Физика низких температур, 1996, т. 22, № 3, с. 271-276 УДК 537.312.62;539.14

К теории $2D$ сверхпроводимости при произвольной плотности носителей и косвенном взаимодействии между ними

В. М. Локтев, С. Г. Шарапов

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова,
Украина, 252143, г. Киев, ул. Метрологическая 14-б
E-mail:vloktev@gluk.apc.org

Статья поступила в редакцию 24 июля 1995 г., после переработки 12 октября 1995 г.

Исходя из микроскопического модельного гамильтониана для системы ферми-частиц, взаимодействующих с фононами, получены самосогласованные уравнения для параметра порядка и химического потенциала, допускающие анализ ее сверхпроводящих свойств при произвольных концентрациях фермионов. Получено решение этих уравнений, которое позволяет проследить переход от режима локальных пар к куперовскому спариванию. Показано, что тип сверхпроводящего поведения определяется положением уровня Ферми относительно предельной энергии фононов, а также интенсивностью косвенного взаимодействия между фермионами.

Виходячи із мікроскопічного модельного гамільтоніану для системи фермі-частинок, що взаємодіють з фононами, отримані самоузгоджені рівняння для параметра порядку та хімічного потенціалу, що дозволяють провести аналіз її надпровідних властивостей при довільних концентраціях ферміонів. Отримано роз'язок цих рівнянь, що дозволяє простежити перехід від режиму локальних пар до куперівського двійкування. Показано, що тип надпровідної поведінки визначається розташуванням рівня Фермі відносно граничної енергії фононів, а також інтенсивністю непрямої взаємодії між ферміонами.

1. Введение

Описание физических свойств высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) остается одной из наиболее сложных проблем физики твердого тела. Это связано с тем, что ВТСП обладают рядом особенностей: сложной (слоистой) кристаллической структурой, низкой концентрацией носителей, зависимостью от последней целого ряда характеристик этих систем и т.д. Все это приводит к тому, что теоретическое исследование ВТСП приходится проводить на упрощенных моделях.

Так, квази-$2D$ характер сверхпроводимости и низкая плотность носителей приводят к тому, что в ВТСП может происходить переход (кроссовер) от режима, описываемого теорией БКШ с куперовскими парами, к режиму локальных пар. К настоящему времени такой переход удалось рассмотреть лишь в полевых моделях с локальным незапаздывающим взаимодействием в приближении среднего поля [1,2] и с учетом гауссовых флуктуаций [3].

В то же время следует признать, что упомянутое взаимодействие является, вообще говоря, нереалистичным и должно рассматриваться как следствие более фундаментального, природа которого для ВТСП не установлена. Не исключено, что им, как и в обычных сверхпроводниках, окажется электрон-фононное взаимодействие (ЭФВ) либо, в силу необычных магнитных свойств ВТСП—электрон-магнонное. В любом случае представляется, что адекватно описывающей ВТСП была бы модель, в которой притяжение между носителями обеспечивалось бы обменом возбуждениями какого-либо бозонного поля. В рамках подобной модели можно получить не только притяжение между носителями заряда, но и оценить роль такого важного фактора, как запаздывание взаимодействия. Соответствующее обобщение вносит в теорию еще один параметр ω_0 — частоту возбуждений бозонного поля. В низкотемпературных сверхпроводниках ω_0 — это частота Дебая, для которой выполняется неравенство $\omega_0 << \varepsilon_F$ (ε_F — энергия Ферми). Для ВТСП с их малой плотностью носителей, возможно, скорее реализуется ситуация с $\omega_0 < \varepsilon_F$, если за взаимодействие ответственны, например, оптические фононы, либо можно предполагать $\omega_0 \approx \varepsilon_F$, если взаимодействие осуществляется с помощью магнонов, либо даже $\omega_0 > \varepsilon_F$, если посредством dd-экситонов (механизм Гайдидея—Локтева—Вебера [4,5]).

