

Критическое состояние сверхпроводящих слоистых структур

С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский пр., 53, ГПС-1, Москва, 119991, Россия

E-mail: lykov@lebedev.ru; gavrs@sci.lebedev.ru; tsvetkov@sci.lebedev.ru

Статья поступила в редакцию 27 апреля 2018 г., после переработки 11 сентября 2018 г., опубликована онлайн 25 февраля 2019 г.

Предложен новый метод расчета зависимости критического тока от внешнего магнитного поля и распределения этого тока по слоям в сверхпроводящих слоистых структурах. Метод основан на численном решении системы нелинейных уравнений Гинзбурга–Ландау, описывающих поведение сверхпроводящей пластины, несущей транспортный ток в магнитном поле, при условии отсутствия в ней вихрей Абрикосова. Изучено также влияние граничных условий в теории Гинзбурга–Ландау на критическое состояние сверхпроводящих слоистых структур. С математической точки зрения использование общего граничного условия к системе уравнений Гинзбурга–Ландау приводит к изменению параметра порядка по толщине тонких сверхпроводящих пластин. Физическая природа данного явления объясняется эффектом близости в области границы сверхпроводник–нормальный металл (SN), который приводит к подавлению параметра порядка вблизи SN границы. Полученные в результате расчетов зависимости критического тока пластин как функции напряженности магнитного поля, приложенного параллельно слоям, используются для определения критического тока многослойных структур. Предполагается, что взаимное влияние сверхпроводящих слоев осуществляется только через создаваемое ими магнитное поле.

Ключевые слова: сверхпроводящая пластина, слоистая структура, критический ток, граничные условия, теория Гинзбурга–Ландау.

1. Введение

Большинство исследований критического состояния сверхпроводников основано на теории взаимодействия вихревой решетки с дефектами сверхпроводника [1,2]. Эта задача осложняется из-за разнообразия свойств вихревой решетки как упругой среды, описываемой нелинейной электродинамикой. По этой причине обычно делаются упрощающие предположения, например, лондоновское приближение для вихревой системы или вводится модельное распределение магнитного поля в сверхпроводниках, что часто приводит к плохому согласию между теоретическими расчетами и результатами эксперимента [2,3]. Даже в простейшем случае упорядоченных дефектов в многослойных сверхпроводниках, помещенных в параллельное магнитное поле, расчет критической плотности тока является сложной задачей [4,5].

В работах [6,7] был предложен новый подход к изучению критического состояния слоистых сверхпроводников, основанный на точном решении уравнений Гинзбурга–Ландау (ГЛ) для тонких пленок. Предполагалось, что все сверхпроводящие слои, формирующие много-

слойную структуру, находятся в безвихревом мейснеровском состоянии, а их взаимное влияние осуществляется только через магнитное поле. Этот подход позволяет строго описать свойства данных сверхпроводниковых структур и рассчитать их критическое состояние. При решении уравнений ГЛ использовалось обычное граничное условие:

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0;D} = 0. \quad (1)$$

Здесь ось x направлена поперек пластины толщиной D , причем начало координат выбрано на одной из границ пластины, а ψ — модуль параметра порядка. Использование такого граничного условия приводит, в частности, к росту параллельного критического поля с уменьшением толщины пластины:

$$H_c = \frac{\sqrt{3}\phi_0}{\pi D \xi(T)}, \quad (2)$$

где ϕ_0 — квант магнитного потока, а $\xi(T)$ — зависящая от температуры T длина когерентности. При этом плот-

ность критического тока не изменяется с уменьшением толщины. Это вместе с ростом критического поля должно приводить к увеличению силы пиннинга.

Очевидно, выбор граничных условий важен при решении уравнений ГЛ. Граничное условие общего вида на параметр порядка, справедливое в случае высокотемпературных сверхпроводников, было получено в работе [8], исходя из принципа минимума свободной энергии, и оно имеет вид

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0;D} = \pm \frac{1}{\Lambda} \psi, \quad (3)$$

