

Магнитоструктурные топологические дефекты в двумерных антиферромагнетиках

О. К. Дудко^{1,2}, А. С. Ковалев²

¹ Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4

² Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины,
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: odudko@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 22 декабря 1997 г.

Для описания структуры сложного магнитоупругого топологического дефекта, представляющего собой связанное состояние дислокации и магнитной дисклинации в антиферромагнетике, предложена двумерная модель, обобщающая модель Пайерлса на случай связанных полей распределения намагниченности и упругих смещений. Получена система нелинейных одномерных интегро-дифференциальных уравнений, допускающая решения для магнитных вихрей и связанных с дислокациями магнитных дисклинаций с правильными асимптотиками на больших расстояниях и без особенностей в ядре топологического дефекта.

Для опису структури складного магнітопружного топологічного дефекту, що являє собою зв'язаний стан дислокації та магнітної дисклинації в антиферомагнетикі, запропоновано двовимірну модель, яка узагальнює модель Пайерлса на випадок зв'язаних полів розподілу намагніченості та пружних зміщень. Одержано систему нелінійних одновимірних інтегро-диференціальних рівнянь, що припускає рішення для магнітних вихорів і зв'язаних з дислокаціями магнітних дисклинацій з правильними асимптотиками на великих відстанях та без особливостей в ядрі топологічного дефекту.

PACS: 75.10.-v, 75.50.Ee

Введение

В последнее время теоретически и экспериментально широко исследуются нелинейные возбуждения различного типа в магнитоупорядоченных средах [1]. Разнообразие существующих магнитных структур обуславливает широкий набор таких возбуждений: нелинейные спиновые волны, доменные границы, динамические магнитные солитоны, волны поворота намагниченности и т.д. Особый класс локализованных состояний магнетиков образуют «топологические магнитные солитоны». Простейшей одномерной реализацией таких объектов являются хорошо изученные доменные границы (ДГ) [2]. Более сложной структурой обладают многомерные магнитные топологические возбуждения: двумерные магнитные вихри (МВ), дисклинации (МД) и фрустрации, блоховские линии в доменных границах, блоховские точки и трехмерные топологические солитоны [1]. Изучение магнитных вихрей и дисклинаций приобретает сейчас особую актуальность в связи с

получением новых слоистых, квазидвумерных и двумерных магнетиков, в которых разрушение магнитного порядка связано с образованием большого числа двумерных топологических дефектов (механизм Костерлица—Таулесса). Поскольку в двумерных системах должно быть аномально велико и число структурных топологических дефектов (двумерных аналогов дислокаций), возникает естественный вопрос о взаимодействии этих двух типов дефектов. В ферромагнетиках (ФМ) оно определяется слабой магнитоупругой связью, которая может быть учтена по теории возмущений. Однако большинство реально существующих двумерных магнетиков являются антиферромагнетиками (АФМ), в которых наряду со слабым магнитоупругим взаимодействием обычного типа возникает дополнительное сильное взаимодействие упругой и магнитной подсистем, носящее топологический характер и определяемое многоподрешеточной структурой АФМ (разной величиной магнитной и кристаллической ячеек).

Такое «топологическое взаимодействие» приводит к связыванию дислокаций с магнитными дисклинациями или доменными границами. На этот факт качественно впервые было указано в работах [3,4], авторы которых опирались на простые геометрические соображения. Позже в работе [5] была предложена простая одномерная модель, обобщающая известную модель Френкеля—Конторовой для связанных полей упругих смещений вокруг дислокации и поля распределения намагниченности вокруг ядра МД. Эта модель позволила качественно описать сложный магнитоупругий топологический дефект (МСТД), однако из-за своего одномерного характера приводила к неверным асимптотикам полей на больших расстояниях от ядра дефекта.

В настоящее время установлено, что топологическая связь дислокаций с доменными границами в антиферромагнетике может привести к важным физическим следствиям: изменению плотности дислокаций, а следовательно, пластических свойств кристаллов, и возникновению специфических внутренних мод в них при магнитном фазовом переходе в антиферромагнитное состояние. Поэтому возникает необходимость более детального теоретического изучения магнитоупругих дефектов в рамках более адекватных двумерных моделей. Пример такого подхода с привлечением численного счета продемонстрирован в работе [6].

В настоящей работе предложена простая двумерная модель, обобщающая известную двумерную модель Пайерлса [7] на случай связанных полей атомных смещений и намагниченности и обобщающая на двумерный случай одномерную модель, обсуждавшуюся ранее в работе [5]. В рамках предложенной модели получена система двух связанных одномерных интегро-дифференциальных уравнений, допускающих аналитическое исследование. Найдены приближенные решения этих уравнений, описывающие распределение смещений и намагниченности вокруг МСТД, не имеющие особенностей в ядре дефекта и обладающие правильными асимптотиками на больших расстояниях от его центра. Также получены точные решения для МВ, адекватно описывающие их структуру как на больших, так и на малых расстояниях от ядра вихря.

1. Континуальные модели топологических дефектов в двумерных упругих и магнитоупорядоченных системах

1.1. Дислокация в континуальной теории упругости

При описании упругой подсистемы ниже мы ограничимся скалярной моделью кристалла, считая отличной от нуля лишь одну компоненту вектора смещений. Рассмотрим двумерную упругую плоскость (xz) , в которой атомы решетки нумеруются двумя индексами: n (x -координата) и m (z -координата). Обозначим смещение nm -го атома из положения равновесия через u_{nm} . Тогда потенциальная энергия упругого взаимодействия атомов сведется к выражению

$$U_1 = \sum_{nm} \left[\frac{\alpha}{2} (u_{nm} - u_{n-1, m})^2 + \frac{\beta}{2} (u_{nm} - u_{n, m-1})^2 \right], \quad (1)$$

где α и β — константы упругого взаимодействия вдоль направлений x и z соответственно. В длинноволновом пределе динамические уравнения для $u(x, z, t)$ имеют вид

$$m u_{tt} - \alpha a^2 u_{xx} - \beta b^2 u_{zz} = 0, \quad (2)$$

где a и b — постоянные решетки в направлениях x и z ; m — масса атома.

Статической дислокации соответствует следующее решение этого уравнения [7]:

$$u(x, z) = \frac{a}{2\pi} \arctg \left(\frac{z\zeta}{x} \right), \quad (3)$$

где $\zeta = (a/b)\sqrt{\alpha/\beta}$ (для определенности мы предположили, что x -компонента вектора смещения отлична от нуля и вектор Бюргерса совпадает с постоянной решетки a вдоль оси x).

Решение (3) правильно описывает распределение поля смещений на больших расстояниях от центра дефекта ($x = z = 0$), где деформации малы:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{a}{2\pi} \frac{x\zeta}{x^2 + z^2\zeta^2}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{a}{2\pi} \frac{z\zeta}{x^2 + z^2\zeta^2}. \quad (5)$$

Однако в центре дислокации оно имеет особенность и не описывает структуру ее ядра.

