

О парном характере сверхтекучего конденсата в гелии-II

С. И. Вильчинский

Киевский университет им. Т. Шевченко, Украина, 252022, г. Киев, пр. акад. Глушкова, 6
E-mail: sivil@popper1.isf.kiev.ua

Э. А. Пашицкий

Институт физики НАН Украины, Украина, 252650, г. Киев, пр. Науки, 46

П. И. Фомин

*Институт прикладной физики и Институт теоретической физики НАН Украины,
Украина, 252142, г. Киев, ул. Метрологическая, 14,6*
E-mail: pfomin@gluk.apc.org

Статья поступила в редакцию 2 июня 1997 г.

На основе эмпирических данных о динамике примесных атомов ^3He в сверхтекучем ^4He , свидетельствующих об аномально большой эффективной массе ^3He , выдвигается гипотеза о спаривании атомов гелия ниже λ -точки. Обсуждается роль парного конденсата в явлении сверхтекучести ^4He и возможности дополнительных экспериментальных подтверждений эффекта спаривания атомов ^4He , в частности обнаружения вихрей с полуцелым квантом циркуляции скорости.

На основі емпіричних даних про динаміку домішкових атомів ^3He в надплинному ^4He , які свідчать про аномально велику ефективну масу ^3He , висунуто гіпотезу про парування атомів гелію нижче λ -точки. Обговорено роль парного конденсата в явищі надплинності ^4He і можливості додаткових експериментальних підтвержень ефекту парування атомів ^4He , зокрема виявлення вихорів з напівцілим квантом циркуляції швидкості.

PACS: 67.57.-z

Вопрос о существовании в жидком гелии ниже λ -точки когерентного конденсата пар атомов ^4He и его роли в микроструктуре сверхтекучей компоненты ρ_s неоднократно обсуждался в литературе [1–9], но не потерял актуальности и сегодня, как в связи с отсутствием микроскопической теории сверхтекучей бозе-жидкости, так и из-за недостатка соответствующих экспериментальных данных. Ранее в работах [1–7] рассматривалась возможность сосуществования одночастичного бозе-кондесата $\langle \hat{\Psi}_0 \rangle \neq 0$ и конденсата слабосвязанных бозонных пар $\langle \hat{\Psi}_p \cdot \hat{\Psi}_{-p} \rangle \neq 0$, в некотором смысле аналогичных куперовским парам в сверхпроводнике [10].

Однако, как было показано в [8], такое сосуществование двух конденсатов — «истощенного» за счет взаимодействия между

бозонами одночастичного конденсата (ОК) с малым числом частиц ($n_0 \ll n$) и интенсивного парного конденсата (ПК), возникающего в случае достаточно сильного притяжения в широкой области импульсов $p \neq 0$, — приводит к неустойчивости сверхтекучей бозе-системы, тогда как основное состояние, содержащее при $T = 0$ только ПК при полном отсутствии ОК, является устойчивым.

В настоящей работе мы хотим обратить внимание на одно весьма существенное эмпирическое свидетельство в пользу образования связанных пар атомов ^4He в сверхтекучем гелии и обсудить ряд следствий, вытекающих из этого обстоятельства. Речь пойдет о трактовке природы наблюдаемой в различных экспериментах аномально большой эффективной массы m_3^* атомов ^3He в растворах ^3He в ^4He [11]:

$m_3^* = (2,38 \pm 0,04)m_3$ по измерениям теплоемкости при концентрации ${}^3\text{He}$ порядка 1% [12] и $m_3^* \approx 2,35m_3$ по спектрам примесных возбуждений [13] (где m_3 — масса атома ${}^3\text{He}$). Причина такого большого увеличения массы примесных атомов ${}^3\text{He}$ в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ требует серьезного теоретического обоснования и, с нашей точки зрения, не может быть объяснена одним только взаимодействием с элементарными возбуждениями (тем более в первом порядке теории возмущений [14]).