© В. М. Локтев, С. Г. Шарапов, 1996

В настоящей работе изучается влияние ЭФВ* на спектр сверхпроводящей фазы $2D$ металла с переменной плотностью носителей. В частности, нас будет интересовать зависимость параметра порядка (щели) и химического потенциала системы от концентрации носителей n_f, а также кроссовер от куперовских пар к локальным.

2. Модель и основные уравнения

Как известно, гамильтониан, описывающий систему с ЭФВ, может быть записан в форме (см. [6,7])

$$H = -\psi_\sigma^+(\mathbf{r})\left(\frac{\nabla^2}{2m} + \mu\right)\psi_\sigma(\mathbf{r}) +$$

$$+ H_{\text{ph}}(\varphi(\mathbf{r})) + g\psi_\sigma^+(\mathbf{r})\psi_\sigma(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}) \ , \qquad (1)$$

где H_{ph} — оператор, описывающий фононы с дисперсией $\omega(\mathbf{k})$; $\mathbf{r}$ — $2D$ вектор; $\psi_\sigma(\mathbf{r})$, $\varphi(\mathbf{r})$ — ферми- и бозе-поля в представлении Шредингера; σ — спин; g — константа ЭФВ; μ — химический потенциал, полагаем $\hbar = 1$.

Для выяснения влияния эффектов запаздывания на электронный спектр в зависимости от n_f необходимо исследовать систему двух уравнений, первое из которых является уравнением Элиашберга [8] для собственно-энергетической части $\Sigma(p)$, записанным с помощью формализма Намбу (см. [9])

$$\Sigma(p) = ig\int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3}\tau_z\, G(p')\tau_z\, \Gamma(p', p; p-p')D(p-p') \ , \qquad (2)$$

а второе — известным условием для электронной функции Грина $G(p)$, связывающим химический потенциал μ с $n_f = m\varepsilon_F/\pi$:

$$-i\int \mathrm{tr}\,[\tau_z\, G(\mathbf{p}, t{=}0)]\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} = n_f \ . \qquad (3)$$

Здесь $\Gamma(p, p'; p-p')$ — вершинная функция; $D(p-p')$ — «одетый» фононный пропагатор; τ_z — матрица Паули.

Очевидно, что в столь общей форме исследовать систему (2), (3) не удастся, поэтому приходится делать некоторые упрощающие задачу предположения.

Одним из таких предположений, которое обычно принимается при изучении уравнения Элиашберга, является пренебрежение эффектами, которые непосредственно не связаны с появлением аномальных средних.

Второе предположение вытекает из теоремы Мигдала [10], утверждающей, что при $\omega << \varepsilon_F$ электрон-фононную вершинную часть можно заменить «голой» величиной g. Заметим, что в рамках рассматриваемой задачи мы не можем прямо воспользоваться результатом Мигдала, поскольку для ВТСП стандартное неравенство $\omega_0 << \varepsilon_F$, в принципе, может и не выполняться. Однако недавно эта теорема была обобщена на случай $\omega_0 >> \varepsilon_F$ [11], поэтому и для малых плотностей n_f (определяющихся тем же условием $\varepsilon_F << \omega_0$) вершинную функцию Γ в (2) можно заменить на g. Желая получить аналитические результаты, допустим, что «голой» вершиной можно воспользоваться для всех соотношений между ω_0 и ε_F, хотя имеются указания [12], что при $\omega_0 \sim \varepsilon_F$ учет полной вершинной функции важен и может приводить к увеличению T_c.

Наконец, третье предположение связано с выбором вида «одетого» бозонного пропагатора. Как обычно (см. [9]), заменим его «голым», который имеет вид [6]

$$D(k) = \frac{\omega^2(\mathbf{k})}{k_0^2 - \omega^2(\mathbf{k}) + i\delta} \ , \qquad (4)$$

где $k \equiv \{k_0, \mathbf{k}\}$ — трехмерный вектор; $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$.

