Физика низких температур, 1996, т. 22, № 5, с. 490–493

Особенности сверхпроводимости в $2D$ металлах: переход от куперовского спаривания к локальному

В. М. Локтев

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Украина, 252143, г. Киев, ул. Метрологическая, 14б

Предпринята попытка проанализировать состояние вопроса об описании сверхпроводящей фазы $2D$ металлов с произвольной плотностью носителей. Показано, что уменьшение последней приводит к нетривиальности уравнения для химического потенциала μ, в частности, к неравенству $\mu \neq \varepsilon_F$, включая $\mu < 0$ (ε_F — энергия Ферми). Область $\mu \approx 0$ отвечает переходу (кроссоверу) от куперовского спаривания (сильно перекрывающиеся пары) и описания сверхпроводимости в соответствии с теорией БКШ—Боголюбова к локальным (неперекрывающимся между собой) парам и их бозе-эйнштейновской конденсации. Приведены примеры проявления такого кроссовера.

Зроблено спробу проаналізувати стан питання про опис надпровідної фази $2D$ металів з довільною густиною носіїв. Показано, що зменшення останньої призводить до нетривіальності рівняння для хімічного потенціалу μ, зокрема, к нерівності $\mu \neq \varepsilon_F$, включаючи $\mu < 0$ (ε_F — енергія Фермі). Область $\mu \approx 0$ відповідає переходу (кросоверу) від куперівського двійкування (пари, що сильно перекриваються) і опису надпровідності так само як і в теорії БКШ—Боголюбова до локальних (що перекриваються) пар та їх бозе-ейнштейнівської конденсації. Наведено приклади, де такий кросовер себе проявляє.

1. Открытие высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) заставило по-новому взглянуть на некоторые из считавшихся хорошо разработанными разделов физики низких температур. В частности, к таковым можно отнести теорию СП и теорию сверхтекучести. Первая, как хорошо известно, описывает появление двухчастичных корреляций и формирование в вырожденной ферми-жидкости слабосвязанных электронных (дырочных) пар (так называемых куперонов), изменяющих ее одночастичный спектр и конденсирующихся в пространстве волновых векторов. Вторая оперирует со стабильными (сильно связанными) бозонами, структура которых не играет фактически никакой роли, а сверхтекучесть наступает как результат наличия квантового бозе-конденсата, способного перемещаться без диссипации. Хотя глубокие корни между обоими этими явлениями подчеркивались неоднократно, они, по существу, остаются как бы разными разделами теории квантовых жидкостей. «Объединение» же, как это имеет место, например, в случае СП биполяронов, является, по сути, тривиальным и сводится к предположению о сверхтекучести заряженного слабо неидеального бозе-газа.

Вопрос об интерполяционных схемах между упомянутыми предельными ситуациями для ВТСП соединений поставлен (по-видимому, впервые) не только как интересный, но и как очень актуальный. Он обусловлен чрезвычайно малой ($\approx 10-15$ Å) в этих системах длиной когерентности, сопоставимой со средним межфермионным расстоянием. Столь малое значение величины, характеризующей и радиус спаривания, свидетельствует, что в ВТСП составная бозе-пара не может, строго говоря, считаться ни куперовской, ни локальной, а соответствующие металлы, следовательно, не могут быть описаны ни в рамках сценария БКШ—Боголюбова, где пары (в реальном пространстве) являются сильно перекрывающимися, ни на основе теории сверхтекучести, предполагающей наличие отдельных бозонов, размер которых существенно меньше среднего расстояния между затравочными фермионами.

2. В последние несколько лет теория СП, включающая как оба предельных случая, так и непрерывный переход между ними, получила развитие на основе единого подхода [1–5] (более ранние попытки [6–8], будучи весьма глубокими по ряду результатов, не могли по понятным причинам учесть все своеобразие именно ВТСП систем). Главная цель этих (и цитированных в них) работ — разработать метод расчета, в котором бы число (плотность) фермионов n_f выступало как независимый переменный параметр. Этого, как известно [9], легко добиться, записав уравнение для химическо-

