

## Самоорганизация нейтральных частиц на поверхности сверхтекучего He II

А.А. Левченко<sup>1,2</sup>, Е.В. Лебедева<sup>1</sup>, Л.П. Межов-Деглин<sup>1,2</sup>, А.А. Пельменёв<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>*Институт физики твердого тела РАН, Черногоровка, 142432, Россия*  
E-mail: lebedeva@issp.ac.ru

<sup>2</sup>*Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черногоровка, 142432, Россия*

<sup>3</sup>*Филиал Института энергетических проблем химической физики РАН им. В.Л. Тальрозе, Черногоровка, 142432, Россия*

Статья поступила в редакцию 12 ноября 2018 г., опубликована онлайн 26 марта 2019 г.

Для визуализации вихревых течений, возникающих на поверхности сверхтекучего He II при взаимодействии неколлинеарных поверхностных волн, в объем жидкости вводили полые стеклянные микросферы диаметром  $\sim 60$  мкм и плотностью меньшей и близкой к плотности жидкого гелия, которые под поверхностью He II объединялись в агрегаты (трассеры) с характерными размерами 0,2–0,3 мм. Приведены экспериментальные результаты и обсуждается возможность самоорганизации легких трассеров, покрытых слоем жидкого гелия, и формирования на поверхности He II за счет сил поверхностного натяжения макроскопических плоских структур — «снежинок» из стеклянных трассеров, наблюдаемых в экспериментах.

Ключевые слова: сверхтекучий He II, поверхностное натяжение, самоорганизация нейтральных частиц на поверхности.

### 1. Введение

Примесные микрочастицы (трассеры) широко применяют для визуализации течений в различных жидкостях. В частности, трассеры малых размеров эффективно используют для экспериментального исследования квантовых вихрей в объеме сверхтекучего гелия [1–3]. В последние годы легкие трассеры используют также для визуализации вихревых течений на поверхности жидкости, например течений, которые возникают при взаимодействии неколлинеарных поверхностных волн на поверхности как классических жидкостей [4–6], так и сверхтекучего He II [7–9]. Для визуализации явлений на поверхности He II в вибрирующих ячейках конечных размеров в экспериментах [7,9] в объем жидкости вводили легкие нейтральные частицы — полые стеклянные микросферы средним диаметром порядка 60 мкм, плотность которых немного меньше плотности He II. Как было показано в работе [10], для нейтральных микрочастиц, плавающих на поверхности жидкого гелия, в закон Архимеда должны быть внесены поправки, которые приводят к уменьшению высоты выступающей части пробной частицы. Из наблюдений [7–9] следует, что в He II отдельные стеклянные микросферы объединяются в устойчивые агрегаты — трассеры средним диамет-

ром порядка десятых долей миллиметра. Сверхтекучий гелий хорошо смачивает поверхность стеклянных агрегатов, поэтому выступающая над поверхностью He II часть трассера покрыта тонким слоем гелия, и при обсуждении характера движения этих частиц требуется учитывать силы поверхностного натяжения в жидкости.

В экспериментах [7–9] наблюдали еще одно интересное явление — самоорганизацию стеклянных трассеров на поверхности He II, приводящую к формированию макроскопических двумерных структур на поверхности жидкости в рабочей ячейке. Через несколько минут после прекращения заполнения ячейки сверхтекучим He II и затухания возникающего в процессе заливки вращения жидкости как целого в неподвижной ячейке на поверхности He II на некотором расстоянии от краев ячейки стеклянные агрегаты собираются в примесное пятно — «плоскую снежинку» с характерным диаметром порядка 1–2 см (рис. 1). Эта «снежинка» может быть разрушена при последующем подливе He II в неподвижную ячейку или при больших амплитудах вертикальных колебаний ячейки (интенсивной накачке поверхностных волн с ускорением, заметно превышающим порог параметрической неустойчивости, что приводит в возбуждению стоячих фарадеевских волн на поверхности He II), однако через несколько минут после прекращения подлива

или выключения накачки трассеры вновь собираются в «снежинку».

В работе обсуждается возможный механизм возникновения «плоской снежинки» на поверхности He II — объединение нейтральных трассеров в примесное пятно за счет сил поверхностного натяжения. В принципе, на процессы самоорганизации стеклянных трассеров, движущихся в сверхтекучем He II, может повлиять возникновение электрических поляризационных полей в жидком гелии (см. работы [11–13]). Однако учет поляризационных эффектов в He II лежит вне рамок данного рассмотрения.

## 2. Методика эксперимента

Конструкция низкотемпературной вставки в гелиевый криостат, которую использовали в экспериментах по изучению волн и вихревых течений на поверхности сверхтекучего гелия, приведена в [7]. Для визуализации течений на поверхности He II использовали полые стеклянные микросферы производства фирмы 3M (3M<sup>TM</sup> Glass Bubbles Floated Series) марки A16/500 (soda-lime-borosilicate glass) с поверхностью, покрытой МСС (Methacrylate Chromic Chloride). По паспорту минимальная плотность микросфер  $0,14 \text{ г/см}^3$ , максимальная  $0,18 \text{ г/см}^3$ , средний диаметр около  $0,06 \text{ мм}$ , т.е. толщина стеклянных стенок порядка  $1 \text{ мкм}$ . В предварительных экспериментах частицы были отсортированы по весу — для проведения измерений использовали порошок, в котором средняя плотность микросфер была ниже и близка к плотности He II. Полые стеклянные микросферы сохраняли герметичность в He II при многократных циклах охлаждения ниже  $1,5 \text{ К}$  — отогрев до комнатных температур.

