

Перенормировка спектра акустических фононов и пространственное распределение индуцированного заряда в двухслойной квантовой холловской системе

Д. В. Филь

Институт монокристаллов НАН Украины, Украина, 310001, г. Харьков, пр. Ленина, 60
E-mail: fil@isc.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 1 апреля 1998 г.

Рассчитана перенормировка частоты акустических фононов, взаимодействующих с двухслойной системой композитных фермионов. Найдено пространственное распределение плотности заряда, индуцированного внешним электростатическим потенциалом, в двухслойной системе композитных фермионов. Показано, что для фактора заполнения, при котором могут реализоваться состояния как с межслоевым статистическим взаимодействием, так и без него, возникновение последнего вызывает скачок фазовой скорости акустического фонона конечной частоты, а также изменение пространственного распределения заряда, индуцированного внешним потенциалом. Рассмотренные эффекты могут быть использованы для наблюдения перехода двухслойной электронной системы, находящейся в режиме дробного квантового эффекта Холла, в новое основное состояние при уменьшении расстояния между слоями.

Розраховано перенормування частоти акустичних фононів, які взаємодіють з двошаровою системою композитних ферміонів. Знайдено просторовий розподіл густини заряду, індукованого зовнішнім електростатичним потенціалом, в двошаровій системі композитних ферміонів. Показано, що для фактора заповнення, при якому може бути реалізовано стани як з міжшаровою статистичною взаємодією, так і без неї, виникнення останньої викликає стрибок фазової швидкості акустичного фонона кінцевої частоти, а також зміну просторового розподілу заряду, індукованого зовнішнім потенціалом. Розглянуті ефекти можуть бути використані для спостереження переходу двошарової електронної системи, що перебуває у режимі дрібного квантового ефекту Хола, у новий основний стан при зменшенні відстані між шарами.

PACS: 71.10.Pm, 63.20.Ls, **63.22.+m**

Двухслойная электронная система в сильном магнитном поле характеризуется отличной от монослойной иерархией несжимаемых состояний при дробных факторах заполнения. Возможность реализации таких состояний была предсказана Гальпериним в работе [1], в которой был предложен новый класс волновых функций, являющийся обобщением функции Лафлина [2] на случай многокомпонентных систем. Новые состояния были обнаружены экспериментально в работах [3,4], в которых наблюдался дробный квантовый эффект Холла при факторе заполнения $\nu = 1/2$.

В работе Лопез и Фрадкина [5] для описания дробного квантового эффекта Холла в

двухслойной системе была предложена модель, являющаяся обобщением модели композитных фермионов, развитой ранее применительно к монослойным системам [6–8]. Идея композитных фермионов заключается в том, что основное состояние системы, описываемое волновой функцией [1,2], соответствует основному состоянию фермионов, взаимодействующих с калибровочным полем Черна–Саймонса. Результатом такого взаимодействия является частичное экранирование внешнего магнитного поля, и дробный квантовый эффект Холла для электронов возникает как целочисленный эффект Холла для композитных квазичастиц. В случае двухслойной системы композитный фермион мо-

жно рассматривать как квазичастицу, несущую статистический заряд (для каждого слоя вводится свой сорт зарядов), поток калибровочного поля ϕ , отвечающего статистическому заряду в том же слое, и поток калибровочного поля s , соответствующего зарядам в другом слое. В частности, при $s = 0$ межслоевое статистическое взаимодействие отсутствует и основное состояние в каждом слое совпадает с основным состоянием монослойной системы. Условие ферми-статистики композитных квазичастиц накладывает ограничение на величины потоков: в единицах квантов потока параметр ϕ — четный, а s — целый (четный либо нечетный).

Для случая двух эквивалентных слоев, факторы заполнения, отвечающие холловским плато, определяются выражением

$$v = 2v_i = \frac{2N}{N(\phi + s) \pm 1}, \quad (1)$$

где v_i — фактор заполнения в пересчете на один слой; N — целое число, которое соответствует числу заполненных уровней Ландау в эффективном поле $B_{\text{eff}} = B[1 - v(\phi + s)/2]$. Верхний (нижний) знак в уравнении (1) и ниже отвечает параллельному, ($B_{\text{eff}} > 0$) (антипараллельному, $B_{\text{eff}} < 0$), направлению эффективного поля относительно внешнего магнитного поля.