1.2. Магнитный вихрь в континуальной модели

Рассмотрим случай идеального АФМ без дислокаций. Поскольку большая часть квазидвумерных и слоистых АФМ обладает

одноионной анизотропией типа плоскость легкого намагничивания, рассмотрим легкоплоскостной сильно анизотропный АФМ. В такой среде допускаются топологические солитоны типа МВ [1]. Как показали численные расчеты, при превышении легкоплоскостной анизотропией определенного критического значения все спины в таких неоднородных состояниях лежат в легкой плоскости [8]. При этом локальное состояние намагниченности характеризуется лишь одной величиной — азимутальным углом поворота спинов в данной точке. То есть такая система описывается скалярной моделью. Более того, для простоты будем считать, что магнитная анизотропия в легкой плоскости отсутствует.

Обозначим отклонение спина nm -го атома в плоскости xz от направления оси z через φ_{nm} . Тогда в классической гейзенберговской модели потенциальную энергию магнитного взаимодействия можно записать в виде

$$W = M_0^2 \sum_{nm} [J_1 \cos(\varphi_{nm} - \varphi_{n-1,m}) + J_2 \cos(\varphi_{nm} - \varphi_{n,m-1})], \quad (6)$$

где M_0 — магнитный момент, а J_1 и J_2 — константы обменного взаимодействия в направлении осей x и z соответственно (в случае АФМ $J_i > 0$).

Для учета антиферромагнитного упорядочения, «шахматного» в плоскости xz , удобно вместо переменных φ_{nm} ввести новые переменные ψ_{nm} :

$$\varphi_{nm} = \begin{cases} \psi_{nm}, & n + m = 2s \\ \pi + \psi_{nm}, & n + m = 2s + 1 \end{cases}, \quad (7)$$

где s — целое число. Тогда из выражения (6) в длинноволновом приближении динамическое уравнение для величины $\psi(x, z, t)$ имеет вид

$$\mu \psi_{tt} - M_0^2 J_1 a^2 \psi_{xx} - M_0^2 J_2 b^2 \psi_{zz} = 0, \quad (8)$$

где $\mu = \hbar^2 / 4\mu_0^2 \gamma$ — эффективная масса магнитного момента [5] (γ — константа легкоплоскостной анизотропии, μ_0 — магнетон Бора).

Статическому МВ соответствует следующее решение этого уравнения:

$$\psi(x, z) = \arctg\left(\frac{z}{x}\xi\right), \quad (9)$$

где $\xi = (a/b)\sqrt{J_1/J_2}$. Это решение описывает МВ, при обходе вокруг центра которого ($x = z = 0$) по замкнутому контуру спины поворачиваются на угол 2π (по аналогии с физикой жидких

кристаллов такой дефект можно назвать магнитной дисклинацией с индексом Франка ($k = 2$).

Решение (9) правильно описывает распределение намагниченности вдали от центра вихря:

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{x\xi}{x^2 + z^2\xi^2}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{z\xi}{x^2 + z^2\xi^2}. \quad (11)$$

Однако длинноволновое описание становится неприменимым в центре вихря, где существенны эффекты дискретности.

2. Модели Пайерлса для дислокации и магнитного вихря

2.1. Дислокация в модели Пайерлса

Простейшей моделью, правильно описывающей ядро дислокации и учитывающей дискретность решетки в ядре, является одномерная модель Френкеля—Конторовой. В этой модели упругие полупространства «над» плоскостью скольжения дислокации ($z > 0$) и «под» ней ($z < 0$) заменяются двумя упругими цепочками, во взаимодействии которых учитывается дискретность решетки и периодический характер потенциала межчастичных взаимодействий. Обычно этот потенциал выбирается в виде тригонометрической функции

$$U = \beta \frac{a^2}{4\pi^2} \left\{ 1 - \cos\left[\frac{2\pi(u_+ - u_-)}{a}\right] \right\}, \quad (12)$$

где $u_+(x)$ и $u_-(x)$ — смещения атомов в верхней ($z > 0$) и нижней ($z < 0$) цепочках (в длинноволновом приближении). Амплитуда потенциала выбрана таким образом, чтобы в линейном пределе имелось соответствие с формулой (1). Возникающее в этой модели уравнение для разности смещений $w = u_+(x) - u_-(x)$ в верхней и нижней цепочках имеет вид статического синусоидального уравнения Клейна—Гордона. Решение этого уравнения, соответствующее дислокации [7], не содержит особенности в центре дислокации и правильно описывает структуру ее ядра. Однако на больших расстояниях из-за одномерного характера модели поля убывают не степенным (см. (3)–(5)), а экспоненциальным образом.

Пайерлс предложил двумерное обобщение модели Френкеля—Конторовой, в которой решение для дислокации не имеет особенности в центре дислокации и правильно описывает распределение полей вдали от ядра [7].

Ниже будет рассмотрен аналог модели Пайерлса для вихря в легкоплоскостном магнетике (разд. 2.2) и обобщение этой модели для связанных полей упругих смещений и намагниченности (разд. 3). Поэтому приведем краткий вывод результатов Пайерлса для простой скалярной модели, несколько отличный от обычно излагаемого в монографиях и оригинальной работе автора.

Рассмотрим упругую плоскость, содержащую дислокацию в точке $x = z = 0$. Линия скольжения дислокации (линия $z = 0$) разделяет плоскость на два полупространства, в которых при сильной анизотропии упругого взаимодействия ($\alpha \gg \beta$) относительные смещения атомов малы, и возможно длинноволновое описание решений в рамках дифференциальных уравнений (2). Однако вдоль линии скольжения дислокации смещения на границе верхнего полупространства $u_+ = u(z = +0)$ и нижнего полупространства $u_- = u(z = -0)$ могут отличаться на величину порядка межатомного расстояния a . Поэтому для описания взаимодействия между границами полупространств можно воспользоваться выражением (12), используемым в модели Френкеля—Конторовой.

В статическом случае уравнение (2) сводится к уравнению Лапласа, и для скалярного поля $u(x, z)$ решение задачи Ноймана в полупространствах ($z \gtrless 0$) сводится к такому соотношению поля $u(x, z)$ в объеме с деформацией $\left. \frac{du}{dz} \right|_{z=\pm 0}$ на поверхности [9]:

$$u(x, z \gtrless 0) = \pm \frac{b}{2\pi a} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=\pm 0} \times \ln \left[\frac{(x-x')^2}{\alpha a^2} + \frac{z^2}{\beta b^2} \right], \quad (13)$$

и связь компонент деформации на этих поверхностях определяется простым соотношением

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{z=\pm 0} = \mp \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{1/2} \frac{b}{a} \hat{H} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=\pm 0}, \quad (14)$$

где введено обычное обозначение

$$\hat{H}F = \frac{1}{\pi} \int dx' \frac{F(x')}{(x'-x)} \quad (15)$$

для преобразования Гильберта от функции $F(x)$.