где Λ — феноменологический коэффициент размерности длины, иногда называемый длиной экстраполяции. Проблеме описания контактов SN и SNS уделялось большое внимание на основе микроскопической теории, основанной на электрон-фононном механизме сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера [9–12]. С другой стороны, в работах [8,13] граничное условие (3) было выведено на основе тех же феноменологических соображений, из которых получены сами уравнения ГЛ — к объемной свободной энергии добавляется вклад поверхности. Кроме того, в настоящее время отсутствует общепринятая микроскопическая теория, применимая для описания свойств ВТСП, что делает подобный макроскопический подход к анализу граничного условия (3) даже более предпочтительным. В работе [13] с помощью этого граничного условия объяснена зависимость критической температуры сверхпроводящих пленок на основе Nb, Pb и Bi с толщиной во много раз меньше, чем длина когерентности ξ_0 соответствующего металла. Коэффициент Λ определяется свойствами материала, с которым граничит сверхпроводник. Для ВТСП Λ принимает конечные значения, и при расчетах для таких сверхпроводников необходимо использовать граничные условия общего вида (3). Более того, высокотемпературные сверхпроводники в основном являются слоистыми купратными соединениями с сильной анизотропией свойств, т.е. со слабым взаимодействием между сверхпроводящими CuO_2 слоями. Отметим, что CuO_2 плоскости являются основными структурными элементами, отвечающими за сверхпроводимость в купратных ВТСП. Для описания свойств слоистых сверхпроводников со слабым взаимодействием между слоями обычно применяется теория Лоренца–Дониака [14]. При этом подходе используются двумерные уравнения ГЛ для описания электромагнитных свойств сверхпроводящих слоев, а взаимодействие между ними учитывается с помощью дополнительного джозефсоновского члена в свободную энергию, который мало влияет на параметр порядка в сверхпроводящих слоях. В работах [15,16], применяя граничное условие общего вида (3) для нахождения параметра порядка в сверхпроводящих CuO_2 слоях, удалось объяснить зависимость критической температуры от числа близлежащих сверхпроводящих CuO_2

плоскостей в элементарной ячейке. Возможность использования феноменологического подхода для описания свойств ВТСП подтверждается сохранением сверхпроводящих свойств купратных ВТСП в пленках с толщиной, равной размеру одной элементарной ячейки [17]. Отметим, что строго говоря уравнения ГЛ применимы для сверхпроводящих систем с размерами, существенно превышающими межатомные размеры, при которых можно не учитывать микроскопические свойства сверхпроводников. Такое же граничное условие используется также для слоев из обычных низкотемпературных сверхпроводников, граничащих с нормальным металлом [9,10].

В работах [18,19] численными методами было изучено влияние граничных условий на решения уравнений ГЛ для сверхпроводящих пластин в безвихревом пределе. На основании самосогласованного решения системы уравнений ГЛ были найдены зависимости критического тока I_c и критического магнитного поля H_c от толщины пластины. При решении уравнений с граничными условиями общего вида (3) обнаружено уменьшение критических параметров: критической температуры, критического магнитного поля и плотности критического тока по сравнению со значениями этих величин, получаемыми при решении уравнений с обычными граничными условиями (1). Это обуславливает актуальность проведенного в настоящей работе изучения влияния граничных условий в теории ГЛ на результаты расчетов критического состояния сверхпроводящих слоистых структур.

Имеется граница справедливости без вихревого описания сверхпроводящих пластин в параллельном магнитном поле. В работе [20] А.А. Абрикосовым было показано, что проникновение вихрей в пленку становится выгодным не при нижнем критическом магнитном поле H_{c1} (как в обычных массивных сверхпроводниках II рода), а при существенно большем поле $H_s(D)$. Кроме того, в пределе $D < \lambda$, где λ — глубина проникновения магнитного поля, максимальное поле перегрева мейснеровского состояния определяется еще большим полем [21]: $H_s \approx \phi_0 / [2\pi\xi(T)D]$. Это поле, строго говоря, определяет границы нашего подхода в случае использования граничного условия (1) и большого параметра Гинзбурга–Ландау $\kappa \gg 1$. Использование общего граничного условия (3) при решении уравнений ГЛ приводит к подавлению параметра порядка на границах сверхпроводящих пластин. Физическая природа данного явления объясняется подавлением параметра порядка вблизи SN границы из-за эффекта близости. Подавление параметра порядка на границах сверхпроводящих пластин, как показывают численные расчеты, проведенные в работе [19], приводит, в частности, к увеличению параллельного магнитного поля, при котором зарождаются вихри в пластине. Таким образом, применяемый подход справедлив в достаточно широком диапазоне магнитных полей и толщин пленок.