Как видно из уравнения (1), при определенных фиксированных факторах заполнения возможна реализация различных обобщенных лафлиновских состояний, которые в подходе композитных фермионов соответствуют различным наборам параметров ϕ , s и N . При уменьшении расстояния между слоями d может иметь место фазовый переход из состояния с $s = 0$ (которое реализуется при $d \gg l_B$, где l_B — магнитная длина) в состояние с межслоевым статистическим взаимодействием ($s \neq 0$) [9]. Например, при $v = 4/7$ можно ожидать переход из состояния $\phi = 4$, $s = 0$, $N = 2$ в состояние $\phi = 2$, $s = 1$, $N = 2$.

Одна из возможностей экспериментального наблюдения перестройки основного состояния связана с изучением коллективных свойств двухслойной системы. В частности, изменение основного состояния приведет к модификации спектра коллективных мод [5]. Предметом настоящего сообщения является изучение взаимодействия акустических фононов с двухслойной системой композитных фермионов, а также эффектов экранирования внешнего электростатического потенциала такой системой. Ранее указанные эффекты применительно к

монослойным системам были рассмотрены в [10,11]. В настоящей работе показано, что переход двухслойной системы в новое основное состояние должен проявиться в изменении частоты фононной моды, взаимодействующей с композитными фермионами, а также в изменении пространственного распределения заряда, индуцированного внешним потенциалом.

Рассмотрим двухслойную систему полностью поляризованных композитных фермионов, помещенную во внешнее магнитное поле, перпендикулярное слоям. Гамильтониан системы имеет вид

$$H = \sum_{i=1}^2 d^2 r \Psi_i^\dagger(\mathbf{r}) \frac{1}{2m} [-i\nabla + e\mathbf{A}_{\text{eff}}(\mathbf{r}) - \mathbf{a}_i(\mathbf{r})]^2 \Psi_i(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \int d^2 r \int d^2 r' \delta n_i(\mathbf{r}) V_{ij}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \delta n_j(\mathbf{r}'), \quad (2)$$

где Ψ — фермионное поле; m — масса квазичастицы; \mathbf{A}_{eff} — вектор-потенциал поля B_{eff} ;

$$V_{ij}(r) = \frac{e^2}{\epsilon} [\delta_{ij} r^{-1} + (1 - \delta_{ij})(r^2 + d^2)^{-1/2}] \quad (3)$$

— кулоновский потенциал; ϵ — диэлектрическая проницаемость;

$$\mathbf{a}_i(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^2 \int d^2 r' [\phi \delta_{ij} + s(1 - \delta_{ij})] \delta n_j(\mathbf{r}') \frac{\hat{\mathbf{z}} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \quad (4)$$

— сумма вектор-потенциалов флуктуаций калибровочных полей; $\hat{\mathbf{z}}$ — единичный вектор вдоль B ; $\delta n_i(\mathbf{r}) = \Psi_i^\dagger(\mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r}) - n_0$; n_0 — средняя концентрация электронов в слое.

Поляризационный тензор системы (2) в приближении хаотических фаз определяется уравнением

$$\hat{K}^{-1}(q, \omega) = [\hat{K}^{(0)}(q, \omega)]^{-1} - \hat{V}(q), \quad (5)$$

где $\hat{K}^{(0)}(q, \omega)$ — поляризационный тензор в нулевом приближении; $\hat{V}(q)$ — матрица взаимодействия. В уравнении (5) величины K , $K^{(0)}$ и V являются 4×4 -матрицами, каждая компонента которых имеет два индекса, отвечающих номерам слоев, и два индекса, соответствующих нулевой и поперечной компонентам тока. Матрица $K^{(0)}$ имеет блочно-диагональный вид

$$K_{\mu\nu ij}^{(0)}(q, \omega) = \delta_{ij} [D_{\mu\nu}^{(0)}(q, \omega) + \frac{n_0}{m} \delta^{\mu\nu} (1 - \delta^{\mu 0})], \quad (6)$$

