Физика низких температур, 1996, т. 22, № 1, с. 3–45 УДК 537.312.62:538.945

Механизмы высокотемпературной сверхпроводимости медных оксидов

(Обзор)

В. М. Локтев

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины,
Украина, 252143, г. Киев, ул. Метрологическая, 14б
E-mail:vloktev@gluk.apc.org

Статья поступила в редакцию 15 августа 1995 г.

Предпринята попытка провести сравнительный анализ и обсудить модели механизмов спаривания, предложенные для описания высокотемпературной сверхпроводимости медных оксидов. Главное внимание уделено специфике этих соединений, находящей свое отражение в их кристаллической, электронной и магнитной структурах и определяющей возможные механизмы спаривания, которые, в конечном итоге, обеспечивают формирование сверхпроводящего конденсата при высокой критической температуре. Одна из немаловажных целей обзора — обсуждение нерешенных проблем физики высокотемпературной сверхпроводимости в слоистых медноокисдных соединениях.

Зроблено спробу провести порівняльний аналіз та обговорити моделі механізмів спарювання, що запропоновані для опису високотемпературної надпровідності мідних оксидів. Головна увага приділяється специфіці цих сполук, що знаходить свій прояв у їх кристалічній, електронній та магнітній структурах і визначає можливі механізми спарювання, що, в кінцевому підсумку, забезпечує формування надпровідного конденсату при високій критичній температурі. Одна з немаловажних цілей огляду — обговорення нерозв'язаних проблем високотемпературної надпровідності у шаруватих мідноокисдних сполуках.

Содержание

1. Введение 4
2. Кристаллическая и электронная структура медных оксидов 5
2.1. Купратные плоскости как основной кристаллический мотив решеток ВТСП 6
2.2. Низкоэнергетические состояния медных оксидов 7
2.3. Гамильтониан купратной плоскости 9
2.4. Гамильтониан металлической фазы 11
2.5. «Ортогональные» гибридизованные носители в купратных плоскостях 15
3. Особенности физических свойств ВТСП 19
3.1. Диэлектрическая фаза 19
3.2. Металлическая (нормальная) фаза 19
3.3. Сверхпроводящая фаза 22
4. Сверхпроводимость в системах с сильной корреляцией 24
4.1. Сверхпроводимость в модели Хаббарда 24
4.2. Сверхпроводящие состояния в t–J-модели 26
5. Магнитные механизмы спаривания 29
5.1. Модель почти АФМ ферми-жидкости 29
5.2. Механизм RVB 32
6. Экситонные механизмы спаривания 34
6.1. Механизм Гайдидея—Локтева—Вебера 34
6.2. Состояния с переносом заряда 36
6.3. Некоторые другие механизмы электронной природы 36
7. Фононные механизмы 37
8. Симметрия параметра порядка 39
9. Заключение 41
Список литературы 42

© В. М. Локтев, 1996

The consensus is that there is absolutely no consensus on the theory of high-T_c superconductivity...

Philip W. Anderson

1. Введение

27 января 1996 года исполняется первое десятилетие события, которого ждали долгие годы, на которое надеялись и одновременно не верили в него и которое, будучи событием исключительно научного значения, всколыхнуло без преувеличения весь мир, а именно: сверхсенсационного открытия Беднорцем и Мюллером высокотемпературных сверхпроводников — нового класса медных («цюрихских») оксидов, быстро ставших широко известными как соединения ВТСП. Первая публикация о них появилась в апреле того же года [1]; последовавший за ней огромный рост интереса к этому, все еще остающемуся загадочным и противоречивым, явлению за прошедшие годы упал незначительно, перейдя в устойчивое состояние «спокойного бума».

Сотни лабораторий фундаментального, материаловедческого и прикладного профилей, тысячи ученых включились в целенаправленную работу по созданию и изучению соответствующих соединений. И если за предшествующий 75-летний (1911–1986) период критическую температуру T_c сверхпроводящего (СП) перехода (на ней, как правило, сконцентрирована стратегия поиска) удалось поднять примерно на 20°, едва преодолев точку кипения жидкого водорода (20,3 K), то за истекший со дня открытия ВТСП исторически короткий срок T_c выросла в четыре-восемь раз, быстро достигнув сначала $\approx$ 90 K [2], затем $\approx$ 125 K [3,4] и, наконец, $\approx$ 140 K и даже $\approx$ 160 K [5,6]. Все приведенные значения твердо установлены и признаны, в то время как отдельные сообщения о более высоких T_c позже воспроизводить не удавалось.

Без сомнения, за этими цифрами не только количественный рост, но и прямое проявление некоторых качественных, свойственных именно ВТСП, внутренних закономерностей, которая практически сразу после открытия превратилась в самостоятельную (и достаточно обширную) область физики. Такой вывод следует не только из заманчивых перспектив (в чем-то понемногу реализующихся) полного освоения «азотных» (а в дальнейшем, не исключено, и «комнатных») сверхпроводников, но в основном из того, что медные оксиды весьма удивительным образом проявляют (изменяющиеся под воздействием разных факторов) свойства металлов и диэлектриков (полупроводников), магнитоупорядоченных и магниторазупорядоченных (фрустрированных) систем, неидеальных и нелинейных сред, систем с тяжелыми фермионами и локализованными моментами (кондо-решеткой), кристаллов с сильной (хаббардовской) корреляцией и смешанной валентностью, ионной и ковалентной связью; они, наконец, столь анизотропны, что по ряду параметров относятся к низкоразмерным (в частности, 2*D*) системам.

Вполне вероятно, что именно в этом необычном разнообразии кроются причины того, почему многолетние усилия теоретиков и экспериментаторов решить задачу существенного повышения T_c, опираясь на ту или иную реалистическую (но стандартную!) модель металла или более или менее известный механизм сверхпроводимости, были, хотя и не напрасными, но, следует признать, практически безрезультатными: каждый следующий градус роста T_c давался с превеликим трудом. Более того, среди части исследователей стало даже бытовать скептическое предположение о будто бы имеющемся фундаментальном ограничении для реализации СП при относительно высоких T_c, которые значительно уступали критическим температурам других широко известных фазовых превращений (магнитных, структурных и т.п.).

Детальный и всесторонний анализ проблемы ВТСП как одной из наиболее актуальных физических проблем был проведен в, по-видимому, единственной в этой области монографии [7], отразившей сложившееся к концу 70-х — началу 80-х годов положение дел и опиравшейся на примерно 4–5 сотен публикаций. Теперь же их число (не учитывая материалы многочисленных как представительных, так и узкопрофильных конференций и совещаний) возросло как минимум на порядок. Но, несмотря на значительно улучшившийся уровень эксперимента как при получении образцов (в том числе монокристаллических) контролируемого качества, так и при исключении паразитных (не свойственных собственно ВТСП) эффектов и большую работу теоретиков, сколько-нибудь определенная версия о природе высоких значений T_c, а

следовательно, о механизме СП в медных оксидах все еще не сложилась*. В этой связи правдоподобными выглядят прогнозы, отводящие раскрытию механизма ВТСП долгие годы интенсивной работы. Ее текущим итогам посвящены многочисленные обзоры (например, [13–35]), в которых обсуждаются также и разнообразные механизмы, предложенные для объяснения ВТСП. В большинстве из них вопрос о причинах спаривания носителей в медных оксидах фактически не является главным, в других же, теоретических, — более или менее обоснованно проводится и отстаивается точка зрения о том, что полную ответственность за наблюдаемые высокие T_c несет только какой-либо один из принципиально возможных механизмов спаривания, с позиций которого и разбирается вся проблема ВТСП. Среди таковых модель «спинового мешка» («spin bag») [25], обмен спиновыми флуктуациями [26], плазмонами [27], конечно же, фононами [30,32], биполяронный механизм [24, 29] и др. Как правило, конкурирующие подходы при этом практически не сопоставляются, а потому попытка собрать их для сравнения представляется оправданной и, хотелось бы надеяться, небесполезной. Именно она и составляет цель обзора.

К сожалению, ни одно подобное мероприятие не может быть без изъянов. Поэтому, предупреждая неизбежные претензии читателей к содержанию, стилю и структуре статьи и рассчитывая на их снисхождение, отмечу: объем изложения и список цитированной литературы на полноту, к тому же едва ли достижимую в условиях непрекращающегося (и все еще обильного) потока публикаций, претендовать не могут. Скажу больше: отбор материала, равно как и расставленные акценты, обусловлены отнюдь не «вкусами» автора, а, скорее, уровнем его понимания специфических и весьма непростых особенностей ВТСП купратов и, в меньшей степени, — ограниченным размером журнальной публикации.

Сразу же хотел бы выполнить приятную обязанность, поблагодарив моих коллег и друзей — В. Г. Барьяхтара, Ю. Б. Гайдидея, Э. В. Горбара, В. П. Гусынина, М. А. Иванова, В. А. Миранского, С. Г. Овчинникова, С. В. Пелетминского, С. М. Рябченко, П. И. Фомина, И. Я. Фуголь, С. Г. Шарапова и И. А. Шовкового, тесное общение с которыми в значительной мере определяло мое представление об обсуждаемых ниже проблемах. Но особенно я признателен Э. А. Пашицкому, чья, порой суровая, но доброжелательная критика и разъяснения по тому или иному вопросу иногда заставляли корректировать мнение о значении ряда опубликованных результатов и порождали сомнения в их новизне, а также Е. М. Заике и Т. Л. Добровольской — за большое содействие на разных этапах подготовки рукописи. Не могу, наконец, не выразить благодарность рецензенту обзора, замечания которого способствовали эффективному улучшению текста.

Обзор написан при частичной поддержке Государственного комитета по научной, технической и промышленной политике Украины (проект № 09.01.01/011-94) и Международного научного фонда (грант № K5O100).

2. Кристаллическая и электронная структура медных оксидов

С фундаментальной точки зрения наиболее важным и принципиальным вопросом физики ВТСП является, как отмечалось, характер механизма притяжения носителей — сводится ли последний к стандартному механизму БКШ или же попадает в категорию экзотических**. Здесь, однако, уместно спросить: «А что понимать под стандартным механизмом БКШ и что такое новые представления?» Если с первым, как это и есть на самом деле, связать лишь фононный механизм спаривания в пределе слабой связи, то уже не вызывает сомнений, что в основе ВТСП лежит нечто другое. Но если принять расширительный смысл и в понятие «стандартный механизм» вложить прежде всего концепцию спаривания с последующим образованием (при определенных T) бозе-коллектива независимо от причины результирующего косвенного притяжения, то основы теории БКШ останутся незыблемыми.

* Сделанное утверждение в какой-то мере относится и к легированным фуллеритам (см. [8,9]), некоторые параметры СП фазы которых напоминают параметры ВТСП. Что касается кубических перовскитов (также оксидов) со структурой $SrTiO_3$, а именно $Ba_{1-x}K_xBiO_3$ с $T_c \approx 30$ K [10], то механизм, ответственный за СП в этих керамических соединениях, по мнению ряда авторов (см. обзор [11]), не относится к нестандартному. Однако ни эти, ни недавно синтезированные безмедные системы (см. [12]) в данном обзоре обсуждаться не будут.

** В последнее время все большую популярность приобретают взгляды (с моей точки зрения, спорные), согласно которым все СП (в том числе органические, тяжелофермионные, прочие оксидные, на основе молекулы фуллерена C_{60} и ряд других), описывающиеся моделями более общими, чем модель БКШ, следует относить к классу экзотических [34,37]. И хотя с определениями, в силу их условности, не спорят, тем не менее представляется, что модели с притяжением, вызванным косвенным обменом различными «онами» в рамках схемы БКШ—Элиашберга, могли бы быть отнесены к стандартным. Экзотическими при этом с большим правом следовало бы считать такие, которые исходят из качественно иного механизма спаривания, как это имеет место, в частности, в модели резонирующих валентных связей [38], энионной (семионной) модели [39,40], а также (в известной мере) в моделях (биполяронной [24,29], бисолитонной [41]) с существенно другим сценарием конденсации.

Сам же факт спаривания носителей в ВТСП был уже давно и однозначно установлен из измерений величины кванта магнитного потока [36].

В любом случае теория должна ответить на следующие вопросы: а) какова природа и тип носителей, участвующих в спаривании; б) что (или возбуждение какой подсистемы) ведет к их притяжению, становясь тем самым «глюоном», и, наконец, в) какая конфигурация пары реализуется (здесь можно подразумевать размер, спин, орбитальный момент, т.е. все, что входит в понятие симметрии). Ответы на эти вопросы, во всяком случае применительно к медным оксидам, не могут быть найдены из общих соображений и должны опираться на конкретную кристаллическую и электронную структуры соединений ВТСП или, иными словами, — на данные экспериментов.

2.1. Купратные плоскости как основной кристаллический мотив решеток ВТСП

В настоящее время имеется несколько семейств термодинамически стабильных медных оксидов: родоначальник всех синтезированных ВТСП — простейшая система $La_{2-x}M_xCuO_4$, или 2-1-4, (M — двухвалентный ион Ba^{2+}, Sr^{2+}, Ca^{2+}), соединения $RBa_2Cu_3O_{6+\delta}$, или 1-2-3, (R — редкоземельный ион) и подобный оксид $YBa_2Cu_4O_8$ и, наконец, сложные многокомпонентные купраты, представляемые как $(Bi, Tl, Pb, Hg)_m(Sr, Ba)_2Ca_{n-1}Cu_nO_x$ или Bi, Tl, Pb, Hg–$m2(n-1)n$, где m, $n = 1, 2, ...$, обладающие чрезвычайным разнообразием стехиометрических и нестехиометрических (дефектных) составов и фаз, в том числе с наивысшими достигнутыми T_c *.

Общим для структур всех известных медноокисидных материалов следует признать большой размер перовскитной примитивной ячейки (постоянные решетки $a \approx b \approx 3{,}8$ Å, $c \approx 11$–13 Å слабо зависят от типа соединения), резко выраженное слоистое строение и способность в больших пределах варьировать содержание кислорода, от количества которого в значительной мере зависят концентрация носителей, тип проводимости и многое другое. Но, пожалуй, самое важное и характерное для структур всех без исключения соединений ВТСП — это присутствие в них одиночных или собранных в блоки так называемых купратных плоскостей CuO_2 (*ab*-плоскостей (см. рис. 1)), **

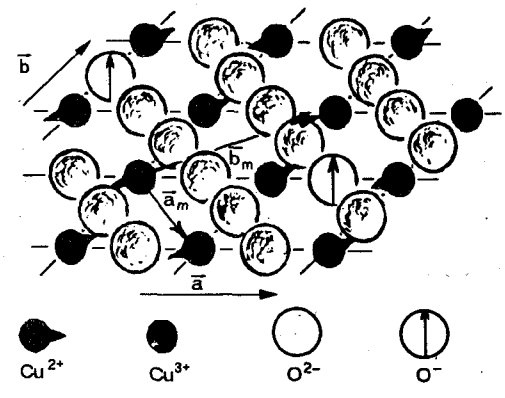

Рис. 1. Фрагмент купратной плоскости с дальним (диэлектрическая фаза) либо ближним (металлическая фаза) АФМ порядком. Векторы a_m и b_m — векторы кристалломагнитной (удвоенной) ячейки, связанные с векторами a и b парамагнитной кристаллической ячейки: $a_m = a + b$; $b_m = b - a$.

которые, согласно современным представлениям, являются токонесущими и в которых собственно и разыгрывается действие «пьесы» под названием ВТСП. Связь между купратными плоскостями (но особенно — их блоками) достаточно слаба, вследствие чего отчетливо наблюдается большая (от 10–10^2 до 10^5–10^6) анизотропия проводимости, прямо указывающая на квази-2*D* характер электронных свойств соединений ВТСП.

Состояние и свойства (прежде всего магнитные и транспортные) купратных плоскостей определяются валентными состояниями ионов меди и кислорода, которые, в свою очередь, зависят от присутствия других (в основном опять-таки кислорода) элементов в конструкции — интеркалирующих слоев переменного состава (спейсоров) LaO, BaO, TlO и т.п., которые, таким образом, играют регулирующую роль. По тем же представлениям спейсоры служат инертным, с точки зрения проводимости, резервуаром, контролирующим суммарный заряд, который поставляется в плоскости CuO_2.

Не вдаваясь в детали, отметим, что наиболее полно изучены два первые по времени открытия оксида 2-1-4 и 1-2-3, для которых уже разработаны методики получения достаточно качественных монокристаллов (см. [15,44]). Что касается многокомпонентных медных оксидов, то зачастую сведения об их структуре (особенно спейсоров) ввиду сложности синтеза их термодинамически устойчи-

* Приведены соединения, обладающие дырочным типом проводимости. К электронным относятся системы $(Nd, Pr)_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$, и, хотя отвечающие им T_c, вообще говоря, существенно ниже ($\lesssim 30$ K) [42], имеются указания, что в более сложных соединениях *n*-типа T_c также может достигать значений ≈ 90 K [43].

