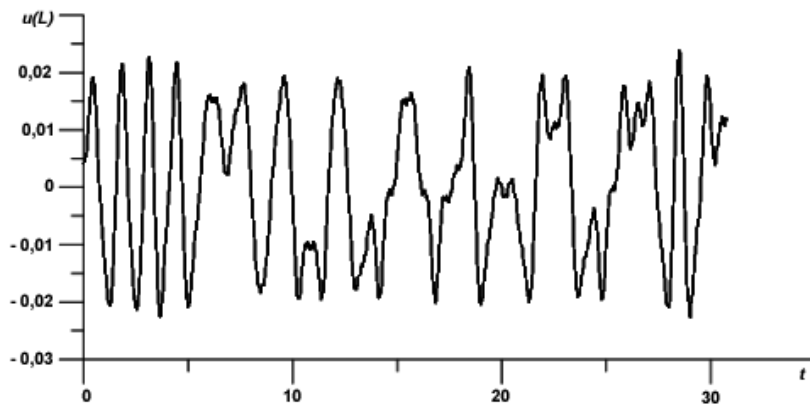


Рис. 5. Графік коливань вільного кінця балки при комбінованих коливаннях основи типу „горизонтальний еліпс”.

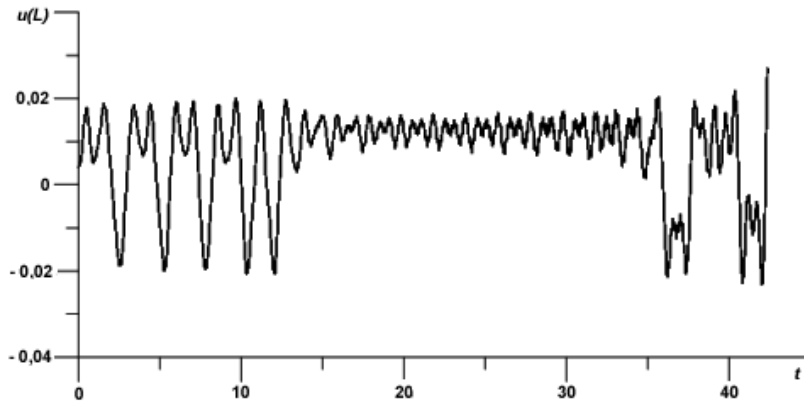


Рис. 6. Графік коливань вільного кінця балки при комбінованих коливаннях основи типу „вертикальний еліпс”.

У випадку нерухомої основи система певний час коливається відносно альтернативного положення рівноваги, проте надалі коливання зростають і система здійснює коливання відносно прямолінійного стану (рис. 2). При чисто горизонтальних коливаннях основи (рис. 3) загальна картина не змінюється. Це зумовлено тим, що прийняте значення частоти (приблизно в півтора рази більше за власну частоту коливань системи за першою формою) не приводить до параметричних коливань.

У випадку чисто вертикальних коливань картина поведінки системи суттєво змінюється. Коливання відбуваються переважно відносно прямолінійного положення з тимчасовим виходом на коливання відносно альтернативного положення (рис. 4).

У випадку комбінованих коливань основи типу „горизонтальний еліпс” вихід на коливання відносно альтернативного положення взагалі не спостерігається, тобто додавання до горизонтальних коливань основи вертикальних коливань з меншою амплітудою приводить до певного стабілізуючого ефекту (рис. 5). Для випадку комбінованих коливань типу „вертикальний еліпс” (рис. 6) у порівнянні з чисто вертикальними коливаннями значних змін немає, проте тривалість перебування системи у стані коливань відносно альтернативного положення збільшилася. Тобто в цьому випадку внесення малих осциляцій основи в горизонтальному напрямку при домінуючих вертикальних коливаннях справляє певний дестабілізуючий ефект.

Аналогічні розрахунки було проведено для менших значень швидкості течії рідини. В цих випадках ефект комбінованого вібраційного збурення не був таким відчутним.

4. Висновки. В роботі розглянуто задачу динаміки трубопроводу з рідиною на рухомій основі при комбінованих вібраціях основи. На основі раніше розробленої моделі проаналізовано поведінку системи в околі прояву нестійкості прямолінійної форми трубопроводу. Виявлено, що коливання основи типу „горизонтальний еліпс” (домінують горизонтальні коливання, разом з ними вносяться малі вертикальні коливання) справляє стабілізуючий ефект на коливання відносно прямолінійної форми трубопроводу. При комбінованих коливаннях типу „вертикальний еліпс”, навпаки, спостерігається дестабілізуючий ефект.

1. *Лимарченко В. О.* Параметричні коливання трубопроводу з рідиною // Зб. праць Ін-ту математики НАН України. — 2012. — **9**, № 1. — С. 176–187.
2. *Василевский Ю. Е., Лимарченко О. С.* Нелинейная модель динамики трубопровода при скоростном течении жидкости // Комплексний аналіз і течії з вільними границями: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. — 2006. — **2**, № 4. — С. 322–334.
3. *Лимарченко В. О.* Динаміка трубопроводу з рідиною на вібруючій основі // Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології. — 2012. — № 15. — С. 40–48.

Одержано 30.06.13