2. Методы решения задачи

2.1. Расчет зависимости критического тока от магнитного поля для отдельного слоя

Предлагаемый метод расчета критического состояния основан на подходе, применявшемся в работах [6,7]. Так же, как в работах [6,7] рассматривается набор длинных и широких сверхпроводящих пластин в магнитном поле H , параллельном поверхности пластин, в которых течет транспортный ток перпендикулярно внешнему полю. В качестве транспортного тока I_t используется произведение его плотности на толщину пластины, т.е. ток, приходящийся на единицу ширины пластины. Задача нахождения критического тока слоистой структуры разбивалась на две части. В начале на основе самосогласованного решения системы уравнений ГЛ находилась зависимость критического тока I_c от величины внешнего магнитного поля для отдельной пластины. При этом полагалось, что сверхпроводящие пластины находятся в безвихревом состоянии. Затем находился критический ток слоистой структуры.

Для записи уравнений ГЛ в данном случае удобно использовать декартову систему координат (x, y, z) с осями y и z , направленными параллельно плоскости поверхности пластин, причем ось z направлена параллельно внешнему магнитному полю, а транспортный ток течет вдоль оси y . Используя обычный метод выбора калибровки вектора-потенциала \mathbf{A} , можно записать уравнения ГЛ в следующем виде:

$$\frac{d^2U}{dx_\lambda^2} - \Psi^2 U = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d^2\Psi}{dx_\lambda^2} + \kappa^2(\Psi - \Psi^3) - U^2\Psi = 0. \quad (5)$$

При этом векторный потенциал имеет лишь y -компоненту, $\mathbf{A} = \mathbf{e}_y A(x)$, где \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$), \mathbf{j}_s — плотность тока в сверхпроводнике. Параметр порядка в общем случае записывается в виде $\Psi = \psi e^{i\Theta}$, где Θ — фаза параметра порядка. Вместо размерных значений потенциала A , индукции поля B и плотности тока в сверхпроводнике j_s здесь введены безразмерные величины $U(x_\lambda)$, $b(x_\lambda)$ и $j(x_\lambda)$:

$$A = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda} U, \quad B = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda^2} b, \quad b = \frac{dU}{dx_\lambda},$$

$$j(x_\lambda) = j_s \left(\frac{c\phi_0}{8\pi^2\lambda^3} \right)^{-1} = -\Psi^2 U, \quad x_\lambda = \frac{x}{\lambda}, \quad (6)$$

где c — скорость света в вакууме. Поскольку транспортный ток в пластине I_t создает магнитное поле:

$$H_I = \frac{2\pi}{c} I_t, \quad (7)$$

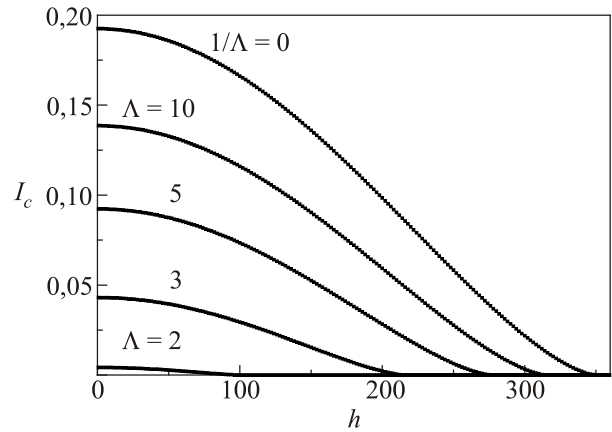


Рис. 1. Зависимость критического тока I_c от внешнего магнитного поля h для сверхпроводящей пластины с разными длинами экстраполяции, при этом $D = \xi$ и $\kappa = 10$.

полное поле вблизи поверхностей пластины равно $H \pm H_I$, и граничные условия к уравнению (4) будут иметь следующий вид:

$$b|_{x_\lambda=0} = h - h_I, \quad b|_{x_\lambda=d} = h + h_I, \quad (8)$$

где $h = H / H_\lambda$, $h_I = H_I / H_\lambda$, $d = D / \lambda$, $H_\lambda = \phi_0 / (2\pi\lambda^2)$. Что касается параметра порядка, то на поверхностях пластины мы будем использовать в отличие от работ [6,7] граничные условия общего вида (3). Далее применялась итерационная процедура нахождения самосогласованных решений системы уравнений (4), (5). На рис. 1 показаны примеры получаемых таким образом зависимостей $I_c(h)$ при разных длинах экстраполяции Λ . Отметим, что уменьшение данного коэффициента приводит к уменьшению критического тока сверхпроводящей пластины, критической температуры и критического магнитного поля [18,19].