Используя свойство кососимметричности \hat{H} -преобразования и соотношение (14), легко связать напряжения на поверхностях раздела с продольными деформациями на них:

$$\sigma \Big|_{z=\pm 0} = \beta b \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=\pm 0} = \pm (\alpha\beta)^{1/2} a \hat{H} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{z=\pm 0}. \quad (16)$$

Приравнявая эти выражения силам на границе раздела

$$f_{\pm} = \mp \frac{\beta\alpha}{2\pi} \sin \frac{2\pi w}{a}, \quad (17)$$

найденным из формулы (12), и вычитая полученные соотношения друг из друга, приходим к окончательному интегро-дифференциальному уравнению для относительных смещений $w = u_+ - u_-$ на линии скольжения дислокации:

$$\sin \frac{2\pi w}{a} = \pi \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{1/2} \hat{H} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (18)$$

Для удобства перейдем к безразмерной координате и безразмерному относительному смещению:

$$\frac{2\pi x}{a} \rightarrow x, \quad \frac{\pi w}{a} \rightarrow w. \quad (19)$$

С учетом этих перенормировок уравнение (18) принимает вид

$$\frac{d}{dx} (\hat{H}w) = \frac{1}{2l} \sin 2w, \quad (20)$$

где введено обозначение $l = \pi (\alpha/\beta)^{1/2}$ для «упругой длины», т.е. размера ядра дислокации в направлении оси x .

Уравнение (20) имеет структуру, аналогичную структуре уравнения Клейна—Гордона, возникавшего в одномерной модели, но одна пространственная производная заменена теперь на преобразование Гильберта. Это уравнение имеет простое решение, описывающее дислокацию [7]:

$$w = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{x}{l} = -\arctg \frac{l}{x}. \quad (21)$$

Решение (21), как и решение уравнения Френкеля—Конторовой, не имеет особенности в

центре дислокации. С другой стороны, на больших расстояниях оно имеет правильные асимптотики, согласующиеся с описанием дислокации в континуальной линейной теории упругости. В исходных переменных решение (21) совпадает с решением (3), если в последнем положить $z = b$.

2.2. Модель Пайерлса для магнитного вихря

На первом этапе для правильного описания ядра вихря можно предложить магнитный аналог одномерной модели Френкеля—Конторовой. Следуя этой модели, заменим магнитоупорядоченную полуплоскость выше центра МВ ($z > 0$) цепочкой антиферромагнитоупорядоченных спинов с углами поворотов $\psi_+(x)$, а полуплоскость ниже центра вихря ($z < 0$) — цепочкой спинов с углами разворота $\psi_-(x)$. При $J_1 \gg J_2$ вдоль цепочек (вдоль оси x) справедливо длинноволновое описание, однако относительные повороты спинов соседних цепочек могут быть порядка π . Поэтому магнитное взаимодействие между цепочками должно быть учтено в полном объеме. Если в обычной «упругой» модели Френкеля—Конторовой выбор межцепочечного потенциала в виде тригонометрической функции (12) носил модельный характер, то в случае магнетика он более оправдан, так как следует из гейзенберговского характера магнитного обменного взаимодействия:

$$W = -M_0^2 J_2 \cos(\psi_+ - \psi_-). \quad (22)$$

Решение возникающего в этой модели уравнения Клейна—Гордона для относительных углов разворота намагниченности, соответствующее МВ, не содержит особенности в центре вихря и правильно описывает его ядро. Однако на больших расстояниях убывание полей экспоненциальное, а не степенное, как должно следовать из последовательного рассмотрения в рамках континуального описания (см. (10), (11)).

Для правильного описания структуры вихря на больших расстояниях и в его ядре можно предложить модель, являющуюся аналогом модели Пайерлса для магнитной системы.

Рассмотрим магнитоупорядоченную плоскость, содержащую магнитный вихрь в точке $x = z = 0$ и обладающую сильной анизотропией обменных интегралов в направлении осей x и z ($J_1 \gg J_2$). При этом характерный размер магнитного вихря в направлении x существенно больше размера в направлении оси z . Разворот вектора намагниченности в ядре вихря на угол π в

направлении z происходит на расстоянии порядка межатомного, а в направлении оси x — на расстоянии «магнитной длины» $a\sqrt{J_1/J_2} / 2 \gg a$ (обычно «магнитной длиной» называют величину $\sqrt{J/A}$, где A — константа анизотропии в легкой плоскости, но в нашем случае $A = 0$). Поэтому дискретный характер магнитной решетки необходимо учитывать лишь на линии, проходящей через ядро вихря в направлении оси x . В соответствии с моделью Пайерлса введем угол разворота намагниченности $\psi_+ = \psi(z = +0)$ в атомном ряду выше центра вихря и угол $\psi_- = \psi(z = -0)$ в атомном ряду ниже его центра. Магнитное взаимодействие между этими рядами спинов должно быть учтено в полном объеме и описываться формулой (22). Весь остальной объем двух полупространств мы будем описывать в рамках дифференциального уравнения (8).

Распределение поля намагниченности $\psi(x, t)$ для МВ в двух полупространствах выражается через распределение плотности эффективных сил (фактически моментов) $\tilde{f}_\pm(x)$, действующих на линии $z = 0$, следующим образом [9]:

$$\psi(x, z \gtrless 0) = \pm \frac{1}{2\pi a M_0^2 \sqrt{J_1 J_2}} \times \int dx' \ln \left[\frac{(x - x')^2}{J_1 a^2 M_0^2} + \frac{z^2}{J_2 b^2 M_0^2} \right] \tilde{f}_\pm(x'), \quad (23)$$

где

$$\tilde{f}_\pm(x) = M_0^2 J_2 b \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_{z = \pm 0} = \pm M_0^2 a \sqrt{J_1 J_2} \hat{H} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{z = \pm 0}. \quad (24)$$

С другой стороны, силы $\tilde{f}_\pm(x)$ можно найти из энергии магнитного взаимодействия (22):

$$\tilde{f}_\pm(x) = \mp M_0^2 J_2 \sin \chi, \quad (25)$$

где мы ввели относительный поворот $\chi = \psi_+ - \psi_-$ спинов в двух цепочках около ядра вихря.