В измерениях использовали как цилиндрические, так и прямоугольные рабочие ячейки. Об устройстве

квадратной экспериментальной ячейки можно судить по фотографиям, показанным на рис. 1. Характерные внутренние размеры ячейки  $4,8 \times 4,8 \text{ см}$ , высота  $1,8 \text{ см}$ . Стенки и дно ячейки изготовлены из прозрачного плексигласа толщиной  $5 \text{ мм}$ . Дно ячейки снаружи закрыто медным листом, который используется для крепления ячейки на виброплатформе. Для предохранения от попадания загрязнений в He II во время измерений ячейка сверху закрывается прозрачной плексигласовой крышкой. Сверхтекучий гелий хорошо смачивает вертикальные стенки ячейки, поэтому во время длительных измерений уровень He II в ячейке плавно понижается. Типичная длительность одного цикла измерений составляла  $15 \text{ мин}$ , и за это время высота слоя жидкости в ячейке понижалась от  $\sim 8$  до  $3 \text{ мм}$ . В левом нижнем углу ячейки на рис. 1 видно заливное отверстие и капилляр, который использовали для периодического подлива сверхтекучей жидкости из резервной ванны. Стеклянный порошок засыпали в специальный отсек шириной  $2 \text{ мм}$  (карман) у одной из стенок ячейки. Этот отсек хорошо различим в нижней части ячейки. От основного объема ячейки карман отделялся специальной перегородкой высотой  $8 \text{ мм}$ . Объем засыпаемых микросфер составлял  $0,1\text{--}0,3 \text{ см}^3$ . При подливе He II в ячейку стеклянные микросферы плотностью меньшей или сравнимой с плотностью сверхтекучего гелия всплывали и потоком жидкости выносились в объем ячейки. Температуру He II поддерживали практически постоянной,  $T \approx 1,5 \text{ К}$ .

Как показали наблюдения [7–9], на поверхности He II в неподвижной ячейке могли образовываться макроскопические плоские структуры разной формы, и основным «строительным материалом» для таких структур служили агрегаты из стеклянных микросфер — трассеры средним диаметром  $0,2\text{--}0,3 \text{ мм}$ . Эти трассеры достаточ-

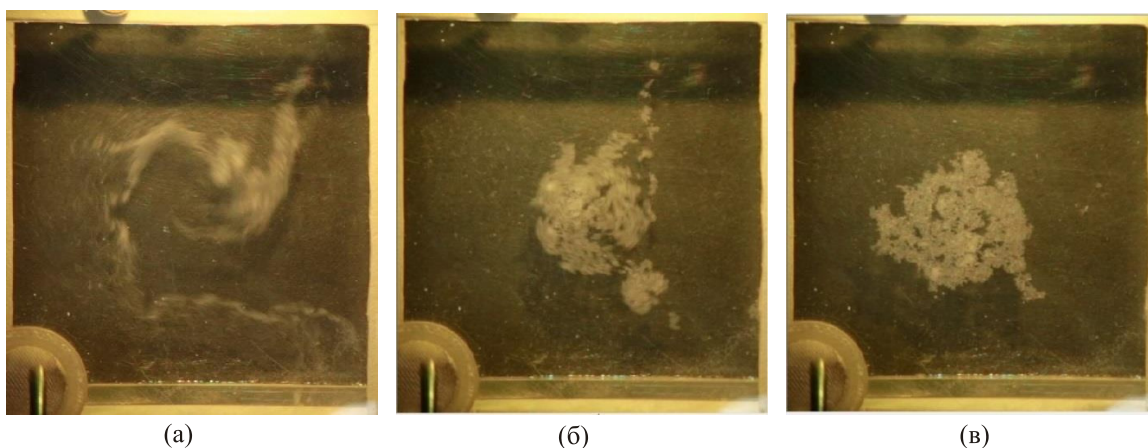


Рис. 1. Вид экспериментальной ячейки сверху. Формирование плоского пятна — «снежинки» — из стеклянных трассеров на поверхности He II в квадратной ячейке внутренними размерами  $4,8 \times 4,8 \text{ см}$  и глубиной  $1,8 \text{ см}$ . В левом нижнем углу виден капилляр, который использовали для подлива He II в ячейку. (а) Стеклянные трассеры на поверхности вращающейся жидкости при подливе He II; (б) через  $10 \text{ с}$  после выключения подлива; (в) «снежинка» на поверхности через  $60 \text{ с}$  после выключения подлива. Глубина слоя жидкости в ячейке  $\sim 0,6 \text{ см}$ .

но устойчивы — они оседают на дно ячейки при падении уровня жидкости ниже 1 мм и вновь всплывают при подливе He II. Через несколько минут после заполнения ячейки He II и затухания вращения жидкости в ячейке, которое возникает при подливе He II через тонкий капилляр в углу ячейки, на поверхности He II можно было наблюдать плоские макроскопические структуры, образуемые стеклянными трассерами, например, формирование примесного пятна в форме «плоской снежинки» с характерным диаметром порядка 1–2 см, толщина которой определяется диаметром трассеров (о расположении и толщине пятна можно судить по движению тени на дне ячейки при наклонном освещении поверхности жидкости).