Ниже для дисперсии фононов $\omega(\mathbf{k})$ принимается модель Эйнштейна, т.е. $\omega(\mathbf{k}) = \omega_0$. Используя это приближение, а также учитывая, что в силу первого из высказанных выше предположений функция $\Sigma(p)$ пропорциональна параметру порядка $\Phi(p)$, уравнение (2) может быть преобразовано в уравнение для Φ, зависящего лишь от частоты p_0:

$$\Phi(p_0) = -ig^2\int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3}\ \frac{\Phi(p_0')}{p_0'^2 - \xi(\mathbf{p}')^2 - |\Phi(p_0')|^2 + i\delta}\ \frac{\omega_0^2}{(p_0 - p_0')^2 - \omega_0^2 + i\delta} \ , \qquad (5)$$

* Роль промежуточного бозона могут, как отмечено, играть также элементарные бозе-возбуждения другой природы.

где $p = \{p_0, \mathbf{p}\}$, и задача сводится к исследованию системы уравнений (3) и (5). Подчеркнем, что уравнение (5) для параметра порядка исследовалось и решалось многократно, однако во всех известных нам случаях (см. [6–9]) величина μ совпадала с ε_F и для спектра нормального состояния принималось разложение $\xi(\mathbf{p}) \approx \mathbf{p}_F(\mathbf{p} - \mathbf{p}_F)/m$ ($\mathbf{p}_F$ — импульс Ферми).

3. Электронный спектр

Искомая концентрационная зависимость электронного спектра может быть охарактеризована величиной $\Delta(n_f) \equiv |\Phi(p_0{=}0, n_f)|$, которая задает энергетическую щель. Поскольку нас интересует только величина $\Phi(p_0 = 0)$, решение системы (3) и (5) будем приближенно искать в виде $\Phi(p_0) =$ $=$ const. Последнее позволяет свести эти интегральные уравнения к обычным трансцендентным.

Тогда после интегрирования по p_0 и p уравнение (5) сведется, в зависимости от соотношения между Δ и ω_0, к уравнениям [13]:

при $\Delta < \omega_0$

$$1 = \frac{g^2\omega_0 m}{8\pi\sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}}\left[\ln\left|\frac{x - \sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}}{x + \sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}}\right| - \ln\left|\frac{x\omega_0 - \sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}\,\sqrt{x^2 + \Delta^2}}{x\omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}\,\sqrt{x^2 + \Delta^2}}\right|\right]\Bigg|_{-\mu}^{W-\mu} \tag{6}$$

и при $\Delta > \omega_0$

$$1 = \frac{g^2\omega_0 m}{4\pi\sqrt{\Delta^2 - \omega_0^2}}\left[\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{\Delta^2 - \omega_0^2}} - \operatorname{arctg}\frac{x\omega_0}{\sqrt{\Delta^2 - \omega_0^2}\,\sqrt{x^2 + \Delta^2}}\right]\Bigg|_{-\mu}^{W-\mu} \tag{7}$$

Здесь $W = \mathbf{k}_{\max}^2/2m$ — ширина зоны проводимости; $k_{\max} = 2\pi/a$ (a — постоянная, имеющая размерность длины).

Уравнение (3) после тех же операций приобретает вид

$$W - \sqrt{(W-\mu)^2 + \Delta^2} + \sqrt{\mu^2 + \Delta^2} = 2\varepsilon_F . \tag{8}$$

Заметим, что уравнения (6) и (7) имеют сингулярность при $\Delta = \omega_0$, которая связана с неприменимостью здесь приближения $\Phi(p_0) =$ const.

Рассмотрим некоторые предельные случаи, для которых системы (6) и (8) или (7) и (8) допускают аналитическое решение и которые указывают как соотносится рассматриваемая модель с моделями с незапаздывающим взаимодействием [1,2], а также классической моделью Морела—Андерсона [14].