** В структуре соединения 1-2-3 имеются плоскости CuO_δ ($0 \le \delta \le 1$) с цепочками CuO.

вых однородных фаз не столь определенны. Тем не менее надежно установлено (см. [15,44–46]), что и в них металлическими являются те же медно-кислородные (тетрагональные в хорошем приближении) слои CuO_2 с тем же ($\approx$ 1,9 Å) расстоянием между ближайшими соседями Cu–O. Поэтому вряд ли может вызвать серьезные возражения общепринятое мнение о ключевой роли купратных плоскостей в проблеме ВТСП. Оно подкрепляется, в частности, и тем, что замена даже относительно малого количества элементов (Cu → Zn, Ga и/или O → Cl, F) [15,44,47,51] этих плоскостей, а также вакансии в них достаточно быстро и отрицательно сказываются на T_c. В то же время к многокомпонентному физико-химическому (в том числе дефектному) составу других плоскостей, который так или иначе может (в ряде случаев безболезненно) варьироваться, T_c менее чувствительна, хотя, несомненно, рекордные ее значения — итог весьма тонкой стереохимической и физической подстройки всех компонентов структуры друг к другу [46].

Приведенные краткие сведения с учетом анизотропии проводимости лежат в основе того, что теоретическое изучение физических свойств медных оксидов и механизмов ВТСП ограничено рассмотрением преимущественно одной (в редких случаях — двух) относительно простых по топологии купратных плоскостей, что, как будет видно, не отражается на богатстве возможных картин спаривания. Принципиально, однако, что соединения ВТСП оказываются объектами физики низкоразмерных систем*.

2.2. *Низкоэнергетические состояния медных оксидов*

Электронная структура ВТСП, в описании которой мы ограничиваемся учетом лишь актуальных состояний меди и кислорода в купратных плоскостях, также подверглась и подвергается беспрецедентному по разнообразию примененных методов экспериментальному и теоретическому изучению. Его важнейшими результатами стали понимание диэлектрического состояния и расшифровка квантовохимической природы носителей в ВТСП. Даже находясь в своей металлической фазе, медные оксиды по ряду своих проявлений сохраняют такую близость к ионным диэлектрикам, что ряд авторов (например, [53–55]) назвали этот класс материалов металл—диэлектриками либо металл–полупроводниками. Такое определение согласуется с предсказанием Андерсона [56], который отметил, что нелегированная система 2-1-4 должна быть (и является) антиферромагнитным (АФМ) диэлектриком с локализованной подсистемой спинов, а не металлом, как это следует из простой зонной схемы** без учета сильной электрон-электронной корреляции [4,13,17,21,35,53,54,57].

Экспериментально показано, что путем хаотического гетеровалентного легирования медных оксидов или же изменением содержания кислорода в них легко осуществить переход диэлектрик—металл. В частности, для системы 2-1-4 пригодны оба способа, так что металлами являются как $La_{2-x}M_xCuO_4$ ($x \gtrsim 0{,}06$), так и $La_2CuO_{4+\delta}$ ($\delta \lesssim 0{,}1$). Интересно, что при $x \gtrsim 0{,}3$ в $La_{2-x}M_xCuO_4$ пропадает сверхпроводимость при сохранении в системе металлического характера проводимости. Соединения типа 1-2-3 являются диэлектриками при $\delta \lesssim 0{,}43$, а в диапазоне $0{,}44 \lesssim \delta \lesssim 1$ — металлами. Во всех случаях T_c немонотонно зависит от допинга, который определяет концентрацию делокализованных носителей [15]: в 2-1-4 максимум T_c ($\approx$ 40 K) отвечает $x \approx 0{,}15$, а в 1-2-3 ($\approx$ 93 K) $\delta \simeq 0{,}98$. Отметим, что в последнем случае интеркалирующие слои YO и BaO, а также цепочечные плоскости CuO_δ могут замещаться; так, «дочерняя» система $Y_{1-y}Ca_yTlCu_2O_7$ с неизмененным блоком из двух купратных слоев тоже проходит стадии от диэлектрика ($y = 0$) до ВТСП ($y \approx 1$) с $T_c \approx 80$ K [58]. Этим еще раз подчеркивается «подсобная» роль спейсоров — к магнетизму и сверхпроводимости они прямого отношения не имеют.

Принципиально при этом, что каким бы путем ни проходил процесс металлизации медноокисдных соединений, т.е. появление в них делокализованных носителей, всегда инициируемое допирующими ионами, или примесями, ему обычно предшествует еще один — магнитный [59] — переход***, при котором в локализованной подсисте-

* Знаменательно, что именно они — 1*D* молекулярные и 2*D* сэндвичевые структуры — впервые предлагались как наиболее перспективные претенденты для поиска ВТСП [7,52].

** Можно указать и некоторые другие предсказания зонной теории, не согласующиеся с опытом: значительно большее, чем наблюдается в эксперименте, значение плотности состояний на уровне Ферми, неустойчивость относительно волны спиновой плотности. Несмотря на это, многие исследователи не прекращают попытки (в ряде случаев небезуспешные (см. [19])) описания купратов исходя из стандартного фермижидкостного подхода.

*** Мы не рассматриваем различного рода структурные переходы, всегда сопровождающие легирование [60], поскольку они тоже не могут иметь непосредственного отношению к самому механизму ВТСП.

ме теряется дальнее (но не ближнее) магнитное упорядочение. Столь выраженный «антагонизм» сильных АФМ и металлических свойств и сосуществование соответствующих им двух подсистем носителей служит важной предпосылкой для изучения электронного строения купратов исходя именно из диэлектрического их состояния как основного и потому, что оно не прекращает быть таковым (т.е. непроводящим в отсутствие допинга) ни при каких значениях T. Этот подход отличается от рассмотрения металлооксидов на основе модели со слабым межэлектронным взаимодействием и АФМ порядком как проявлением волны спиновой плотности в системе коллективизированных (itinerant) электронов, для спектра которых выполняется условие нестинга (см. [14,18,25]). И хотя физические выводы при обоих подходах для ряда ситуаций оказываются подобными [19], представляется, что описание ВТСП все же должно включать в себя учет сильных кулоновских корреляций, препятствующих, как известно, коллективизации (т.е. способствующих локализации) носителей.

Рассмотрим электронные состояния купратных плоскостей. Легко убедиться, что диэлектрическому состоянию последних (как, впрочем, и соединениям ВТСП в целом) отвечает формальное отсутствие в их решетках ионов Cu^{3+}. (Действительно, указанное ограничение следует также из многочисленных квантовомеханических расчетов [21, 35,53,54,61–69], свидетельствующих, что наибольший вклад в плотность состояний вблизи поверхности Ферми металлооксидов в металлической фазе дают состояния ионов меди Cu^{2+} и кислорода O^{2-} именно этих плоскостей.)

Легко понять и дырочный характер проводимости в основной массе ВТСП; при, например, иновалентном замещении $La^{3+} \to M^{2+}$ в $La_2^{3+}Cu^{2+}O_4^{2-}$ либо добавлении кислорода в систему 1-2-3-O_6 или $Y^{3+}Ba_2^{2+}Cu_2^{2+}Cu\ {}^{+}O_6^{2-}$ отрицательный заряд формально увеличивается и должен компенсироваться «внутренними ресурсами», в частности появлением ионов Cu^{3+} *. Последнее эквивалентно введению в эти системы, прежде всего в плоскости CuO_2, положительных зарядов; отсюда следует, что носители тока в ВТСП — дырки, причем, ввиду двухкомпонентности состава купратных слоев не только «медные».

В самом деле, дырка, родившаяся в системе медных d-электронов, не будет оставаться на ионе меди и вследствие сильного перекрытия d-функций с p-функциями кислорода перейдет на кислородную подсистему (pd-гибридизация). На это указывают не только численные расчеты, но и простые геометрические соображения: радиус иона $Cu^{2+} \approx$ $\approx$ 0,7–0,9 Å (радиус Cu^{3+} еще меньше); радиус же иона O^{2-} = 1,36–1,41 Å. Учитывая, что расстояние между ближайшими ионами меди составляет $\approx$ 3,8–3,85 Å, видим, что d-функции заметно перекрываются лишь с p-функциями. Перекрытие последних, однако, для ближайших ионов кислорода отлично от нуля, что позволяет предположить, что в ВТСП действительно имеются две взаимодействующие между собой подсистемы носителей — свободная и локализованная. Подобная ситуация — не редкость (переходные и РЗ металлы, актиниды), но специфика ВТСП заключается, по-видимому, в том, что эти подсистемы, рассматриваемые как исходные, пространственно разделены (сосредоточены на разных узлах), хотя гибридизация делает такое разделение в известной степени условным. Окончательный вывод может быть сделан лишь из сравнения энергетических параметров.

Как хорошо известно, медь в различных кристаллохимических структурах может находиться в трех состояниях: Cu(I) $\equiv Cu^{+}$, Cu(II) $\equiv Cu^{2+}$ и реже Cu(III) $\equiv Cu^{3+}$, а кислород — в атомарном (нейтральном) $O^0 \equiv O$, одно-(O^{-}) и двухвалентном (O^{2-}) состояниях. Наиболее сильное воздействие, которому подвергаются состояния незаполненных оболочек ионов в кристалле, — это влияние на них кристаллического поля. Для катионов в соединениях ВТСП оно имеет главным образом кубическую и тетрагональную компоненты. В поле кубической симметрии нижайшее состояние двухвалентной меди ($3d^9$, т.е. одна дырка в полностью заполненной $3d$-оболочке) — это орбитальный e_g-дублет ($x^2 - y^2$, $3z^2 - r^2 \equiv z^2$), который имеет тенденцию к расщеплению вследствие эффекта Яна-Теллера ** и понижению локальной симметрии окружения. Она действительно пони-

* В 1-2-3 сначала (теоретически — в диапазоне $0 < \delta \leq 0{,}5$) происходит другая «перезарядка»: превращение $Cu^{+} \to Cu^{2+}$ в цепочечных плоскостях CuO_δ. И лишь после ее завершения появляются ионы Cu^{3+}, только и соответствующие свободным носителям в «дырочных» ВТСП.

** Интересно, что именно этот эффект и предполагавшаяся обусловленной им сильная электрон-колебательная связь лежали в основе рабочей гипотезы Беднорца и Мюллера о возможности повышенных T_c в медных окислах со структурой, близкой к кубической, если их металлизировать.

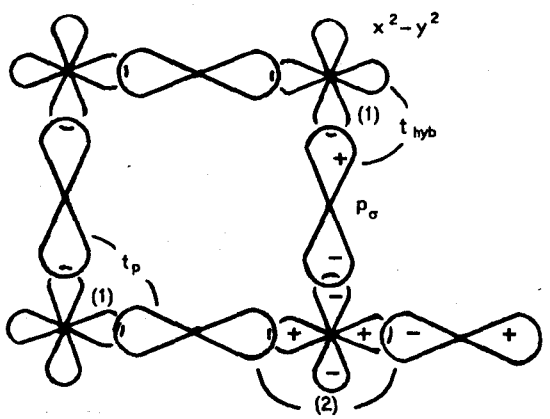

Рис. 2. Геометрия и выбор фаз актуальных состояний меди ($x^2 - y^2$) и кислорода (p_σ). Показаны межионные переходы первого (1) и второго (2) порядков.

жается (например, до D_{4h}), и вырождение e_g-дублета снимается. При этом (в дырочном формализме) энергия ε_{z^2} больше $\varepsilon_{x^2-y^2}$, а потому ион Cu^{2+} в тетрагональных структурах оказывается не «ян-теллеровским», а «псевдоян-теллеровским». Еще выше по энергии расположены состояния xy, xz, yz кубического t_{2g}-мультиплета, который в дальнейшем не рассматривается как менее актуальный для проблемы ВТСП.

На анионы (см. рис. 2) действует более низкосимметричное кристаллическое поле D_{2h}, поэтому трехкратное вырождение состояний p_x, p_y и p_z $2p$-оболочки также полностью снимается. При этом оказывается, что в приближении кристаллического поля, создаваемого ближайшими соседями, состояние p_σ-типа («р-лепестки», смотрящие на ближайшие ионы меди) оказывается более высоколежащим, чем состояния p_π-типа. Как будет видно, процессы межконфигурационного динамического взаимодействия могут изменить эту последовательность, поэтому в дальнейшем ограничимся в основном рассмотрением несвязывающих орбиталей p_σ-типа.

2.3. Гамильтониан купратной плоскости

Перечисленные состояния предполагаются наиболее актуальными практически во всех работах, посвященных расчетам низкоэнергетического зонного спектра ВТСП, в частности их купратных слоев. В качестве исходных (вакуумных) при этом обычно выбираются состояния ионов Cu^+ и O^{2-}, обладающие, как отмечалось, замкнутыми электронными оболочками ($3d^{10}$ и $2p^6$ соответственно), а другие (в том числе токовые) состояния строятся путем рождения носителей над этими конфигурациями. Тогда волновые функции дырочных состояний этих ионов могут быть представлены в виде

$$
\begin{aligned}
&Cu^+, O^{2-} \quad — \quad |v\rangle;\\
&Cu^{2+}, O^- \quad — \quad |\lambda, \sigma\rangle_{\mathbf{n}_\alpha} = a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma}\,|v\rangle;\ \lambda \equiv x^2 - y^2, z^2, p_j;\ j \equiv x, y = p_\sigma;\\
&Cu^{3+}, O \quad — \quad \begin{cases} |\lambda, \lambda_1;\ M_S = 2\sigma\rangle_{\mathbf{n}_\alpha} = a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma}\, a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda_1\sigma}\,|v\rangle; \\ |\lambda, \lambda_1;\ M_S = 0\rangle_{\mathbf{n}_\alpha} = (\sqrt{2})^{-1} \sum\limits_\sigma a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma}\, a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\bar\sigma}\,|v\rangle;\ \bar\sigma \equiv -\sigma; \\ |\lambda, \lambda\rangle_{\mathbf{n}_\alpha} = a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\uparrow}\, a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\downarrow}\,|v\rangle;\ \sigma = \uparrow, \downarrow \equiv \pm 1/2. \end{cases}
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Здесь $|v\rangle$ — вакуумное состояние; $a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma}$ ($\equiv d^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma}$, $p^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma}$) — оператор рождения дырки на ионах меди или кислорода, где $\mathbf{n}$ — вектор ячейки, α — номер подрешетки (при учете спинового упорядочения $\alpha = 1, 2$ и $\alpha = 1, 2, 3, 4$ для меди и кислорода соответственно). Отметим, что одночастичные состояния Cu^{2+} и O^- двукратно вырождены по спину, а двухчастичные — по энергиям, ибо состояния с полным спином $S = 1$, $M_S = \pm 1, 0$, согласно определению, включают заполнение разных одночастичных, а с $S = 0$ — двукратное заполнение одного одночастичного состояния.

Одноионные локализованные состояния описываются вторично-квантованным гамильтонианом

$$H_{\mathbf{n}_\alpha} = \sum_{\lambda,\sigma} \varepsilon_\lambda\, a^+_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma}\, a_{\mathbf{n}_\alpha \lambda\sigma} +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\lambda,\lambda_1}\sum_{\sigma,\sigma_1} U_{\mathbf{n}_\alpha} a^+_{\mathbf{n}_\alpha\lambda\sigma} a_{\mathbf{n}_\alpha\lambda\sigma} a^+_{\mathbf{n}_\alpha\lambda_1\sigma_1} a_{\mathbf{n}_\alpha\lambda_1\sigma_1}, \quad (2.2)$$

в котором ε_λ — энергии одноэлектронных орбиталей, а $U_{\mathbf{n}_\alpha}$ ($\equiv U_d, U_p$) — кулоновское (хаббардовское при $\lambda = \lambda_1$) отталкивание на соответствующем узле; межионные процессы описываются оператором $H_{\rm tr} + H_{\rm int}$, в котором

$$H_{\rm tr} = \sum_{\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{m}_\beta} \sum_{\lambda\lambda_1} \sum_{\sigma} T^{\lambda\lambda_1}_{\mathbf{n}_\alpha\mathbf{m}_\beta} a^+_{\mathbf{n}_\alpha\lambda\sigma} a_{\mathbf{m}_\beta\lambda_1\sigma} \quad (2.3)$$

— оператор электронных (дырочных) переходов, отвечающих либо *pp*-перескокам, либо *pd*-гибридизации, и

$$H_{\rm int} = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{m}_\beta(\neq\mathbf{n}_\alpha)} \sum_{\lambda,\lambda_1}\sum_{\sigma,\sigma_1} V^{\lambda\lambda_1}_{\mathbf{n}_\alpha\mathbf{m}_\beta} \times$$

$$\times a^+_{\mathbf{n}_\alpha\lambda\sigma} a_{\mathbf{n}_\alpha\lambda\sigma} a^+_{\mathbf{m}_\beta\lambda_1\sigma_1} a_{\mathbf{m}_\beta\lambda_1\sigma_1} \quad (2.4)$$

— оператор корреляционной энергии, в которой, ради простоты, оставлено лишь ее кулоновское слагаемое и которая показывает, например, насколько смещается тот или иной одноионный терм при изменении квантового (включая зарядовое) состояния окружения.

Гамильтониан, содержащий операторы (2.2)–(2.4)*, использовался неоднократно и по существу является типичным гамильтонианом многозонной теории металлов в представлении сильной связи. Он относится к хаббардовскому типу, поскольку состоит из двух характерных слагаемых: $H_{\rm tr}$, делокализующего носитель, что приводит к появлению зон, и $H_{\mathbf{n}_\alpha}$, препятствующего этому. Преобладание одной из этих конкурирующих тенденций над другой, согласно Мотту [70] (см. также недавние прекрасные обзоры Изюмова [71]), и определяет конечный результат: превосходство параметра зонного движения $t \approx |T_{\mathbf{n}_\alpha\mathbf{m}_\beta}|$ делает систему металлом, параметра отталкивания U — наоборот, диэлектриком. Соответственно переход диэлектрик–металл по отношению U/t называют мотт-хаббардовским.