На рис. 1 показан процесс формирования подобной «снежинки»: (а) в момент подлива жидкости всплывающие стеклянные микросферы распространяются по всей поверхности жидкости в ячейке; (б) через 10 с после окончания подлива по мере затухания вращения жидкости на поверхности начинает формироваться «снежинка»; (в) вид «снежинки» через 60 с после окончания подлива.

Следует отметить, что структура «снежинка» довольно устойчива. Разрушение «снежинки» можно было наблюдать в двух случаях. При подливе жидкого гелия в ячейку, но при этом после прекращения подлива на поверхности вновь формировалась «снежинка» той же формы, как показано на рис. 1. Во втором случае разрушение «снежинки» можно было инициировать поверхностными волнами, возбуждаемыми при интенсивных вертикальных колебаниях ячейки.

Пример такого поведения приведен на рис. 2, где показано влияние поверхностных волн, инициируемых вертикальными колебаниями ячейки, на форму «снежинки». На рис. 2(а) показана снежинка до возбуждения поверхностных волн. На рис. 2(б) приведен фрагмент структуры «снежинка». Белая рамка показывает

размер изображения — 0,9×0,9 см. На рис. 2(в) «снежинка» через ~260 с после включения вертикальных колебаний ячейки ( $f_p = 40$  Гц) и установления стоячих фарадеевских волн на поверхности частотой  $f_v = 20$  Гц, относительное ускорение ~0,04. При установлении на поверхности стоячих гравитационно-капиллярных волн форма «снежинки» изменяется. Стеклянные трассеры позволяют наблюдать возникновение стоячих волн, а также генерируемых ими вихрей [8,9] на поверхности He II.

### 3. Самоорганизация стеклянных трассеров в «плоскую снежинку» на поверхности He II

Как указано выше, для визуализации явлений на поверхности He II в экспериментах [7–9] использовали полые стеклянные микросферы радиусом  $r_0 \approx 30$  мкм. На стадии заполнения рабочей ячейки жидким гелием помещенные предварительно на дно ячейки стеклянные микросферы объединяются в более крупные устойчивые агрегаты, собственно трассеры, средним радиусом порядка 100–150 мкм, состоящие из ~10 стеклянных шариков, движение которых вдоль поверхности регистрируют наружной видеокамерой.

Толщина стенок стеклянных микросфер, которые способны плавать в тонком слое под поверхностью жидкого  $^4\text{He}$ , составляет около 1 мкм. Чтобы взаимное притяжение нейтральных трассеров, состоящих из стеклянных микросфер, под действием сил Ван-дер-Ваальса оказалось достаточным для формирования устойчивых при гелиевых температурах структур из нескольких таких трассеров, они должны сблизиться на расстояние того же порядка ~1 мкм.

Как видно на рис. 2, характерные размеры устойчивых стеклянных трассеров составляют 0,2–0,3 мм. Трассеры не разрушаются как при повышении температуры выше 4 К и испарении жидкого гелия из рабочей ячейки,

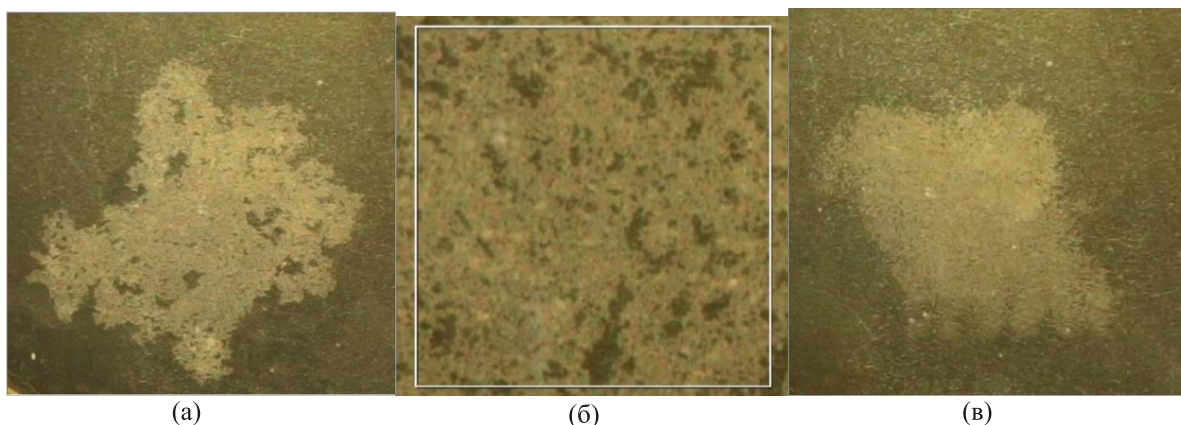


Рис. 2. (а) Исходная форма «снежинки» до возбуждения поверхностных волн (размер кадра 2,9×2,9 см), (б) фрагмент центральной части «снежинки», размер кадра 0,9×0,9 см; (в) та же «снежинка» после включения вертикальных колебаний ячейки ( $f_p = 40$  Гц), относительное ускорение  $\delta g/g = 0,04$ , частота стоячих фарадеевских волн  $f_v = 20$  Гц, длина волны  $\lambda \approx 0,5$  см.