Мы хотим обратить внимание на примечательную близость сверху величины m_3^* к суммарной массе атомов ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$:

$$m_3 + m_4 = \frac{7}{3} m_3 = 2,33(3)m_3 ,$$

что свидетельствует, по нашему мнению, о существовании связанных состояний атомов ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ в сверхтекучем гелии.

При этом наблюдаемое в слабом растворе (~1%) ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ небольшое превышение массы m_3^* над $\frac{7}{3}m_3$ вполне может быть обусловлено рассмотренным в [14] взаимодействием с квазичастицами (фононами), тогда как увеличение его до $m_3^* = (2,38 \pm 0,04)m_3$ в 5%-ном растворе ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$ [12], по-видимому, может быть связано с прямым взаимодействием между атомами ${}^3\text{He}$ [12].

Но если в растворах ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$ существуют связанные пары атомов ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$, то тем более в чистом ${}^4\text{He}$ ниже T_λ должны существовать связанные пары атомов ${}^4\text{He}$, поскольку потенциал парного взаимодействия между ними практически такой же, как и между ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$, а энергия нулевых колебаний меньше благодаря большей приведенной массе $\mu_{4-4} = m_4/2$ вместо $\mu_{3-4} = \frac{3}{4}m_4$ (где m_4 — масса атомов ${}^4\text{He}$). Кроме того, обменное взаимодействие двух тождественных бозе-частиц также должно способствовать их спариванию. Вследствие этого сверхтекучая компонента ρ_s в ${}^4\text{He}$ может представлять собой конденсат связанных пар атомов ${}^4\text{He}$.

Следует подчеркнуть, что такой конденсат не полностью адекватен рассматриваемому в [1–9] «куперовскому» ПК с сильно перекрывающимися волновыми функциями бозонных пар. Это может быть показано с помощью подхода, развитого в [8] для бозе-системы с «истощенным» ОК и интенсивным ПК, когда число частиц в бозе-конденсате $n_0 \ll n$ (n — полное число частиц) и система уравнений Дайсона–Беляева [15] для нормальной Σ_{11} и аномальной Σ_{12} собственноэнергетических частей с точностью до

главных членов по малому параметру $n_0/n \ll 1$ принимает вид ($p = (\mathbf{p}, \omega)$)

$$\Sigma_{11} = n'V_0 + n_0\Lambda(p)\tilde{V}(p) + \Phi(p) , \quad (1)$$

$$\Sigma_{12}(p) = n_0\Lambda(p)\tilde{V}(p) + \Psi(p) , \quad (2)$$

где

$$\Phi(p) = i \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} G_{11}(p')\tilde{V}(p-p')\Gamma(p, p') , \quad (3)$$

$$\Psi(p) = i \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} G_{12}(p')\tilde{V}(p-p')\Gamma(p, p') . \quad (4)$$

Здесь n' — число бозонов в надконденсатных (возбужденных) состояниях; $V_0 \equiv V(0)$ — нулевая фурье-компонента затравочного потенциала $V(p)$ парного взаимодействия между частицами; $G_{11}(p)$ и $G_{12}(p)$ — нормальная и аномальная бозонные функции Грина; $\Gamma(p, p')$ — вершинная часть взаимодействия с учетом многочастичных эффектов; $\Lambda(p) = \Gamma(p, 0) = \Gamma(0, p)$, а $\tilde{V}(p)$ — перенормированная («экранирующая») фурье-компонента потенциала взаимодействия:

$$\tilde{V}(\mathbf{p}, \omega) = V(\mathbf{p})[1 - V(\mathbf{p})\Pi(\mathbf{p}, \omega)]^{-1} , \quad (5)$$

где $\Pi(p)$ — поляризационный оператор бозонов:

$$\Pi(p) = i \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} [G_{11}(p')G_{11}(p'-p) + G_{12}(p')G_{12}(p'-p)]\Gamma(p', p) . \quad (6)$$

Заметим, что использованное в [8] приближение ($n_0 \ll n$, $n' \approx n$), которое позволяет записать «укороченные» уравнения (1) и (2) для Σ_{11} и Σ_{12} , прямо противоположно исходному приближению Боголюбова [16] для почти идеального бозе-газа, когда $n_0 \approx n$ и $n' \ll n$.

