Физика низких температур, 1998, т. 24, № 1, с. 8–12

О типах звуковых возбуждений в двухконденсатных релятивистских сверхтекучих системах

С. И. Вильчинский

Киевский университет им. Тараса Шевченко, Украина, 2520022, г. Киев, пр. акад. Глушкова, 6
E-mail:sivil@popper1.isf.kiev.ua

П. И. Фомин

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Украина, 252143, г. Киев, ул. Метрологическая, 14,б
E-mail:pfomin@gluk.apc.org.

Статья поступила в редакцию 3 апреля 1997 г., после переработки 9 сентября 1997 г.

Получены и решены уравнения, описывающие распространение акустических волн в релятивистских сверхтекучих двухконденсатных системах. Показано, что особенностью рассматриваемой системы является наличие дополнительной акустической моды и двух типов волн четвертого звука.

Отримано і розв'язано рівняння, що описують розповсюдження акустичних хвиль в релятивістських надплинних двоконденсатних системах. Показано, що наявність хвиль додаткової акустичної моди та двох типів четвертого звуку є особливістю системи, що розглядається.

PACS: 67.57.De

В данной работе рассмотрено распространение звуковых возбуждений в релятивистской квантовой системе, находящейся в локально равновесном состоянии ниже критической точки, когда в ней сосуществуют нормальная и две сверхтекучие компоненты (два типа конденсатов), каждая со своей плотностью $\rho_n(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_r(x)$ некоторого обобщенного заряда и со своим полем скоростей $u^\nu(x)$, $v_l^\nu(x)$, $v_r^\nu(x)$. Для каждого конденсата существует свой газ возбуждений с плотностью $\rho_{nl}(x)$ и $\rho_{nr}(x)$ и свой сохраняющийся ток j_l^ν , j_r^ν . Скорости движения обоих газов возбуждений предполагаются одинаковыми, так как их выравнивает вязкость. Нерелятивистские системы такого типа рассмотрены в работах [1–6], феноменологическая релятивистская теория сверхтекучести для систем с двумя типами конденсатов рассмотрена в [7], а распространение звуковых возбуждений в нерелятивистской двухконденсатной системе — в [2, 4, 6].

Запишем уравнения гидродинамики, описывающие рассматриваемую систему [7]. Система уравнений включает:

а) уравнения непрерывности

$$\partial_\nu j_l^\nu = 0 \ , \qquad \partial_\nu j_r^\nu = 0 \ , \tag{1}$$

где $j_l^\nu = \rho_{nl}\, u^\nu + \rho_l\, v_l^\nu$, $j_r^\nu = \rho_{nr} u^\nu + \rho_r v_r^\nu$, $\rho_{nl} + \rho_{nr} = \rho_n$.

Из (1) следует, что плотности ρ_n , ρ_l и ρ_r определены как лоренц-инвариантные. Векторы скоростей в компонентах имеют вид ($c = 1$)

$$w^\nu = (1/\sqrt{1-\mathbf{w}^2}\ , \quad \mathbf{w}/\sqrt{1-\mathbf{w}^2}\ ), \quad w^\nu w_\nu = 1 \ ,$$

где w^ν есть u^ν, v_l^ν , v_r^ν;

б) уравнение непрерывности для энтропии

$$\partial_\nu S^\nu = 0 \ , \tag{2}$$

где $S^\nu = S_n u^\nu$;

в) уравнения сверхтекучих движений

$$(\mu_l/\gamma_l)v_l^\nu \partial_\nu v_l^\lambda = \Delta_l^{\lambda\nu}\partial_\nu(\mu_l/\gamma_l)\ ,$$
$$(\mu_r/\gamma_r)v_r^\nu \partial_\nu v_r^\lambda = \Delta_r^{\lambda\nu}\partial_\nu(\mu_r/\gamma_r)\ , \tag{3}$$

здесь $\Delta_r^{\lambda\nu} = g^{\lambda\nu} - v_r^\lambda v_r^\nu\ ,\ v_{r\nu}\Delta_r^{\lambda\nu} = 0\ ,\ \ v_{l\nu}\Delta_l^{\lambda\nu} = 0;$

$$\Delta_l^{\lambda\nu} = g^{\lambda\nu} - v_l^\lambda v_l^\nu\ ,\ \ v_{l\nu}\Delta_l^{\lambda\nu} = 0;$$