1. В случае незапаздывающего взаимодействия, когда $\omega_0 \gg W, \varepsilon_F, \Delta$, уравнение (6) переходит в

$$\frac{1}{g^2} - \frac{m}{4\pi}\ln\frac{W - \mu + \sqrt{(W-\mu)^2 + \Delta^2}}{\sqrt{\mu^2 + \Delta^2} - \mu} = 0 . \tag{9}$$

В результате система (8) и (9) с точностью до обозначений совпадает с системой, изученной в [2].

Напомним, что в случае широкой зоны и слабого ЭФВ решение системы (8), (9) естественно выражается через энергию двухфермионных связанных состояний в вакууме [1,2,15]

$$\varepsilon_b = -2W\exp\left(-\frac{4\pi}{mg^2}\right) \tag{10}$$

и имеет простой вид

$$\Delta = \sqrt{2|\varepsilon_b|\varepsilon_F}\ , \quad \mu = -\frac{|\varepsilon_b|}{2} + \varepsilon_F . \tag{11}$$

2. Можно, однако, ожидать, что в ВТСП, скорее, выполняется соотношение $W \gg \omega_0, \varepsilon_F, \Delta$, поэтому представляется разумным в (6), (7) и (8) перейти к пределу $W \to \infty$:

$$1 = \frac{g^2\omega_0 m}{8\pi\sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}}\left[-\ln\left|\frac{\mu + \sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}}{-\mu + \sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}}\right| - \ln\frac{\Delta^2}{4\omega_0^2} + \right.$$

$$\left. + \ln\left|\frac{\mu\omega_0\sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}\,\sqrt{\mu^2 + \Delta^2}}{-\mu\omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 - \Delta^2}\,\sqrt{\mu^2 + \Delta^2}}\right|\right] , \quad \omega_0 > \Delta ; \tag{12}$$

$$1 = \frac{g^2\omega_0 m}{4\pi\sqrt{\Delta^2-\omega_0^2}}\left[\frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg}\frac{\mu}{\sqrt{\Delta^2-\omega_0^2}} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arctg}\frac{\mu\omega_0}{\sqrt{\Delta^2-\omega_0^2}\,\sqrt{\mu^2+\Delta^2}}\right], \quad \omega_0 < \Delta\ ; \quad (13)$$

$$\mu + \sqrt{\mu^2+\Delta^2} = 2\varepsilon_F\ . \quad (14)$$

В дальнейшем будет показано, что зависимости $\Delta(\varepsilon_F)$ и $\mu(\varepsilon_F)$ с учетом эффектов запаздывания наиболее удобно изучать именно для случая бесконечно широкой зоны путем аналитического и численного решения систем (12), (14) и (13), (14).

3. Теории БКШ соответствует неравенство $\varepsilon_F \gg \omega_0, \Delta$. Тогда из (14) следует, что $\varepsilon_F - \mu \approx \approx \Delta^2/\varepsilon_F$ или $\mu \approx \varepsilon_F$. Рассмотрим два оговоренных выше случая:

а) $\Delta < \omega_0$. Предположив дополнительно, что $\Delta \ll \omega_0$, из уравнения (12) получаем формулу теории БКШ [6]

$$\Delta = 2\omega_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{mg^2}\right), \quad (15)$$

т.е., как и должно быть, принятое неравенство выполняется, если связь слабая ($g^2m/2\pi \ll 1$). Заметим, что (15) (если принять обозначение $mg^2/2\pi \equiv \equiv \lambda$) соответствует результатам [14]. Величина $\Phi(0)$ в [14] была получена подстановкой в уравнение аналогичное (5) пробной функции $\Phi(p_0) \neq \neq$ const, что служит оправданием достаточно грубому приближению $\Phi(p_0) = \Delta$.