так и при возбуждении на поверхности He II в вибрирующей ячейке стоячих капиллярно-гравитационных волн и макроскопических вихрей. Последнее наглядно демонстрирует рис. 5 в работе [9], где показано распределение линий тока в двумерном примесном пятне из стеклянных трассеров на поверхности He II в вибрирующей ячейке.

На рис. 2 видно, что характерные расстояния между трассерами в «снежинке» могут быть сравнимы с размерами трассеров. В этом случае силы притяжения Ван-дер-Ваальса между агрегатами ничтожны. Более того, при возбуждении волн на поверхности жидкости в вибрирующей ячейке можно наблюдать движение трассеров друг относительно друга в уже сформировавшейся двумерной структуре. Следовательно, силы, удерживающие трассеры на расстоянии, сравнимом с их размерами, имеют дальнедействующий характер. Таким образом, механизм, запускающий процесс самоорганизации, имеет другую, отличную от короткодействующих сил межмолекулярного взаимодействия природу.

Покажем, что ключевую роль в формировании «снежинки» играют силы поверхностного натяжения. Пусть трассеры — частицы, формирующие «снежинку», — для простоты имеют шарообразную форму. Рассмотрим энергию системы из  $N$  отдельных частиц радиусом  $R$ , плавающих в жидкости. Выступающая часть каждой частицы смачивается и потому покрыта жидкой искривленной пленкой, обладающей поверхностной энергией (рис. 3). Кроме того, вокруг частицы жидкость искривлена, мениск, образующийся за счет смачивания, также обладает поверхностной и гравитационной энергией. При сближении частиц можно ожидать, что площадь поверхности жидкости, а значит, и поверхностная энергия уменьшатся. Однако увеличится энергия жидкости, уровень которой в промежутках между частицами должен подняться. Разница в энергии между системой отдельных и образовавших двумерную структуру частиц определит, выгодно ли образование плоской примесной «снежинки». Проведем модельный расчет для шестиугольной «снежинки», состоящей из плотно упакованных шариков. Будем полагать, что площадь поверхности ячейки достаточно велика, чтобы не учитывать изменение уровня жидкости из-за затекания ее в про-

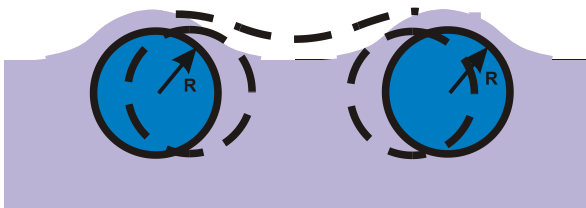


Рис. 3. Иллюстрация уменьшения площади поверхности жидкости и подъема жидкости между шарообразными примесями при их сближении.

межутки между шариками и перестройки менисков в процессе формирования «снежинки». Кроме того, исключим из рассмотрения все динамические процессы, связанные с возбуждением колебаний на поверхности жидкости.

Определим вначале форму поверхности жидкости над плавающей шарообразной частицей. Она задается условием постоянства давления, которое в малоугловом приближении имеет вид

$$\alpha \Delta y - \rho g y = 0, \quad (1)$$

или, в цилиндрических координатах,

$$\alpha \left( \frac{d^2 y}{dr^2} + \frac{dy}{dr} \frac{1}{r} \right) - \rho g y = 0. \quad (2)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения,  $y(r)$  — радиально-симметричная функция, описывающая отклонение поверхности жидкости от плоскости (см. рис. 4). Перейдем в уравнении (2) к переменной  $x = r/L$ , где  $L = \sqrt{\alpha/\rho g}$  — капиллярная постоянная, тогда оно примет вид

$$y'' + \frac{y'}{x} - y = 0. \quad (3)$$

Решением уравнения (3) является функция Бесселя  $K_0(x \rightarrow \infty) \sim e^{-x}/\sqrt{x}$ , которая описывает мениск — отклонение поверхности жидкости от плоскости вблизи частицы. Определим граничное условие для функции  $y_2(x) = aK_0(x)$  у поверхности микрочастицы. Пусть микрочастица выступает над плоской поверхностью жидкости на высоту  $H$ , мениск жидкости примыкает к частице на высоте  $H_1$  и угол смачивания равен нулю (известно, что гелий очень хорошо смачивает поверхности). Из-за наличия мениска частица фактически выступает над поверхностью на высоту  $H_2 = H - H_1$ .

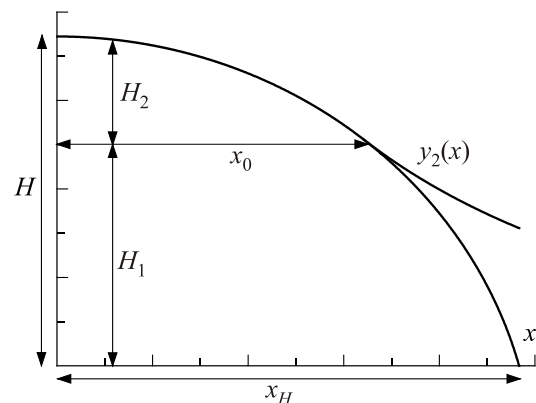


Рис. 4. К расчету формы мениска вблизи плавающего шарообразного трассера:  $y_2(x)$  — радиально-симметричная функция, описывающая отклонение поверхности жидкости от плоскости в безразмерных координатах;  $x = r/L$ .