Но важно не только указанное отношение; не менее, а физически, может быть, даже более существенной количественной характеристикой является концентрация носителей в системе n_f, между которыми и возникает взаимодействие, когда они оказываются на одном узле. Если число N_f носителей значительно уступает полному числу N узлов ($n_f = N_f/N \ll 1$), то первые практически беспрепятственно могут двигаться по решетке, редко вступая в непосредственный контакт друг с другом. Но по мере увеличения n_f подобные «столкновения» становятся все более частыми и при $n_f = 1$ (если, конечно, отталкивание не мало) ни у одной частицы нет возможности двигаться нетермоактивированно. Легко понять, что условно этому случаю отвечает полузаполненная (на «зонном», с учетом спина, языке) зона, хотя, возможно, более последовательно было бы говорить, что таковой вообще нет, а имеется $N_f = N$ практически локализованных фермионов и система пребывает в диэлектрическом (мотт-хаббардовском) состоянии.

Эти достаточно простые и хорошо известные рассуждения необходимы для того, чтобы отметить, что системы, содержащие двухвалентную медь, должны быть очевидными кандидатами в моттовские диэлектрики; на это указывает уже величина ее третьего потенциала ионизации ($\gtrsim 35$ эВ), фактически задающего параметр междырочного внутриионного отталкивания U_d в свободном ионе Cu^{3+}. В кристаллах, в частности соединениях ВТСП, U_d значительно редуцируется и, по различным оценкам (в том числе на основании обработки экспериментальных данных), составляет от 7 до 13 эВ [14,20,33,61–68], но тем не менее остается наибольшим из низкоэнергетических параметров в этих системах. Величина U_d также заметно превосходит значение U_p, равное по тем же оценкам ≈ 3–5 эВ.

И все же однозначно приписать ВТСП к классу мотт-хаббардовских диэлектриков (а это в принципе могло бы быть так, поскольку наибольший из параметров, характеризующих кинетическую энергию дырки в ВТСП (см. (2.3)), — константа *pd*-гибридизации — не превышает 1,4–1,6 эВ [63–67]), оказывается не столь просто. Для этого, как минимум, необходимо указать происхождение в них нижайших электронных возбуждений. В истинном мотт-хаббардовском случае последние соответствуют межзонным переходам с энергиями порядка U_d. Но в реальных ВТСП с двумя сортами

* В общем случае к ним нетрудно дописать операторы одночастичных перескоков $p_\sigma \leftrightarrow p_\pi$ *pp*-типа либо $p_\pi \leftrightarrow xy$, $p_z \leftrightarrow xz$, yz *pd*-типа, а также соответствующие двухчастичные операторы. Их учет заметно усложняет количественное рассмотрение, слабо отражаясь на качественных выводах, если заведомо не предполагать возможного (а по сути — случайного) пересечения разных зон вблизи уровня Ферми. В связи с этим отметим такую деталь: каждое *d*-состояние имеет своего *p*-партнера, причем гибридизация вида $p_z \leftrightarrow xz$, yz создает в кристалле прямоугольную сетку 1*D* зон.

ионов в плоскости CuO_2 имеется еще одна возможность — перенос заряда между ними.

Анализ фазовой диаграммы системы с еще одним, наряду с U/t, независимым параметром $\Delta\varepsilon/t$, где $\Delta\varepsilon \equiv \varepsilon_p - \varepsilon_d$ — энергия переноса заряда, проведен в работе Заанена, Аллена и Завадского [72], из которой становится очевидным: двухчастичное (двухдырочное) состояние Cu^{3+} на меди конкурирует с одночастичным O^- на кислороде. При этом диэлектрическое состояние, благодаря *pd*-гибридизации, или ковалентности, представляет собой смесь ближайших (по энергии) конфигураций $Cu^{2+}O^{2-} \leftrightarrow Cu^{+}O^{-}$. Если их энергии удовлетворяют неравенству $\Delta\varepsilon + V_{pd} < U_d$, состояние с переносом заряда как нижайшее электронное возбуждение купратной плоскости будет предпочтительней, чем рождение в ней медной дырки. Именно эти виртуальные гибридные процессы формируют основное (диэлектрическое) состояние купратных плоскостей, хотя общая картина в этом случае, разумеется, обогащается и усложняется, а теория приобретает многозонный (минимально—двухзонный) характер, допуская больше, чем в простой модели Хаббарда, вариантов формирования возбужденных состояний, на что применительно к ВТСП независимо указано в работах [73–75] (модель Эмери).

Разность $\Delta\varepsilon > 0$ в ВТСП до сих пор остается одним из наиболее труднодоступных для измерения параметров и в зависимости от способа обработки да и самого эксперимента может принимать значения от 1,5 до 5–7 эВ [33,35,61–69]. По существу, последовательное изучение модели кристалла с произвольными и (что существенно) не малыми параметрами типа U_d/t, U_p/t, $\Delta\varepsilon/t$ пока провести не удалось, а потому используются различные приближенные методики, численные расчеты либо поэтапная редукция [31,33,53,54,61–68], на которой остановимся более подробно.

Наибольшая для теоретического исследования трудность состоит в том, что оператор (2.3) связывает между собой все состояния из набора (2.1) (тоже, кстати, ограниченного). В результате (при учете (2.2)) возникает сложная зонная схема сильно коррелированных и одновременно сильно гибридизованных носителей, само фазовое состояние которых, как и их зонный спектр, зависит от концентрации n_f. Если, однако, система находится в диэлектрическом состоянии, что предполагает наличие лишь двухвалентных ионов меди и кислорода (полузаполненная зона, или $n_f = 1$), то ее описание, как правило, ограничено получаемым из (2.2)–(2.4) гейзенберговским оператором

$$H_{sp} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{m}_\beta} J_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{m}_\beta} \mathbf{S}_{\mathbf{n}_\alpha} \mathbf{S}_{\mathbf{m}_\beta}. \qquad (2.5)$$

Косвенное обменное спин-спиновое взаимодействие между ионами Cu^{2+} [20,33,65]

$$J_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{m}_\beta} \approx 4 \frac{|T^{x^2-y^2}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{m}_\beta}|^4}{\Delta\varepsilon + V^{x^2-y^2}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{m}_\beta}} \left(\frac{1}{U_d} + \frac{2}{2\Delta\varepsilon + U_p} \right) > 0, \qquad (2.6)$$

строго говоря, имеет дальнодействующий характер, поскольку благодаря *pp*-перескокам осуществляется через зонные, а не локализованные *p*-состояния [76]. Таким образом, вид оператора (2.5) с положительной и достаточно быстро спадающей с расстоянием изотропной обменной константой указывает на АФМ характер диэлектрических фаз (их купратных плоскостей) всех без исключения ВТСП на основе меди. При этом для ближайших соседей $J \gtrsim 10^{-1}$ эВ [33,59], что в приближении самосогласованного поля соответствовало бы упорядочению при температуре Нееля $T_N \approx 10^3$ К. На самом деле, последнее наблюдается в ВТСП при $T_N \approx (3\text{–}4)\cdot 10^2$ К; принято считать, что такое уменьшение T_N обусловлено квази-2*D* характером магнитных свойств ВТСП, рассмотрению которых посвящено множество работ (например, [33,59,77–83]. В них магнетизм ВТСП связывается с неелевским двухподрешеточным в плоскостях CuO_2 (и многоподрешеточным, в том числе обменно-неколлинеарным, в полной структуре) дальним упорядочением спинов $S = 1/2$ ионов Cu^{2+}, причем учет спин-орбитальной связи приводит к слабой анизотропии типа «легкая плоскость» и появлению (в La_2CuO_4) взаимодействия Дзялошинского—Мория [59,77,84].

2.4. Гамильтониан металлической фазы

Если вид гамильтониана (см. (2.5)) диэлектрической фазы, отвечающего слабо анизотропной квази-2*D* АФМ системе уже, по-видимому, споров не вызывает, то выписать общепринятый оператор, так или иначе описывающий металлическое состояние и связанные с ним механизмы ВТСП плоскостей CuO_2, практически не представляется возможным, хотя исходными для большинства предложенных моделей являются процессы и взаимодействия, перечисленные выше. Все дело в том, как и каким образом производить их учет, какую роль отводить тому или иному слагаемому полного оператора, какие электронные степени свободы считать существенными, а какие нет. В начальный период после открытия ВТСП предполагалось [56,85], что дырки в обеих — диэлектрической и металлической — фазах имеют преимущественно медное происхождение, что отвечает условию $U_d < \Delta\varepsilon + V_{pd}$. Впоследствии, однако, это предположение оправдалось лишь относительно

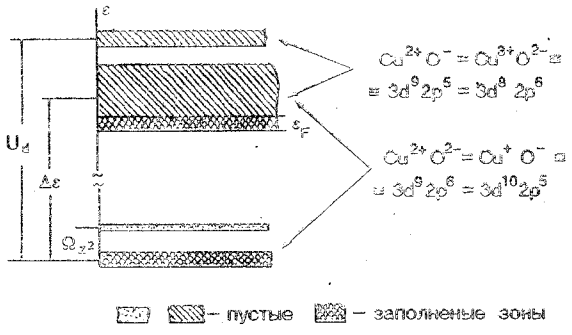

Рис. 3. Упрощенная схема исходной зонной структуры, подвергающейся показанным справа процессам гибридизации d-уровней с p_σ-состоянием. Уровень Ферми ε_F возникает вблизи дна зоны проводимости (в электронном представлении — потолка валентной зоны).

первой из них, поскольку параметры ВТСП указанному неравенству не подчиняются [86–88]. Если же $U_d > \Delta\varepsilon + V_{pd}$, то более предпочтительно образование дырки в кислородной подсистеме, что ввиду перекрытия соседних p-орбиталей автоматически создает в купратных плоскостях свободную токовую p-сеть*.

Образовавшись в системе с более чем наполовину заполненной зоной, кислородная дырка O^- «включается» по крайней мере в два процесса (см. (2.3) и рис. 2): упомянутые pp-перескоки и гибридизацию с состоянием Cu^{2+} (благодаря тому же ковалентному взаимодействию), результатом чего служат динамические флуктуации $Cu^{2+}O^- \Leftrightarrow Cu^{3+}O^{2-}$, наиболее развитые в металлической фазе. Вместе с сохраняющимися в ней процессами $Cu^{2+}O^{2-} \Leftrightarrow Cu^+O^-$ они переносят часть сильных dd-корреляций и в p-подсистему купратных слоев, так что реальные носители в ВТСП, несомненно, достаточно сильно взаимодействуют между собой.

Простейшая качественная схема зонного спектра купратных плоскостей ВТСП показана на рис. 3, где в соответствии с принятыми теперь величинами энергетических параметров между нижней (заполненной сильно коррелированными дырками Cu^{2+}) и верхней (пустой в диэлектрической фазе) хаббардовскими подзонами расположены зоны относительно свободных p-состояний, отвечающих анионам O^-. Раздельное описание локализованной и делокализованной подсистем не составляет труда, но учет ковалентной связи между ними меняет ситуацию принципиально, ибо приводит к тому, что основное состояние теперь является связывающей, а зона проводимости (в электронном представлении — валентная зона) — несвязывающей pd-орбиталями, выраженный d- или p-характер которых отражает лишь относительно больший вклад в них соответствующего «парциального» состояния (разумеется, в реальности эти зоны содержат «примеси» и многих других не учтенных выше состояний катионов и анионов).

Прежде всего лишний (т.е. $N_f = N + 1$) носитель появляется в АФМ среде** и его движение по ней сопряжено с нарушением исходного магнитного упорядочения; кроме того, переход такого носителя с узла на узел сопровождается изменением числа электронов (т.е. валентности) на узле, а следовательно — его многоэлектронной конфигурации, где и проявляется хаббардовская корреляция. В этом случае наиболее естественным и удобным формальным аппаратом для описания становится язык операторов Хаббарда $X^{jl}_{\mathbf{n}_\alpha} \equiv |j\rangle_{\mathbf{n}_\alpha}\langle l|$, где j,l — квантовые числа состояний ионов. Например, легко убедиться, что если опустить в (2.1) z^2-состояние, то имеет место связь (см. [68,71])

$$d^+_{\mathbf{n}_\alpha x^2-y^2\sigma} = X^{\sigma v}_{\mathbf{n}_\alpha} + 2\sigma X^{2\bar{\sigma}}_{\mathbf{n}_\alpha}. \qquad (2.7)$$

При этом гамильтониан локализованных состояний диагонализируется и, в частности, для ионов d-подсистемы имеет простой вид

$$H_d = \varepsilon_{x^2-y^2} \sum_{\mathbf{n}_\alpha} \sum_\sigma X^{\sigma\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha} + \left(2\varepsilon_{x^2-y^2} + U_d\right) \sum_{\mathbf{n}_\alpha} X^{22}_{\mathbf{n}_\alpha}, \qquad (2.8)$$

причем первое слагаемое отвечает Cu^{2+}, а второе — Cu^{3+} зарядовым состояниям. Перескоковая часть может быть записана в виде двух очевидных операторов:

* Эксперимент, в частности, свидетельствует, что, в то время как функция основного состояния содержит ≈ 90% d- и только ≈ 10% p- вклада, функция делокализованного носителя примерно на ≈ 80% имеет p-характер [35,89,90].

** В настоящем обзоре мы не затрагиваем исключительно важную проблему перехода диэлектрик—металл в допированных (т.е. примесных) медных оксидах и, в частности, вопрос о спектральной области (запрещенная ли это щель между pd-гибридизованными валентной зоной и зоной проводимости или же последняя из них), в которой формируется порог подвижности внедренных в систему носителей (или, что то же, где возникает фермиевский уровень металлической фазы), отсылая читателя к оригинальным работам об особенностях такого перехода в примесных $2D$ и квази-$2D$ полупроводниках [91], в системах с сильной корреляцией [92] и имеющемуся эксперименту [93]. В этом смысле рис. 3 не более чем условное изображение, игнорирующее все подобные обстоятельства.

$$H_{pp} = \sum_{\mathbf{n}_\alpha, \vec{\rho}_{\alpha\beta}} \sum_{\sigma} T^{p_\sigma p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}} p^{+}_{\mathbf{n}_\alpha \sigma} p_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}\sigma} ,$$

$$\left(p_{\mathbf{n}_\alpha p_\sigma}(\sigma) \equiv p_{\mathbf{n}_\alpha \sigma} \right) \qquad (2.9)$$

— оператора движения p_σ-носителя по ионам кислорода и

$$H_{pd} = \sum_{\mathbf{n}_\alpha, \vec{\rho}_{\alpha\beta}} T^{x^2-y^2 p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}} \left(X^{\sigma v}_{\mathbf{n}_\alpha} + 2\sigma X^{2\bar{\sigma}}_{\mathbf{n}_\alpha} \right) p_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}\sigma} + \text{h.c.} \equiv$$

$$\equiv H^{\text{ins}}_{pd} + H^{\text{met}}_{pd} \qquad (2.10)$$

— оператора pd-гибридизации. Гамильтониан (2.8) получен из (2.2) с использованием (2.7) и правил умножения операторов Хаббарда (см. [71]), а (2.9), (2.10) — из выражения (2.3), куда входят матричные элементы $T^{p_\sigma p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}}$ и $T^{x^2-y^2 p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}}$ соответствующих процессов; векторы $\vec{\rho}_{\alpha\beta}$ и $\vec{\rho}_{\alpha\beta}$ соединяют ближайшие пары соседей O–O и Cu–O соответственно.

Видно, что оператор (2.10) естественным образом разбивается на два составляющих его слагаемых, одно из которых, H^{ins}_{pd}, актуальное лишь в диэлектрической фазе, может быть учтено во втором порядке, что позволяет исключить из полного эффективного низкоэнергетического гамильтониана вакуумное состояние Cu^+ (оно в этой фазе имеет виртуальный характер). Тогда, воздействуя на (2.10) унитарным оператором $\exp \hat{S}$ (каноническое преобразование Шриффера–Вольфа [94]), генератор $\hat{S}$ которого содержит линейные комбинации вида $(X^{\sigma v}_{\mathbf{n}_\alpha} p_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}\sigma} - \text{h.c.})$, можно легко преобразовать этот гамильтониан [95,96] так, что

$$(\exp \hat{S}) H_{pd} \exp(-\hat{S}) \to H_{pd} = H_K + \Delta H_{pp} + H^{\text{met}}_{pd} , \qquad (2.11)$$

где

$$H_K = 2 \sum_{\mathbf{n}_\alpha} \sum_{\vec{\rho}_{\alpha\beta}, \vec{\rho}_{\alpha\beta_1}} \frac{T^{p_\sigma x^2-y^2}_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta} \mathbf{n}_\alpha} T^{x^2-y^2 p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta_1}}}{\Delta\varepsilon} p^{+}_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}\sigma} \hat{\partial} p_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta_1}\sigma} \mathbf{S}_{\mathbf{n}_\alpha} \qquad (2.12)$$

— оператор взаимодействия (в том числе трехузельного) p_σ-дырки с кондо-решеткой локализованных d-спинов $\mathbf{S}_{\mathbf{n}_\alpha}$; $\hat{\partial}$ — матрицы Паули, действующие на спиновую переменную дырки;

$$\Delta H_{pp} = \sum_{\mathbf{n}_\alpha} \sum_{\vec{\rho}_{\alpha\beta}, \vec{\rho}_{\alpha\beta_1}} \sum_{\sigma} \frac{T^{p_\sigma x^2-y^2}_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta} \mathbf{n}_\alpha} T^{z^2-y^2 p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta_1}}}{\Delta\varepsilon} p^{+}_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}\sigma} p_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta_1}\sigma} \qquad (2.13)$$

— поправка второго порядка к оператору (2.9), которая, в отличие от последнего, допускает возможность pp-переходов уже не только между ближайшими, но и между последующими (см. рис. 2) соседями O–O; наконец, H^{met}_{pd} определен в (2.10). В итоге модельный электронный гамильтониан купратной плоскости включает операторы (2.8), (2.9), (2.11), а также (2.5) и, таким образом, содержит взаимодействующие сильно коррелированные d- и относительно свободные p-носители.