где $D_{\mu\nu}^{(0)}(q, \omega)$ — фурье-компонента временно упорядоченного коррелятора ток—ток в нулевом приближении

$$D_{\mu\nu}^{(0)}(r, t; r', t') = -i \langle T \{ j_{i\mu}(r, t) j_{j\nu}(r', t') \} \rangle_0. \quad (7)$$

При $T = 0$ вычисление $K^{(0)}$ дает

$$K_{\mu\nu ij}^{(0)}(q, \omega) = \delta_{ij} \frac{1}{2\pi\omega_c} \begin{pmatrix} q^2 \Sigma_0 & \mp iq\omega_c \Sigma_1 \\ \pm iq\omega_c \Sigma_1 & \omega_c^2 (\Sigma_2 + N) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $\omega_c = e |B_{\text{eff}}| / m = 2\pi n_0 / mN$ — эффективная циклотронная частота;

$$\Sigma_k = e^{-x} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=N}^{\infty} \frac{n!}{m!} \frac{x^{m-n-1} (m-n)}{(\omega/\omega_c)^2 - (m-n)^2} \times \\ \times [L_n^{m-n}(x)]^{2-k} \left[(m-n-x) L_n^{m-n}(x) + 2x \frac{dL_n^{m-n}(x)}{dx} \right]^k, \quad (9)$$

где $x = (ql_{\text{eff}})^2 / 2$, $l_{\text{eff}} = (e|B_{\text{eff}}|)^{-1/2}$ — эффективная магнитная длина; $L_n^{m-n}(x)$ — обобщенный полином Лагерра. Выражения, аналогичные (8), (9), были впервые получены применительно к энионным системам (см., например, [12]).

Матрица взаимодействия имеет вид

$$V = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где

$$V_{11} = V_{22} = \frac{2\pi}{q} \begin{pmatrix} e^2 \varepsilon^{-1} & -i\varphi \\ i\varphi & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$V_{12} = V_{21} = \frac{2\pi}{q} \begin{pmatrix} e^2 \varepsilon^{-1} \exp(-qd) & -is \\ is & 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Решение уравнения (5) для поляризационных функций плотность—плотность дает

$$K_{1100} = K_{2200} = \frac{1}{2} (K_{\text{in}} + K_{\text{out}})$$

* Для случая одиночной двухслойной системы физическая ситуация, которая рассматривается, может соответствовать распространению поверхностной акустической волны. В этом случае параметр d_l есть глубина затухания поверхностной волны. Перенормировка спектра объемных фононов может наблюдаться в сверхрешетке двойных квантовых ям. Тогда величина d_l есть параметр сверхрешетки.

$$K_{1200} = K_{2100} = \frac{1}{2} (K_{\text{in}} - K_{\text{out}}), \quad (14)$$

где

$$K_{\text{in(out)}} = \frac{1}{2\pi\omega_c} \frac{q^2 \Sigma_0}{\Delta_{\text{in(out)}}}, \quad (15)$$

$$\Delta_{\text{in(out)}} = (\varphi_{\text{in(out)}} \Sigma_1 \mp 1)^2 - \varphi_{\text{in(out)}}^2 \Sigma_0 (N + \Sigma_2) - \\ - V_{\text{in(out)}} \Sigma_0. \quad (16)$$

В уравнении (16) $\varphi_{\text{in}} = \varphi + s$, $\varphi_{\text{out}} = \varphi - s$, $V_{\text{in}} = (e^2 q / \varepsilon \omega_c) [1 + \exp(-qd)]$, $V_{\text{out}} = (e^2 q / \varepsilon \omega_c) \times [1 - \exp(-qd)]$.

Рассмотрим перенормировку спектра акустических фононов, взаимодействующих с двухслойной системой композитных фермионов. Для $q \perp B$ функция Грина фононов удовлетворяет уравнению

$$G^{-1}(q, \omega) = [G^{(0)}(q, \omega)]^{-1} - g_i g_j K_{ij00}(q, \omega), \quad (17)$$

где $G^{(0)}(q, \omega)$ — функция Грина свободных фононов; $g_i = g_j = \Lambda q (2\rho d_l \omega_q)^{-1/2}$ — матричный элемент взаимодействия фононов с композитными фермионами; Λ — деформационный потенциал; ρ — плотность упругой среды; d_l — толщина слоя, в котором распространяется фононная мода*; $\omega_q = cq$ — перенормированная частота фонона. Согласно уравнениям (13)–(17), перенормировка фазовой скорости фонона при конечных q имеет вид

$$\frac{\Delta c(q)}{c} = \frac{\Lambda^2 q^2 \Sigma_0(q, \omega_q)}{2\pi \rho d_l c^2 \omega_c \Delta_{\text{in}}(q, \omega_q)}. \quad (18)$$