$g^{\lambda\mu}$ — метрический тензор, μ_l , μ_r — химические потенциалы, определяемые следующим термодинамическим тождеством:

$$dP = S_n dT + \rho_r d(\mu_r\gamma_r^{-1}) +$$
$$+ \rho_{nr}d\mu_r + \rho_{nl}d\mu_l + \rho_l d(\mu_l\gamma_l^{-1})\ , \tag{4}$$

где P — давление; T — температура, а лоренц-факторы γ_l и γ_r определяются таким образом:

$$\gamma_l = v_l^\nu u_\nu = 1/\sqrt{1 - (\mathbf{v}_l - \mathbf{u})_E^2}\ ,$$
$$\gamma_r = v_r^\nu u_\nu = 1/\sqrt{1 - (\mathbf{v}_r - \mathbf{u})_E^2}\ ,$$

где символ E означает эйнштейновскую разность скоростей;
г) уравнение сохранения энергии-импульса

$$\partial_\nu T^{\lambda\nu} = 0\ , \tag{5}$$

тензор энергии-импульса имеет следующий вид:

$$T^{\lambda\nu} = (TS_n + \mu_l\rho_{nl} + \mu_r\rho_{nr})u^\lambda u^\nu +$$
$$+ \gamma_l^{-1}\mu_l\rho_l v_l^\lambda v_l^\nu + \gamma_r^{-1}\mu_r\rho_r v_r^\lambda v_r^\nu - Pg^{\lambda\nu}\ .$$

Мы выбираем здесь тензор энергии-импульса в аддитивной форме. При этом не учитывается смешанный член, содержащий произведение сверхтекучих скоростей обоих конденсатов, типа

$$w_{rl}(v_l^\nu v_r^\lambda + v_r^\nu v_l^\lambda)\ ,$$

который описывает эффект взаимного увлечения сверхтекучими движениями, предсказанный в работе [2]. В принципе такой член может быть учтен, однако, как показывает сравнение результатов работ [4,6], в которых рассматривалось распространение звуков в нерелятивистских двухконденсатных сверхтекучих системах без учета эффекта увлечения, с результатами работы [2], в которой этот эффект учитывался, учет смешанных членов не меняет число и характер звуковых мод в рассматриваемой системе и только незначительно влияет на скорость звуков. Естественно ожидать, что ситуация в релятивистском случае будет аналогичной, но, так как выкладки при этом оказываются значительно более громоздкими, мы с целью упрощения в данной работе не будем учитывать вклад смешанного члена в скорость звуков.

Найдем решения системы уравнений (1)–(5) для акустических процессов. Описание звуков будет производиться в явно ковариантной форме. Индексом «0» будем обозначать равновесные значения величин, считая их не зависящими от координат и времени, а индексом «1» — малые отклонения от равновесных значений. В равновесном состоянии можно считать, как и при рассмотрении аналогичной задачи в нерелятивистской теории сверхтекучести, что сверхтекучие и нормальная компоненты движутся с одинаковой скоростью: $u_0^\nu = v_{l0}^\nu\ ,\ u_0^\nu = v_{r0}^\nu$.
Заметим, что, поскольку

$$u_\nu u^\nu = 1\ ,\ \ v_{l\nu}v_l^\nu = 1\ ,\ \ v_{r\nu}v_r^\nu = 1\ ,\ \ u_{0\nu}u_0^\nu = 1\ ,$$

в линейном приближении u_1^ν, v_{r1}^ν, v_{l1}^ν оказываются ортогональными u_0^ν :

$$u_{0\nu}u_1^\nu = v_{r1}^\nu u_{0\nu} = v_{l1}^\nu u_{0\nu} = 0\ . \tag{6}$$

Тогда, используя соотношения ортогональности (6), с точностью до членов второго порядка будем иметь $\gamma_l \cong 1$, $\gamma_r \cong 1$.