2.2. Расчет зависимости критического тока от магнитного поля слоистой структуры

Во второй части работы определялся критический ток слоистой структуры. При этом предполагалось, что джозефсоновским взаимодействием между слоями можно пренебречь. Это обусловлено тем, что плотность джозефсоновского тока существенно меньше плотности тока распаривания, поэтому этот ток мало влияет на амплитуду параметра порядка в слоях и на распределение транспортного тока по ним. Чтобы учесть электрическое взаимодействие между сверхпроводящими слоями, мы полагали, что все они соединены сверхпроводящими перемычками при $y = \pm\infty$. При этом мы искали такое распределение транспортного тока по слоям, при котором все слои переходят в нормальное состояние одновременно. Если h_i — магнитное поле, в котором находится i -слой, то в критическом состоянии через него пропускается ток на единицу ширины плен-

ки, равный критическому току пластины $I_c(h_i)$, который определялся на основе численного решения уравнений Гинзбурга–Ландау в первой части нашей задачи. Тогда во всех слоях структуры устанавливается критическая плотность тока. Ток, проходящий через i -пластину, создает магнитное поле, определяемое соотношением (7). Согласно принципу суперпозиции магнитных полей мы должны просуммировать вклады каждого слоя для нахождения магнитного поля, в котором находится произвольный i -й сверхпроводящий слой:

$$h_i = h + \sum_{n=1}^{i-1} h_m - \sum_{n=i+1}^N h_m, \quad (9)$$

где N — количество слоев в слоистой структуре, а h_m — безразмерное магнитное поле, создаваемое транспортным током, протекающим через n -слой. Распределения критического тока и магнитного поля по слоям, при котором все слои переходят в нормальное состояние одновременно, находилось методом последовательных приближений [6,7]. Далее проводилось усреднение критического тока по слоям:

$$\langle I_c \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_{cn}.$$

При этом значения $\langle I_c \rangle$ приводятся в безразмерных единицах.

Отметим, что при использовании данного метода в случае большого количества слоев, когда величина суммарного магнитного поля всех слоев становится сравнимой с внешним магнитным полем и с критическим магнитным полем, возникали проблемы со сходимостью при нахождении $I_c(h_i)$. В этом случае использовался второй метод для нахождения распределения критического тока и магнитного поля по слоям. Распределение магнитного поля в слоистой структуре, состоящей из N одинаковых слоев в нулевом внешнем магнитном поле, можно найти с помощью следующей процедуры. Предположим, что количество слоев нечетное. В начале рассмотрим трехслойную структуру. В силу симметрии структуры, очевидно, что центральный слой находится в нулевом магнитном поле, а соответствующий критический ток $I_c(0)$ определяется численным решением уравнений Гинзбурга–Ландау, полученным на первом этапе. Магнитное поле H_{I3} , действующее на каждый наружный слой, определяется полем, создаваемым двумя другими слоями:

$$H_{I3} = \frac{2\pi}{c} [I_c(0) + I_{c3}],$$

и соответствующий критический ток $I_{c3}(H_{I3})$ определяется зависимостью $I_c(h)$ для каждого слоя, найденной с помощью численного решения уравнения ГЛ на первом этапе:

$$I_{c3} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} [I_c(0) + I_{c3}] \right).$$

В нашем случае этот критический ток находится численным методом путем подгонки. Очевидно, что существует единственное значение $I_{c3}(h = 0)$, удовлетворяющее данному уравнению, если функция $I_c(h)$ является монотонно убывающей функцией.

В случае четного количества центральный слой отсутствует, и в слоистой структуре, состоящей из двух одинаковых слоев, магнитное поле H_{I2} , действующее на каждый слой, определяется полем, создаваемым другим слоем. Соответствующий критический ток I_{c2} определяется также зависимостью $I_c(h)$ для каждого слоя, найденной с помощью численного решения уравнения ГЛ на первом этапе:

$$I_{c2} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} I_{c2} \right),$$

и также находился численным методом путем подгонки. В пятислойной структуре три центральных слоя демонстрируют аналогичное поведение в критическом состоянии, поскольку магнитные поля, генерируемые двумя внешними слоями, компенсируют друг друга, а критический ток внешних слоев, определяющийся соотношением

$$I_{c5} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} [I_c(0) + 2I_{c3} + I_{c5}] \right),$$

находится численным методом путем подгонки. Добавляя два внешних слоя и рассчитывая соответствующий критический ток описанным выше методом, можно найти критический ток для многослойной структуры, состоящего из любого количества слоев. Критический ток добавленных внешних слоев можно найти с помощью соотношений

$$I_{cN} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} \left[I_c(0) + I_{cN} + 2 \sum_{n=1}^{(N-3)/2} I_{c2n+1} \right] \right) \quad (10a)$$

для нечетного количества слоев и

$$I_{cN} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} \left[I_{cN} + 2 \sum_{n=1}^{(N-2)/2} I_{c2n} \right] \right) \quad (10б)$$

для четного количества слоев, при этом $N > 3$.