Продифференцировав соотношение (23) по x , взяв полученные выражения при $z = 0$ и вычтя их одно из другого, с учетом (25) получаем замкнутое уравнение для разности углов разворота намагниченности в спиновых цепочках вблизи центра вихря. В безразмерных переменных (19) оно имеет вид

$$\frac{d}{dx} (\hat{H}\chi) = \frac{1}{\tilde{\gamma}} \sin \chi \quad (26)$$

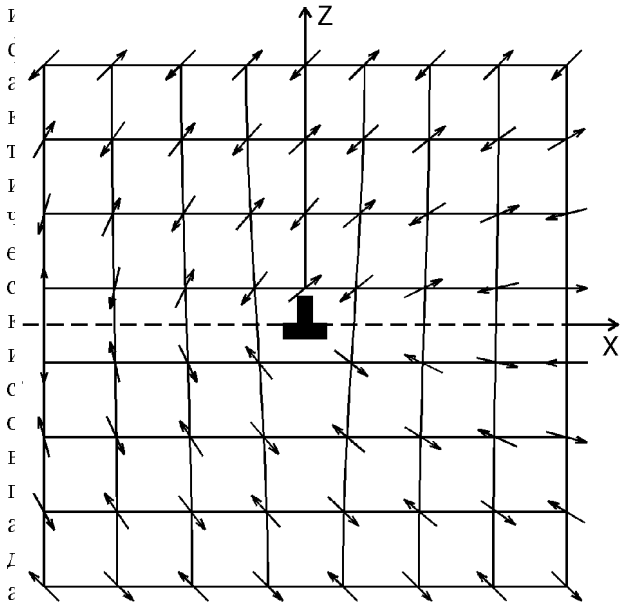


Рис. 1. Распределение намагниченности в двухподрешеточном АФМ с «шахматным» упорядочением спинов при наличии краевой дислокации.

уравнением Пайерлса (20) для функции $\chi = 2w$ при замене «упругой длины» l на «магнитную длину» $\tilde{l} = \pi\sqrt{J_1/J_2}$. Решение уравнения (26), описывающее магнитный вихрь, имеет следующий простой вид:

$$\chi = \pi + 2 \arctg \frac{x}{\tilde{l}}. \quad (27)$$

Как и в модели Френкеля—Конторовой, изменение функции χ при изменении x от $-\infty$ до $+\infty$ равно 2π и решение (27) не имеет особенностей в центре магнитного вихря, однако теперь асимптотики решения на больших расстояниях имеют правильный степенной характер и совпадают с результатами континуального рассмотрения (9) при $z = b$. Полное распределение поля намагниченности, например в верхней полуплоскости, получается из формулы (23) при подстановке в нее выражения для «силы» $\tilde{f}_+ = M_0^2 J_2 2x\tilde{l}/(\tilde{l}^2 + x^2)$, следующего из решения (27) и формулы (25).

3. Магнитоструктурные топологические дефекты в двумерном антиферромагнетике

3.1. Формулировка модели

Рассмотрим распределение намагниченности в магнитоупорядоченном состоянии АФМ, содержащего дислокацию. На рис. 1 оно приведено для двухподрешеточного АФМ с «шахматным» упорядочением спинов при наличии краевой дислокации. Из рисунка

очевидно, что при обходе центра дислокации по замкнутому контуру мы попадаем в узел другой магнитной подрешетки с противоположным направлением спина. Поэтому для компенсации поворота спина на угол π с краевой дислокацией должна быть связана магнитная дисклинация с индексом Франка $k = 1$, которая в отсутствие дислокации вообще не существует. В случае слоистого АФМ с чередующимися ферромагнитноупорядоченными слоями аналогичная ситуация возникает при наличии винтовой дислокации: при обходе центра дислокации мы попадаем в соседний слой, в котором магнитные моменты должны быть направлены противоположно. Этого можно достигнуть при наличии магнитной дисклинации с индексом Франка $k = 1$ (такую дисклинацию можно рассматривать в качестве «половины магнитного вихря»). Хотя указанные соображения являются очень простыми и наглядными, аналитическое описание сложных магнитоструктурных топологических солитонов сопряжено со значительными трудностями. В работе [5] была предложена простая одномерная модель, обобщающая модель Френкеля—Конторовой на случай двух топологически связанных полей: поля упругих смещений и поля распределения намагниченности. Основная идея этой модели сводилась к следующему. Если рассмотреть тетрагональную плоскую решетку атомов с шахматной ориентацией спинов в узлах решетки и ограничиться скалярной моделью упругой подсистемы, считая, что атомы могут смещаться только в направлении оси x , то при фиксированных ориентациях спинов и относительном смещении атомов соседних атомных цепочек на межатомное расстояние спины соседних атомов из соседних цепочек становятся ферромагнитно (невыгодно) ориентированы. Чтобы учесть это обстоятельство, можно считать, что интеграл обменного взаимодействия спина из данной цепочки со всеми спинами из соседней (вдоль оси z) цепочки является периодической функцией смещения данного атома с периодом $2a$ (для простоты будем считать эту зависимость тригонометрической, что является, конечно, модельным предположением). То есть вместо выражения (6) для обменного магнитного взаимодействия будем использовать модернизированную формулу

$$W = M_0^2 \sum_{nm} \{ J_1 \cos(\varphi_{nm} - \varphi_{n-1,m}) +$$

$$+ J_2 \cos (\varphi_{nm} - \varphi_{n,m-1}) \cos [\pi (u_{nm} - u_{n,m-1})/a] \}, \quad (28)$$

которая переходит в (6) при $u_{nm} = u_{n,m-1}$.

Заметим, что обычно для учета магнитоупругого взаимодействия обменный интеграл раскладывается в ряд по малым относительным смещениям соседних атомов. При этом возникают «перекрестные» нелинейные слагаемые, линейные по относительным смещениям (деформации) и содержащие новые материальные константы — константы магнитоупругого взаимодействия. В данном случае магнитоупругое взаимодействие носит топологический характер и характеризуется прежней константой J_2 (разложение $\cos [\pi (u_{nm} - u_{n,m-1})/a]$ в формуле (28) по малым относительным смещениям приводит к слагаемым, квадратичным по деформации). Учет такого «топологического» взаимодействия приводит к связыванию уравнений динамики намагниченности и упругой подсистемы. В работе [5] была рассмотрена простая модель, в которой индекс n пробегал лишь два значения и которая описывала две связанные цепочки. При рассмотрении двумерной системы необходимо взять бесконечную последовательность связанных магнитных цепочек.

Выражение для полной потенциальной энергии системы имеет вид

$$E = U + W, \quad (29)$$

где W определяется формулой (28) и

$$U = \sum_{nm} \left\{ \frac{\alpha}{2} (u_{nm} - u_{n-1,m})^2 + U_0 \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{u_{nm} - u_{n,m-1}}{a} \right) \right] \right\}. \quad (30)$$