Зависимость $\Delta c(q)/c$ при $v = 4/7$, $4/5$ показана на рис. 1 для случаев $s = 0, 1$. Использованы параметры $n_0 = 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $m = 0,25m_e$, $\varepsilon = 12,6$, $c = 4 \cdot 10^5 \text{ см/с}$, $\Lambda = 7,4 \text{ эВ}$, $\rho = 5,3 \text{ г/см}^3$, $d = 3l_B$, $d_l = 10^3 \text{ \AA}$. Как видно на приведенных кривых, возникновение межслоевого статистического взаимодействия приводит к качественному изменению зависимости перенормировки фазовой скорости акустического фонона от q . Для данного q

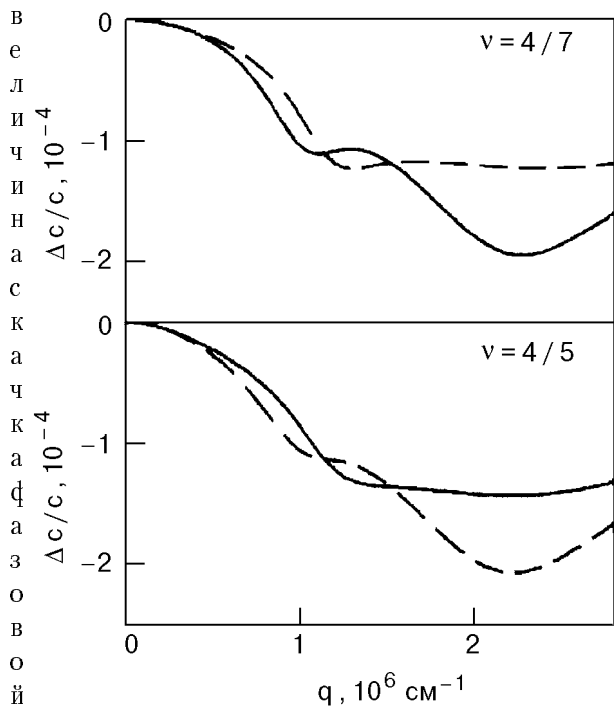


Рис. 1. Зависимость перенормировки фазовой скорости акустического фона от волнового вектора. Сплошные линии соответствуют системе с межслоевым статистическим взаимодействием ($s = 1$), штриховые линии – системе без межслоевого статистического взаимодействия ($s = 0$).

и при переходе системы в новое основное состояние может быть сравнима с величиной перенормировки.

Рассмотрим экранирование электростатического потенциала в двухслойной системе. Для конкретности, проанализируем ситуацию, когда вблизи каждого слоя расположен пробный заряд величиной $-e$ с совпадающими координатами x, y . В приближении хаотических фаз фурье-компонента плотности индуцированного заряда в слое i определяется уравнением

$$e\rho_i^{ind}(q) = e^2 K_{ij00}(q, 0) \varphi_j(q), \quad (19)$$

где $\varphi_j(q) = \varphi_j(q) = -(2\pi e/\epsilon q)[1 + \exp(-qd)]$ – фурье-компонента внешнего электростатического потенциала, создаваемого пробными зарядами. С учетом уравнений (13)–(16) для величины $\rho_i^{ind}(q)$ имеем

$$\rho_i^{ind}(q) = \frac{V_{in} \Sigma_0(q, 0)}{\Delta_{in}(q, 0)}. \quad (20)$$

Обратное фурье-преобразование формулы (20) дает пространственное распределение индуцированного заряда $\rho^{ind}(r)$. Зависимости