После линеаризации уравнений (1)–(5) и исключения производных от u_1^ν , v_{r1}^ν , v_{l1}^ν , получаем систему из трех уравнений, описывающую распространение звуков в рассматриваемой двухконденсатной релятивистской системе:

$$\partial_u^2\varepsilon_1 + \theta P_1 = 0\ ;$$
$$\partial_u^2\sigma_1 + \beta\,\theta\,P_1 + \alpha_l\,\theta\,\mu_{l1} + \alpha_{r1}\theta\,\mu_{r1} = 0\ ;$$
$$\delta\partial_u^2\rho_1 + v\partial_u^2\sigma_1 + (\rho_{l0}/\mu_{l0})\,\theta\,\mu_{l1} + (\rho_{r0}/\mu_{r0})\,\theta\,\mu_{r1} = 0\ . \tag{7}$$

Здесь $\sigma \equiv S/\rho$, $\theta \equiv \Delta^{\lambda\mu}\partial_\lambda\partial_\mu$, $\partial_u \equiv u_0^\nu\partial_\nu$,

$$\beta \equiv \frac{\delta_0(\rho_{l0} + \rho_{r0})}{\rho_0 \omega_{n0}} , \quad \omega_{n0} \equiv (TS_n + \mu_l \rho_{nl} + \mu_r \rho_{nr})_0 ,$$

$$\alpha_l \equiv -(\rho_{l0}\sigma_0/\mu_{l0}\rho_0) \frac{\omega_{n0} + \mu_{l0}(\rho_{l0} + \rho_{r0})}{\omega_{n0}} ,$$

$$\delta \equiv 1 - (\rho_{n0}/\rho_0) ,$$

$$\alpha_r \equiv -(\rho_{r0}\sigma_0/\mu_{r0}\rho_0) \frac{\omega_{n0} + \mu_{r0}(\rho_{l0} + \rho_{r0})}{\omega_{n0}} ,$$

$$\nu \equiv -\rho_{n0}/\sigma_0 ,$$

ε — инвариантная плотность энергии, определяемая равенством $\varepsilon = u_0^\nu u_0^\mu T_{\nu\mu}$:

Рассматривая решение системы (7) в виде плоских волн (все термодинамические величины изменяются по закону $\exp(ik^\nu x_\nu)$, k^ν — четырехмерный волновой вектор) и выбирая в качестве независимых переменных P, μ_l , μ_r , из условия совместности уравнений (7) получаем дисперсионное уравнение относительно волнового вектора κ, определяющее квадрат скорости звука:

$$\begin{aligned}
&\kappa^6 \Big\{[\sigma(\partial\rho/\partial P) + \nu(\partial\sigma/\partial P)]\,[(\partial\varepsilon/\partial\mu_l)\,(\partial\sigma/\partial\mu_r) - (\partial\varepsilon/\partial\mu_r)\,(\partial\sigma/\partial\mu_l)] + [\sigma(\partial\rho/\partial\mu_l) + \nu(\partial\sigma/\partial\mu_l)] \times \\
&\times [(\partial\varepsilon/\partial P)\,(\partial\sigma/\partial\mu_r) - (\partial\varepsilon/\partial\mu_r)\,(\partial\sigma/\partial P)] + [\sigma(\partial\rho/\partial\mu_r) + \nu(\partial\sigma/\partial\mu_r)]\,[(\partial\varepsilon/\partial P)\,(\partial\sigma/\partial\mu_l) - (\partial\varepsilon/\partial\mu_l)\,(\partial\sigma/\partial P)]\Big\} + \\
&+ \kappa^4 \Big\{[\sigma(\partial\rho/\partial P) + \nu(\partial\sigma/\partial P)]\,[\alpha_r(\partial\varepsilon/\partial\mu_l) - \alpha_l(\partial\varepsilon/\partial\mu_r)] + (\rho_{l0}/\mu_{l0})\,[(\partial\varepsilon/\partial P)\,(\partial\sigma/\partial\mu_r) - (\partial\varepsilon/\partial\mu_r)\,(\partial\sigma/\partial P)] + \\
&+ [\sigma(\partial\rho/\partial\mu_l) + (\nu(\partial\sigma/\partial\mu_l)]\,[\alpha_r(\partial\varepsilon/\partial P) - \beta(\partial\varepsilon/\partial\mu_r)] + (\rho_{r0}/\mu_{r0})\,[(\partial\varepsilon/\partial P)\,(\partial\sigma/\partial\mu_r) - (\partial\varepsilon/\partial\mu_r)\,(\partial\sigma/\partial P)] + \\
&+ [\sigma(\partial\rho/\partial\mu_r) + \nu(\partial\sigma/\partial\mu_r)]\,[\alpha_l(\partial\varepsilon/\partial P) - \beta(\partial\varepsilon/\partial\mu_l)]\Big\} + \kappa^2 \Big\{\alpha_r[\sigma(\partial\rho/\partial\mu_l) + \nu(\partial\sigma/\partial\mu_l)] + \\
&+\alpha_l[\sigma(\partial\rho/\partial\mu_r) + \nu(\partial\sigma/\partial\mu_r)] + (\rho_{r0}/\mu_{r0})\,[\alpha_l(\partial\varepsilon/\partial P) + (\partial\sigma/\partial\mu_l) + (\partial\varepsilon/\partial\mu_l)\,(\partial\sigma/\partial P) - \beta(\partial\varepsilon/\partial\mu_l)] + \\
&+ (\rho_{l0}/\mu_{l0})\,[\alpha_r(\partial\varepsilon/\partial P) + (\partial\sigma/\partial\mu_r) + (\partial\varepsilon/\partial\mu_r)\,(\partial\sigma/\partial P) - \beta(\partial\varepsilon/\partial\mu_r)]\Big\} + \alpha_l(\rho_{r0}/\mu_{r0}) + \alpha_r(\rho_{l0}/\mu_{l0}) = 0 .
\end{aligned} \tag{8}$$