б) $\Delta > \omega_0$. Если в дополнение к условиям $\varepsilon_F \gg \omega_0$, Δ мы предположим, что $\Delta \gg \omega_0$, то из (13) находим

$$\Delta = \omega_0\sqrt{1 + (g^2m/16)^2} \approx \omega_0\, g^2m/16\ . \quad (16)$$

Этот результат справедлив, если считать связь сильной ($g^2m/16 \gg 1$). Если Δ существенно превышает ω_0, то нетрудно убедиться, что формула (16) соответствует случаю сверхсильной связи [7,16].

4. Малым n_f отвечает условие $\varepsilon_F, \Delta \ll \omega_0$. Поскольку тогда Δ может быть порядка ε_F, уравнение (14) становится нетривиальным и уже не дает $\mu = \varepsilon_F$.

Из условия $\Delta \ll \omega_0$ при этом следует, что нужно рассматривать лишь уравнения (12) и (14); тем не менее, как и ранее (случай БКШ), эта система может иметь два решения в зависимости от того, является взаимодействие слабым (а) или сильным (б).

а) Если предположить также, что $|\mu| \ll \omega_0$, то из (12) и (14) легко получить решение

$$\Delta = 2\sqrt{\omega_0\,\varepsilon_F}\exp\left(-\frac{2\pi}{mg^2}\right), \quad \mu = -\omega_0\exp\left(-\frac{4\pi}{mg^2}\right) + \varepsilon_F\ . \quad (17)$$

Из него видно, что условие $|\mu| \ll \omega_0$ выполняется при $g^2m/4\pi \ll 1$. Сопоставляя (10), (11) с (17), легко видеть, что последнее можно переписать следующим образом (ср. (10) и (11)):

$$\Delta = \sqrt{2\,|\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}|\varepsilon_F}\ , \quad \mu = -\frac{|\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}|}{2} + \varepsilon_F\ , \quad (18)$$

где

$$\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})} \equiv -2\omega_0\exp\left(-\frac{4\pi}{mg^2}\right)\ . \quad (19)$$

Поскольку выражения (10) и (19) аналогичны, естественно предположить, что $\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}$ имеет тот же смысл, что и ε_b, определяемая (10), т.е. является энергией связанного состояния, которое в данном случае возникает за счет ЭФВ. Именно поэтому в (19) стоит величина ω_0, характеризующая энергию фононов.

Вместе с тем, решение (18) имеет и важное отличие от (11); если (11) справедливо при всех значениях ε_F, то область применимости (18) ограничена условием $\varepsilon_F \ll \omega_0$. При выполнении же неравенства $\varepsilon_F \gg \omega_0$ нужно использовать выражение (15), тогда как при $\varepsilon_F \ll \omega_0$ носители оказываются «адиабатически» медленной подсистемой и запаздывание косвенного взаимодействия можно не учитывать. С ростом же ε_F и особенно в области $\varepsilon_F \gg \omega_0$ роль запаздывания становится решающей, и формула (15) тому подтверждение.

Из (18) видно также, что при $\varepsilon_F < |\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}|/2$ химический потенциал $\mu < 0$, а следовательно, реализуется так называемый режим локальных пар [1,2]. Здесь важно отметить: если в [1,2] величина ε_b была независимым параметром, то в рассматриваемом случае $\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}$ выражается через параметры ЭФВ. Из (15) и (19) видно, что Δ_{BCS} и $\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}$ связаны соотношением $|\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}| = \Delta_{BCS}\exp(-4\pi/mg^2)$, т.е. $\varepsilon_b^{(\mathrm{weak})}$ экспоненциально мала по сравнению с Δ_{BCS}. Это означает, что в случае слабой связи область существования локальных пар очень мала и представляет, скорее, теоретический интерес. Такое же соотношение со-

хранится и для соответствующих этим ситуациям критических температур.