В отсутствие ОК ($n_0 \equiv 0$) параметр порядка $\Psi(p)$ когерентного ПК вырожден по фазе и при $T \rightarrow 0$ определяется однородным нелинейным интегральным уравнением [8]:

$$\Psi(p) = - \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \Gamma(p, p')\tilde{V}(p-p') \frac{\Psi(p')}{2\varepsilon(p')} , \quad (7)$$

где

$$\varepsilon(p) = \left\{ \left[\frac{p^2}{2m} - \mu + nV_0 + \Phi(p) \right]^2 - |\Psi(p)|^2 \right\}^{1/2} , \quad (8)$$

а μ — химический потенциал бозонов, который, согласно теории Гугенгольца—Пайса [17], с учетом (1), (2) при $n_0 = 0$ и $n' \approx n$ равен

$$\mu = \Sigma_{11}(0) - \Sigma_{12}(0) = nV_0 + \varphi(0) - \Psi(0). \quad (9)$$

Заметим, что в работах [1–8] предполагалось, что в одночастичном спектре $\epsilon(p)$ существует конечная щель $\Delta \neq 0$ при $p = 0$. Согласно [7,8], при $n_0 = 0$ это автоматически приводит к нарушению как соотношения (9), так и гидродинамической асимптотики Реатто—Честера [18] для парной корреляционной функции $\langle \Psi(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}') \rangle$, которая из степенной $\sim |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-2}$ превращается в экспоненциальную $\sim \exp(-\kappa |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$, где $\kappa \sim \Delta$. Однако наличие щели Δ в спектре бозонов с интенсивным ПК не является необходимым (в отличие от фермионов [10]), поэтому спектр квазичастиц остается акустическим $\epsilon \approx pu$ при $p \rightarrow 0$, где $n = \sqrt{\Psi(0)/m^*}$ (m^* — эффективная масса бозонов с учетом взаимодействия), а соотношение [9] и гидродинамическая асимптотика

$$\langle \hat{\Psi}(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle > \sim |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-2}$$

сохраняются в отсутствие ОК.

Нетривиальное решение $\Psi(p) \neq 0$ интегрального уравнения (7), соответствующее образованию когерентного ПК без ОК, существует только в том случае, когда эффективное взаимодействие $\Gamma\tilde{V}$ в достаточно широкой области импульсов соответствует притяжению ($\Gamma\tilde{V} < 0$), которое должно превышать отталкивание при $p \rightarrow 0$, необходимое для макроскопической устойчивости системы относительно самопроизвольного сжатия.

Заметим, что даже в бозе-системе с отталкиванием между частицами возникает эффективное притяжение в некоторой области импульсного пространства ($p \neq 0$). Если рассматривать атомы гелия ${}^4\text{He}$ как твердые сферы с бесконечным отталкиванием на расстояниях $r < a$ (где a — диаметр атома ${}^4\text{He}$), то самосогласованный потенциал взаимодействия, как показано в [19], имеет вид

$$V(p) = V_0 \frac{\sin pa}{pa} \quad (10)$$

и отрицателен за счет дифракционных эффектов (т.е. соответствует притяжению) в области $(\pi/a) < p < (2\pi/a)$. Здесь имеется в виду только первая область отрицательных значений $V(p)$, поскольку величина $p = 2\pi/a$ при $a \approx 2,5 \text{ \AA}$ практически совпадает с конечным разрешенным значением квазиимпульса элементарных