Для АФМ в переменных ψ_{nm} , используя (28)–(30), динамические уравнения для величин u_{nm} и ψ_{nm} получаем в виде

$$\begin{aligned} m(u_{nm})_{tt} + \alpha(2u_{nm} - u_{n-1,m} - u_{n+1,m}) + \\ + \beta(2u_{nm} - u_{n,m+1} - u_{n,m-1}) + \\ + \frac{\pi}{a} M_0^2 J_2 \{ \cos (\psi_{nm} - \psi_{n,m-1}) \times \\ \times \sin [\pi(u_{nm} - u_{n,m-1})/a] - \cos (\psi_{n,m+1} - \psi_{nm}) \times \\ \times \sin [\pi(u_{n,m+1} - u_{nm})/a] \} = 0, \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu(\psi_{nm})_{tt} + M_0^2 J_1 \{ \sin (\psi_{nm} - \psi_{n-1,m}) + \\ + \sin (\psi_{nm} - \psi_{n+1,m}) \} + M_0^2 J_2 \{ \sin (\psi_{nm} - \psi_{n,m-1}) \times \\ \times \cos [\pi(u_{nm} - u_{n,m-1})/a] + \sin (\psi_{nm} - \psi_{n,m+1}) \times \\ \times \cos [\pi(u_{n,m+1} - u_{nm})/a] \} = 0. \quad (32) \end{aligned}$$

В соответствии с обычной моделью Пайерлса в объеме вне линии $z = 0$, на которой лежит центр сложного магнитоупругого дефекта, заменяем разности смещений и отклонений спинов на пространственные производные, переходя к длинноволновому описанию в рамках линейных дифференциальных уравнений:

$$m u_{tt} - \alpha a^2 u_{xx} - \beta^* b^2 u_{zz} = 0, \quad (33)$$

$$\mu \psi_{tt} - M_0^2 J_1 a^2 \psi_{xx} - M_0^2 J_2 b^2 \psi_{zz} = 0. \quad (34)$$

Эти уравнения совпадают с уравнениями (2) и (8), однако в уравнении (33) фигурирует перенормированная константа упругого взаимодействия вдоль оси z : $\beta^* = \beta + (\pi/a)^2 M_0^2 J_2$. Однако, поскольку реально магнитные взаимодействия существенно меньше упругих, эта перенормировка несущественна и $\beta^* \cong \beta$.

Ниже будут рассмотрены возможные статические топологические упругие и магнитные дефекты в предложенной двумерной модели (заметим, что для изображенной на рис. 1 конфигурации дефекта $u_+ = -u_-$ и $\psi_+ = -\psi_-$). Поля упругих смещений $u(x, z)$ и поворотов спинов $\psi(x, z)$ вокруг магнитоупругого дефекта можно выразить через распределение сил f и \tilde{f} на границе полуплоскостей (см. разд. 2.1, 2.2). Однако выражения (17) и (25) изменятся, поскольку учитывается энергия взаимодействия упругих смещений и разворотов спинов вблизи линии, проходящей через дефект. Теперь эта энергия имеет вид

$$\begin{aligned} U = \beta \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 \left[1 - \cos \frac{2\pi\omega}{a} \right] - \\ - M_0^2 J_2 \cos \chi \cos \frac{\pi\omega}{a}. \quad (35) \end{aligned}$$

Из этого выражения следует, что

$$f_{\pm} = \mp \frac{\beta a}{2\pi} \sin \frac{2\pi\omega}{a} - \frac{\pi}{a} M_0^2 J_2 \cos \chi \sin \frac{\pi\omega}{a}, \quad (36)$$

$$\tilde{f}_{\pm} = \mp M_0^2 J_2 \cos \frac{\pi\omega}{a} \sin \chi. \quad (37)$$

Подставив выражения (36), (37) для эффективных сил в соотношения (13), (23), произведя преобразование Гильберта этих соотношений и перейдя к безразмерным координате x и относительному смещению w , получаем окончательный вид системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений для полей относительных смещений и относительных спиновых отклонений на берегах разреза:

$$-\pi \frac{d}{dx} (\hat{H}w) + \frac{\beta}{2(\alpha\beta^*)^{1/2}} \sin 2w + \frac{\pi^2 M_0^2 J_2}{a^2 (\alpha\beta^*)^{1/2}} \cos \chi \sin w = 0, \quad (38)$$

$$-\pi \frac{d}{dx} (\hat{H}\chi) + \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^{1/2} \cos w \sin \chi = 0. \quad (39)$$

Рассмотрим возможные решения этой системы, описывающие статические топологические структурные, магнитные и магнитоструктурные солитоны типа дислокаций, дисклинаций, магнитных вихрей и связанных состояний дислокаций и магнитных дисклинаций.

3.2. Структура решения. Интегрируемый случай

Прежде всего рассмотрим простейшие статические упругие и магнитные топологические дефекты, существование которых допускает двумерная модель, описываемая уравнениями (38), (39).

Выше температуры Нееля в магнитоупорядоченном состоянии средний момент M_0 обращается в нуль, и уравнение (38) переходит в уравнение (20) с решением (21), описывающим уединенную дислокацию.

При отсутствии дислокации и без учета слабого магнитоупругого взаимодействия в уравнениях (38), (39) необходимо положить $w = 0$. При этом уравнение (39) переходит в уравнение (26) в исходных переменных и имеет точное решение (27) для магнитного вихря.

Система уравнений (38), (39) по своей структуре напоминает уравнение Пайерлса, однако из-за наличия «перекрестных» слагаемых существенно сложнее для исследования. Решения этих уравнений могут быть найдены лишь в некоторых частных случаях. Заметим, что величина слагаемых, не содержащих пространственные производные, различна. В уравнении (38) коэффициент при чисто упругом

слагаемом $\beta/[2\sqrt{\alpha\beta^*}] \equiv \equiv \sqrt{\beta/\alpha}/2$ в нашем предположении об анизотропии упругих свойств является малым. Коэффициент $\sqrt{J_2/J_1}$ в уравнении (39) в предположении о пространственной анизотропии обменного взаимодействия также является малым. Наконец, коэффициент при магнитоупругом слагаемом $\pi^2 M_0^2 J_2 / a^2 \sqrt{\alpha\beta^*}$ в уравнении (38) имеет порядок величины $\sqrt{\beta/\alpha} (M_0^2 J_2 / \beta)$, т.е. по сравнению с коэффициентом при упругом слагаемом он содержит множитель $M_0^2 J_2 / \beta$, который описывает отношение магнитных и упругих взаимодействий в направлении оси z . В реальной физической ситуации это отношение всегда очень мало, и поэтому последним слагаемым в уравнении (38) можно пренебречь. При этом основная система уравнений существенно упрощается:

$$\frac{d}{dx} (\hat{H}w) = \frac{1}{l} \cos w \sin w, \quad (40)$$

$$\frac{d}{dx} (\hat{H}\chi) = \frac{1}{\tilde{l}} \cos w \sin \chi, \quad (41)$$