Даже в этом усеченном виде (опущенным, например, оказалось достаточно слабое ($\lesssim 0{,}05$ эВ [35,97,98]) прямое обменное взаимодействие между p-носителями) многозонная модель оказывается сложной для теоретического изучения. Поэтому обычно приходится использовать дальнейшие упрощения, тем или иным путем сводящие ее к однозонной. Так, стал популярным подход, восходящий к работе Жанга и Райса [99], в которой был сформулирован метод кластерного разбиения, или обобщенная модель Хаббарда (см. [68,100–102]). В нем купратная плоскость представляется состоящей из изолированных или частично перекрывающихся кластеров какого-либо вида (CuO_2, CuO_4 и т.д.), для которых удается (численно либо аналитически) найти собственные функции и энергии состояний с разным числом электронов (дырок). Определенные соответствующим кластерным базисом X-операторы служат основой сведения (благодаря исключению из этого набора высоколежащих состояний) исходного многочастичного хаббардовского гамильтониана к такому эффективному и уже одноэлектронному (или подобному ему), в котором, в конечном итоге, остаются лишь два ключевых параметра: t — матричный элемент

межузельного перескока и J — обменное взаимодействие между локализованными спинами. Наиболее последовательный вывод гамильтониана такой модели, получившей название t–J-модели*, и ее «производных» (расширенных t–J-, или t–t'–J-моделей, где t' — матричный элемент перескока носителя между неближайшими (ср. (2.12)) узлами, а также анализ связи этих параметров с исходными, наблюдаемыми в эксперименте, даны Белиничером и Чернышевым [103], которые попытались обосновать универсальность t–J-модели для правдоподобного описания легированных АФМ диэлектриков, к которым, собственно, и относятся металлические фазы ВТСП. Заметим, что параметры этой модели считаются обычно произвольными (т.е. не связанными между собой), хотя следует помнить, что аккуратный вывод эффективного низкоэнергетического гамильтониана даже из простейшего (однозонного) гамильтониана Хаббарда показывает [104,105], что параметры t и J первого при $n_f \approx 1$ имеют один (по отношению t/U) порядок величины и, строго говоря, никак не могут рассматриваться как независимые. В t–J-модели такие связи между параметрами могут быть легко проверены. Кроме того, в ней, как и в модели Хаббарда, носитель, появившийся вблизи наполовину заполненной зоны, находится в АФМ среде и из-за закона сохранения спина не может сдвинуться с места, не разрушая ее магнитного порядка. Это служит одной из причин (см. [104–106]) заметной редукции ширины затравочной зоны, отвечающей свободным носителям (то же свойственно и расчетам в духе модели Эмери [35,73,98]).

Несмотря на огромное число работ, посвященных свойствам t–J-модели (см., например, обзор Даготто [31]), следует все же сказать, что в полной мере она не может претендовать на адекватность ВТСП, ибо, кроме всего прочего, не учитывает и такое важное обстоятельство, как фрустрирующий характер p-дырки. В самом деле, в силу геометрии плоской решетки CuO_2 (см. рис. 1) такая дырка оказывается в симметричном относительно направления АФМ упорядоченных d-спинов положении, а поэтому в системе не только с дальним, но и с ближним порядком находится в точке компенсации обменных полей от окружающих ее (и ближайших, и более удаленных) медных спинов. Иными словами, состояние p-дырки оказывается вырожденным по направлению ее спина в обменном поле АФМ подрешеток, в определенном смысле сохраняющихся и в металлической фазе, хотя она дальним магнитным порядком не обладает.

Упомянутая компенсация очевидна, если спины разных ионов Cu^{2+} выступают «на равных». В кластерном же подходе это не так, и ионы меди и кислорода, объединенные в один кластер, становятся как бы выделенными по отношению друг к другу. В частности, при расчете волновых функций кластера (типа, показанного на рис. 2) приходится их классифицировать по величине полного спина соответствующих состояний, причем для состояния с одной лишней дыркой последний отражает суммарный спин ионов Cu^{2+} и O^-. Таким образом, в рамках t–J-модели появилось и широко используется (см. [33,102,103]) представление о синглете (триплете) Жанга и Райса как о комплексе (поляроне [107,108]) подвижной p- и локализованной d-дырок, понижающих (повышающих) свою энергию вследствие обменной связи между ними (хотя, и это следует еще раз подчеркнуть, p-дырка «не знает», к какому кластеру она принадлежит и с каким из ближайших d-спинов должна образовывать синглет)**.

Возвращаясь к приведенному выше гамильтониану многозонной модели, необходимо отметить, что он допускает частичную диагонализацию. В первую очередь, может быть диагонализован оператор p-дырок:

$$H_p \equiv H_p^{(0)} + H_{pp} + \Delta H_{pp} = \Delta\varepsilon \sum_{\mathbf{n}_\alpha,\sigma} p^+_{\mathbf{n}_\alpha\sigma} p_{\mathbf{n}_\alpha\sigma} + \sum_{\mathbf{n}_\alpha,\vec{\rho}_{\alpha\beta}} \sum_{\sigma} T^{p_\sigma p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}} p^+_{\mathbf{n}_\alpha\sigma} p_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}\sigma} +$$

$$+ \frac{1}{\Delta\varepsilon} \sum_{\mathbf{n}_\alpha} \sum_{\vec{\rho}_{\alpha\beta},\vec{\rho}_{\alpha\beta_1}} \sum_{\sigma} T^{p_\sigma x^2-y^2}_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}\mathbf{n}_\alpha} T^{x^2-y^2 p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta_1}} p^+_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}\sigma} p_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta_1}\sigma} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mu,\sigma} \varepsilon_p^{(\mu)}(\mathbf{k})\, p^+_{\mu\sigma}(\mathbf{k})\, p_{\mu\sigma}(\mathbf{k}), \qquad (2.14)$$

в котором

* Реже используется название модель Гейзенберга—Хаббарда.

** Или триплет, что, как нетрудно догадаться, зависит лишь от знака обмена носитель—локализованный спин.

$$\varepsilon_p^{(1,2,3,4)}(\mathbf{k}) = \Delta\varepsilon - 2\Delta\varepsilon^{-1} t_{\text{hyb}}^2 \sin\frac{\mathbf{k}a_m}{2} \sin\frac{\mathbf{k}b_m}{2} \mp$$

$$\mp \left[\Delta\varepsilon^{-2}\, t_{\text{hyb}}^4 \cos^2\frac{\mathbf{k}a_m}{2}\cos^2\frac{\mathbf{k}b_m}{2} + \left(t_{pp} - \Delta\varepsilon^{-1} t_{\text{hyb}}^2\right)^2 \left(\cos\frac{\mathbf{k}a_m}{2} \pm \cos\frac{\mathbf{k}b_m}{2}\right)^2\right]^{1/2} \equiv$$

$$\equiv \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon(\mathbf{k}) + (-1)^{\mu}\, T_{\mu}(\mathbf{k}) \qquad (2.15)$$

— энергии p-зон; $t_{\text{hyb}} \equiv |T^{p_\sigma x^2-y^2}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + (\mathbf{a}_m + \mathbf{b}_m)/4}|$; $t_{pp} \equiv |T^{p_\sigma p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha + \mathbf{a}_m/2}|$;

$$p_{\mathbf{n}_\alpha \sigma} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mu} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}_\alpha)\, u_{\alpha\mu}\, p_{\mu\sigma}(\mathbf{k})\,;$$

$$\{u_{\alpha\mu}\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} c_{4\mathbf{k}} & c_{2\mathbf{k}} & c_{3\mathbf{k}} & c_{1\mathbf{k}} \\ c_{1\mathbf{k}} & -c_{3\mathbf{k}} & c_{2\mathbf{k}} & -c_{4\mathbf{k}} \\ -c_{4\mathbf{k}} & c_{2\mathbf{k}} & c_{3\mathbf{k}} & -c_{1\mathbf{k}} \\ -c_{1\mathbf{k}} & -c_{3\mathbf{k}} & c_{2\mathbf{k}} & c_{4\mathbf{k}} \end{pmatrix}; \qquad c_{1\mathbf{k}}^2 + c_{4\mathbf{k}}^2 = c_{2\mathbf{k}}^2 + c_{3\mathbf{k}}^2 = 1\,; \qquad (2.16)$$

$$c_{\mu\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 + \Delta\varepsilon(\mathbf{k})\, T_{\mu}^{-1}(\mathbf{k})\right]^{1/2},$$

N — число ячеек в АФМ упорядоченной решетке; $\mathbf{k}$ — волновой вектор. Как и следовало ожидать, имеются четыре p-зоны, нижайшей из которых выбрана зона с $\mu = 1$, которая и будет впоследствии рассматриваться как наиболее актуальная для свободных пносителей. Нетрудно также проверить, что появление в (2.14) и (2.15) вкладов от неближайших соседей несколько «уплощает» дисперсию этой зоны вблизи ее дна, что в однозонной модели Хаббарда (а также t–t'–J-модели) учитывается феноменологически [31, 109] (см. также [108] и приведенную там литературу), чтобы таким образом описать наблюдавшийся в эксперименте слабо диспергирующий участок дырочного спектра [110] (так называемая плоская (flat) зона).

2.5. «Ортогональные» гибридизованные носители в купратных плоскостях

Зоны (2.15) еще, однако, не могут считаться истинными зонами проводимости, ибо они непосредственно гибридизуются (см. (2.10)) с состояниями хаббардовской d-зоны, что тем самым сдвигает смешанную $p_\sigma d$-зону и делает ее, в соответствии с опытом [111–113], энергетически более выгодной для допирующих дырок, чем $p_\pi d$-зона. Но не это, пожалуй, самое главное; важнее учет магнетизма медной подсистемы, исследованию и описанию которого в присутствии подвижных носителей также посвящено исключительно большое число публикаций (например, [14,15,33,96,106,113–115]). Если бы d-спины были упорядочены и оказывали бы поляризующее действие на спины p-дырок, то упомянутого оператора было бы вполне достаточно для расчета спектра и соответственно ширины зоны проводимости, испытывающей (см. п. 4.1) значительное сужение вследствие движения дырки над АФМ основным состоянием. В структурах ВТСП это не совсем так, и приходится учитывать два своеобразных для них фактора. Об одном — фрустрирующем характере p-дырки — уже упоминалось, и речь идет о равном нулю обменном поле, действующем на ее спин, или о независимости энергии носителя от направления его спина в магнитоупорядоченной среде ВТСП. Согласно правилам квантовой механики, вырожденность состояния по какому-либо квантовому числу предписывает использовать не сами эти состояния, а их линейные комбинации. В данном случае это означает перейти от операторов $p_{\mathbf{n}_\alpha \sigma}$ к их суперпозиции $p_{\mathbf{n}_\alpha \uparrow} \pm p_{\mathbf{n}_\alpha \downarrow}$. Как показано в [116] и легко проверить, такая замена, в свою очередь, свидетельствует о том, что локальная ось квантования фрустрирующей дырки ортогональна оси квантования d-спинов (которая, как известно, лежит в купратной плоскости [15,77–79]) и что такая — так называемая «ортогональная» — дырка, равно гибридизируясь с d-дырками обеих магнитных подрешеток, может свободно перемещаться по этой плоскости без нарушения ее АФМ спинового порядка. Это нисколько не исключает взаимодействия свободной дырки с медной подсистемой, осуществляемого, правда, лишь с такими спиновыми флуктуациями, которые ствечают появлению локального ферромагнитного (ФМ) вектора.

Другое, что, вообще говоря, тоже нельзя игнорировать при вычислении pd-гибридизованного спектра такой дырки и чему пока еще не уделяется должного внимания, — это уже также отмечавше-

ется отсутствие дальнего магнитного порядка в медной подсистеме, или зависимость направления среднего d-спина от узла*. На формальном языке это выражается в появлении в матричных элементах гибридизации спинового «интеграла перекрытия», или замены $T^{x^2-y^2\,p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}}$ на $T^{x^2-y^2\,p_\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}} \langle \chi^{\sigma_d}_{\mathbf{n}_\alpha} | \chi^{\sigma_p}_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}} \rangle$, где $\chi^{\sigma_d}_{\mathbf{n}_\alpha}$ и $\chi^{\sigma_p}_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}}$ — спиновые функции дырок в собственных (локальных) системах координат. В частности, для «ортогональных» дырок, спин которых перпендикулярен купратной плоскости, с помощью D-функций Вигнера для $S=1/2$ нетрудно получить, что

$$\chi^{\sigma_p}_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{i(-1)^\alpha}{2}\sigma_p \varphi_{\mathbf{n}_\alpha}\right) \times$$

$$\times \left(\chi^{\sigma_d}_{\mathbf{n}_\alpha}\delta_{\sigma_p\sigma_d} - (-1)^\alpha i \chi^{\bar{\sigma}_d}_{\mathbf{n}_\alpha}\delta_{\sigma_p\bar{\sigma}_d}\right), \quad (2.17)$$

где $\varphi_{\mathbf{n}_\alpha}$ — ориентация оси квантования $\mathbf{n}_\alpha$-го d-спина в плоскости CuO_2** относительно лабораторной системы, причем направления считаются выбранными так, что в АФМ фазе $\varphi_{\mathbf{n}1} = \varphi_{\mathbf{n}2} = 0$. Учет (2.17) приводит к потере трансляционной инвариантности оператора гибридизации за счет появления в нем факторов $\exp(\pm i\varphi_{\mathbf{n}_\alpha}/2)$. Движение дырки при этом приобретает некогерентный характер даже без ее неупругого рассеяния на реальных спиновых флуктуациях.

Выполнения теоремы Блоха для квазичастиц можно добиться лишь в случае специальных (например, спиральных) спиновых распределений, численно изучавшихся в рамках однозонных t–J-моделей [35,117–119]. При конечных же T*** в низкоразмерной среде с ближним статистическим порядком угол $\varphi_{\mathbf{n}_\alpha}$ непрерывно флуктуирует (см. [120–122]), но так, что $\varphi_{\mathbf{n}_\alpha} - \varphi_{\mathbf{n}_\alpha+\vec{\rho}_{\alpha\beta}} \approx 0$ и физически очевидно, что транспортные характеристики носителя становятся существенно зависящими от динамических (в том числе, из-за минимального значения S, квантовых) пространственно-временных корреляций в среде. Как показывают многие исследования [15,61,113,123-128], магнитная подсистема ВТСП в металлической фазе не имеет заданной статической структуры, т.е. $\langle \exp(\pm i\varphi_{\mathbf{n}_\alpha}/2)\rangle = \langle \mathbf{S}_{\mathbf{n}_\alpha}\rangle = 0$, и ведет себя подобно жидкости, получившей название спиновой (см. [59]). Природа такого поведения пока дискутируется [80,81,129,130], но, думается, оператор, содержащий через (2.17) информацию о флуктуирующих классических и квантовых переменных и их связи с носителями, мог бы дать принципиальный ответ на вопрос, в чем причина того, что актуальные новые материалы (ВТСП, фуллериды) являются плохими металлами, в которых длина свободного пробега заряженных частиц $l \lesssim k_F^{-1}$ (k_F — фермиевский импульс) [131]. Изучение магнитных свойств ВТСП в диэлектрической и металлической фазах составляет в рамках физики ВТСП направление, заслуживающее отдельного подробного изложения.

Если же следовать основной массе теоретических работ, то в них полагается, что отсутствие дальнего магнитного порядка в d-подсистеме не оказывает радикального влияния на формирование дисперсии в зонах, и спектр купратных плоскостей обычно рассчитывается в предположении существования в них идеального АФМ порядка [31,33,98,103,106]. Для фрустрирующих дырок подобный спектр находится путем диагонализации оператора свободных носителей (см. (2.8), (2.10) и (2.14))

$$H_{\text{free}} = H_d + H_p + H_{pd}^{\text{met}}, \quad (2.18)$$

в котором принято $\varphi_{\mathbf{n}_\alpha} = 0$, т.е. $\exp(\pm i\varphi_{\mathbf{n}_\alpha}/2) = 1$; при этом функции (2.17) также теряют зависимость от $\mathbf{n}_\alpha$. Но и этого оказывается недостаточно для простого нахождения зоны проводимости, поскольку гамильтониан (2.18) содержит операторы

* Интересно заметить, что в некотором смысле аналогичный фактор, а именно, взаимная разориентация соседних молекул фуллерена, характерен для фуллерита, поскольку, как известно [8], в нем нет дальнего ориентационного порядка. Весьма вероятно, что эта статистическая при низких температурах неупорядоченность с достаточно малой (не более 2–3 постоянных решетки) корреляционной длиной $\xi_{C_{60}}$ служит причиной того, что наблюдаемый переход диэлектрик—металл в легированных фуллеритах (фуллеридах) происходит лишь при относительно высоких концентрациях носителей, т.е. таких, для которых $k_F > \xi^{-1}_{C_{60}}$.