Эта выступающая часть покрыта тонкой пленкой гелия, толщиной которой мы пренебрегаем, и уравнение формы поверхности пленки запишем в виде

$$y_1(x) = \sqrt{R^2 - x^2} - H_0, \quad H_0 = R - H, \quad (4)$$

где  $y_1(x)$ , радиус частицы  $R$  и  $H$  нормированы, как и  $x$ , на капиллярную длину  $L$ .

Для заданного  $H$  условие сшивки функций  $y_1$  и  $y_2$  определяет множитель  $a$  и координату  $x_0$ , где мениск касается микрочастицы:

$$H_1 = y_1(x_0) = y_2(x_0), \quad y_1'(x_0) = y_2'(x_0). \quad (5)$$

Теперь, считая функцию  $y_2(x)$  известной, определим энергию системы жидкость–шарик. Ее удобно представить в безразмерном виде, используя нормировку на  $\rho g L^4$ .

Гравитационная энергия  $E_g$  и энергия, связанная с силой Архимеда  $E_A$ , действующей на частицу плотностью  $\rho_S$ , плавающую на поверхности жидкости, имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_g &= \frac{E_g}{\rho g L^4} = \frac{4\pi R^3 \rho_S}{3 \rho} H, \\ \varepsilon_A &= \frac{E_A}{\rho g L^4} = \pi \left( \frac{RH^3}{3} - \frac{4R^3 H}{3} - \frac{H^4}{12} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Поверхностная энергия жидкости складывается из двух частей: энергии пленки, покрывающей выступающую часть шарика  $E_{S1}$ , и энергии поверхности мениска  $E_{S2}$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{S1} &= \frac{E_{S1}}{\rho g L^4} = \pi H^2, \\ \varepsilon_{S2} &= \frac{E_{S2}}{\rho g L^4} = 2\pi \int_{x_0}^{\infty} x \left( \sqrt{1 + (aK_1(x))^2} - 1 \right) dx, \end{aligned} \quad (7)$$

$$K_0'(x) = -K_1(x), \quad \varepsilon_S = \varepsilon_{S1} + \varepsilon_{S2}.$$

Гравитационную энергию жидкости мениска  $E_{gL}$  запишем в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_{gL} &= \frac{E_{gL}}{\rho g L^4} = \pi \int_{x_H}^{\infty} x y_2^2(x) dx + \\ &+ \pi \int_{x_0}^{x_H} x (y_2(x) - y_1(x))^2 dx, \quad x_H = \sqrt{R^2 - H_0^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Полная энергия системы жидкость–шарик определяется суммой

$$\varepsilon = \frac{E}{\rho g L^4} = \varepsilon_g + \varepsilon_A + \varepsilon_S + \varepsilon_{gL}. \quad (9)$$

При некотором  $H = H_m$  функция  $\varepsilon(H)$  имеет минимум  $\varepsilon_0$ , который можно определить численно.

Имея алгоритм вычисления энергии отдельного шарообразного трассера (1)–(9), можно перейти к расчету энергии шестиугольной «снежинки». Пусть ее размер определяется числом шариков  $n$  на стороне шестиугольника (рис. 5). Тогда полное число плотно упакованных шариков равно

$$N = 1 + 3(n-1)n, \quad (10)$$

а число промежутков между ними

$$N_L = 6(n-1)^2. \quad (11)$$

Гравитационная энергия  $\varepsilon_{gN}$  и энергия силы Архимеда  $\varepsilon_{AN}$  рассматриваемой системы из  $N$  плавающих шариков равны

$$\varepsilon_{gN} = N\varepsilon_g, \quad \varepsilon_{AN} = N\varepsilon_A, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_g$  и  $\varepsilon_A$  приведены в (6).

Предположим, что в первом приближении поверхность жидкости над «снежинкой» плоская, т.е. промежутки между шариками заполнены жидкостью, и поверхность искривлена только на границе шестиугольника. Определим гравитационную энергию жидкости, которая заполняет один такой промежуток (рис. 6). Рассмотрим сечение примесного пятна плоскостью, параллельной поверхности жидкости, расположенной на высоте  $0 < h < H$ . При этом радиус окружности, образованной при сечении шарика плоскостью, определяется как  $r^2 = (H-h)(2R-H+h)$ . Площадь сечения столбика жидкости между тремя шариками на высоте  $h$  равна  $S = \sqrt{3}R^2 - \pi r^2/2$ . Энергия жидкости вычисляется интегралом

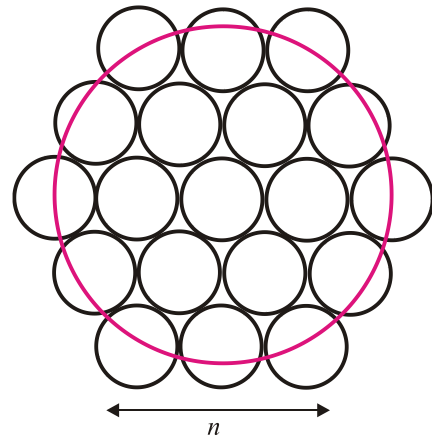


Рис. 5. Схема строения «плоской снежинки» из примесных трассеров.