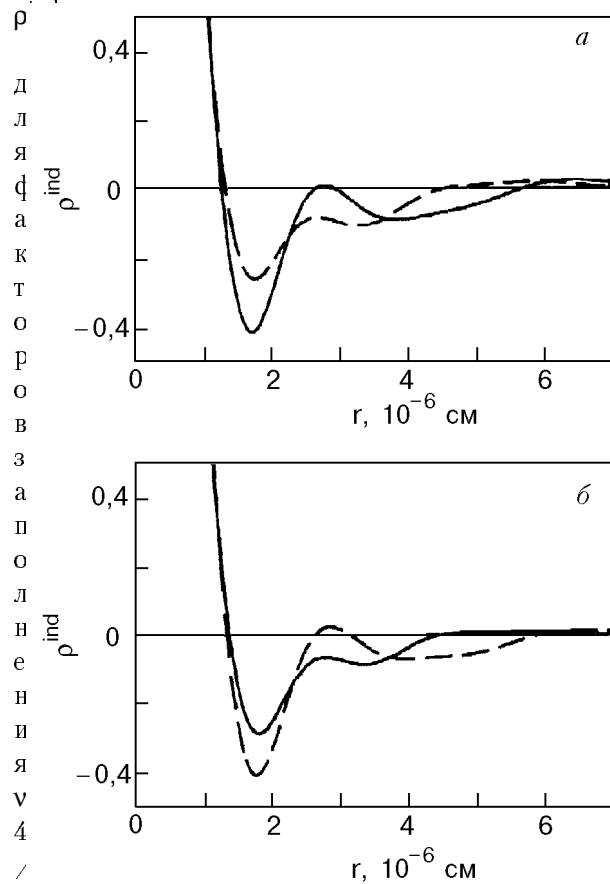


Рис. 2. Пространственное распределение индуцированного заряда в двухслойной системе при $\nu = 4/7$ (а) и $4/5$ (б). Сплошные линии – $s = 1$, штриховые – $s = 0$; ρ^{ind} – в единицах n_0 .

для случаев $s = 0, 1$ приведены на рис. 2. При расчетах использованы параметры электронной системы, приведенные выше. Зависимости, показанные на рис. 2, представляют собой аналог фриделевских осцилляций в системе композитных фермионов. Как видно на приведенных кривых, наличие межслоевого статистического взаимодействия приводит к заметному изменению пространственного распределения заряда.

Таким образом, перенормировка частоты акустического фона при конечных волновых векторах и пространственное распределение индуцированного заряда в двухслойной системе композитных фермионов существенным образом модифицируются при переходе системы в состояние с межслоевым статистическим взаимодействием. Наблюдение рассмотренных в работе эффектов может быть использовано в качестве индикатора формирования нового электронного состояния двухслойной холловской

1. B. I. Halperin, *Helv. Phys. Acta* **56**, 75 (1983).
2. R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1395 (1983).
3. Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos, M. Shayegan, and D. C. Tsui, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1379 (1992).
4. J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, K. W. West, and S. He, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1383 (1992).
5. A. Lopez and E. Fradkin, *Phys. Rev.* **B51**, 4347 (1995).
6. J. K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 199 (1989).
7. A. Lopez and E. Fradkin, *Phys. Rev.* **B44**, 5246 (1991).
8. B. I. Halperin, P. A. Lee, and N. Read, *Phys. Rev.* **B47**, 7312 (1993).
9. D. Yoshioka, A. H. MacDonald, and S. M. Girvin, *Phys. Rev.* **B39**, 1932 (1989).
10. А. Л. Зазунов, Д. В. Филь, *ФНТ* **23**, 1345 (1997).
11. D. V. Fil, *Functional Materials* **5**, 14 (1998).
12. Y. H. Chen, F. Wilczek, E. Witten, and B. I. Halperin, *Int. J. Mod. Phys.* **B3**, 1001 (1989).

Renormalization of acoustic phonons spectrum and space distribution of induced charge in a double layer quantum Hall system

D. V. Fil

The renormalization of the frequency of acoustic phonons interacting with a double layer composite fermion system is calculated. The space distribution of the density of the charge induced by an external electrostatic potential in the double layer composite fermion system is found. It is shown, that for a filling factor, for which the states with and without interlayer statistical interaction are realized, the involvement of the interaction results in a jump of the phase velocity of a finite frequency phonon, and a change of the space distribution of the charge, induced by external potential. The effects considered can be used to observe the transition of the double layer fractional quantum Hall system to a new state with decreasing interlayer distance.