** Ради простоты, здесь предположено, что второй угол $\theta_{\mathbf{n}_\alpha} = \pi/2$; в общем же случае ближний порядок сохраняется, а дальний — исчезает по обоим углам $\theta_{\mathbf{n}_\alpha}$ и $\varphi_{\mathbf{n}_\alpha}$.

*** И, замечу, конечной концентрации дефектов другой природы, вызывающих неидеальность кристаллической решетки ВТСП, что, как правило, не учитывается вообще.

Хаббарда. Для них, учитывая их действие на функцию основного состояния иона Cu^{2+} в каждой из подрешеток, отвечающую проекции $S_z = 1/2$ на собственную ось квантования, можно использовать приближение вспомогательных (slave) бозонов, или принять следующее представление для операторов [116]*: $X^{2\,1/2}_{\mathbf{n}_\alpha} \equiv D^+_{\mathbf{n}_\alpha}$; $X^{2\,\overline{1/2}}_{\mathbf{n}_\alpha} \equiv D^+_{\mathbf{n}_\alpha} S^+_{\mathbf{n}_\alpha}$, где $S^+_{\mathbf{n}_\alpha} \equiv X^{1/2\,\overline{1/2}}_{\mathbf{n}_\alpha}$ — оператор спинового перехода между состояниями основного дублета, расщепленного обменным полем. Тогда (2.10) можно записать в виде двух слагаемых:

$$H^{\text{free}}_{pd} = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{k}} t_{\text{hyb}}(\mathbf{k}) \left[ip^+_{1\uparrow}(\mathbf{k}) D_+(\mathbf{k}) + p^+_{1\downarrow}(\mathbf{k}) D_-(\mathbf{k}) \right] + \text{h.c.} \qquad (2.19)$$

— оператора движения блоховской дырки, сохраняющей импульс и спиновую проекцию, в котором ради простоты ограничиваемся учетом лишь нижайшей p-зоны; и

$$H^{\text{int}}_{pd} = -\frac{1}{2\sqrt{2N}}\sum_{\mathbf{k}} t_{\text{hyb}}(\mathbf{k}) \left\{ p^+_{1\uparrow}(\mathbf{k}) \left[D_1(\mathbf{k}+\mathbf{q}) S^-_1(\mathbf{q}) - D_2(\mathbf{k}+\mathbf{q}) S^-_2(\mathbf{q}) \right] - ip^+_{1\downarrow}(\mathbf{k}) \left[D_1(\mathbf{k}+\mathbf{q}) S^-_1(\mathbf{q}) + D_2(\mathbf{k}+\mathbf{q}) S^-_2(\mathbf{q}) \right] \right\} + \text{h.c.} \qquad (2.20)$$

— оператора неупругого рассеяния «ортогонального» носителя на спиновых (в данном выражении квантовых) флуктуациях** упорядоченной либо разупорядоченной d-подсистемы. Иными словами, этот оператор соответствует конвертации спинового возбуждения в электронно-дырочную пару. В (2.19) и (2.20) использованы обозначения (2.16), а также

$$D_\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[D_1(\mathbf{k}) \pm D_2(\mathbf{k}) \right]; \quad D_\alpha(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\mathbf{n}} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{n}_\alpha) D_{\mathbf{n}_\alpha};$$
$$S^+_\alpha(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\mathbf{n}} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{n}_\alpha) S^+_{\mathbf{n}_\alpha}; \quad t_{\text{hyb}}(\mathbf{k}) = 2\sqrt{2}\, t_{\text{hyb}}\left(c_{4\mathbf{k}} \cos \mathbf{k}\frac{\mathbf{a}_m + \mathbf{b}_m}{4} + c_{1\mathbf{k}} \cos \mathbf{k}\frac{\mathbf{a}_m - \mathbf{b}_m}{4} \right). \qquad (2.21)$$

Диагонализация оператора (2.19) тривиальна [116] и дает

$$H_{\text{cond}} = H_d + H_p + H^{\text{free}}_{pd} = \sum_{\mathbf{k},\sigma} \varepsilon_{\text{cond}}(\mathbf{k})\, c^+(\mathbf{k};\sigma)\, c(\mathbf{k};\sigma);$$
$$\varepsilon_{\text{cond}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}\left\{ \varepsilon_d + \varepsilon^{(1)}_p(\mathbf{k}) - \sqrt{[\varepsilon_d - \varepsilon^{(1)}_p(\mathbf{k})]^2 + t^2_{\text{hyb}}(\mathbf{k})} \right\}, \qquad (2.22)$$

где $\varepsilon_d \equiv \varepsilon_{x^2-y^2} + U_d$ и оставлены энергия и операторы

$$p_{1\sigma}(\mathbf{k}) = \cos\theta_{\mathbf{k}}\, c(\mathbf{k};\sigma); \quad D_+(\mathbf{k}) = -i \sin\theta_{\mathbf{k}}\, c(\mathbf{k};1/2); \quad D_-(\mathbf{k}) = -\sin\theta_{\mathbf{k}}\, c(\mathbf{k};\overline{1/2});$$
$$\cos\theta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[1 + \frac{\varepsilon_d - \varepsilon^{(1)}_p(\mathbf{k})}{2\varepsilon_{\text{cond}}(\mathbf{k}) - \varepsilon_d - \varepsilon^{(1)}_p(\mathbf{k})} \right]^{1/2} \qquad (2.23)$$

лишь нижайшей pd-зоны, становящейся, по определению, истинной зоной проводимости. Над ней расположена перенормированная той же гибридизацией, или эффектами ковалентности, верхняя хаббардовская d-зона, энергия которой в (2.22), а также операторы в (2.23) не приведены; обе они вырождены по индексу σ.

* Недавно такое же представление приведено в работе [276] при изучении спаривания спиновых поляронов.

** Введение собственных осей квантования позволяет, в принципе, разбить флуктуации на классические и квантовые: первым при этом отвечают флуктуации углов $\varphi_{\mathbf{n}_\alpha}$, вторым — переходы между одноионными спиновыми подуровнями, расщепленными обменным полем ближайших соседей.

Видно, что движение «ортогональной» дырки в плоскости CuO_2 не встречает ограничений, налагаемых (подобно t–J-модели) законом сохранения спина, т.е. в хорошем приближении такая дырка в АФМ оказывается свободной. Ее дисперсию (см. выражение для $\varepsilon_{cond}(k)$ в (2.22)) определяет достаточно большой параметр $t_{hyb}(k)$, что в известной степени раскрывает смысл и объясняет причину, почему численные расчеты (например, методом функционала плотности [21]), прямо не учитывающие хаббардовскую корреляцию, дают правильные значения ширины зоны проводимости, наблюдающиеся в купратах. Эта корреляция (имеется в виду как U_d, так и U_p), по-видимому, больше важна для формирования основного АФМ состояния, чем сказывается на межузельных перескоках лишних (т.е. появившихся в результате допирования АФМ диэлектрика) носителей.

С другой стороны, из сказанного, конечно, не следует, что отсутствуют факторы, которые могут существенно повлиять на ширину зоны проводимости и эффективную массу носителя в ней; в частности, выражения (2.20) свидетельствуют о том, что константа его связи с d-спинами отнюдь не мала. Во-первых, она происходит из того же матричного элемента pd-гибридизации, который (см. (2.19)) наряду с pp-перескоками определяет полную ширину этой зоны, а следовательно, по порядку величины сравнима с последней. Во-вторых, оператор (2.20) должен быть объединен с оператором (2.12), имеющим тот же смысл, но возникшим из виртуального подмешивания состояния Cu^+. И в-третьих, упомянутая константа даже несколько превышает параметр (2.6) обменного взаимодействия Cu^{2+}–Cu^{2+} [87]*.

Таким образом, структура модельного электронного гамильтониана купратной плоскости, на первый взгляд, оказывается сравнительно простой и включает слагаемое, описывающее подвижные носители, их взаимодействие с обменно связанными (см. (2.5)) локализованными, или спиновой подсистемой, и, в принципе, межузельное кулоновское (также перенормированное в соответствии с (2.23)) взаимодействие (2.4) между первыми**. Иначе говоря, АФМ фаза представлена полностью заполненной зоной этого гамильтониана, состояния которой формируются, главным образом, из состояний нижней d-зоны (нижняя зона Хаббарда) и свободных состояний p-зоны, а металлическая фаза — частично заполненной зоной, состояния которой происходят из той же p-зоны (основной вклад) и верхней зоны Хаббарда.

Являются ли определенные таким образом свободные носители сильно коррелированными? С физической точки зрения ответ однозначен: да, ибо подвижные дырки гибридизованы с неподвижными, а математически — в той мере, в какой отличен от нуля вес, с которым (см. (2.23)) их X-часть входит в собственный оператор c-носителя, принадлежащего зоне проводимости (формально это находит свое выражение в том, что, если быть строгим, операторы $c(k, \sigma)$, $c^+(k, \sigma)$ и $S_\alpha^\pm(k)$ не коммутируют).

Наконец, необходимо сказать, что проводящие состояния, всегда вследствие pd-смешивания испытывающие «красный» сдвиг относительно положения исходных, не могут тем не менее быть отнесены к состояниям Жанга и Райса [99]. Это невозможно сделать и потому, что нет несдвинутой (т.е. свободной) p-зоны, и потому, что для ортогональных дырок нет необходимости (и возможности) определить соответствующие синглеты и триплеты, а есть, как показано, гибридизованные зоны дырок, движущихся по АФМ среде и взаимодействующих со спинами обеих подрешеток симметрично (т.е. одинаково).

Но все же на вопрос о принципиальной адекватности t–J-модели реальной электронной структуре купратной плоскости можно ответить, по сути, аналогично уже сказанному: соответствие между ними снова таки определяется соотношением вкладов в оператор $c(k; \sigma)$ от тех же затравочных слабо (p) и сильно (d) коррелированных дырок. Чем больше при этом выражено «присутствие» последних (т.е. $\Delta\varepsilon << t_{hyb}$), тем значительнее «смещение» в сторону именно этой модели (или, что одно и то же, модели Хаббарда), предполагающей сильную корреляцию. И наоборот, неравенство $\Delta\varepsilon >> t_{hyb}$ влечет за собой другую, «дуальную» первой, физическую картину, которая сводится к свободным дыркам, взаимодействующим с кондо-решеткой, т.е. пространственно разделенным электрической и магнитной подсистемам. Из сказанного становится в какой-то степени понятным, почему следствия обоих широко принятых типов моделей в большей или меньшей степени находят свое экспериментальное подтверждение, хотя на самом деле медные оксиды дают наглядный пример промежуточной ситуации, наиболее трудно поддающейся однозначному анализу.

* Все вместе взятое создает предпосылки для формирования магнитного полярона (см. [24]), свойства которого для фрустрирующей дырки пока детально не изучались.

** Кулоновское взаимодействие между делокализованными и локализованными дырками определяет лишь взаимное положение одноионных энергий $\varepsilon_{x^2-y^2}$, ε_p и др.

3. Особенности физических свойств ВТСП

Эксперимент обнаруживает значительное разнообразие отличительных черт ВТСП соединений. Многие из наблюдаемых свойств пока не находят последовательной и однозначной интерпретации, поэтому на наиболее необычных из них представляется необходимым хотя бы кратко остановиться. При этом мы будем отдельно говорить о различных — диэлектрической, нормальной металлической и сверхпроводящей — фазах, особенности которых, конечно, взаимосвязаны.

3.1. Диэлектрическая фаза

Диэлектрическая фаза ВТСП вызывает интерес как исключительно близкая по многим своим параметрам к металлической фазе. Для непроводящей фазы наиболее характерными являются магнитные свойства, в значительной степени неплохо описывающиеся квази-$2D$ слабо анизотропной моделью Гейзенберга, а также ее эффективной длинноволновой формой — нелинейной σ-моделью [81]. Как известно [120,122], в $2D$ АФМ $T_N = 0$; в ВТСП же значения T_N (см. п. 2.3) высоки, так что имеется достаточный диапазон температур, в котором медные оксиды ведут себя, как обычные многоподрешеточные АФМ диэлектрики [59,77–80,83,84]. Им, в частности, свойственно двухмагнонное рассеяние, обнаружившее наряду с характерной полосой весьма уникальную, общую для всех купратов, черту: присутствие в соответствующих спектрах широкого (от частот $\omega \sim T$ до ~ 1 эВ) континуума, интенсивность которого слабо зависит от допинга [35,132,133]. Природа этого непрерывного бесструктурного рассеяния (наблюдаемого и в металлическом состоянии) до сих пор не ясна: то ли оно индуцировано какими-то низкочастотными (включая многомагнонные) возбуждениями электронной природы, то ли пока еще недостаточным качеством исследуемых образцов, то ли близким к $2D$, а потому флуктуирующим основным состоянием. Длинноволновые спиновые волны, характеризующиеся в АФМ фазе необычайно большой ($\gtrsim 10^7$ см/с) скоростью v_{mag}, становятся тогда затухающими и могут сосуществовать с фазой спинового стекла, образуемой допированными дырками [80]. Коротковолновые же магноны остаются в пределах областей ближнего порядка размером $\sim \xi_{\mathrm{mag}}$ достаточно слабо затухающими возбуждениями (для них $k\xi_{\mathrm{mag}} > 1$), переносящими спин $S = 1$ и дающими легко фиксируемый вклад в спектры рассеяния нейтронов [81,125–128]. Данные рассеяния нейтронов — основной источник информации о поведении корреляционной магнитной длины ξ_{mag} и ее зависимости от концентрации примесей (т.е. фактически дырок) и температуры.

Так, в диэлектрической фазе системы 2-1-4 спин-спиновые корреляции обнаруживают сугубо $2D$ поведение уже при концентрациях $\lesssim 2\%$ примесей, «убивающих» T_N. Двумерие магнетизма ВТСП, которое появляется, по сути, благодаря неидеальности кристаллических структур (см. [80,81]), пожалуй, одна из самых интересных его особенностей.

Другим, столь же характерным, свойством ВТСП, также связанным с их легированием или же насыщением кислородом, является расслоение соответствующих неупорядоченных твердых растворов на области с высоким и низким содержанием допанта и соответственно с разными электрическими и магнитными свойствами [115,134–136]. Думается, однако, что эти процессы не имеют прямого отношения к механизмам ВТСП.

Наконец, говоря о диэлектрической фазе ВТСП, нельзя по понятным причинам обойти решеточные колебания. Для многих исследуемых систем они полностью классифицированы и достаточно всесторонне изучены по ИК, КР и нейтронным спектрам (см. обзоры [137,138]). Основные колебания ионов купратных плоскостей, а также всех других ионов относятся, разумеется, к сравнительно слабо диспергирующим оптическим модам и имеют характерные частоты в области $(3–4) \cdot 10^2$ см$^{-1}$. Каким-либо специфическим поведением, за исключением типичного для ионных (в том числе в металлическом состоянии) соединений, колебания решеток ВТСП не отличаются. Хотя следует иметь в виду, что характер сил сцепления среды преимущественным образом сказывается на величине связи электронов с фононами, а в ионных кристаллах она, как известно, может быть сильной, причем настолько, что в ряде случаев свободный носитель превращается в полярон. Вопрос же в том, изменяется ли и насколько эта связь по мере перехода от ионного диэлектрика к ионному металлу и далее — ВТСП, насколько известно, еще не ставился и не изучался.

3.2. Металлическая (нормальная) фаза

Независимо от способа допирования она возникает по сценарию металлизации легированных $2D$ полупроводников [91] лишь после превышения концентрацией новых* носителей n_f порога по-

* Здесь и далее под концентрацией новых дырок в дырочных ВТСП подразумевается величина $n_f \equiv (N_f - N)/N << 1$; другими словами, подвижными могут быть дырки только над полузаполненной (или нижней хаббардовской) зоной.

движности $n_f^{cr} \lesssim 0{,}1$ в расчете на ячейку купратной плоскости. До этого каждый внесенный заряд, захваченный полем, созданным на плоскости CuO_2 (и практически всегда расположенным вне нее) легирующим ионом, остается локализованным, на что прямо указывает термоактивированный характер низкотемпературной проводимости [13,15, 18,139]. В этом диапазоне плотностей ($n_f \lesssim n_f^{cr}$) дальний АФМ порядок плавно, но быстро исчезает ($T_N \to 0$), так что переход диэлектрик—металл происходит (что существенно) на уже магниторазупорядоченном флуктуирующем фоне. При низких температурах это спиновое стекло [14,59]; в нем локализованные фрустрирующие дырки из-за равного нулю обменного поля, действующего на их спин (со стороны d-спинов), создают в ВТСП в некотором смысле автономную от d-спинов подсистему свободных (при $T \gtrsim T_g \sim 10$ K — температуры их стекольного замерзания [80]) спиновых моментов, дающих парамагнитный вклад в полную магнитную восприимчивость системы. (Заметим при этом, что такие дырки не могут образовать вблизи себя многоспиновые (из спинов ионов Cu^{2+}) ФМ кластеры, каждый из которых, даже сформировавшись, неизбежно стал бы в структуре CuO_2 ортогональным (т.е. фрустрирующим/фрустрированным) магнитным моментом, ось квантования которого перпендикулярна АФМ вектору исходной структуры [140].) Неравные между собой значения n_f, при которых происходят магнитный и электрический фазовые переходы, принципиально «развязывают» задачи о причине разрушения дальних магнитных корреляций [80,141] и о движении носителя (см. п. 2.5) по среде с ближним порядком, ибо: сначала, еще на диэлектрической стадии, подавляется дальний АФМ порядок, и только затем, после стадии прыжковой проводимости, преодолевается порог подвижности.