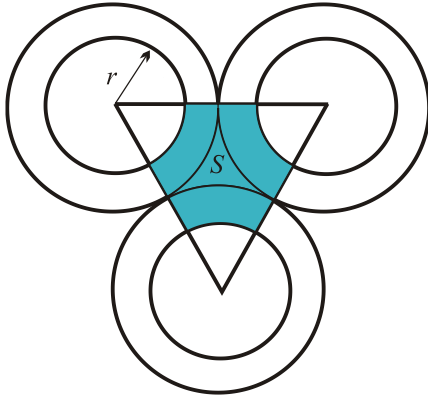


Рис. 6. К расчету гравитационной энергии жидкости в «снежинке».

$$E_{gd} = \rho g \int_0^H S h dh = \rho g H^2 \left( \frac{\sqrt{3}R^2}{2} - \frac{\pi RH}{6} + \frac{\pi H^2}{24} \right), \quad (13)$$

или, после нормировки на  $L$ ,

$$\epsilon_{gd} = \frac{E_{gd}}{\rho g L^4} = H^2 \left( \frac{\sqrt{3}R^2}{2} - \frac{\pi RH}{6} + \frac{\pi H^2}{24} \right). \quad (14)$$

Для жидкости, заполнившей все  $N_L$  промежутков, гравитационная энергия имеет вид

$$\epsilon_{gdN} = N_L \epsilon_{gd}. \quad (15)$$

Для расчета гравитационной и поверхностной энергии мениска жидкости сохраним цилиндрическую симметрию задачи и заменим в нашем рассмотрении шестиугольник на окружность радиусом  $r_0 = 2R(n - 1)$ . Форма мениска так же, как и в задаче об одиночной микрочастице, задается функцией  $y_{2N}(x) = AK_0(x)$ , которая при некотором  $x = X_0$  сшивается с функцией  $y_{1N}(x)$ , описывающей тороидальный край «снежинки»:

$$y_{1N}(x) = \sqrt{R^2 - (x - r_0)^2} - H_0, \quad H_{0N} = R - H_N, \quad (16)$$

$$H_{1N} = y_{1N}(X_0) = y_{2N}(X_0), \quad y'_{1N}(X_0) = y'_{2N}(X_0). \quad (17)$$

Поверхностная энергия жидкости задается выражением

$$\begin{aligned} \epsilon_{SN} = \frac{E_{SN}}{\rho g L^4} = & 2\pi \int_{r_0}^{X_0} x \left( \frac{R}{\sqrt{R^2 - (x - r_0)^2}} - 1 \right) dx + \\ & + 2\pi \int_{X_0}^{\infty} x \left( \sqrt{1 + (AK_1(x))^2} - 1 \right) dx. \end{aligned} \quad (18)$$

Гравитационная энергия жидкости мениска

$$\begin{aligned} \epsilon_{gLN} = \frac{E_{gLN}}{\rho g L^4} = & \pi \int_{X_H}^{\infty} x y_{2N}^2(x) dx + \\ & + \pi \int_{X_0}^{X_H} x (y_{2N}(x) - y_{1N}(x))^2 dx, \end{aligned} \quad (19)$$

$$X_H = \sqrt{R^2 - H_{0N}^2} + r_0.$$

Полная энергия системы жидкость–«снежинка» определяется суммой

$$\epsilon_N = \frac{E_N}{\rho g L^4} = \epsilon_{gN} + \epsilon_{AN} + \epsilon_{gdN} + \epsilon_{SN} + \epsilon_{gLN}. \quad (20)$$

При некотором значении  $H = H_{mN}$ , которое можно определить численно, эта энергия имеет минимум  $\epsilon_{N0}$ . Если для некоторого  $n_c$  значение энергии «снежинки»  $\epsilon_{N0} = \epsilon_N(H_{mN})$  окажется меньше, чем минимальное значение энергии системы из  $N$  отдельных микрочастиц  $\epsilon_{iN} = N\epsilon(H_m) = N\epsilon$ , это будет означать, что объединение микрочастиц в «снежинку» энергетически выгодно.

Для выполнения численных расчетов зададим параметры  $\delta = (\rho - \rho_S)/\rho$  и  $R$ , соответствующие экспериментам [8,9]. Плотность стеклянных микросфер, всплывающих на поверхность жидкости, близка к плотности сверхтекучего гелия, поэтому положим  $0,1 \leq \delta \leq 0,2$ . Капиллярная длина в He II  $L \approx 500$  мкм, а размер трассеров лежит в пределах  $100 \text{ мкм} \leq R \leq 160 \text{ мкм}$ , или, в капиллярных длинах,  $0,2 \leq R \leq 0,316$ . Пользуясь критерием  $\epsilon_{N0} < \epsilon_{iN}$ , можно найти для заданных  $\delta$  и  $R$  критические значения  $n_c$  и  $N_c = 1 + 3(n - 1)n_c$ . Расчет показывает, что уже при  $n_c = 2$ ,  $N_c = 7$  образование «снежинки» оказывается энергетически выгодным для этого диапазона параметров  $\delta$  и  $R$ .