На рис. 2 показаны примеры, получаемой таким образом зависимости I_c от номера слоя. Сплошной линией на данном рисунке показано распределение критического тока по слоям для $N = 200$, т.е. используется соотношение (10б) для нахождения I_{cN} . Отметим, что критический ток слоев I_{cN} уменьшается по мере увеличения числа слоев; и наоборот, увеличивается магнитное по-

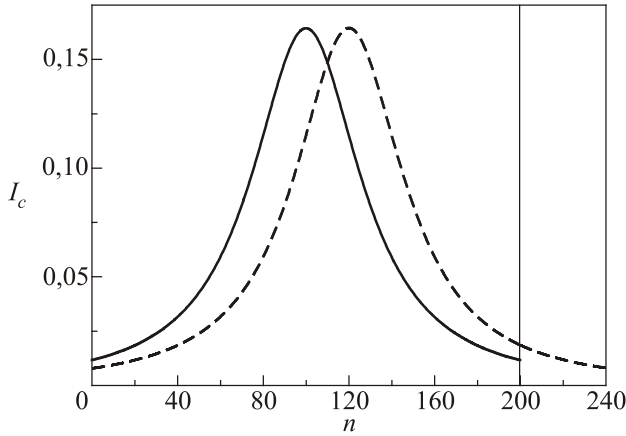


Рис. 2. Примеры зависимости I_c от номера слоя n . Сплошной линией показана зависимость для слоистой структуры, состоящей из двухсот одинаковых слоев ($N = 200$), а пунктиром показана зависимость для структуры с $N = 240$.

ле, действующее на внешние слои. Очевидно, в случае монотонно убывающей зависимости $I_c(h)$ существует единственное распределение I_{ci} по слоям в нулевом магнитном поле. Таким образом, если зависимость критического тока от магнитного поля $I_c(h)$ для одного слоя известна (даже из эксперимента), распределение тока в слоях в критическом состоянии и в отсутствие внешнего магнитного поля может быть найдено для многослойной структуры, состоящей из произвольного числа слоев. Важное следствие данного метода заключается в том, что максимальное значение критического тока многослойных структур $I_{c_{\max}}^m(0)$ ограничена величиной верхнего критического магнитного поля слоев. То есть, если магнитное поле, действующее на внешние слои, достигает верхнего критического магнитного поля, то эти слои переходят в нормальное несверхпроводящее состояние. Поэтому при увеличении числа дополнительных слоев критический ток структуры остается неизменным. Это условие дает соотношение

$$I_{c_{\max}}(0) = \sum_{n=1}^N I_{cn} = \frac{c}{2\pi} h_{c2}.$$

В работе [7] было показано, что в ненулевом магнитном поле распределение транспортного тока по слоям в критическом состоянии аналогично его распределению в нулевом поле. Отличие состоит лишь в том, что в магнитном поле наблюдается смещение максимума критического тока $I_{c_{\max}}^m$ к одной из границ. Это сходство имеет следующее объяснение. Второе распределение критического тока по слоям в нулевом магнитном поле, показанное на рис. 2 пунктирной линией, отличается от первого наличием дополнительного количества слоев (ΔN). В данном случае $\Delta N = 40$. Очевидно, магнитное поле, создаваемое внешними $\Delta N/2$ слоями, направлено в противоположные стороны и взаимно компенсируется. Таким образом, распределение кри-

тического тока центральных N слоев в новой слоистой структуре, состоящей из $N + \Delta N$ слоев, аналогично распределению критического тока в исходной структуре, состоящей из N слоев, и находится с помощью соотношения (10б). Поскольку новые слои добавлены только с одного края структуры, центр слоистой структуры, а следовательно, и положение максимума распределения смещается на $\Delta N/2$ слоев. В силу соотношения (7) дополнительные ΔN слоев создают магнитное поле:

$$H_l = \frac{2\pi}{c} \sum_{n=N+1}^{N+\Delta N} I_{cn}. \quad (11)$$

Это поле подобно внешнему магнитному полю действует одинаково на N слоев исходной структуры. Суммируя критический ток первоначальных N слоев, находим суммарный критический ток слоистой структуры в магнитном поле H_l . Таким образом, полученная зависимость $I_c(h)$ для одного сверхпроводящего слоя может быть использована как для расчета зависимости среднего критического тока от напряженности магнитного поля, так и для определения распределения транспортного тока по слоям в слоистой структуре в критическом состоянии.