В металлической фазе $\xi_{mag} \sim a n_f^{-1/2} \sim 2k_F^{-1}$ [59,82], т.е. целиком определяется средним расстоянием между подвижными зарядами, что находит свое достаточно простое объяснение как «затухание Ландау» длинноволновых магнонов, рождающих электронно-дырочные пары по механизму, описываемому (2.20) [82]. При этом, как показывает эксперимент [126], функция $\xi_{mag}(n_f, T)$ (возможно, правильнее писать $\xi_{mag}(x, T)$, чтобы подчеркнуть зависимость не от собственно подвижных фермионов, а от концентрации допанта, хотя в ВТСП $n_f \approx x$) с приемлемой точностью может быть эмпирически представлена суммой $\xi_{mag}^{-1}(x, T) = \xi_{mag}^{-1}(0, T) + \xi_{mag}^{-1}(x, 0)$*, что означает, что в области металлических концентраций длина ξ_{mag} целиком контролируется величиной n_f (а не T, как в чистых, т.е. диэлектрических образцах), поскольку $\xi_{mag}(n_f, 0) \ll \xi_{mag}(0, T)$.

Переход диэлектрик—металл знаменует, как правило, появление ферми-поверхности ε_F со слабо затухающими вблизи нее возбуждениями. Высокотемпературные сверхпроводники же плохие (во всяком случае при T, заметно превышающих T_c) металлы с сильной межэлектронной корреляцией, где само существование сферы Ферми все еще ставится под сомнение [18,38]. Например, в них редуцирована (до $\approx 0{,}5$ [142–144]) константа Z квазичастичного вклада в фермионную функцию Грина. И хотя эксперименты, в частности, по фотоэлектронной эмиссии [110,144,145] свидетельствуют в пользу ферми-сферы, время жизни τ_F квазичастиц на ней не совпадает с предсказаниями теории Ландау, в которой $\tau_F^{-1} \sim (\varepsilon - \varepsilon_F)^2$; в медных оксидах $\tau_F^{-1} \sim |\varepsilon - \varepsilon_F|$ [143], т.е. даже существование нормальных квазичастиц вызывает вопросы, поэтому сама ферми-жидкость в них рядом теоретиков (см. [18]) относится к маргинальной.

Можно думать, что последнее обусловлено не только спиновой неупорядоченностью купратных слоев, но и существенно более низкой по сравнению с обычными металлами плотностью в них свободных носителей**. В самом деле, величина n_f в СП фазе с T_c^{max} обычно не превышает 0,3 на квад-

* В приведенном виде она в известной степени вызывает недоумение. Обсуждая этот вопрос с М. А. Ивановым, мы пришли к следующему заключению: поскольку, в силу стандартной оценки [140], $\xi_{mag}^{-1} \sim k_{min}$ (k_{min} — волновой вектор спиновых волн, начиная с которого ($k > k_{min}$) они становятся слабо затухающими), в АФМ (в отличие от ФМ) более естественной была бы несколько другая связь: $k_{min}^2(x, T) = k_{min}^2(0, T) + k_{min}^2(x, 0)$, что, нам кажется, было бы необходимо экспериментально проверить и уточнить. При этом, поскольку в этой фазе $\xi_{mag} \sim k_F^{-1}$ [82], энергия $\sim v_{mag}\, \xi_{mag}^{-1} \sim v_{mag}\, k_F$ не может быть названа истинной щелью, как это делается в некоторых работах. Она, насколько можно судить, не более чем характерная энергия, ниже которой спиновые моды условно могут считаться диффузионными, а выше — нормальными слабо затухающими возбуждениями.

** В настоящее время уже сложились представления о слабо (underdoped) и сильно (overdoped) допированных образцах с соответственно $n_f \lesssim n_f^{opt}$ и $n_f > n_f^{opt}$, где n_f^{opt} можно оценить из $T_c(n_f^{opt}) = T_c^{max}$. При этом большинство аномалий отмечается именно в первых [113], называемых еще «странными металлами», где концентрацию делокализованных фермионов можно считать действительно малой, в то время как вторые зачастую не обнаруживают не только ВТСП, но и, как упоминалось, сверхпроводимости (!) вообще, становясь металлами с обычным (не аномальным) поведением.

ратную ячейку и, например, в $La_{2-x}M_xCuO_4$ изменяется в пределах (где $T_c \neq 0$) $n_f^{cr} \approx 0{,}06 \lesssim n_f \leq$ $\leq 0{,}25$ (или $n_f \lesssim 10^{-14}$ см$^{-2}$). Нетрудно подсчитать, что этому диапазону отвечает параметр $r_s = r_0^{2D}/a_B$ (a_B — боровский радиус; $\pi(r_0^{2D})^2 \equiv$ $\equiv a^2 n_f^{-1}$ — площадь, приходящаяся на носитель), пробегающий значения от 8 до 20*, в то время как в простых металлах $2 \lesssim r_s \lesssim 5$ [146,147]. Другими словами, если оценить по стандартной для $2D$ металлов формуле $\varepsilon_F = \hbar^2 k_F^2/2m \equiv \pi\hbar^2 n_f/m$ (m — эффективная масса), то легко найти, что $\varepsilon_F \approx$ $\approx (1\text{–}5)\cdot 10^{-1}$ эВ [13,148] при $m \approx (2\text{–}5)m_e$. Скорость v_F тогда оказывается столь небольшой, что сравнима (либо даже несколько меньше) с v_{mag}, что не исключено, может оказаться важным для магнитных механизмов спаривания. При этом, согласно определению, $\xi_{mag} \approx 2r_0^{2D}$.

Еще один известный факт, не укладывающийся в теорию ферми-жидкости Ландау, касается линейной T-зависимости удельного сопротивления плоскостей CuO_2, которое вплоть до $T \sim 10^3$ K не обнаруживает никаких признаков насыщения. С одной стороны, отмеченное поведение, как указал Варма [18], характерно для маргинальной ферми-жидкости с единственным для всех k масштабом ω/T мнимой части феноменологического поляризационного оператора квазичастиц; а с другой — свойственно плохим металлам, в которых движение частиц существенно некогерентно, и должно описываться не теорией линейного отклика, а транспортной теорией Больцмана [149]. При этом нельзя исключать возможность того, что длина свободного пробега дырок в ВТСП контролируется не их столкновениями с фононами или между собой, а рассеянием на развитых спиновых флуктуациях (обратим внимание, что последние, вообще говоря, не что иное, как электрон-электронные столкновения, но между разными типами носителей — подвижными и локализованными). Тогда движение квазичастиц в слабом внешнем электрическом поле может приобрести характер диффузии в вязкой среде, где статическая проводимость (подвижность) пропорциональна $1/T$ и соответственно сопротивление $\sim T$.

Высказываются и другие мнения: прежде всего, и это немаловажно, черты маргинального поведения удается обнаружить в рамках достаточно стандартного фермижидкостного подхода (см. [27]), если правильно учесть пониженную размерность коллективного плазмонного спектра; а в [30] даже говорится, что маргинальность — тривиальное свойство сверхпроводников с высокими T_c. Поэтому в данном вопросе ясность далеко еще не достигнута тем более, что все отмеченное необходимо дополнить сведениями о флуктуациях АФМ вектора и температурной динамике спиновых корреляционных функций в $2D$ среде [122], которые, с одной стороны, также сильно влияют на затухание квазичастичных возбуждений, а с другой — полностью определяются магнитным состоянием системы в целом.

О существовании возбуждений электронной природы с энергиями $\approx 0{,}1$ эВ говорят не только данные спектров рамановского рассеяния (см. п. 3.1), но и частотная зависимость проводимости $\sigma(\omega, T)$ [150–152]. Она также отражает зарядовую динамику купратов, приводящую к упоминавшемуся поляризационному оператору, зависящему от ω/T, лишь если $\omega < T$. Такое же поведение характеризует и мнимую часть магнитной восприимчивости [126], что, несомненно, демонстрирует наличие некоторой общей причины, лежащей в основе этих явлений, одно из которых наблюдается в металлической, а другое — в диэлектрической фазах. Можно предположить, что таким связывающим эти явления общим физическим фактором, в первую очередь, является низкая размерность пространства, в котором эти явления происходят. Более того, оценки показывают, что мнимая часть кинетических коэффициентов (восприимчивостей) именно $2D$ систем функционально близка к зависимости вида $\text{const}\cdot\text{th}(\omega/T)$, обеспечивающей наблюдаемое поведение.

Сказанное вовсе не означает, что понимание нормальной фазы ВТСП достигло требуемого уровня. Как раз, напротив, даже несмотря на то, что двумерие расценивается как одна из ключевых особенностей ВТСП, оно, по сути, более глубоко «задействовано» при изучении СП состояния, в

* Как указали Гинзбург и Максимов [30], в металлах с такими r_s (правда, они исходили из $3D$ систем) имеются основания считать, что статическая диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega = 0)$ может оказаться отрицательной. Это, в принципе, разрешает константу связи с возбуждениями, определяющими T_c, существенно бо́льшую стандартной, поскольку, грубо говоря, кулоновское отталкивание в такой ситуации, превращается в «кулоновское притяжение». С другой стороны, говоря о диэлектрической проницаемости ионного металла, следует иметь в виду, что в случае ВТСП речь идет о системах, близких к диэлектрикам, и что «металлическая» часть тензора $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) \sim 1 - \omega_p^2/\omega^2$ ($\omega_p^2 \sim n_f$ — плазменная частота свободных носителей) возникает только вследствие металлизации. Для не очень больших n_f «диэлектрическая» часть этого тензора может оказаться не малой, а проявление и соотношение взаимных вкладов обеих частей в разных областях ω и k, несомненно, требуют дополнительного изучения, включая учет $2D$ эффектов.

описании которого в последние годы ощущается определенный прогресс [153–156] (см. также п. 3.3), хотя давно установлено, что конечность T_c, как правило, обусловлена лишь трехмеризующими систему взаимодействиями [120–122]. Что же касается нормальной фазы, то здесь роль низкой размерности и флуктуаций бозе-типа (или флуктуирующих аномальных средних), достаточно сильно развитых в системах с малой плотностью частиц*, а также условия появления отличий $2D$ ферми-жидкости от стандартной ферми-жидкости Ландау только начали изучаться [157,158]. С пониженной размерностью купратов можно, например, связать и поведение скорости релаксации $1/T_1T$ сигнала ЯМР, не только не обнаруживающей характерного для $3D$ металлов пика Хебеля-Слихтера [113], но и проявляющей аномальное замедление, начиная с температур, существенно превышающих T_c (так, в 1-2-3 это область $T \approx$ $\approx$ 120–150 K) [113,159,160]. Это немонотонное поведение принято интерпретировать (см., например, [161,162]) как открытие так называемой псевдощели в спектре спиновых возбуждений ВТСП, чтобы «списать» на нее уменьшение магнитной восприимчивости (а значит — плотности состояний), определяющей величину $1/T_1T$.

Но не исключена и другая версия наблюдаемой аномалии: если предположить возможность образования в $2D$ системе метастабильных составных бозонов с плотностью n_B (напомним, что в двумерии связывание частиц существенно облегчено) и уменьшением, согласно динамическому «закону сохранения» $n_f = n_F + 2n_B$ [156]**, числа n_F свободных (не связанных в пары) фермионов, на которых релаксируют ядерные спины, то последнее и вызывает замедление скорости релаксации, поскольку на бозонах с $S = 0$ спиновая релаксация невозможна (бозоны не дают вклада в паулиевскую восприимчивость, чем уменьшают ее наблюдаемое значение).

Эти составные бозоны могут служить и источником новой ветви электронных возбуждений***, проявляющих себя в различных экспериментах. В целом же эти вопросы также ждут своего решения. Важно лишь, что аномалии существуют и проявляются в системе со свободными носителями и ферми-сферой, критичными же являются лишь ярко выраженная пониженная размерность и наличие пусть даже небольшого (оно определяет (см. ниже п. 3.3) количественный критерий малости плотности [155]) притяжения между одночастичными ферми-возбуждениями [158].

3.3. Сверхпроводящая фаза

Сверхпроводящие свойства ВТСП не носят ярко выраженных специфических особенностей, хотя нельзя не признать, что к настоящему времени накопилось достаточно заметное количество качественных и количественных отличий новых сверхпроводников от старых. Если опустить сам факт наличия высоких T_c (кстати, существенно и немонотонно зависящих от n_f [15]), то в ВТСП прежде всего к ним следует отнести исключительно малую ($\approx (1–2)\cdot 10$ Å) длину когерентности ξ_{ab}, практически совпадающую со средним расстоянием (5–15 Å), между допирующими дырками в купратных плоскостях**** (иными словами, имеет место весьма симптоматичное приближенное равенство: $\xi_{ab} \approx \xi_{\text{mag}}$). Сама же концентрация n_f, будучи небольшой, приводит к относительно низким значениям ε_F ($\gtrsim 10^{-1}$ эВ) и v_F ($\sim 10^7$ см/с). Если при этом учесть, что в ВТСП существенно увеличено по сравнению с каноническим ($\approx 3{,}5$ [147]) отношение $2\Delta/T_c$ (Δ — модуль параметра порядка), достигающее 6–8 [13,15,139], то мы сталкиваемся с тем, что в них необычайно велико отношение $\Delta/\varepsilon_F \sim 10^{-1}$, хотя и не настолько, чтобы полностью подорвать основы теории БКШ (напомним, что для обычных металлов оно составляет 10^{-4}).

Малость Δ/ε_F, как известно [147], означает, что куперовская нестабильность охватывает только незначительную часть состояний вблизи ε_F. И наоборот, если оно достаточно велико, то в «игре» участвуют состояния от 0 до k_F, т.е. фактически все зонные носители оказываются спаренными

* Возможно и в этом сказывается близость ВТСП соединений в металлической фазе к своему исходному диэлектрическому состоянию и они действительно оказываются весьма необычными ионными металлами с полярноподобными носителями.

** Чрезвычайно существенно, что и здесь имеется та же «аномальная» тенденция: чем меньше исходная концентрация фермионов, тем сильнее выражено проявление псевдощели. В сильно допированных образцах она практически не видна (соответствующая $T \to T_c$) [113].

***Например, было бы интересно проследить связь упомянутой бозонной ветви с акустическими плазмонами, особая роль которых в $2D$ сверхпроводящих системах подчеркивается в ряде работ (см. [27]).

****Соответственно ξ_c задается межплоскостным промежутком и, во всяком случае, не превышает N_{pl} его значений, где N_{pl} — число купратных слоев в ячейке ВТСП с блочным (см. п. 2.1) строением.

между собой. Это и приводит к тому, что длина когерентности резко падает, сигнализируя, что пары в конденсате, если еще и не локальные, то уже не вполне куперовские (т.е. сильно перекрывающиеся).

Отмеченная новая ситуация была проанализирована Эмери [20,163], который пришел к выводу, что притяжение в ВТСП независимо от микроскопического механизма спаривания должно быть незапаздывающим и именно в этом аспекте отличным от имеющегося в сверхпроводниках, укладывающихся в рамки теории БКШ, где запаздывание служит важным фактором подавления кулоновского отталкивания. Эффекты запаздывания проявляются тем слабее, чем меньше ε_F и соответственно больше энергия возбуждений, которыми обмениваются дырки*; при этом $T_c \sim \varepsilon_F$, а не Θ_D (Θ_D — температура Дебая), но не равна $\varepsilon_F \sim n_f$, поскольку последняя определяет, скорее, температуру вырождения $2D$ бозе-газа. Реальная же T_c значительно меньше и отлична от нуля лишь вследствие эффектов $3D$ или квази-$2D$ когерентности между слоями.

Упоминание о бозе-конденсации (аналогичной ^{4}He) не случайно; в работах [164–166] собраны многие наблюдаемые в ВТСП экспериментальные зависимости, находящие на удивление хорошее феноменологическое описание с позиций двухжидкостной модели. В частности, следуя замечанию Уемуры и др. [167] о том, что в ВТСП (и некоторых других нетрадиционных сверхпроводниках) не только лондоновская глубина проникновения $\lambda_{ab} \gg \xi_{ab}$ (параметр Гинзбурга-Ландау $\kappa \sim 10^2$), но и аномально мало отношение n_f/m, что, как было видно, соответствует низким значениям ε_F, Шнейдер и Келлер [164] нашли универсальные соотношения между T_c и плотностью n_B заряженных бозонов: $T_c = 2(n_B^{\mathrm{opt}}/n_B)[1 - (n_B/2n_B^{\mathrm{opt}})]$, где n_B^{opt} — плотность, при которой T_c достигает максимума, а также между T_c и ее логарифмическими производными по давлению и показателю изотопического эффекта, свидетельствующие в пользу интерпретации ВТСП как сверхтекучести слабо неидеального газа заряженных бозонов.