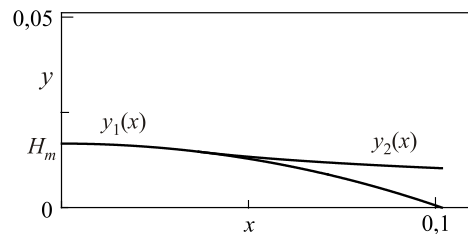


Рис. 7. Шарообразный трассер с безразмерной плотностью  $\delta = 0,2$  и радиусом  $R = 160$  мкм у поверхности жидкости и мениск. Функции  $y_2(x)$  и  $y_1(x)$  описывают форму мениска и сферической поверхности трассера соответственно;  $H_m$  — высота, на которую отдельный трассер выступает над уровнем поверхности жидкости, заданном на бесконечности;  $x, y, H_m$  нормированы на капиллярную длину.

Таблица 1. Значения параметров, определяющих, насколько трассеры и «снежинка» выступают над уровнем жидкости на бесконечности

$\delta = (\rho - \rho_s)/\rho$	$R$ , мкм	$H_m$ , мкм	$H_{mN}$ , мкм	$2R_0^c$ , мкм	$\delta E$ , эрг	$K$ , эрг
0,1	100	1,4	2,3	360	$2,4 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-10}$
0,1	160	4,5	6,7	440	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$6,5 \cdot 10^{-10}$
0,2	100	2,5	4,5	380	$1,0 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-10}$
0,2	160	8,5	13	470	$8,6 \cdot 10^{-8}$	$5,8 \cdot 10^{-10}$

Обозначения:  $\rho$  и  $\rho_s$  — плотность жидкости и стеклянных агрегатов;  $\delta$ ,  $R$  — параметры, характеризующие плотность и размер трассеров;  $H_m$  и  $H_{mN}$  — высота возвышения отдельного трассера и «снежинки» соответственно над уровнем жидкости на бесконечности;  $2R_0^c$  — критическое расстояние между центрами трассеров в неплотной структуре с  $N_c = 7$ ;  $\delta E$  — разность между энергией системы отдельных трассеров и энергией трассеров, соединившихся в «снежинку», в пересчете на одну частицу;  $K$  — характерная кинетическая энергия отдельного трассера, величина которой определяется шумовыми колебаниями поверхности жидкости в ячейке при выключенной накачке.

Из результатов вычислений следует, что мелкие трассеры, плотность которых мало отличается от плотности гелия, фактически не выступают над поверхностью жидкости, а лишь деформируют ее. При этом жидкость оказывается деформированной на больших, порядка капиллярной длины, расстояниях от частицы (см. рис. 7). Значения величин  $H_m$  и  $H_{mN}$ , определяющих, насколько отдельный трассер и «снежинка» выступают над уровнем жидкости на бесконечности, приведены в табл. 1 и составляют 1–10 мкм.

Определим расстояние между микрочастицами в шестиугольной «снежинке», при котором ее существование перестает быть энергетически выгодным в данной модели. Введем величину  $\gamma = R_0/R$ , где  $2R_0$  — расстояние между центрами микрочастиц в структуре с  $N_c = 7$ . В этом случае в формулах (16), (17) и (19) нужно заменить  $r_0 = 2R$  на  $r_0 = 2\gamma R$ . Формула (14) преобразуется к виду

$$\epsilon'_{gd} = \frac{E_{gd}}{\rho g L^4} = H^2 \left( \frac{\sqrt{3}\gamma^2 R^2}{2} - \frac{\pi R H}{6} + \frac{\pi H^2}{24} \right). \quad (21)$$

Критические значения  $2R_0 = 2R_0^c$  приведены в табл. 1. Из таблицы видно, что неплотная «снежинка», в которой  $2R_0^c \approx 3R$ , т.е. расстояние между трассерами порядка их размеров, является стабильной структурой.

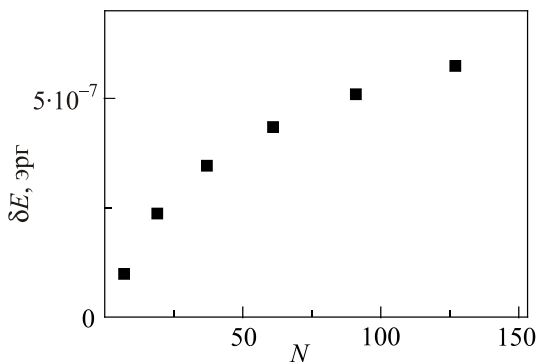


Рис. 8. Зависимость выигрыша в энергии в расчете на один трассер от числа трассеров в «снежинке».  $\delta = 0,2$ ,  $R = 160$  мкм.

Оценим выигрыш в энергии при образовании «снежинки» с  $N_c = 7$  в расчете на одну частицу:  $\delta E = (E_{iN} - E_{N0})/N_c$  (см. табл. 1). Интересно сравнить его с кинетической энергией  $K$  микрочастиц, которые движутся в гелии после выключения накачки с характерной скоростью 0,2 мм/с. Для простоты полагается, что движущиеся частицы идентичны тем, что составляют «снежинку». То, что энергия  $\delta E$  на порядок превышает  $K$ , позволяет предположить, что трассеры, движущиеся вблизи сформировавшейся структуры с не слишком высокой скоростью, могут быть присоединены к ней силами поверхностного натяжения.