б) Предположим теперь, что хотя и ε_F, $\Delta \ll \omega_0$, но $|\mu| \gg \omega_0$ ($\mu < 0$). Тогда для системы (12) и (14) также можно получить решение

$$\Delta = 2\sqrt{\omega_0 \operatorname{cth}(4\pi/mg^2)\varepsilon_F}\,, \qquad \mu = -\omega_0 \operatorname{cth}\left(\frac{4\pi}{mg^2}\right) + 2\varepsilon_F \operatorname{cth}^2\left(\frac{4\pi}{mg^2}\right). \tag{20}$$

Из него видно, что условие $|\mu| \gg \omega_0$ выполняется, если $g^2 m/4\pi \gg 1$. Здесь снова можно ввести энергию

$$\varepsilon_b^{(\text{strong})} \equiv -2\omega_0 \operatorname{cth}\left(\frac{4\pi}{mg^2}\right) \approx -\omega_0 \frac{mg^2}{2\pi} \tag{21}$$

и записать (20) в виде

$$\Delta = \sqrt{2|\varepsilon_b^{(\text{strong})}|\varepsilon_F}\,, \qquad \mu = -\frac{|\varepsilon_b^{(\text{strong})}|}{2} + 2\varepsilon_F \operatorname{cth}^2\left(\frac{4\pi}{mg^2}\right). \tag{22}$$

Практически все, что было сказано относительно решения для (18), остается в силе и для (22). В частности, можно записать формулу, связывающую $\varepsilon_b^{(\text{strong})}$ и $\Delta_{BCS}^{(\text{strong})}$: $|\varepsilon_b^{(\text{strong})}| = 8\Delta_{BCS}^{(\text{strong})}/\pi$. Но есть и отличия: во-первых, как видно из (21) и (22), для случая сильной связи область существования локальных пар довольно велика и, в принципе, они могли бы наблюдаться экспериментально, во-вторых, из асимптотического поведения решения (22) для μ следует, что при $\varepsilon_F \ll \omega_0$ скорость роста μ отличается от последней при $\varepsilon_F \gg \omega_0$. Это означает, что зависимость $\mu(\varepsilon_F)$ должна проявлять излом.

Завершая обсуждение полученных решений системы (12) и (14) для случая низких n_f, отметим: мы не учитывали флуктуаций параметра порядка $\Phi(p)$ и рассматривали чисто $2D$ систему в приближении среднего поля. Вместе с тем известно [17], что в такой системе $T_c = 0$ как раз из-за этих флуктуаций. Реальные же системы являются, скорее, квази-$2D$, поэтому для них $T_c \neq 0$. Тем не менее учет флуктуаций параметра порядка для малых n_f остается принципиально важным и для квази-$2D$ систем, так как кардинально меняется зависимость T_c от ε_b. Например, если принять, что $|\mu|/T_c \gg 1$ (т.е. энергия связи (см. (10) либо (21)) локальных пар настолько велика, что в пределах $T \lesssim T_c$ можно пренебречь их термическим разрушением), то T_c в слоистой системе будет определяться уравнением [3]

$$T_c = \frac{\varepsilon_F}{2\ln(2T_c\,|\varepsilon_b| m_z^2 d^4)}\,, \tag{23}$$

в котором m_z — эффективная масса носителей для движения между этими плоскостями; d — расстояние между ними. Сравнивая (22) и (23), видим, что если в приближении среднего поля величина Δ (а значит, и T_c) увеличивалась с ростом $|\varepsilon_b^{(\text{strong})}|$, то из (23) вытекает, что с ростом $|\varepsilon_b^{(\text{strong})}|$ температура T_c начинает падать. Принципиальное отличие от результата работы [3] состоит в том, что если в последней рассматривался случай незапаздывающего взаимодействия и T_c уменьшалась именно как функция его величины, то при ЭФВ T_c падает и с ростом ω_0 ($\omega_0 \gg \varepsilon_F$) (в