поскольку «отделяется» уравнение (40), описывающее упругую подсистему. Фактически эта система (при соответствующей перенормировке координаты) зависит лишь от одного параметра $l/\tilde{l} = \sqrt{J_2/J_1} \sqrt{\beta/\alpha}$. При произвольном значении этого параметра система уравнений (40), (41) не имеет явных аналитических решений. Однако с методической точки зрения весьма существенно, что она допускает простое аналитическое решение в частном случае $l/\tilde{l} = 1$, позволяющее понять топологическую природу сложного МСТД и его топологическое отличие от магнитного вихря. Заметим, что это предположение не связано с малостью магнитных взаимодействий по сравнению с упругим и в принципе выполнимо. В изотропном кристалле с $J_1 = J_2$ и $\alpha = \beta$ характерные длины l и \tilde{l} имеют один порядок величины, однако в этом случае ядра дислокации и дисклинации имеют атомный размер, и описание системы в рамках дифференциальных уравнений может производиться с большой натяжкой. В случае анизотропного кристалла и больших значений l и \tilde{l} мы можем использовать интегро-дифференциальные уравнения (40), (41), и при этом при близкой степени анизотропии упругих и магнитных взаимодействий приближенно считать l и \tilde{l} равными. В этом случае система (40), (41) имеет очевидное решение

$$\omega = \chi, \quad (42)$$

$$\lambda = l/\tilde{l}, \quad (47)$$

для которого уравнение (41) для магнитной подсистемы приобретает вид

$$\frac{d}{dx}(\hat{H}\chi) = \frac{1}{\tilde{l}} \cos \chi \sin \chi. \quad (43)$$

Как видим, оно существенно отличается от уравнения (26) для магнитного вихря. В решении (27) для МВ функция χ изменяется на 2π при изменении x от $-\infty$ до $+\infty$. Уравнение (43) имеет принципиально другое решение

$$\chi = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{x}{\tilde{l}}, \quad (44)$$

в котором функция χ изменяется на π при изменении x от $-\infty$ до $+\infty$ и которое описывает магнитную дисклинацию с индексом Франка $k = 1$.

Таким образом, уравнения (40), (43) при $l = \tilde{l}$ допускают точное решение, описывающее сложный магнитоструктурный топологический дефект — связанное состояние дислокации и магнитной дисклинации с индексом Франка $k = 1$. Наличие такого решения является очень важным, так как оно указывает на существование изучаемого топологического дефекта при произвольном соотношении параметров l и \tilde{l} . Изменения структуры решения могут носить при этом лишь количественный, но не качественный характер.

Вернемся к общему случаю системы (40), (41) при $l \neq \tilde{l}$. Линеаризуя эти уравнения на больших расстояниях по малым амплитудам полей ω и χ и заменяя в интегральных слагаемых производные $d\omega(p)/dp$ и $d\chi(p)/dp$ на δ -функции, легко найти асимптотики решений на больших расстояниях:

$$\omega \propto l/x, \quad \chi \propto \tilde{l}/x \quad \text{при } x \rightarrow \pm \infty. \quad (45)$$

Поскольку в этом пределе $\omega = u_+ - u_- \approx b(\partial u/\partial z)_{z=0}$ и $\chi = \psi_+ - \psi_- \approx b(\partial \psi/\partial z)_{z=0}$, результаты (45) согласуются с формулами (4) и (10).

В системе уравнений (40), (41) уравнение (40) для упругих смещений отделяется, и можно воспользоваться его точным решением (21) для дислокации. Подставляя его в уравнение (41), приходим к замкнутому уравнению для функции χ , в котором удобно выразить координату в терминах магнитной длины

$$x/\tilde{l} = \kappa, \quad (46)$$

и ввести единственный безразмерный параметр

характеризующий отношение масштабов изменения полей смещений и разворота намагниченности. Окончательно в новых переменных основное уравнение (41) имеет следующий вид:

$$\frac{d}{d\kappa}(\hat{H}\chi) + \frac{\kappa}{(\kappa^2 + \lambda^2)^{1/2}} \sin \chi = 0. \quad (48)$$

Исследовать это нелинейное интегро-дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами достаточно сложно. Поэтому изучим его решение в случае малых значений параметра λ . Этот предел физически осмыслен, так как обычно размер дислокации составляет порядка нескольких межатомных постоянных, а ширина доменных стенок может быть существенно больше. (Но следует помнить, что в рассматриваемой модели без анизотропии в легкой плоскости доменные границы вообще отсутствуют, и при обсуждении магнитной длины речь идет не о размере доменной границы, а о размере ядра дисклинации.)

3.3. Распределение намагниченности вокруг точечной дислокации

Прежде всего исследуем уравнение (48) в пределе $\lambda = 0$, в котором оно принимает вид

$$\frac{d}{d\kappa}(\hat{H}\chi) + \text{sgn } \kappa \sin \chi = 0. \quad (49)$$

Несложно найти асимптотики интересующего нас решения для магнитоструктурного дефекта на больших расстояниях и в центре дефекта. На больших расстояниях ($\kappa \rightarrow -\infty$) для малых значений χ из уравнения (49) имеем $\chi \approx H(d\chi/d\kappa)$. Из-за быстрого убывания производной $d\chi/d\kappa$ асимптотика χ определяется ядром преобразования Гильберта, т.е. $\chi \propto 1/\kappa$ при $\kappa \rightarrow -\infty$ (при этом $d\chi/d\kappa \propto 1/\kappa^2$ и действительно обеспечивает сходимость интеграла). Для нахождения асимптотики решения в центре дисклинации воспользуемся косоюзимностью преобразования Гильберта и симметрией функции $\sin \chi(\kappa)$ относительно κ и преобразуем уравнение (49) к виду

$$\frac{d\chi}{d\kappa} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dp \frac{\sin \chi(\sqrt{p})}{p - \kappa^2}. \quad (50)$$

Убывание функции $\sin \chi$ на больших расстояниях ($\sin \chi \propto 1/\kappa = 1/\sqrt{p}$) обеспечивает

сходимость интеграла при $p \rightarrow \infty$. При малых значениях κ основной вклад в него дают малые p , для которых $\sin \chi \approx 1$. Обрезая интеграл на расстоянии порядка единицы, получаем асимптотику решения в центре дефекта

$$\frac{d\chi}{d\kappa} \approx -\frac{2}{\pi} \ln \kappa. \quad (51)$$

Эта асимптотика имеет логарифмическую особенность, хотя сама функция $\chi(\kappa)$ остается конечной в центре дисклинации:

$$\chi \approx \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi} \kappa \ln \kappa. \quad (52)$$

Поскольку в уравнении (50) функция $G = \sin \chi(\kappa)$ находится под знаком интеграла, решение этого уравнения слабо зависит от ее конкретного вида. Важно лишь убывание на больших расстояниях, обеспечивающее сходимость интеграла. Поскольку уравнение (50) не содержит никаких параметров, амплитуда и область локализации функции G имеют величину порядка единицы.

Рассмотрев для G ряд пробных выражений (например, $G = 1$ при $\kappa < 1$ и $G = 0$ при $\kappa > 1$; $G = 1/(1 + \kappa)$; $G = 1/(1 + \kappa^2)^2$ и т.д.), нетрудно убедиться, что профиль функции $d\chi/d\kappa$, вытекающий из (50), слабо зависит от вида $G(\kappa)$, имеет логарифмическую особенность (51) в нуле и степенное убывание $\propto 1/\kappa^2$ на бесконечности.