В нерелятивистской теории сверхтекучести при рассмотрении аналогичной задачи величины, содержащие температурный коэффициент расширения $\beta = \rho^{-1}(\partial\rho/\partial T)$, ввиду его малости полагают малыми по сравнению с величинами, не содержащими β. Кроме того, так как в нерелятивистском пределе $\mu \to \mu_{\mathrm{nrel}} + c^2$, то в дальнейшем с целью упрощения выкладок будем полагать, как и в [8],

$$\rho^{-1}(\partial\rho/\partial T) << 1 , \qquad T/\mu_l << 1 , \qquad T/\mu_r << 1 . \tag{9}$$

В [8] показано, что при выполнении этих условий справедливы следующие соотношения:

$$[1 - (\partial P/\partial\varepsilon)\,(\partial\sigma/\partial\mu_l)] << 1 , \qquad [1 - (\partial P/\partial\varepsilon)\,(\partial\sigma/\partial\mu_r)] << 1 , \tag{10}$$

и, кроме того, из (9) и (10) следует неравенство

$$[1 + T\sigma/(\mu_l + \mu_r)]^{-1} \left[\frac{T}{\mu_l\rho_l + \mu_r\rho_r}\right] (\partial P/\partial\varepsilon)\,(\partial P/\partial T) << 1 . \tag{11}$$

Учитывая (9)–(11) уравнение (8) после громоздких преобразований можно свести к такому виду:

$$\kappa^6-\kappa^4\left\{\frac{(\partial T/\partial\sigma)\sigma^2(\rho_{l0}+\rho_{r0})\,(\omega_{n0}+\omega_{l0}+\omega_{r0})+(\partial P/\partial\varepsilon)\,(\mu_{l0}\rho_{l0}+\mu_{r0}\rho_{r0})}{\mu_{l0}\rho_{l0}+\mu_{r0}\rho_{r0}}+\right.$$

$$\left.+\frac{\rho_{l0}\rho_{r0}\,[\mu_l\rho_l(\partial\mu_l/\partial\rho_r)+\mu_r\rho_r(\partial\mu_r/\partial\rho_l)]}{\sigma^2(\rho-\rho_{n0})+\rho_{l0}\rho_{r0}[(\partial\mu_l/\partial\rho_l)+(\partial\mu_r/\partial\rho_r)]}\right\}+\kappa^2\left\{\frac{(\partial T/\partial\sigma)\,\sigma^2(\rho_{l0}+\rho_{r0})\,(\omega_{n0}+\omega_{l0}+\omega_{r0})\,(\partial P/\partial\varepsilon)}{\mu_{l0}\rho_{l0}+\mu_{r0}\rho_{r0}}+\right.$$

$$+\frac{(\partial T/\partial\sigma)\sigma^2\,(\rho_{l0}+\rho_{r0})\,(\omega_{n0}+\omega_{l0}+\omega_{r0})\,[\mu_l\rho_l\,(\partial\mu_l/\partial\rho_r)+\mu_r\rho_r\,(\partial\mu_r/\partial\rho_l)]}{(\mu_{l0}\rho_{r0}^{-1}+\mu_{r0}\rho_{l0}^{-1})\,(\sigma^2(\rho-\rho_{n0})+\rho_{l0}\rho_{r0}\,[(\partial\mu_l/\partial\rho_l)+(\partial\mu_r/\partial\rho_r)]}+$$