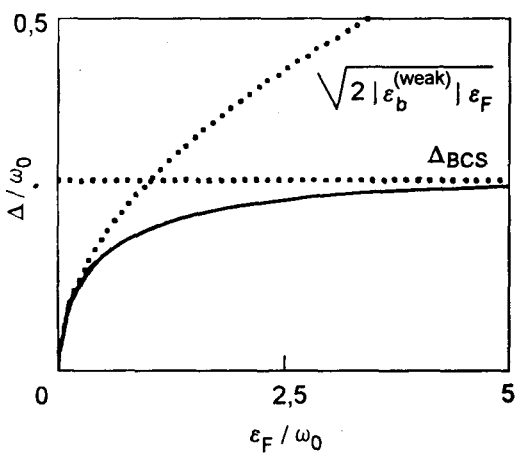

Рис. 1. Зависимость $\Delta(\varepsilon_F)$ при $mg^2/4\pi = 0{,}25$ (сплошная линия). Пунктирными линиями изображены решение (18) для Δ, а также величина Δ_{BCS}, определяемая (15).

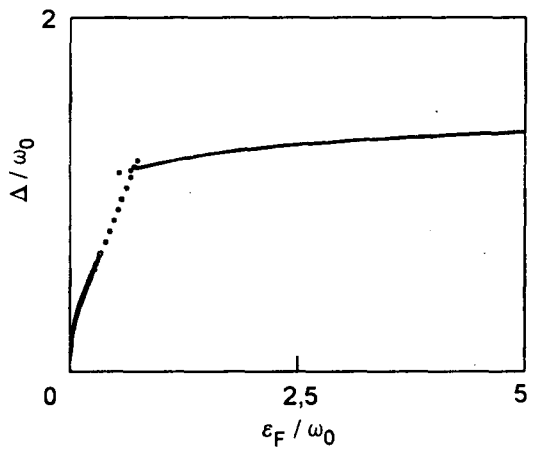

Рис. 2. Зависимость $\Delta(\varepsilon_F)$ при $mg^2/4\pi = 1{,}11$ (сплошная линия). Пунктирными линиями изображена область, где уравнения (12) и (13) не применимы.

самом деле, $|\varepsilon_b^{(strong)}|$ возрастает как с увеличением g, так и ω_0, приводя к понижению T_c).

5. Приведем, наконец, результаты численного решения систем (12), (14) и (13), (14) при некоторых значениях константы связи g.

а) Решение (12) и (14) для случая слабой связи показано на рис. 1 Видно, что при $\varepsilon_F << \omega_0$ выражение (18) для Δ совпадает с ним, а при $\varepsilon_F \approx \omega_0$ и $\varepsilon_F >> \omega_0$ идет выше. Заметим, что, строго говоря, этот рост может продолжаться, пока зона не заполнится наполовину. В системе же в ЭФВ решение при $\varepsilon_F >> \omega_0$ неограниченно возрастать не может, выходя на свой предел равный Δ_{BCS}. Химический потенциал μ (здесь его график не приведен) линейно зависит от ε_F и при очень малых концентрациях носителей отрицателен.

б) В случае промежуточной связи зависимость $\Delta(\varepsilon_F)$, изображенная на рис. 2, строилась сразу по двум системам: (12), (14) для малых ε_F и (13), (14) — для больших. В отличие от случая слабой связи здесь область локальных пар ($\mu < 0$) достаточно велика и сравнима по величине с ω_0.

Заключение

Полученные результаты, хотя и относятся к упрощенной модели, демонстрируют тесную связь характеристик сверхпроводимости с положением уровня Ферми ε_F относительно предельной частоты ω_0. Так, оказывается, что для малых ε_F характер зависимости $\Delta(\varepsilon_F)$, который был получен в модели с незапаздывающим взаимодействием, выживает и в более реалистичной модели с ЭФВ. Это позволяет полагать, что, например, предлагаемое в [18] объяснение наблюдаемой в ВТСП 1-2-3 характерной «ступенчатой» зависимости $T_c(\varepsilon_F)$, которое существенно опирается на поведение $\Delta(\varepsilon_F)$ с увеличением n_f в однозонной модели и на наличие нескольких сверхпроводящих слоев в элементарной ячейке, остается в силе.