возбуждений в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ $p_{\max} \approx 2,5 \text{ \AA}^{-1}$. Заметим, что боголюбовский спектр одночастичных возбуждений слабонеидеального бозе-газа [16]

$$E(p) = \left[p^2 u^2(p) + \frac{p^4}{4m^2} \right]^{1/2}, \quad (11)$$

$$u(p) = \sqrt{\frac{nV(p)}{m}}$$

с потенциалом взаимодействия (10) при определенных значениях параметров (см. [19]) подобен спектру квазичастиц в сверхтекучем гелии [19,20], хотя главный критерий применимости теории Боголюбова [16] — малость числа надконденсатных возбуждений n' по сравнению с числом частиц в бозе-конденсате n_0 — для квантовой бозе-жидкости ${}^4\text{He}$ не выполняется. В то же время в бозе-жидкости может происходить значительное усиление притяжения между частицами в области $p > \pi/a$ и ослабление отталкивания в области $p < \pi/a$ благодаря коллективным многочастичным эффектам, которые описываются перенормированными («эффективными») потенциалами $\tilde{V}(p)$ в вершинной части $\Gamma(p, p')$. Действительно, оценка поляризационного оператора $\Pi(p)$ нормального бозе-газа в приближении хаотических фаз приводит к результату

$$\begin{aligned} \Pi_0(p, \Omega) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_{\max}} \frac{k^2 dk}{\Omega^2 - (p^2/4m) + 2\mu - (k^2/m)} \approx \\ &\approx -\frac{m}{\pi a} < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

при достаточно больших

$$k_{\max} \approx m \sqrt{\Omega - (p^2/4m) + 2\mu},$$

где Ω и \mathbf{p} — суммарная энергия и импульс двух частиц. Очевидно, что отрицательный знак $\Pi(p)$ в эффективном потенциале (5) соответствует ослаблению отталкивания $V(p) > 0$ и усилению притяжения $V(p) < 0$. На рис. 1 штриховой кривой показана зависимость от $x = pa$ затравочного потенциала (10), а сплошными кривыми — зависимость перенормированного потенциала (5) для разных значений

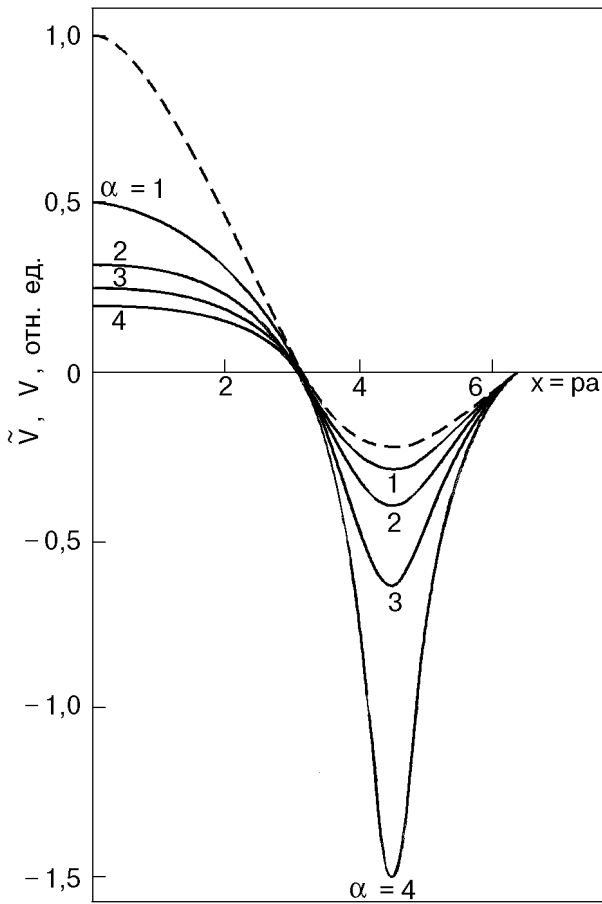


Рис. 1. Зависимость затравочного (---) (10) и перенормированного (—) (5) потенциалов от $x = pa$ при различных α .