$$\left.+\frac{\rho_{l0}\rho_{r0}\,[\mu_l\rho_l(\partial\mu_l/\partial\rho_r)+\mu_r\rho_r(\partial\mu_r/\partial\rho_l)]\,(\partial P/\partial\varepsilon)}{\sigma^2(\rho-\rho_{n0})+\rho_{l0}\rho_{r0}[(\partial\mu_l/\partial\rho_l)+(\partial\mu_r/\partial\rho_r)]}\right\}-$$

$$-\frac{(\partial T/\partial\sigma)\sigma^2(\rho_{l0}+\rho_{r0})\,(\omega_{n0}+\omega_{l0}+\omega_{r0})\,[\mu_l\rho_l(\partial\mu_l/\partial\rho_r)+\mu_r\rho_r(\partial\mu_r/\partial\rho_l)]}{(\partial\varepsilon/\partial P)\,(\mu_{l0}\rho_{r0}^{-1}+\mu_{r0}\rho_{l0}^{-1})\,\sigma^2(\rho-\rho_{n0})+\rho_{l0}\rho_{r0}[(\partial\mu_l/\partial\rho_l)+(\partial\mu_r/\partial\rho_r)]}=0\ . \tag{12}$$

Первый корень этого уравнения

$$\kappa_1^2=(\partial P/\partial\varepsilon) \tag{13}$$

определяет скорость первого звука, волны которого представляют собой колебания плотности и давления при отсутствии колебаний температуры. Полученное выражение совпадает с выражением для скорости первого звука в релятивистских односкоростных системах [8]. Второй корень

$$\kappa_2^2=\frac{(\partial T/\partial\sigma)\sigma^2(\rho_{l0}+\rho_{r0})\,(\omega_{n0}+\omega_{l0}+\omega_{r0})}{\mu_{l0}\rho_{l0}+\mu_{r0}\rho_{r0}} \tag{14}$$

определяет квадрат скорости распространения волн второго звука, которые представляют собой колебания температуры и энтропии при отсутствии колебаний давления. В случае, когда одна из плотностей конденсатов обращается в нуль, полученное выражение совпадает с соответствующим выражением для квадрата скорости второго звука в одноконденсатной релятивистской системе [8].

Третий корень

$$\kappa_3^2=\frac{\rho_{l0}\rho_{r0}[\mu_l\rho_l(\partial\mu_l/\partial\rho_r)+\mu_r\rho_r\,(\partial\mu_r/\partial\rho_l)]}{\sigma^2(\rho-\rho_{n0})+\rho_{l0}\rho_{r0}[\partial\mu_l/\partial\rho_l)+(\partial\mu_r/\partial\rho_r)]} \tag{15}$$

определяет квадрат скорости еще одной, третьей по счету, акустической моды, распространение которой является специфическим свойством двухконденсатных систем. В случае, когда одна из сверхтекучих плотностей обращается в нуль, скорость звука в (15) также обращается в нуль. Волны этого звука представляют собой колебания плотностей и химических потенциалов.

Рассмотренные акустические волны по своему характеру совпадают с аналогичными в нерелятивистской теории сверхтекучести. В нерелятивистском пределе ($c\to\infty$, $\mu\to\mu_{\rm nrel}+c^2$) полученные выражения для скоростей переходят в выражения для скоростей звуковых мод, полученных Халатниковым в [6] при решении аналогичной нерелятивистской задачи без учета эффекта увлечения.

Рассмотрим далее распространение волн четвертого звука в двухконденсатной системе. Четвертый звук, по определению [9], соответствует колебаниям, возникающим в системе, когда нормальная компонента заторможена. При исследовании четвертого звука будем учитывать, что вследствие заторможенности нормальной компоненты имеют место соотношения

$$u^\nu(x)=u_0^\nu(x)\ ,\qquad u_1^\nu(x)=0\ .$$

Линеаризацию уравнений будем производить при упрощающих условиях

$$u_0^\nu=v_{l0}^\nu\ ,\quad u_0^\nu=v_{r0}^\nu\ ,\quad \gamma_l=\gamma_r=1\ .$$

Линеаризованная система уравнений в этом случае имеет вид

$$\partial_u\rho_1+\rho_{l0}\partial_\nu v_{l1}^\nu+\rho_{r0}\partial_\nu v_{r1}^\nu=0\ ,$$