Вместе с тем, принятые приближения поставили некоторые вопросы. Например, оказалось, что наибольшее значение величина Δ принимает при $\varepsilon_F >> \omega_0$. В связи с этим возникает вопрос: в чем преимущество ВТСП, позволяющее достичь рекордных значений T_c, при относительно малых значениях ε_F? Возможно, что для ответа на этот вопрос и выяснения возможности превышения величиной Δ значения Δ_{BCS} потребуется учет вершинной функции (см. [11,12]) (проверка теоремы Мигдала для области $\varepsilon_F \sim \omega_0$ с учетом уравнения для μ).

Выражаем признательность Э. В. Горбару, В. П. Гусынину и И. А. Шовковому за стимулирующие обсуждения, а также Э. А. Пашицкому за конструктивные замечания. Работа частично поддержана Международным научным фондом (грант № K5O400).

1. M. Randeria, J. Duan, and L. Shieh, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 981 (1989); *Phys. Rev.* **B41**, 327 (1990).
2. Э. В. Горбар, В. П. Гусынин, В. М. Локтев, *СФХТ* **6**, 483 (1993); *ФНТ* **19**, 1171 (1993).
3. E. V. Gorbar, V. M. Loktev, and S. G. Sharapov, *Preprint ITP-95-6E* (1995); cond-mat/9503004; С. Г. Шарапов, *Препринт ИТФ-95-6У* (1995); *УФЖ* (1996) (в печати).
4. Yu. B. Gaididei and V. M. Loktev, *Phys. Status Solidi* **B147**, 307 (1988).
5. W. Weber, *Z. Phys.* **B70**, 323 (1988).
6. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Наука, Москва (1962).
7. С. В. Вонсовский, Э. З. Курмаев, Ю. А. Изюмов, *Сверхпроводимость переходных металлов, их сплавов и соединений*, Наука, Москва (1977).
8. Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **38**, 966 (1960).
9. J. R. Schrieffer, *Theory of Superconductivity*, Benjamin, New York (1964).
10. А. Б. Мигдал, *ЖЭТФ* **34**, 1438 (1958).
11. M. A. Ikeda, A. Ogasawara, and M. Sugihara, *Phys. Lett.* **A170**, 319 (1992).
12. L. Pietronero and S. Strässler, *Europhys. Lett.* **18**, 627 (1992).
13. В. М. Локтев, С. Г. Шарапов, *Препринт ИТФ-95-18Р* (1995).
14. P. Morel and P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **125**, 1263 (1962).
15. K. Miyake, *Progr. Theor. Phys.* **69**, 1794 (1983).
16. P. B. Allen and R. C. Dynes, *Phys. Rev.* **B12**, 905 (1975).
17. H. C. Hohenberg, *Phys. Rev.* **158**, 383 (1967).
18. Э. В. Горбар, В. М. Локтев, С. Г. Шарапов, *ФНТ* **21**, 421 (1995).

On the theory of *2D* superconductivity at arbitrary density of fermions and indirect interaction between them

V. M. Loktev and S. G. Sharapov

Using the microscopic model Hamiltonian, the equations for order parameter and chemical potential have been obtained for a system of Fermi-particles interacting with phonons which permit an analysis of its superconducting properties to be made for an arbitrary fermion concentration. The solution of the equations is given that makes it possible to trace the crossover from a local pair regime to Cooper pairing. The type of superconducting behavior is shown to depend on both the position of the Fermi level with respect to a maximum phonon energy and strength of indirect interactions between fermions.