безразмерного параметра взаимодействия $\alpha = mV_0/a\pi$. Как видим, интегральный вклад области притяжения $\pi/a \leq p \leq 2\pi/a$ при достаточно больших α может превысить вклад ослабленного отталкивания при $p \leq \pi/a$ в уравнении (7). Разумеется, учет сил Ван-дер-Ваальса между атомами ${}^4\text{He}$ приводит к еще большему усилению притяжения и может способствовать образованию интенсивного ПК He-II или связанных пар атомов ${}^4\text{He}$.

Следует заметить, что существование ПК с параметром порядка $\Psi(p) \neq 0$ еще не означает образования сильно связанных бозонных пар в сверхтекучей бозе-жидкости, поскольку уравнение (7) аналогично интегральному уравнению для волновой функции взаимодействующих частиц в вакууме:

$$\Psi_0(p) = \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \frac{\Phi_0(p')}{\omega_0 - 2\varepsilon_0(p') + i\delta}; \quad (\delta \rightarrow 0) \quad (13)$$

с нулевой энергией связи

$$\omega_0 \equiv \Omega - p^2/2m = 0.$$

В когерентном ПК существуют лишь сильно перекрывающиеся пары бозонов типа куперовских [8].

В то же время удивительная близость значения эффективной массы m_3^* примесного атома ${}^3\text{He}$ в He-II к суммарной массе ($m_3 + m_4$) атомов ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ указывает на возможность образования связанных состояний атомов гелия, т.е. на возникновение слабоперекрывающихся (локальных) пар атомов благодаря сильному притяжению в области импульсов $p > \pi/a$ (см. рис. 1). Действительно, как хорошо известно, взаимодействие атомов, находящихся в одинаковых либо близких энергетических состояниях, характеризуется потенциалом V , зависящим от взаимного расположения атомов, в особенности от расстояния r между их ядрами. При определенном равновесном расстоянии r_0 и не слишком больших кинетических энергиях свободных атомов в результате межатомного взаимодействия может возникнуть более или менее стабильная химическая связь между атомами, мерой прочности которой могут служить время жизни молекулы и энергия химической связи. На возможность образования связанных состояний атомов гелия указывают данные, приведенные в [22]: равновесное расстояние для связи He-He равно $2,965 \text{ \AA}$, что находится в хорошем согласии с вычисленным для наблюдаемой плотности ${}^4\text{He}$ $\rho \approx 0,16 \text{ г/см}^3$ межатомным расстоянием $r_0 \approx 3 \text{ \AA}$ (предполагается, что радиус атома ${}^4\text{He} \sim 0,5 \text{ \AA}$), а глубина потенциальной ямы, соответствующая устойчивому состоянию He-He равна $0,93 \text{ мэВ}$, что соответствует температуре порядка 9 К . Если в основе сверхтекучей компоненты лежит конденсат связанных пар атомов, то для описания когерентного конденсата бозонных пар вместо функции $\Phi(p)$ в импульсном пространстве следует использовать волновую функцию Джастрова [23] в реальном пространстве

$$\Phi_j = \prod_{i < j} f(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) = \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i < j} V(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)\right), \quad (14)$$

которая учитывает многочастичные корреляции и является хорошим приближением для описания состояния жидкого ${}^4\text{He}$ [24,25].

Таким образом, не исключено, что в основе сверхтекучей компоненты в He-II лежит

конденсат связанных пар атомов ${}^4\text{He}$ с удвоенной массой $2m_4$. Прямым доказательством этого служило бы экспериментальное наблюдение квантованных вихрей с полупелым квантом циркуляции скорости $\kappa = h/2m_4$. Имеющиеся экспериментальные данные [26–29] пока не позволяют однозначно определить величину циркуляции сверхтекучей скорости v_s вокруг вихревых нитей Онсагера. Так, например, в экспериментах в [28] измерялась эффективная циркуляция Γ , нормированная на плотность сверхтекучей компоненты ρ_s , которая не изменяется при переходе от бозе-конденсата к конденсату связанных пар атомов ${}^4\text{He}$ с удвоенной массой квазичастиц $2m_4$, но с уменьшенной вдвое их концентрацией $n/2$.