$$\sigma_0\partial_u\rho_1+\rho_0\partial_u\sigma_1=0\ ,$$

$$\mu_0 v_{l0}^\nu\partial_\nu v_{l1}^\lambda=\Delta_l^{\lambda\nu}\partial_\nu\mu_{l1}\ ,\qquad \mu_{r0}v_{r0}^\nu\partial_\nu v_{r1}^\lambda=\Delta_r^{\lambda\nu}\partial_\nu\mu_{r1}\ ,$$

$$\partial_u\varepsilon_1+\mu_{l0}\rho_{l0}\partial_\nu v_{l1}^\nu+\mu_{r0}\rho_{r0}\partial_\nu v_{r1}^\nu=0\ ,$$

$$\mu_{l0}\rho_{l0}\partial_u v_{l1}^\nu+\mu_{r0}\rho_{r0}\partial_u v_{r1}^\nu-\Delta^{\lambda\nu}\partial_\lambda P_1=0\ . \tag{16}$$

После исключения производных от скоростей и, принимая во внимание, что из второго уравнения (16) следует, что в рассматриваемом случае лишь две термодинамические переменные являются независимыми, получаем систему из двух уравнений. Из условия разрешимости системы следует дисперсионное биквадратное уравнение, из которого находим выражения для скоростей четвертого звука:

$$\kappa_{4l}^2 = \frac{\rho_{l0}(1 + \rho_0\sigma_0\xi_l)}{\mu_0\rho_0[(\partial\rho/\partial P) - \xi_l(\partial\rho_l/\partial T)]} ,$$
$$\kappa_{4r}^2 = \frac{\rho_{r0}(1 + \rho_0\sigma_0\xi_r)}{\mu_0\rho_0[(\partial\rho/\partial P) - \xi_r(\partial\rho_r/\partial T)]} , \quad (17)$$

где

$$\xi_l = \frac{\sigma_0(\partial\rho_l/\partial P) + \rho_0(\partial\sigma/\partial P)}{\sigma_0(\partial\rho_l/\partial T) + \rho_0(\partial\sigma/\partial T)} ,$$

$$\xi_r = \frac{\sigma_0(\partial\rho_r/\partial P) + \rho_0(\partial\sigma/\partial P)}{\sigma_0(\partial\rho_r/\partial T) + \rho_0(\partial\sigma/\partial T)} .$$

Наличие двух типов волн четвертого звука также является характерным свойством двухконденсатных систем. В случае, когда одна из плотностей обращается в нуль, то в нуль обращается и соответствующая звуковая мода, а полученное выражение переходит в выражение для скорости четвертого звука в одноконденсатной системе [10]. Волны четвертого звука представляют собою колебания температуры, энтропии и соответствующей плотности в ситуации, когда нормальная компонента заторможена, что согласуется с характером колебаний в аналогичной волне в нерелятивистской теории [4,5]. Кроме того, в нерелятивистском пределе данный результат переходит в выражения для скоростей четвертого звука, полученные в [4].

1. И. М. Халатников, *ЖЭТФ* **32**, 653 (1957).
2. А. Ф. Андреев, Е. П. Башкин, *ЖЭТФ* **69**, 827 (1974).
3. М. Ю. Ковалевский, И. М. Лавриненко, *ФНТ* **8**, 341 (1992); Н. Н. Боголюбов (мл.), М. Ю. Ковалевский, А. М. Курбатов, С. В. Пелетминский, А. Н. Тарасов, *УФН* **139**, 4 (1989).
4. В. П. Минеев, *ЖЭТФ* **67**, 682 (1974); *УФН* **139**, 303 (1983).
5. Г. Е. Воловик, В. П. Минеев, И. М. Халатников, *ЖЭТФ* **69**, 675 (1975); Г. Е. Воловик, *УФН* **143**, 73 (1984).
6. И. М. Халатников, *Письма в ЖЭТФ* **7**, 17 (1973).
7. С. И. Вильчинский, П. И. Фомин, *ФНТ* **21**, 729 (1995).
8. П. И. Фомин, В. Н. Шадура, *ДАН Украины*, сер, А, № 6, 58 (1985).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
10. С. И. Вильчинский, П. И. Фомин, *ФНТ* **21**, 735 (1995).

The types of sound excitations in the relativistics superfluidities systems with two types of condensates

S. I. Vilchinsky and P. I. Fomin

The equations describing propagation of acoustic waves in the relativistic superfluid two-condensate system are obtained and solved. It is shown that the presence of waves of an additional acoustic mode and two types of waves of the fourth sound is a specific feature of the system considered.