И хотя неожиданно успешное количественное описание с этих позиций большой совокупности экспериментальных фактов нельзя не признать знаменательным, не думаю, что следует придавать ему слишком глубокий смысл. Действительно, оценки ξ_{ab} свидетельствуют, что конденсат в ВТСП все же не может в полной мере рассматриваться как состоящий из изолированных (сильно связанных) бозе-частиц малого размера. Судя по тем же оценкам, этот конденсат, скорее, представляет собой такую «промежуточную» (crossover) квантовую жидкость, когерентные и корреляционные свойства которой, в большей или меньшей степени, могут (и должны) одновременно отражать свойства обоих известных («предельных») типов квантовых жидкостей — сверхпроводящей фазы вырожденной ферми-жидкости с куперовкими парами и сверхтекучей фазы разреженного бозе-газа.

Попытки понять подобную ситуацию инициировали изучение свойств простых $3D$ и, в первую очередь, $2D$ полевых четырехфермионных моделей, в рамках которых ее действительно удается рассмотреть [153,155]. Главным фундаментальным результатом этих (и цитированных в них более ранних) работ стало понимание нетривиальности роли уравнения для химического потенциала μ ферми-системы: вместе с обычно используемым в теории сверхпроводимости уравнением для Δ они образуют самосогласованную систему. Ее точное в приближении самосогласованного поля решение естественным образом обобщает известные результаты на случай металлов именно малой плотности, в которых $\mu \equiv \mu(T) \neq \varepsilon_F$ (включая $\mu \approx 0$ и даже $\mu < 0$), и появляется новый масштаб — энергия $\varepsilon_b \approx -\hbar^2/(4m\xi_b^2)$ двухчастичного связанного состояния, определяющая не только $2D$ куперовскую неустойчивость [153,168], но и критерий малости n_f: концентрация фермионов мала**, если $\varepsilon_F \lesssim |\varepsilon_b|$ (или $\xi_b \lesssim a n_f^{-1/2}$), и велика в противоположном случае. Такое приближение (а именно ему соответствует теория БКШ), однако, явно недостаточно хотя бы по двум причинам: вследствие пониженной размерности ВТСП и из-за малой в

* Претендентами, таким образом, могут быть высокочастотные (оптические) фононы, что не противоречит общим выводам [30], спиновые флуктуации (для них, повторю, $v_{\mathrm{mag}} \gtrsim v_F$), а также возбуждения электронного типа (dd-экситоны (механизм Гайдидея—Локтева—Вебера (см. п. 6.1)), плазмоны).

** Сценарий бозе-конденсации (или достаточная мера локальности) обеспечивается простым, но, по-видимому, маловероятным условием $\varepsilon_F \ll |\varepsilon_b|$. С другой стороны, даже при $\varepsilon_F \gg |\varepsilon_b|$ химический потенциал $2D$ и квази-$2D$ ферми-систем сам по себе может быть существенной функцией T, когда равенство $\mu = \varepsilon_F$ оказывается справедливым лишь в области умеренно высоких ($T \gg T_c$, но не $T \gtrsim \varepsilon_F$) температур и нарушается, если $T \gtrsim T_c$ [158]. Тем самым приходим к важному заключению: уравнение для μ нетривиально даже в случае достаточно больших фермионных плотностей при развитых в системе бозе-флуктуациях (см. п. 3.2).

них плотности n_f, делающей ее флуктуации также существенными (в том числе и, повторим, в нормальном состоянии). Соответствующая теория сверхпроводящей и нормальной фаз таких систем только начинает развиваться как в направлении создания более реалистических моделей (например, приближения последних к ВТСП системам [169]), учета косвенного (в том числе запаздывающего) взаимодействия* [170], так и в связи с потребностью (особенно, если $\mu \neq \varepsilon_F$) в низкоэнергетическом эффективном лагранжиане, подобном потенциалу Гинзбурга-Ландау, удобство использования которого проявляется при описании прежде всего эксперимента, а также коллективных конденсатных мод.

Завершая раздел о некоторых СП свойствах, отмечу необычайно большой интерес, который вызывают магнитные свойства ВТСП в СП фазе. Будучи сложными СП ультра-второго рода с огромными значениями поля H_{c2}, они демонстрируют разнообразие своей фазовой H–T-диаграммы, зависящей от n_f [156,171], экзотичность индивидуального и коллективного поведения абрикосовских вихрей (в качестве примера упомянем хотя бы то, что их решетка плавится, как лед [172]) и многое другое, о чем можно узнать из обзора [173].

4. Сверхпроводимость в системах с сильной корреляцией

Столь, прямо скажем, затянувшаяся преамбула к основной части обзора показалась необходимой, во-первых, чтобы хотя бы как-то обосновать, почему открытие ВТСП стимулировало изучение всевозможных (прежде всего принципиально нефононных) моделей сверхпроводимости, и, во-вторых, объективно оценить «претензии» каждой из них, имея при этом возможность контроля: оторваны ли они и в какой степени от «своих корней» — самих ВТСП. Число моделей слишком велико, но большинство считающихся содержательными прямо или косвенно связаны с моделью Хаббарда, ставшей в связи с этим чрезвычайно популярной. Как справедливо отметил Белиничер [174], этим она обязана, по меньшей мере, двум обстоятельствам. Главное, несомненно, то, что эта модель правильно описывает природу основного состояния ВТСП, а значит, как само собой разумеющееся, может быть признана базисной. Другим — послужил авторитет Андерсона, вслед за открытием ВТСП немедленно заявившего [56] и позже неоднократно провозглашавшего [38,175], что все иные модели (особенно традиционная) к ВТСП никакого отношения не имеют и что вообще бессмысленно в данном случае «искать под фонарем».

Как бы там ни было, вряд ли стоит комментировать подобные высказывания, хотя в чем-то, возможно, они и отвечают действительности. Мы видели (см. п. 2.5), что эффективный гамильтониан многозонной системы, содержащей хаббардовское взаимодействие и перенос заряда, действительно описывает носители, степень коррелированности которых определяется (см. (2.14), (2.22)) отношением $t_{\text{hyb}}/[\varepsilon_d - \varepsilon_p^{(1)}(\mathbf{k})] \approx t_{\text{hyb}}/(U_d - \Delta\varepsilon)$, остающимся все еще достаточно неопределенным по величине**. Это позволяет делать различные упрощающие расчеты и предположения, поскольку, несмотря на развитие достаточно изощренных методов (см., например, [35,71,121,174,179–186]), возможности теории остаются относительно скромными. Надежные результаты получены лишь для предельных ситуаций, отражающих тем не менее важные стороны ВТСП как явления.

4.1. Сверхпроводимость в модели Хаббарда

Эта модель, по сути, простейшая из нетривиальных, стала, как отмечалось, основной при поиске нефононных механизмов спаривания. Ее использование для ВТСП обосновывается тем, что для $U_d \approx \Delta\varepsilon$ либо $U_d \to \infty$, $\Delta\varepsilon \to 0$ дырки купратных слоев столь сильно отталкиваются в узлах (каких именно — Cu или O — не имеет значения), что решетка CuO_2 упрощается до простой квадратной, а исходный гамильтониан может быть представлен простейшим однозонным гамильтонианом Хаббарда H_{Hub} с двумя размерными параметрами: t — однозлектронного переноса между ближайшими соседями и U — одноузельного отталкивания. В итоге имеем (ср. (2.3), (2.4))

* Заметим, что оно не лишает физического смысла величину ε_b, хотя ее явная зависимость от параметров системы может видоизмениться.

** Обычно аналогичный критерий устанавливается исходя из отношения $t_{\text{hyb}}/\Delta\varepsilon$ [176–178], которое кажется менее состоятельным. Физически оно относится к «переносу» корреляций из нижней хаббардовской подзоны, а формально отвечает случаю $U_d \to \infty$. Мне же представляется, что в металлической фазе большее влияние на p-носители должна оказывать верхняя подзона Хаббарда. В реальных системах важны, конечно, обе, но особенно — исходно более близкая к p-зоне.

$$H_{\text{Hub}} = -t \sum_{\mathbf{n},\vec{\rho}} \sum_{\sigma} a^{+}_{\mathbf{n}\sigma} a_{\mathbf{n}+\vec{\rho}\sigma} + U \sum_{\mathbf{n}} n_{\mathbf{n}\uparrow}\, n_{\mathbf{n}\downarrow}\,,$$

$$n_{\mathbf{n}\sigma} = a^{+}_{\mathbf{n}\sigma}\, a_{\mathbf{n}\sigma}\,. \qquad (4.1)$$

Иногда, как отмечалось в п. 2.4, для большей реалистичности модели в первое слагаемое H_{Hub} включают и более далеких соседей, но принципиальные выводы от этого не зависят.

Вопрос о сверхпроводимости в рамках (4.1) имеет фундаментальное значение, ибо относится к возможности спаривания в модели с исключительно отталкивательным взаимодействием. Ответ на него не может быть дан без дополнительной информации о числе N_f (или n_f), фиксирующем химический потенциал. Качественно различные ситуации мы уже обсудили (п. 2.3), а здесь лишь добавим, что условие $U >> t$ показывает, что четырехфермионное слагаемое (потенциал) в (4.1) соответствует нулевому (так называемому атомному) приближению, а кинетическое — возмущению, и обычно все регулярные расчетные методы используют параметр t/U как малый. Для физической картины его одного все-таки недостаточно. Так, легко понять, что главное слагаемое гамильтониана (4.1) фактически не срабатывает, если $N_f << N$ (либо $N << N_f \le 2N$), т.е. в случае разреженного ферми-газа с простым законом дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k}) = -tz\gamma(\mathbf{k})$ (нижняя хаббардовская подзона) либо $\varepsilon(\mathbf{k}) = U + tz\gamma(\mathbf{k})$ (верхняя подзона), где z — число ближайших соседей; $\gamma(\mathbf{k}) = (1/2)(\cos ka + \cos kb)$ — структурный фактор квадратной решетки. Рассеяние частиц друг на друге не приводит к сверхпроводимости в этой области плотностей*.

Но, как, по-видимому, впервые заметили Зайцев и Иванов [187] (см. также [188,189] и ясно физически, в модели Хаббарда амплитуда вероятности перескока носителя между узлами (амплитуда рассеяния в формализме (2.7)) зависит от состояния их заполнения**, которое по мере приближения N_f к N обусловливает появление эффективного притяжения (кинематический механизм). Оно-то в приближении среднего поля и приводит к $T_c \sim \sqrt{n_f}$ [189]. Напомним, что последняя оценка относится к половинному ($\langle n_{\mathbf{n}\uparrow} + n_{\mathbf{n}\downarrow} \rangle \approx 1$) заполнению, когда (независимо от знака заряда) $n_f << 1$, т.е. почти все узлы заняты фермионами и мало «пустых» мест (или «двоек»). В такой ситуации (по мере уменьшения n_f) появляются локализованные спины, которые способны при низких T упорядочиваться и — при взаимодействии с дырками — флуктуировать. Роль этих факторов в работах [187] фактически игнорировалась.

Достаточно полное исследование фазовой диаграммы и собственных состояний многоэлектронного гамильтониана (4.1) было проведено в работе [174]; в ней показано, что результаты контролируемой точности можно получить, если к общепринятому малому параметру t/U добавить еще два: $n_f << 1$ и z^{-1} (равный 0,25 в квадратной решетке). Первый из них говорит о наличии практически невозмущенного носителями магнитного фона, который, однако, в зависимости от n_f может быть не только АФМ вида; второй — о возможности пренебречь флуктуациями n_f (что, в соответствии с приведенными выше сведениями о нормальной и сверхпроводящей фазах ВТСП, требует, вообще говоря, дополнительной проверки).

Ферромагнитное состояние модели (4.1) реализуется при $t/U << n_f << 1$ и сверхпроводимостью не обладает. В парафазе кинематическое притяжение по механизму [187] действительно имеет место, но оно, а вместе с ним и сверхпроводимость, полностью подавляется спиновыми флуктуациями, спектр которых имеет диффузионный характер. Наконец, в области $n_f < t/U$, когда основное состояние сохраняет АФМ порядок и зона носителей сужается (параметрически — до той же величины t^2/U, что и обмен (см. [104–106,190]), ибо их движение сопряжено с нарушением исходного спинового порядка), кинематическое взаимодействие снова-таки оказывается притягивающим, и уже не компенсируется косвенным взаимодействием от спиновых обменов разного порядка.

Таким образом, вывод относительно возможности спаривания носителей в рамках однозонного гамильтониана Хаббарда сводится, согласно результатам [174], к следующему: оно возможно в случае почти полузаполненной зоны, пока существует присущий исходному диэлектрическому состоянию АФМ спиновый порядок; другими словами, число свободных носителей любого знака

* Понятный интерес к сверхпроводимости при низких n_f инициировал исследования, в которых «слегка» модифицированный заменой $U \to -U$ оператор (4.1) называется гамильтонианом Хаббарда с отрицательным U (negative-U Hubbard model), хотя он не что иное, как простейший гамильтониан дискретной модели БКШ. С соответствующими результатами можно познакомиться, например, по уже цитированным работам [22,153–158].

** Интересно, что коль скоро оно флуктуирует, а следовательно, неоднородно, в теорию идеальных кристаллических систем успешно внедряется «сплавная» идеология [71], хотя следует иметь в виду, что здесь мы имеем «сплав», меняющийся не только в пространстве, но и во времени.

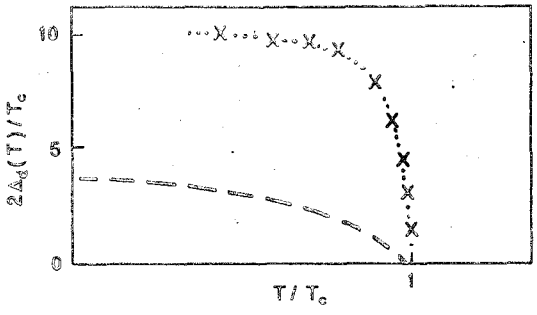

Рис. 4. Температурная зависимость амплитуды щели d-волнового типа, индуцированной спиновыми флуктуациями в модели Хаббарда с полным учетом импульсной и частотной зависимостей эффективных взаимодействий. Штриховая линия — то же отношение при расчете в рамках теории БКШ.

должно быть мало настолько, чтобы АФМ сохранялся как практически невозмущенный. Напомним (см. п. 3.2), что в реальных ВТСП спиновое АФМ упорядочение (во всяком случае, дальнее) пропадает до того, как происходит переход диэлектрик—металл.

Перечисленные, безусловно, важные аналитические результаты не могут, однако, рассматриваться как окончательные ввиду ограничения расчетов лишь линейными приближениями. Выходу за их рамки посвящены приобретшие широкий размах численные методы (метод Монте-Карло, метод точной диагонализации и другие)*, подробно обсуждаемые в [31]. На конечных решетках (включая двухатомные) размером 10–10^4 ячеек удается рассчитать спектр и корреляционные функции системы электронов, динамика которых описывается H_{Hub}, а число близко к количеству «посадочных мест». В качестве примера приведем результаты Монту и Скалапино [191], нашедших самосогласованное решение уравнений для нормальной и аномальный функций Грина (см. [146, § 7.2] на квадратной сетке 128×128 и значениях $U/t = 4$, $n_f = 0{,}125$ («изъят» каждый 8-й электрон) без предположений о частотной или же импульсной зависимости параметров $V_c(\mathbf{k}, \omega)$, $V_s(\mathbf{k}, \omega)$ косвенного (через зарядовые и спиновые флуктуации) взаимодействия.

Как считают авторы этой работы, очень важно, что не только эффективные взаимодействия $V_c(\mathbf{k}, \omega)$ и $V_s(\mathbf{k}, \omega)$ формируют параметр порядка $\Phi(\mathbf{k}, \omega)$, но и он в области своего существования $T < T_c$ непосредственным образом влияет на них. Подобная взаимосвязь — прямое свидетельство того, что полученные решения нарушают теорему Мигдала. При этом понижение T особенно сильно сказывается на спиновой части $V_s(\mathbf{k}, \omega)$ взаимодействия: она увеличивается, а ниже $T_c \approx 0{,}02t$ начинает быстро нарастать параметр порядка $\Phi(\mathbf{k}, \omega)$, причем численно его величина как функция $\mathbf{k}$ близка к зависимости $\cos \mathbf{ka} - \cos \mathbf{kb}$. Уравнение для щели $\Delta(\mathbf{k}, \omega) \equiv |\Phi(\mathbf{k}, \omega)|$ выбиралось в виде $\Delta(\mathbf{k}) = \Delta(\mathbf{k}, \omega = \Delta(\mathbf{k})) \equiv \Delta_d(\cos \mathbf{ka} - \cos \mathbf{kb})$. Поведение отношения $2\Delta_d(T)/T$ показано на рис. 4 из работы [191]; видно, что величина этого отношения существенно больше стандартной.

Здесь уместно обратить внимание на то, что в случае формирования анизотропного параметра порядка его нельзя отождествлять со щелью. Будучи энергетической характеристикой, последняя не может иметь отрицательных значений, в то время как параметр порядка может быть не только функцией с областями отрицательных значений, но и (в общем случае) нетривиальной комплекснозначной функцией (см. разд. 8).