В заключение авторы выражают благодарность А. Ф. Андрееву и В. И. Пентегову за полезные дискуссии.

1. T. G. Valatin and D. Butler, *Nuovo Cimento*. **10**, 37 (1958).
2. V. Girardenu and R. Arnowitt, *Phys. Rev.* **113**, 755 (1959).
3. A. Coniglio and M. Maricov, *Nuovo Cimento*. **48**, 249 (1967).
4. W. A. B. Evans and Y. Impry, *Nuovo Cimento*. **63**, 155 (1969).
5. A. Coniglio and F. Mancini, *Nuovo Cimento*. **63**, 227 (1969).
6. R. Hasting and T. W. Hally, *Phys. Rev.* **B12**, 267 (1975).
7. П. С. Кондратенко, *ТМФ* **22**, 278 (1975).
8. Ю. А. Непомнящий, Э. А. Пашицкий, *ЖЭТФ* **98**, 178 (1990).
9. С. И. Шевченко, *ФНТ* **11**, 339 (1985).
10. Дж. Шриффер, *Теория сверхпроводимости*, Наука, Москва (1970).
11. Б. Н. Есельсон, В. Н. Григорьев, В. Г. Иванов и др. *Растворы квантовых жидкостей ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$* , Наука, Москва (1973).
12. A. C. Anderson, W. R. Roach, R. E. Sarwinski, and P. C. Wheatly, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 263 (1968).
13. В. И. Соболев, Б. Н. Есельсон, *ЖЭТФ* **60**, 263 (1971).
14. В. Н. Слюсарев, М. А. Струминский, *УФЖ* **14**, 453 (1969).
15. С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 417, 433 (1958).
16. Н. Н. Боголюбов, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **11**, 77 (1947).
17. N. Mhudeholtz and D. Pines, *Phys. Rev.* **116**, 489 (1959).
18. L. Reatto and C. V. Chester, *Phys. Rev.* **155**, 88 (1967).
19. К. Бракнер, *Теория ядерной материи*, Мир, Москва (1964).
20. J. L. Yarnell, G. P. Arnold, P. J. Bendt, and E. C. Kerr, *Phys. Rev.* **113**, 1379 (1959).
21. D. Hashaw and A. Woods, *Phys. Rev.* **121**, 1266 (1961).
22. *Физическая энциклопедия*, т. 3, с. 80, «Большая Российская энциклопедия», Москва (1992).
23. R. Gastrow, *Phys. Rev.* **98**, 1478 (1955).
24. M. L. Ristig, P. Hecking, P. M. Lam, and T. W. Clark, *Phys. Lett.* **A63**, 94 (1977).
25. M. L. Ristig, *Phys. Rev.* **B18**, 1207 (1978).
26. W. F. Vinen, *Proc. Roy. Soc.* **F260**, 218 (1961).
27. G. W. Rayfield and F. Reif, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 305 (1963).
28. S. C. Whitmore and W. Zimmermann, *Phys. Rev.* **166**, 181 (1968).
29. С. Паттерман, *Гидродинамика сверхтекучей жидкости*, Мир, Москва, (1978).

On pair-wise character of superfluid condensate in helium-II

S. I. Vilchinsky, E. A. Pashitsky, and P. I. Fomin

Starting from the empirical data on the dynamics of impurity ${}^3\text{He}$ atoms in superfluid ${}^4\text{He}$ that suggest an abnormal high effective mass of ${}^3\text{He}$, it is proposed that the helium atoms are paired below the λ -point. The role of a paired condensate in ${}^4\text{He}$ superfluidity is discussed. Considered also are the points that some further experimental support for the pairing of ${}^4\text{He}$ atoms and the observation of vortices with a half-integral quantum of velocity circulation are quite possible.