© В. М. Локтев, 1996

го потенциала μ, который фиксирует соответствующую величину n_f. Более того, в общей теории СП для обычных металлов после записи необходимого уравнения принимается условие $\mu = \varepsilon_F$ (ε_F — энергия Ферми); при этом, разумеется, химический потенциал формально считается уже ни от чего не зависящим, что оказывается справедливым лишь в пределе высокой плотности фермионов. Вопрос же о том, какую плотность считать малой (большой) для обычных металлов не ставился, хотя еще в 60-е годы Игл заметил [6], что в легированных полупроводниках, проявляющих СП, химический потенциал может существенно отличаться от фермиевской энергии. Ситуация существенно прояснилась после работ Райндейры и др. [1,2] (см. также [3,4]), проанализировавших решение простейших уравнений БКШ в зависимости от величины межфермионного притяжения V. Оказалось, что в этом случае удобно ввести длину рассеяния ξ_b, которая в s-канале описывается выражением

$$\frac{m}{4\pi\xi_b} = \sum_{|\mathbf{k}|\le a^{-1}} \frac{m}{\mathbf{k}^2} - \frac{1}{V}, \qquad (1)$$

где m — масса фермионов с квадратичным законом дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k}) \sim \mathbf{k}^2$; a — параметр, имеющий размерность длины. Используя (1), нетрудно получить уравнение для температуры перехода T_c^{MF}, имеющее вид

$$\frac{1}{2}\sum_{\mathbf{k}} \left\{ \varepsilon^{-1}(\mathbf{k}) - [\varepsilon(\mathbf{k}) - \mu]^{-1} \operatorname{th} \frac{\varepsilon(\mathbf{k}) - \mu}{2T_c^{MF}} \right\} = \frac{m}{4\pi\xi_b}, \qquad (2)$$

особенностью которого является суммирование по всем $\mathbf{k}$ (а не в «пояске» вблизи ε_F), чтобы учесть взаимодействие между собой всех фермионов. Температура T_c^{MF} при этом отвечает критической температуре в приближении самосогласованного (молекулярного) поля или, другими словами, минимуму эффективного действия, рассчитанного без учета флуктуаций. Уравнение (2) дополняется стандартным уравнением $N_f = \partial\Omega/\partial\mu$, где N_f — полное число фермионов; $\Omega \equiv \Omega(T, \mu)$ — термодинамический потенциал системы.

Знание ξ_b позволяет определить энергию связанного состояния двух фермионов $\varepsilon_b = -(m\xi_b^2)^{-1}$, которая становится, таким образом, существенным физическим параметром взаимодействующей ферми-системы и определяет количественный критерий разбавленной ($\varepsilon_F << |\varepsilon_b|$) либо плотной ($\varepsilon_F >> |\varepsilon_b|$) ферми-жидкости. Первому случаю, как нетрудно убедиться, отвечает физически очевидное условие $k_F \xi_b << 1$, а второму — $k_F \xi_b >> 1$; причем для них $\mu = -|\varepsilon_b|/2$ ($\neq \varepsilon_F$) и $\mu = \varepsilon_F$ соответственно [1–4].

Вычисление T_c^{MF} (и щели Δ) для $3D$ и $2D$ металлов показало [1,3], что в металлах с высокой плотностью фермионов соответствующее выражение совпадает с тем, которое дает теория БКШ, причем $T_c^{MF} << \varepsilon_F$, а в случае малой плотности $T_c^{MF} \sim |\varepsilon_b|$, откуда $T_c^{MF} >> \varepsilon_F$. Последнее соотношение ввиду $T_c^{MF} \to \infty$ при $V \to \infty$ является с физической точки зрения неудовлетворительным и характеризует не температуру конденсации, а температуру, при которой начинается связывание фермионов в пары. Возникающие сильно связанные бозоны при высоких температурах, однако, сконденсироваться не могут, поскольку термические флуктуации разрушают любую многочастичную когерентность, описание которой возможно лишь за рамками приближения самосогласованного поля.