Явное аналитическое решение для профиля намагниченности в сложном дефекте можно найти в рамках модельной, кусочно-линейной системы, в которой гейзенберговское обменное взаимодействие спинов через линию скольжения дислокации (22) заменяется на взаимодействие вида

$$W = M_{\sigma}^2 J_2 \times \begin{cases} -(\pi/2)^2 + \chi^2, & 0 < \chi < \pi/2, \\ (\pi/2)^2 - (\chi - \pi)^2, & \pi/2 < \chi < \pi. \end{cases} \quad (53)$$

При этом уравнение (49) становится кусочно-линейным:

$$\frac{d}{d\kappa} (\hat{H}\chi) = \chi - \frac{\pi}{2} (1 - \text{sgn } \kappa). \quad (54)$$

Продифференцировав это уравнение по κ и применив преобразование Фурье для функции $d\chi/d\kappa$, легко получить окончательное выражение для зависимости $\chi(\kappa)$. Для $\kappa > 0$ она имеет вид

$$\chi(\kappa) = \pi - \text{Ci } \kappa \sin \kappa + \text{si } \kappa \cos \kappa, \quad (55)$$

где $\text{Ci } \kappa$ и $\text{si } \kappa$ — интегральные косинус и синус. Из анализа решения (55) видно, что на больших

расстояниях поле намагниченности имеет асимптотику $\chi \approx \pi - 1/\kappa$, что согласуется с приведенными выше результатами. При малых значениях κ в центре дефекта производная от поля намагниченности имеет логарифмическую особенность $d\chi/d\kappa \propto \ln \kappa$, где γ — постоянная Эйлера—Маскерони, что также согласуется с полученной ранее асимптотикой. Заметим, что решение (55) осциллирует вблизи значений $\chi = 0$ и $\chi = \pi$ с максимальным отклонением порядка 0,1. Подобные осцилляции обычны для интегральных преобразований кусочно-сшитых функций.

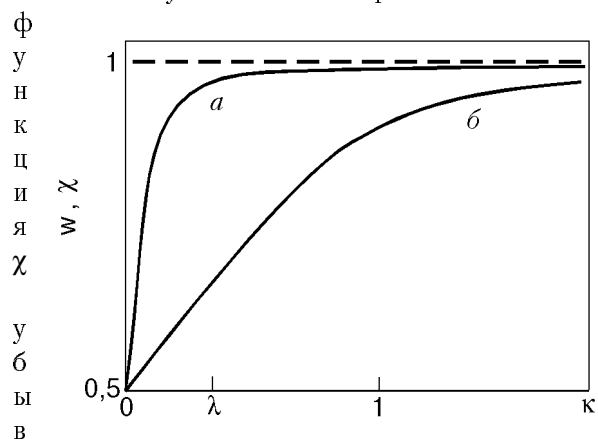
3.4. Учет конечности размера ядра дислокации

Итак, мы показали, что в пределе точечной дислокации ($\lambda = 0$) решение основного уравнения (48) имеет правильное асимптотическое поведение на больших расстояниях. Однако производная $d\chi/d\kappa$ при этом имеет логарифмическую особенность в нуле. Для уничтожения этой особенности необходимо учесть конечную ширину ядра дислокации. Вернемся к основному уравнению (48) с $\lambda \neq 0$, но по-прежнему будем считать этот параметр малым (т.е. размер ядра дислокации существенно меньше размера ядра дисклинации, который в наших безразмерных переменных порядка единицы). Следовательно, в безразмерных переменных теперь имеются два характерных масштаба: $\kappa \propto \lambda$ и $\kappa \propto 1$, и необходимо исследовать промежуточные асимптотики при $\kappa \ll \lambda$, $\lambda \ll \kappa \ll 1$ и $\kappa \gg 1$.

Перепишем уравнение (48) в более удобном виде:

$$\frac{d\chi}{d\kappa} = \frac{1}{\pi} \int \kappa' d\kappa' \frac{\sin \chi(\kappa')}{(\kappa' - \kappa)(\kappa^2 + \lambda^2)^{1/2}}. \quad (56)$$

Поскольку на больших расстояниях $\kappa \gg 1$



Фиг. 2. Распределение полей смещений w (а) и спиновых сдвигов χ (б) в ядре сложного магнитоструктурного дефекта.

как $1/\kappa$, интеграл (56) сходится на верхнем пределе. В интересующем нас случае малых значений κ основной вклад в интеграл вносит область малых κ' . Поэтому в уравнении (56) можно положить $\sin \chi(\kappa) \approx 1$ и бесконечные пределы интегрирования заменить интегрированием в интервале $[-1, 1]$. При этом получаем следующее выражение для производной $d\chi/d\kappa$:

$$\pi \frac{d\chi}{d\kappa} \approx -2 \ln \lambda + \frac{1}{\eta} \ln \frac{(1/\kappa - 1 - \eta)(\lambda^2/\kappa - 1 + \eta)}{(1/\kappa - 1 + \eta)(\lambda^2/\kappa + 1 + \eta)}, \quad (57)$$

где $\eta = (\kappa^2 + \lambda^2)^{1/2}/\kappa$.

Из выражения (57) следует, что при учете конечности размера ядра дислокации логарифмическая особенность в нуле отсутствует: $d\chi/d\kappa = -(2/\pi) \ln \lambda$ при $\kappa = 0$. При малых значениях κ профиль функции $d\chi/d\kappa$ имеет следующий вид:

$$\pi \frac{d\chi}{d\kappa} \approx -2 \ln \lambda - 2 \left(\frac{\kappa}{\lambda} \right)^2, \quad \kappa \ll \lambda, \quad (58)$$

$$\pi \frac{d\chi}{d\kappa} \approx -2 \ln \kappa, \quad \lambda \ll \kappa \ll 1. \quad (59)$$

Соответствующее распределение намагниченности $\chi(\kappa)$ приведено на рис. 2 (кривая б). Здесь же приведен график относительных смещений $w(\kappa)$ (кривая а). Относительные смещения нарастают линейно в ядре дислокации $w/\pi \approx 1/2 + \lambda\kappa/\pi$ (для $\kappa > 0$) при $\kappa \leq \lambda$, выходя затем на степенную асимптотику $w \propto 1/\kappa$. Изменение поля намагниченности в магнитной дисклинации происходит существенно медленнее: в ядре дислокации $\chi/\pi \approx 1/2 - (2/\pi^2) \kappa \ln \lambda$ ($0 < \kappa < \lambda$) и основной разворот спинов происходит на расстояниях $\kappa \geq 1$. (Заметим, что численный расчет полей вокруг двумерных топологических дефектов показал, что реально выход на соответствующие степенные асимптотики происходит на расстояниях, существенно превышающих аналитические оценки. В частности, выход на степенную асимптотику поля смещений вокруг краудина (нульмерного аналога дислокации) в 30 раз превосходит соответствующие аналитические оценки [10].)