По мере присоединения к небольшой «снежинке» новых трассеров выигрыш в энергии структуры в расчете на одну частицу будет возрастать. Это означает, что рост «снежинки» энергетически выгоден. Соответствующий график приведен на рис. 8.

#### 4. Выводы

Экспериментально показано, что легкие трассеры на поверхности сверхтекучего гелия объединяются в «снежинки» с характерным размером 1 см. Из выполненных расчетов, следует, что при введении в сверхтекучий He II легких стеклянных трассеров с характерными размерами 0,2–0,3 мм на поверхности жидкости под действием сил поверхностного натяжения можно наблюдать самоорганизацию трассеров и формирование макроскопических плоских структур типа «снежинок». Трассеры, несмотря на то, что их плотность меньше плотности жидкости, полностью погружены в нее и деформируют поверхность на значительном, порядка капиллярной длины, расстоянии вокруг. Сближение нескольких частиц на расстояние, сравнимое с их размерами, приводит к образованию устойчивой двумерной структуры. Эта структура имеет тенденцию к росту, поскольку увеличение числа частиц в «снежинке» дает выигрыш в энергии.

Таким образом, предложенная модель качественно вполне удовлетворительно описывает формирование макроскопических «снежинок» из нейтральных трассеров, которые наблюдались в экспериментах [8,9].

Авторы благодарны С.В. Филатову, И.А. Ремизову, И.В. Колоколову, В.В. Лебедеву, А.М. Дюгаеву и В.Б. Ефимову за полезные обсуждения и А.В. Лохову за техническую помощь при изготовлении экспериментальной вставки и проведении низкотемпературных измерений.

Экспериментальная методика развита в рамках задания ИФТТ РАН. Научные исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ № 14-22-00259.

1. W. Guo, M. La Mantia, D.P. Lathrop, and S.W. Van Sciver, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **111**, 4653 (2014).
2. E. Fonda, K.R. Sreenivasan, and D.P. Lathrop, *Rev. Sci. Instrum.* **87**, 025106 (2016).
3. P. Moroshkin, P. Leiderer, K. Kono, S. Inui, and M. Tsubota, arXiv: 1810.00938v1 [cond-mat.other], submitted to JLTP.
4. В. Филатов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, *Письма в ЖЭТФ* **102**, 486 (2015).
5. S.V. Filatov, V.M. Parfenyev, S.S. Vergeles, M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko, and V.V. Lebedev, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 054501 (2016).
6. С.В. Филатов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, *ИТЭ* №5, 135 (2018).
7. А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, А.А. Пельменёв, *ИТЭ* № 6, 133 (2016).
8. А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, А.А. Пельменёв, *Письма в ЖЭТФ* **106** (4), 233 (2017).
9. А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, А.А. Пельменёв, *ФНТ* **44**, 1284 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 1005 (2018)].
10. А.М. Дюгаев, Е.В. Лебедева, *Письма в ЖЭТФ* **106**, 755 (2017).
11. И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко, *ФНТ* **43**, 1303 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 1038 (2017)].
12. И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко, *ФНТ* **42**, 335 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 258 (2017)].
13. J.H. Werth, H. Knudsen, and H. Hinrichsen, *Phys. Rev. E* **73**, 021402 (2006).

## Самоорганізація нейтральних частинок на поверхні надплинного He II

О.О. Левченко, О.В. Лебедева, Л.П. Межов-Деглін, О.А. Пельменёв

Для візуалізації вихрових течій, що виникають на поверхні надплинного He II при взаємодії неколінеарних поверхневих хвиль, в об'єм рідини вводили порожні скляні мікросфери діаметром ~60 мкм і щільністю, меншою та близькою до щільності рідкого гелію, які під поверхнею He II об'єднувалися в агрегати (трасери) з характерними розмірами 0,2–0,3 мм. Приведено експериментальні результати та обговорюється можливість самоорганізації легких трасерів, покритих шаром рідкого гелію, і формування на поверхні He II за рахунок сил поверхневого натягу макроскопічних плоских структур — «сніжинок» із скляних трасерів, що спостерігаються в експериментах.

Ключові слова: надплинний He II, поверхневий натяг, самоорганізація нейтральних частинок на поверхні.

## Self-organization of neutral particles on the superfluid helium surface

A.A. Levchenko, E.V. Lebedeva, L.P. Mezhov-Deglin, and A.A. Pelmenev

Hollow glass microspheres were inserted into the bulk of helium for visualization of the turbulent flows, which appeared on the surface of superfluid helium due to noncollinear surface waves interaction. Diameter of microspheres was ~ 60 μm their density was less and close to the density of liquid helium. These microspheres united into aggregates (tracers) with the dimensions 0.2–0.3 mm approximately, covered by the liquid helium layer. We discuss surface tension as a possible means of self-organization of light tracers and macroscopic 2D structures formation, observed in experiments.

Keywords: superfluid He II, surface tension, self-organization of test particles on the surface.