Для того чтобы в ненулевом магнитном поле распределение транспортного тока по слоям в критическом состоянии было аналогично его распределению в нулевом поле, минимальное количество добавленных слоев должно быть равным $\Delta N = 2$. Таким образом, минимальное смещение центра слоистой структуры — $\Delta N/2 = 1$. Это может приводить к большим величинам изменения H_l и $\langle I_c \rangle$. Чтобы сделать зависимость $\langle I_c \rangle(h)$ более плавной, применялся следующий подход. Каждый слой исходной слоистой структуры виртуально разбивался на N_s одинаковых слоев таким образом, чтобы зависимость суммарного критического тока N_s слоев совпадала с зависимостью реального слоя $I_c(h)$:

$$I_c(h) = \sum_{i=1}^{N_s} I_{si}(h).$$

Распределение критического тока по виртуальным слоям, при котором все слои переходят в нормальное состояние одновременно, находилось методом последовательных приближений как это описано в начале разд. 2.2, но при этом решалась обратная задача. Известна зависимость критического тока от магнитного поля слоистой структуры, и надо найти зависимость критического тока от магнитного поля для каждого виртуального слоя. В результате мы получаем слоистую структуру, состоящую NN_s слоев, в которых величина критического тока примерно в N_s раз меньше, чем в реальных слоях. Распределение тока по слоям в новой структуре в критическом состоянии также находится с помощью соотношений 10(a), (б), а величина магнитного поля с помощью соотношения (11).

3. Примеры расчета критического состояния сверхпроводящих слоистых структур

Помимо критического тока другим важным параметром, определяющим область применимости сверхпроводящих устройств, является верхнее критическое магнитное поле. В случае обычного граничного условия (1) зависимости $I_c(h)$ для многослойных структур рассчитаны в работе [6,7]. Обнаружено, что такое граничное условие приводит к росту верхнего критического магнитного поля с уменьшением толщины слоев в соответствии с соотношением (2). На рис. 3(а) показан пример полученной вышеописанным методом зависимости усредненного критического тока от магнитного поля, значения $\langle I_c \rangle$ приведены в безразмерных единицах. В данном случае параметр Гинзбурга–Ландау $\kappa = 5$ и толщина отдельных сверхпроводящих слоев $D = 2\xi$. В случае малого количества слоев величина плотности критического тока близка к току распаривания Гинзбурга–Ландау в отсутствие внешнего магнитного поля.

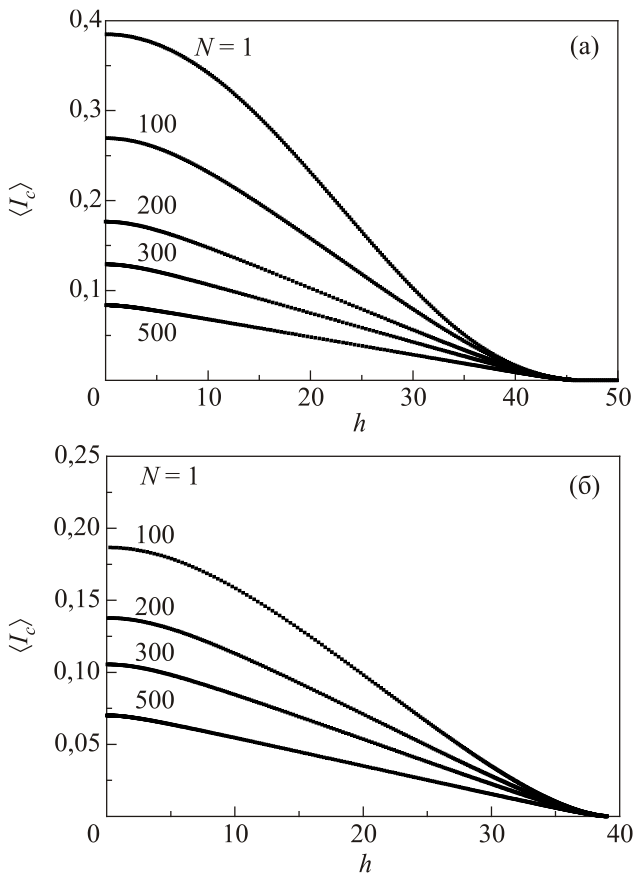


Рис. 3. Зависимости плотности критического тока от внешнего магнитного поля $\langle I_c \rangle(h)$ для слоистых структур с разным количеством слоев (их количество указано около соответствующих кривых). В данном случае предполагалось, что слои имеют толщину $D = 2\xi$, $\kappa = 5$ и $\Lambda^{-1} = 0$ (а). Зависимости $\langle I_c \rangle(h)$ для слоистых структур с разным количеством слоев с параметрами: $D = 2\xi$, $\kappa = 5$ и $\Lambda = 3\xi$ (б).