3. Если учет флуктуаций в $3D$ системах становится необходимым лишь в случае сильной связи, то $2D$ металлы, а вместе с ними и ВТСП соединения, проявляющие ярко выраженную квази-$2D$ анизотропию проводящих свойств, требуют более последовательного расчета независимо от величины притяжения V (или, что одно и то же, глубины связанного состояния ε_b). Более того, $2D$ и квази-$2D$ кристаллические системы отличаются тем, что в них двухчастичное связанное состояние появляется практически беспорогово [10–12], а его энергия определяется выражением $\varepsilon_b = -W\exp(-4\pi W/V)$, где W — ширина зоны свободного движения фермионов, причем предполагается, что $W > V$ (в противном случае исходная четырехфермионная модель становится подобной модели Хаббарда и ее рассмотрение должно базироваться на принципиально другом подходе (см., например, обзор [13]).

В приближении самосогласованного поля уравнения для Δ и μ в $2D$ металле имеют точное аналитическое решение при любом значении n_f [4] ($T = 0$):

$$\Delta^2 = \varepsilon_F(W - \varepsilon_F) \operatorname{sh}^{-2} \frac{2\pi}{mV} \xrightarrow[W>>V]{} 2\varepsilon_F \varepsilon_b ;$$

$$\mu = \qquad (3)$$

$$= \varepsilon_F \operatorname{cth} \frac{2\pi}{mV} - \frac{1}{2} W\left(\operatorname{cth} \frac{2\pi}{mV} - 1\right) \xrightarrow[W>>V]{} \varepsilon_F - |\varepsilon_b|/2,$$

откуда видно, что параметр ε_b действительно определяет область значений n_f (напомним, что в $2D$ проводниках $\varepsilon_F \sim n_f$), для которых величина хи-

мического потенциала фермионов может не совпадать с величиной их энергии Ферми. Термодинамические параметры для этого случая вычислены в работе [3].

Решение (3), однако, недостаточно по причинам, указанным выше, поэтому в [5] сделана попытка учесть гауссовские флуктуации параметра порядка. Сразу отметим, что в этом случае критическая температура T_c идеального $2D$ металла в полном соответствии с общими теоремами оказывается равной нулю, а ее конечное значение получается лишь при включении трехмеризующих эффектов. Но наиболее принципиальным результатом учета гауссовских флуктуаций можно, тем не менее, считать не неравенство $T_c \neq 0$, а, скорее, разбиение ферми-подсистемы на две: собственно ферми-возбуждения с плотностью n_f и в большей или меньшей степени стабильные бозоны, число которых n_B следует из «закона сохранения»

$$n_f = n_F(T) + 2n_B(T) \ , \qquad (4)$$

контролирующего динамику процессов слияния фермионов и распада бозонов.

4. Достаточно последовательный аналитический анализ уравнений для Δ и μ с учетом бозе-флуктуаций чрезвычайно затруднен даже в случае простейшего четырехфермионного лагранжиана. Однако для предельных случаев высокой и низкой плотностей затравочных фермионов эти уравнения можно проанализировать на критической линии и определить такой важный параметр СП, как наклон кривой $H_{c2}(T)$ в точке $T = T_c$. Оказывается, что снова случаю $\varepsilon_F >> |\varepsilon_b|$ отвечают формулы теории БКШ [9]; в то же время система малой плотности с $n_B >> n_F$ (см. (4)) имеет производную [5]

$$dH_{c2}/dT\Big|_{T=T_c} \sim \exp(-|\varepsilon_b|/2T_c) \ . \qquad (5)$$

Иными словами, учет уравнения для μ (а следовательно, бозе-вклада) существенно изменяет результат теории БКШ, в которой эта же производная имеет степенное температурное поведение и параметрически оказывается заметно больше. Заметим, что фазовая H, T-диаграмма $3D$ заряженного бозе-газа качественно соответствует результату (5), однако в ней уменьшение величины производной dH/dT носит степенной характер [14].

Учет бозе-флуктуаций и уравнения баланса (4) может быть важен и в других случаях. Например, можно показать, что оно проявляет себя в многозонной теории СП, где уровень Ферми и химический потенциал может быть представлен через свои парциальные («зонные») значения. Тогда характер спаривания будет определяться не значением ε_F относительно $|\varepsilon_b|$, а в каждой из зон отдельно. При этом конденсат одной из них может носить куперовский характер, а другой — походить на сверхтекучий газ бозонов; при этом оба конденсата не только сосуществуют, но и обмениваются частицами.