3.5. Объемное распределение полей магнитоупругого топологического дефекта

В заключение рассмотрим распределение полей упругих смещений и спиновых разворотов во

всем двумерном объеме вокруг сложного топологического дефекта. Поскольку для 2D дислокации нам известно точное решение упругой задачи для разности смещений атомов вдоль линии дислокации $w(x)$, двумерное распределение упругих смещений находится точно.

Переписав решение (21) в исходных переменных, подставив полученное выражение для $\partial u_{\pm}/\partial x$ (с учетом того, что $u_{\pm} = \pm w/2$) в соответствии с (14) и произведя \hat{H} -преобразование этого соотношения, получим явный вид производных $\partial u_{\pm}/\partial z$ на границе раздела полупространств. Продифференцировав по z формулу (13) и подставив в правую часть найденное выражение для $\partial u_{\pm}/\partial z$, после простых вычислений получаем окончательное выражение для распределения деформации в 2D объеме:

$$\frac{\partial u}{\partial z}(z \geq 0) = \frac{a}{2\pi} \frac{x\zeta}{[x^2 + \zeta^2(z \pm b/2)^2]}, \quad (60)$$

где $\zeta = (a/b) \sqrt{\alpha/\beta}$.

Таким образом, выражение для деформации (60) в модели Пайерлса отличается от соответствующего выражения (4) в континуальной теории упругости заменой координаты z в знаменателе на величину $z \pm b/2$ для полупространств с $z \geq 0$, т.е. для каждого из полупространств соответствующее решение имеет особенность вне данного объема. Из формулы (60) легко находится распределение поля смещений в объеме вокруг дислокации:

$$u(x, z \geq 0) = \frac{a}{2\pi} \arctg \left[\left(z \pm \frac{b}{2} \right) \frac{\zeta}{x} \right]. \quad (61)$$

Сравнивая этот результат с выражением (3), следующим из континуальной теории упругости, мы видим, что в модели Пайерлса решение для дислокации не имеет особенности в нуле и совпадает с решением (3) на больших расстояниях.

Для нахождения распределения поля намагниченности во всем двумерном объеме вокруг магнитной дисклинации необходимо воспользоваться формулой (23), продифференцировав ее по z и подставив в нее выражение (37) для эффективной силы. При этом получаем

$$\frac{d\psi}{dz} = \frac{z\xi}{b\pi} \int \frac{p \sin \chi(p) dp}{[(p-x)^2 + (z\xi)^2][p^2 + (a/2 \sqrt{J_1/J_2})^2]^{1/2}}, \quad (62)$$

где $\xi = (a/b) \sqrt{J_1/J_2}$.

Интересуясь асимптотикой выражения (62) на расстояниях, больших «магнитной длины» $x, z \gg$

$\gg a\sqrt{J_1/J_2}$, заменим $p/[p^2 + (a\sqrt{J_1/J_2}/2)^2]^{1/2}$ знаковой функцией и аппроксимируем $\sin \chi(p)$ выражением $1/(p^2 + L^2)^{1/2}$, где L — величина порядка «магнитной длины». После этого интеграл в (62) берется в элементарных функциях [11], хотя и имеет громоздкий вид. Но на расстояниях, больших «магнитной длины» $x, z \gg L$, это выражение может быть разложено в ряд по степеням x/L и z/L , и первые члены этого разложения имеют вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial z}(z \geq 0) \approx \frac{Lx}{b(x^2 + z^2\xi^2)} \left[1 \mp \frac{4Lz\xi}{\pi(x^2 + z^2\xi^2)} + O\left(\frac{L^2}{x^2}, \frac{L^2}{z^2}\right) \right]. \quad (63)$$

Сравнивая формулу (63) с асимптотикой (10) решения в линейной теории, приходим к соотношению $L = a\sqrt{J_1/J_2}$ (т.е. в безразмерных переменных $L = 2\tilde{l}$ и действительно по порядку величины совпадает с «магнитной длиной»).

Из формулы (63) находим окончательное приближенное выражение для распределения поля спиновых отклонений в двумерной дисклинации:

$$\psi(z \geq 0) \approx \arctg \left[\left(z \pm \frac{2b}{\pi} \right) \frac{\xi}{x} \right], \quad (64)$$

$x, z \gg a\xi.$

На больших расстояниях от центра дефекта это, естественно, совпадает с ранее приведенной формулой (9), но теперь для каждого из полупространств особенность смещается на атомное расстояние вне этого объема, и общее решение не содержит сингулярности.

Заключение

В данной работе предложена новая двумерная модель для описания структуры сложных магнитоупругих топологических особенностей в 2D АФМ. Она представляет собой обобщение модели Пайерлса на случай двух связанных полей — упругих смещений и спиновых отклонений. Для этих полей получена замкнутая система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. При отсутствии дислокации она

допускает точное решение для 2D магнитного вихря, а при наличии дислокации — решение для связанного состояния дислокации и магнитной дисклинации. Для частного случая соотношения упругой и магнитной анизотропии получено точное решение для такого дефекта. В случае, когда анизотропия упругих взаимодействий существенно меньше пространственной анизотропии обменного взаимодействия, найдено приближенное решение для сложного магнитоструктурного дефекта, не содержащее особенности в его ядре и имеющее правильные асимптотики на больших расстояниях от центра.

1. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
2. А. Хуберт, *Теория доменных стенок в упорядоченных средах*, Мир, Москва (1983).
3. А. С. Ковалев, А. М. Косевич, *ФНТ* **3**, 259 (1977).
4. И. Е. Дзялошинский, *Письма в ЖЭТФ* **25**, 110 (1977).
5. А. С. Ковалев, *ФНТ* **20**, 1034 (1994).
6. Б. А. Иванов, В. Е. Киреев, В. П. Воронов, *ФНТ* **23**, 845 (1997).
7. А. М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища школа, Харьков (1988).
8. M. E. Gouvea, G. M. Wysin, A. R. Bishop, and F. G. Mertens, *Phys. Rev.* **B39**, 11840 (1989).
9. M. D. Greenberg, *Application of Green's Functions in Science and Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1971).
10. A. S. Kovalev, A. D. Kondratyuk, A. M. Kosevich, and A. I. Landau, *Phys. Status Solidi* **B177**, 117 (1993).
11. И. М. Рыжик, И. С. Градштейн, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, ГИТТЛ, Москва (1951).

Magnetic structural topological defects in two-dimensional antiferromagnets

O. K. Dudko and A. S. Kovalev

A two-dimensional model generalizing the Peierls model to the case of magnetization and elastic displacement distribution fields connected is proposed to describe the structure of a magnetoelastic topological defect which represents a bound state of a dislocation and a magnetic disclination in an antiferromagnet. A set of nonlinear one-dimensional integral-differential equations is obtained which provides solutions for magnetic vortices and magnetic disclinations connected with dislocations with the true asymptotics for long distances and without singularities in the topological defect core.