Цифрами около кривых указано количество слоев в слоистой структуре. С увеличением количества слоев увеличивается магнитное поле, которое они создают, и их роль, естественно, увеличивается. Это проявляется в уменьшении плотности критического тока. Причем с увеличением магнитного поля это влияние уменьшается, и усредненный критический ток приближается к $I_c(h)$ одного слоя.

Как отмечалось ранее, в работах [18,19] было показано, что применение общего граничного условия (3) при решении уравнений ГЛ приводит к уменьшению верхнего критического магнитного поля тонких сверхпроводящих пластин по сравнению с величиной, следующей из соотношения (2). Это сказывается на виде зависимости $\langle I_c \rangle(h)$ для многослойных структур. На рис. 3(б) показан пример полученной вышеописанным методом зависимости усредненного критического тока от магнитного поля. В данном случае параметр Гинзбурга–Ландау и толщина отдельных сверхпроводящих слоев были такими же, как и в предыдущем случае, результаты которого показаны на рис. 3(а), а $\Lambda = 2\xi$. Как видно, новое граничное условие приводит к существенному уменьшению верхнего критического поля и критического тока как отдельных слоев, так и всей многослойной структуры. Следует напомнить, что мы изначально рассматриваем безвихревое состояние отдельных слоев, и единственной неоднородностью является их граница. Для слоистых сверхпроводников с сильной модуляцией параметра порядка такое приближение близко к реальной ситуации, так как взаимодействие вихрей с границей формирует наиболее сильные центры пиннинга.

Проведенные нами расчеты показывают, что вид зависимости $\langle I_c \rangle(h)$ для многослойных структур во многом определяется параметром экстраполяции Λ . В работе [8] показано, что его величина определяется свойствами материала, с которыми сверхпроводящие слои соприкасаются, и найдено следующее феноменологическое выражение для определения Λ :

$$\Lambda = \frac{\xi^2(0)T_{cm}}{l(T_{cm} - T_{cs})}, \quad (12)$$

где l — параметр решетки сверхпроводника, а T_{cs} — критическая температура приповерхностных слоев. Это соотношение показывает, что с уменьшением T_{cs} Λ также уменьшается, что приводит к более заметному подавлению параметра порядка в сверхпроводящих слоях.

4. Заключение

Предложен метод расчета критического состояния купратных ВТСП и слоистых S–N структур с сильным подавлением параметра порядка в прослойках из нормального металла в параллельном слоям магнитном

поле. Метод основан на численном решении одномерных уравнений ГЛ с граничными условиями общего вида для сверхпроводящих пластин в параллельном магнитном поле. В купратных ВТСП и в S–N–S структурах на основе обычных сверхпроводников длина экstrapоляции существенно меньше, чем в слоистых структурах S–I–S типа, где она приближается к бесконечности, а обратная величина $1/\Lambda$ стремится к нулю. В наших расчетах полагается, что сверхпроводящий ток в прослойках из нормального металла существенно меньше, чем в сверхпроводящих слоях, и им можно пренебречь. Разработан алгоритм нахождения зависимости критического тока слоистой структуры от внешнего магнитного поля, позволяющий рассчитывать эти зависимости для структуры с любым количеством сверхпроводящих слоев. Получена зависимость критического тока от магнитного поля, а также распределение тока и магнитного поля по слоям. Задача решалась в предположении об отсутствии вихрей в слоях, что реализуется в достаточно тонких сверхпроводящих слоях. При этом полагалось, что взаимное влияние слоев осуществляется через магнитное поле. Полученную нами зависимость $\langle I_c \rangle(h)$ можно рассматривать как верхнюю границу критического тока слоистых структур в параллельном магнитном поле. Разработанный в работе метод может быть полезен при анализе свойств композитных сверхпроводников, которые наиболее интересны для практического применения.