5. В целом можно сказать, что к настоящему времени уже имеется достаточно глубокое понимание того, что системы с малой и промежуточной ($\varepsilon_F \approx |\varepsilon_b|$) плотностями фермионов требуют более аккуратного рассмотрения, поскольку в них нарушено одно из необходимых условий теории БКШ—Боголюбова: $\mu = \varepsilon_F$. Но важно не только это равенство, которое может быть удовлетворено при той или иной температуре, но и зависимость $\mu(T)$, особенно существенная в случае пониженной размерности. Сама эта зависимость, отражающая, по сути, взаимное соотношение между $n_F(T)$ и $n_B(T)$ для каждого значения T (в том числе в нормальном состоянии), может вносить в поведение металла новые черты, отсутствующие, если $\mu = \varepsilon_F$

Однако пока не удалось провести расчетов, достаточно убедительно описывающих бы область перехода от ферми-системы к бозе-системе, где $\mu \approx 0$, и флуктуации оказываются особенно сильными.

Другой важной задачей теории является сближение простых четырехфермионных моделей и моделей, считающихся более адекватными системам ВТСП (учет сильных корреляций, магнитных свойств, анизотропного спаривания). Наконец, необходима проверка, насколько изложенные выше (пусть физически совершенно оправданные) результаты устойчивы в том случае, когда фермионы взаимодействуют не прямым (незапаздывающим), а косвенным (через обмен каким-либо бозе-возбуждением) образом. Для всех этих случаев стоит также задача вычисления низкоэнергетического эффективного действия (потенциала Гинзбурга—Ландау), включающего временные и пространственные производные, сами параметры которого суть функции не только T, но и n_f.

Хотел бы выразить признательность Э. В. Горбару, В. П. Гусынину, С. Г. Шарапову и И. А. Шовковому, с которыми получено большинство изложенных выше результатов.

1. M. Randeria, J. Duan, and L. Shieh, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 981 (1989); *Phys. Rev.* **B41**, 327 (1990).
2. C. A. R. Sa de Melo, M. Randeria, and J. R. Engelbrecht, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3202 (1993).
3. Э. В. Горбар, В. П. Гусынин, В. М. Локтев, *СФХТ* **6**, 483 (1993).
4. Э. В. Горбар, В. П. Гусынин, В. М. Локтев, *ФНТ* **19**, 1171 (1993).
5. В. П. Гусынин, В. М. Локтев, И. А. Шовковый, *ЖЭТФ* **106**, 2007 (1995).

6. D. M. Eagles, *Phys. Rev.* **178**, 668 (1969); *ibid* **186**, 456 (1969).
7. A. J. Leggett, in: *Modern Trends in the Theory of Condensed Mater*, A. Pekalski and J. Przyatawa (eds.), Berlin: Springer-Verlag (1980).
8. P. Nozieres and S. Schmin-Rink, *J. Low Temp. Phys.* **59**, 195 (1985).
9. R. J. Schrieffer, *Theory Superconductivity*, New York, Bengamin (1964).
10. Yu. B. Gaididei and V. M. Loktev, *Phys. Status Solidi* **B62**, K29 (1974).
11. М. А. Иванов, В. М. Локтев, Ю. Г. Погорелов, Ю. В. Скрипник, *ФНТ* **17**, 716 (1991).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1963).
13. В. М. Локтев, *Препринт ИТФ-95-20Р*, Киев (1995).
14. A. S. Alexandrov and A. B. Krebs, *Usp. Fiz. Nauk* **162**, 1 (1992).

Peculiarities of superconductivity of 2*D* metals: crossover from Cooper to local pairing

V. M. Loktev

An attempt has been made to analyze the present state of the art of describing superconducting phase of 2*D* metals with arbitrary carrier density. It is shown that decreasing of the latter results in non-trivial equation for chemical potential μ, in particular, inequality $\mu \neq \varepsilon_F$ including $\mu < 0$ (ε_F is Fermi energy). The values near $\mu \approx 0$ correspond to transition (crossover) from Cooper pairing (strongly overlapped pairs) and description according to BCS-Bogolyubov theory to local (non-overlapping) pairs and their Bose-Einstein condensation. Some examples are given where such a crossover has been revealed.