1. А. Кемпбелл, Дж. Иветс, *Критические токи в сверхпроводниках*, Мир, Москва (1975).
2. G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, and V.M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
3. S. Takacs, *Phys. Status Solidi A* **74**, 437 (1982).
4. S. Ami and K. Maki, *Prog. Theor. Phys.* **53**, 1 (1975).
5. M. Kulić and L. Dobrosavljević, *Phys. Status Solidi B* **75**, 677 (1976).
6. А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков, Г.Ф. Жарков, *ЖЭТФ* **128**, 392 (2005).
7. A.N. Lykov and A.Yu. Tsvetkov, *Phys. Rev. B* **76**, 144517 (2007).
8. Е.А. Андрюшин, В.Л. Гинзбург, А.П. Силин, *УФН* **163**, 105 (1993).
9. Р.О. Зайцев, *ЖЭТФ* **48**, 1759 (1965).
10. P.G. De Gennes, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 225 (1964).
11. А.В. Свидзинский, *Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости*, Наука, Москва (1982).
12. S.V. Kuplevakhsky and S.V. Naydenov, *Phys. Rev. B* **56**, 2764 (1997).
13. J. Simonin, *Phys. Rev. B* **33**, 7830 (1986).
14. W.E. Lawrence and S. Doniach, *Proc. Conf. LT-12*, Kyoto, 361 (1970).
15. A.N. Lykov, *Phys. Lett. A* **372**, 4747 (2008).
16. A.N. Lykov, *Int. J. Modern Phys. B* **23**, 4269 (2009).

17. L. Bozovich, G. Logvenov, M.A.J. Verhoeven, P. Caputo, E. Goldobin, and T.H. Geball, *Nature* **422**, 873 (2003).
18. П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков, *КСФ ФИАН* **41**, 3 (2014); *там же* **41**, 26 (2014).
19. П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков, *ФТТ* **57**, 1277 (2015).
20. А.А. Абрикосов, *ЖЭТФ* **46**, 1464 (1964).
21. В.В. Шмидт, Г.С. Мкртчян, *УФН* **112**, 459 (1974).

Критичний стан надпровідних шаруватих структур

С.Ю. Гаврілкін, А.Н. Ликов, А.Ю. Цветков

Запропоновано новий метод розрахунку залежності критичного струму від зовнішнього магнітного поля та розподілу цього струму по шарах в шаруватих структурах. Метод заснований на чисельному рішенні системи нелінійних рівнянь Гінзбурга–Ландау, що описують поведінку надпровідної пластини, яка несе транспортний струм у магнітному полі, за умови відсутності в ній вихорів Абрикосова. Вивчено також вплив граничних умов у теорії Гінзбурга–Ландау на критичний стан надпровідних шаруватих структур. З математичної точки зору використання загальної граничної умови щодо системи рівнянь Гінзбурга–Ландау призводить до зміни параметра порядку по товщині тонких надпровідних пластин. Фізична природа цього явища пояснюється ефектом близькості в області границі надпровідник–нормальний метал (SN), що призводить до придушення параметра порядку поблизу SN межі. Отримані в результаті розрахунків залежності критичного струму пластин як функції напруженості прикладеного паралельно шарам магнітного поля використовуються для визначення критичного струму багат шаруватих структур. Передбачається, що взаємний вплив надпровідних шарів здійснюється тільки через створене ними магнітне поле.

Ключові слова: надпровідна пластинка, шарувата структура, критичний струм, граничні умови, теорія Гінзбурга–Ландау.

The critical state of superconducting multilayered structures

S.Yu. Gavrilkin, A.N. Lykov, and A.Yu. Tsvetkov

We propose a new method for calculating the dependence of the critical current on the external magnetic field and the distribution of this current in multilayered structures. The method is based on the numerical solution of the system of nonlinear Ginzburg–Landau equations describing the behavior of the superconducting plate carrying the transport current in a magnetic field, provided there are no vortices in it. The paper also studies the influence of boundary conditions in Ginzburg–Landau theory on the critical state of superconducting layered structures. From a mathematical point of view the use of general boundary condi-

tions for the Ginzburg–Landau system of equations leads to a change in the order parameter for the thickness of thin superconducting plates. The physical nature of this phenomenon is explained by the proximity effect in the region of the superconductor–normal metal (SN) boundary, which leads to the suppression of the order parameter near the SN boundary. The dependences of the critical current of plates as a function of the magnetic field

applied parallel to the layers obtained as a result of calculations are used to determine the critical current of multilayer structures. It is assumed that the mutual influence of superconducting layers is carried out only through the magnetic field created by them.

Keywords: superconducting plate, multilayered structure, critical current, boundary conditions, Ginzburg–Landau theory.