4.2. Сверхпроводящие состояния в t–J-модели

Ранее (см. п.2.4) уже говорилось, что t–J-модель нашла свое обоснование (и название) в процессе приближенной редукции многозонного гамильтониана Хаббарда к его простейшей однозонной форме, в которой нижней и верхней подзонами, разделенными эффективным значением $U \approx \Delta\varepsilon$, выступают состояния исходно разных подсистем. Поскольку наибольший интерес представляет при этом область малых отклонений от половинного заполнения, появившиеся носители движутся лишь по одной (обычно нижней) подзоне, что отвечает неравенству $t/U \ll 1$. В таком приближении оператор (4.1) можно спроектировать на подпространство состояний, в котором отсутствуют «двойки». Тогда каноническим преобразованием типа преобразования Шриффера-Вольфа оператор H_{Hub} сводится к виду [192]

$$H_{t-J} = -t \sum_{\mathbf{n},\vec{\rho}} \sum_{\sigma} \tilde{a}^{+}_{\mathbf{n}\sigma} \tilde{a}_{\mathbf{n}+\vec{\rho}\sigma} + \\ + J \sum_{\mathbf{n},\vec{\rho}} \left(\mathbf{S}_{\mathbf{n}} \mathbf{S}_{\mathbf{n}+\vec{\rho}} - \frac{1}{4} n_{\mathbf{n}} n_{\mathbf{n}+\vec{\rho}} \right); \quad (4.2)$$

$$J \equiv t^2/U; \quad \tilde{a}^{+}_{\mathbf{n}\sigma} \equiv a^{+}_{\mathbf{n}\sigma}\left(1 - n_{\mathbf{n}\sigma}\right) = X^{\sigma 0}_{\mathbf{n}};$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{n}} = a^{+}_{\mathbf{n}\sigma} \hat{\vec{\sigma}} a_{\mathbf{n}\sigma},$$

* Их замечательный дайджест опубликован в бюллетене «Новости ВТСП» 7, № 18, 19, 20/21 (1994).

где не выписаны почти всегда опускаемые трехузельные* (см. [72,193]) слагаемые.

Уже «внешний вид» H_{t-J} свидетельствует, что формально этот оператор описывает некоррелированные частицы — исключено хаббардовское слагаемое, соответствующее сильным корреляциям, проявляющим себя на стадии формирования обменного взаимодействия и в возникновении запрета на двукратное заполнение узлов (операторы $\tilde{a}^{+}_{n\sigma}$ и $\tilde{a}_{n\sigma}$ действуют только на нижних подуровнях). Если дырок (пустых мест) нет ($n_f = 0$), то выражение (4.2) фактически совпадает с (2.5) и ввиду $J > 0$ минимизируется АФМ упорядочением спинов $\mathbf{S}_n$.

Все вместе взятое: последовательный учет сильных корреляций, возможность описания движения дырок на АФМ среде (включая прыжки между неближайшими соседями), в главное — относительная простота, определило очень большое распространение этой модели в теории ВТСП. При этом t–J-модель в целом стала как бы шире своей «родоначальницы», в которой, согласно иерархии затравочных констант, $t << U$, и, значит, $t >> J$. Теперь же аналитические и численные расчеты ведутся с параметрами t и J в (4.2), как правило, считающимися не связанными между собой по величине.

Какие еще существенные черты t–J-модели, делающие ее привлекательной, можно назвать? Прежде всего — неизменность природы электронных состояний в зависимости от допинга, на что в ВТСП указывают прямые измерения [194], кроме того — принадлежность носителей заряда и локализованных спинов к одной подсистеме электронов (т.е. отсутствие коммутации операторов $\tilde{a}_{n\sigma}$, $\tilde{a}^{+}_{n\sigma}$ и $\mathbf{S}_n$). Наконец, предполагаемое некоторыми авторами (см. [175]) столь глубокое pd-смешивание, что в этой модели лишается какого-то бы ни было смысла разделение d- и p-состояний, и они выступают как нечто единое.

В рамках t–J-модели (фактически одноэлектронной) с неелевским магнитным порядком спин и заряд переносятся совместно, так что одной из важных задач теории стало изучение движения одиночной (но, как и в модели Хаббарда, нефрустрирующей) дырки по двухподрешеточной АФМ структуре [73,98,100,106–108,195–197]. Первое, что делает такая дырка, — «рвет» (вернее, исключает из системы) четыре АФМ связи; эволюция же ее состояния во времени под действием процессов, описываемых кинетическим слагаемым в (4.2), сохраняющих спин, приводит к тому, что путь, который она проходит, «отмечен» цепочкой (струной) перевернутых относительно своего исходного направления спинов. Оказываясь в энергетически невыгодном состоянии, они дают линейный по длине пути вклад в энергию дырки, создавая локализующий ее потенциал. Эти, не очень строгие, как доказал Тругмэн [198], рассуждения тем не менее оправдываются расчетами. В частности, дисперсия такой дырки существенно перенормируется, становясь (см. п. 4.1) отличной от таковой для дырки, движущейся, например, по ФМ кристаллу, и оказывается равной $\varepsilon(\mathbf{k}) = J(\cos \mathbf{ka} + \cos \mathbf{kb})^2$ [31,104,105,190], причем имеются две вырожденные по спину (можно сказать, подрешеточные) зоны, ширина которых сужается в t/U раз (т.е. $t \to J$), что целиком обусловлено присутствием АФМ упорядочения.

Но более интересными, с точки зрения ВТСП, являются расчеты связанных состояний дырок на основе (4.2). На рис. 5 показана, по данным [197], энергия ε_b/t таких состояний, которая вычислялась для кластеров разных ($N = 4\times4$, 4×5, 3×6) размеров. Оказалось, что от N величина ε_b практически не зависит, а начиная с определенного значения J/t становится отрицательной. Источником притяжения служит общее число «порванных» обменных спин-спиновых связей, меньшее для двух соседних дырок (и соответственно большее относительное понижение энергии), чем для тех же дырок, но разведенных на некоторое расстояние. Трудность, однако, в том, что вывод о возможности сверхпроводимости делается на основании расчетов, когда реальное число дырок в кластере не превышает четырех (и даже двух), не говоря уже об образовании дырочных комплексов (расслоении), которое, правда, удается предотвратить учетом в (4.2) межузельного отталкивания, параметризующего обычное кулоновское взаимодействие (t–J–V-модель [199].)

* Здесь уместно сделать общее замечание. Во всех методах, использующих разложение по параметрам типа t/U ($t/\Delta\varepsilon$ и т.д.), возникает проблема «остаточных» членов, ибо каким бы порядком ни ограничить операторный ряд, наряду с двухузельными слагаемыми имеются многоузельные. Соответствующий им вклад остается пока неясным, и тем самым любой результат, полученный «на основании физических соображений», вызывает подозрение: не будет ли он изменен (и насколько) отброшенными членами тех же порядков, что и учтенные. В этом смысле физика низкоэнергетических состояний сильно коррелированных систем противоречива и содержит много вопросов. В этом одна из причин развития все более мощных численных методов. Что касается конкретно трехузельных слагаемых, то они, несомненно, должны учитываться. На это указывает аналогия с молекулярными кристаллами, где также имеются два оператора взаимодействия экситонов с фононами. Двухузельный соответствует взаимодействию неподвижного возбуждения со смещениями и способствует его локализации, или образованию полярона [29]; трехузельный — рассеянию экситона на фононах в процессе его перехода с молекулы на молекулу. Отсюда следует, что оба спиновых процесса важны, но, в известной мере, конкурируют. Первый (гейзенберговский) процесс как бы стремится формировать спиновый полярон, второй — препятствует искажению спиновой структуры, но сбивает фазу когерентного движения дырки.

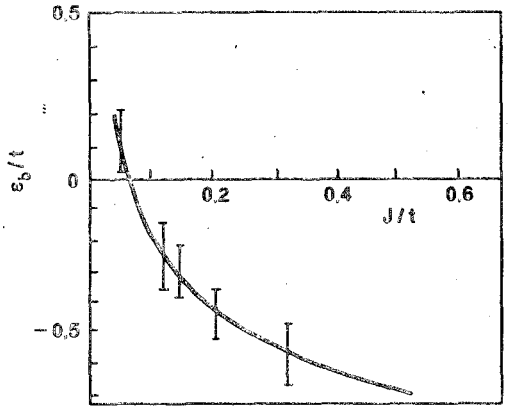

Рис. 5. Средняя энергия связи двух дырок на АФМ кластере из N узлов, рассчитанная по формуле $\varepsilon_b = \varepsilon_{N-2} - 2\varepsilon_{N-1}$, где $N - N_f$ — число дырок в этом кластере (значение ε_N выбрано за нуль отсчета).

Вместе с тем следует признать, что t–J-модель достаточно правильно задает характерный вид поверхности Ферми купратов. В самом деле, в сильно коррелированном тетрагональном $2D$ кристалле с полузаполненной (т.е. полностью заполненной хаббардовской) зоной — это квадрат, стороны которого (в решетке без удвоения) определяются уравнением $\cos ka + \cos kb = 0$, или $ka \pm kb = \pm\pi$ (см. рис. 6). Иными словами, поверхность Ферми в этом случае удовлетворяет условию нестинга [19]. Дырочный же спектр металлической фазы начинается по мере заполнения зоны носителями от границ зоны Бриллюэна (у дырок дисперсия отрицательна), а не точки $k = 0$, поэтому для малых n_f (или малых по сравнению с k_B векторов) он может быть представлен выражением

$$\varepsilon_{k_B}(k) = \frac{1}{2}\, tz \left\{ [(ka)^2 - (kb)^2] \cos k_B a \mp \right.$$

$$\left. \mp 2(ka \pm kb) \sin k_B a \right\}, \qquad (4.3)$$

где k_B — бриллюэновский вектор, в окрестности которого производится разложение.

Видно, что опустошение электронных состояний (заполнение дырками) происходит по всему периметру, так что поверхность Ферми для любого количества носителей односвязна. Можно, однако, условно говорить о многодолинности (роль которой подобна многозонности), если под долинами («карманами») понимать области с относительно большей плотностью состояний (здесь — вершины $(\pm\pi, 0)$, $(0, \pm\pi)$). В этих «карманах» импульс Ферми приближенно равен $(\pm\pi(1 - (a^2 n_f)^{1/2}), 0)$, $(0, \pm\pi(1 - (a^2 n_f)^{1/2}))$*. Если же принять по внимание оговоренное выше сужение дырочной зоны в АФМ, то из (4.3) следует, что плотность в областях наиболее быстрого формирования поверхности Ферми еще больше возрастает, а проекции импульса Ферми в долинах можно оценить как $(\pm\pi(1 - \sqrt[4]{a^2 n_f}), 0)$, $(0, \pm\pi(1 - \sqrt[4]{a^2 n_f}))$. Заметим, что в t–t'–J-модели подбором параметров t и t' можно добиваться и несколько другого (в част-

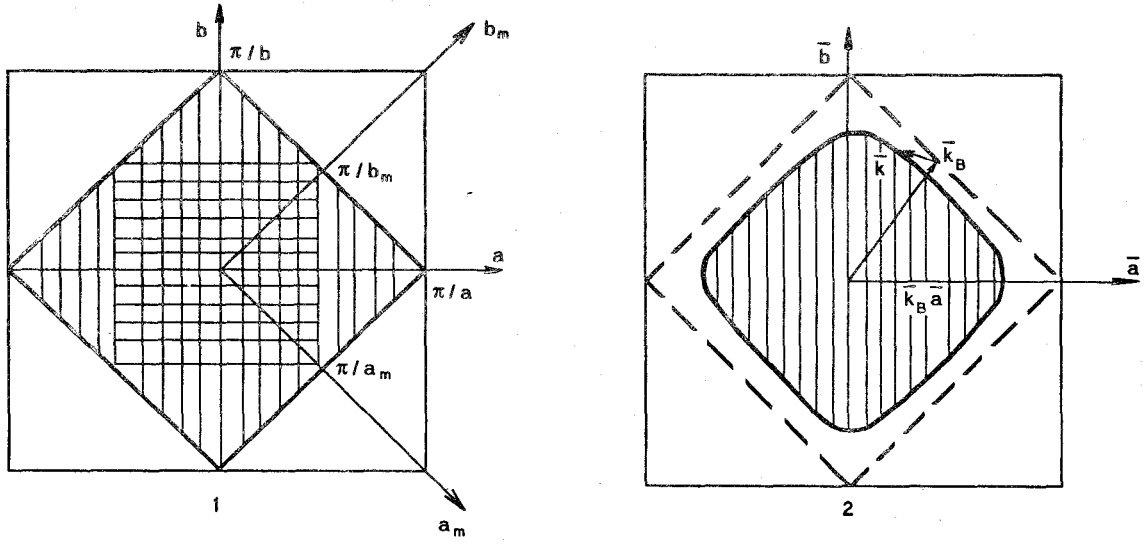

Рис. 6. Зона Бриллюэна квадратной решетки. Заштрихованы занятые состояния диэлектрической (1) и металлической (2) фаз (т.е. жирная линия соответствует поверхности Ферми). Слева показаны также оси в схеме удвоенной кристаллографической ячейки и ее заполненные (дважды заштрихованы) состояния.

* В предположении, что здесь $n_f \sim 1$ см$^{-2}$, поскольку эту величину определяют и как концентрацию N_f/N, и как плотность N_f/a^2N.

ности, более близкого к наблюдаемому) поведения дисперсии дырочных возбуждений, проявляющей особенности типа уплощения не на самой границе зоны Бриллюэна [109] (см. также п. 2.4).

В целом, несмотря на не вполне очевидное соответствие различных t–J-моделей медным оксидам (их купратным слоям), иногда удается неплохо (и даже очень неплохо) описать эксперимент, что убедительно свидетельствует в пользу принципиальной допустимости объяснения последнего на базе чисто электронных моделей. Укажем хотя бы измерения магнитной восприимчивости $\chi_s(\mathbf{k}, \omega)$, частной зависимости *ac* проводимости $\sigma(\omega)$ и другое, где проявляют себя фермионы, взаимодействующие с АФМ средой. Кроме того, численный анализ [31] действительно свидетельствует об уменьшении квазичастичного веса $Z < 1$ в фермионной функции Грина, а следовательно, о вкладе спиновой среды в нефермижидкостное поведение носителей, о чем упоминалось выше (п. 3.2).

С другой стороны, численные методы не всегда, к сожалению, поддаются проверке; проблематичными представляются попытки использования небольших кластеров (хотя малый размер пар этому не помеха), неясна роль фрустрированности и ближнего магнитного порядка, никак себя не проявляющих в подобных подходах, и вообще — неидеальности реальных ВТСП. Выяснение этих и многих других интересных вопросов еще ждет своих исследований.

5. Магнитные механизмы спаривания

Не будет никакого преувеличения в признании того, что магнитным механизмам спаривания в настоящее время уделяется наибольшее внимание. Некоторые причины этого раскрыты выше и состоят в пока еще не до конца понятой магнитокорреляционной специфике ВТСП, резко отличающей медные оксиды от других известных систем. Было бы не совсем оправданным полагать, что механизмы, описанные в предыдущем разделе, не могут быть отнесены к магнитным; безусловно, могут, но в них не подчеркивалась роль возбуждений магнитной среды как таковой. Помимо этого, мы не оговаривали отдельно сам тип магнитного состояния, явно или неявно подразумевая, что оно стандартно и имеет квазиклассический неелевский характер.

Если, опираясь на экспериментальные факты [14,359,123,125-128], с этим согласиться, то основными (исключая фононы) низкочастотными возбуждениями среды становятся слабо затухающие спиновые волны, обмен которыми ничем не отличается от привычного обмена фононами.

Основные предложенные магнитные механизмы можно условно разделить на несколько: магнонный механизм спаривания, модель резонирующих валентных связей (resonating valence bonds – RVB) Андерсона [38,56] и связанные с ней эффективные теории калибровочных взаимодействий топологических возбуждений (энионов (anyons)), подчиняющихся парастатистике [39,40,124,179,180, 200–204]; упомянутая во введении модель «спинового мешка» [25,205], предполагающая существование в нормальной фазе ВТСП волны спиновой плотности, которая диэлектризует систему при наполовину заполненной зоне с простым законом дисперсии и способствует спариванию при допировании (подобные идеи для систем с нестингом еще до открытия ВТСП детально разрабатывались Копаевым с сотр. [19,206]). Как было отмечено, многие модели дают близкие результаты, но наиболее развита и обоснованна первая из них, в которой спаривание обеспечивается спиновыми флуктуациями.

5.1. Модель почти АФМ ферми-жидкости

В соответствии с двумя типами дырочных носителей в ВТСП (см. пп. 2.4 и 2.5) модель почти АФМ ферми-жидкости предполагает наличие взаимодействующих между собой свободной и сильно связанной подсистем, описывающихся гамильтонианом

$$H_{MMP} = \sum_{\mathbf{k},\sigma} \varepsilon(\mathbf{k}) a^{+}_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma} + \\ + \frac{1}{2} \tilde{J} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} a^{+}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma} \hat{\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma} S(-\mathbf{q}) , \qquad (5.1)$$

где в простейшем случае $\varepsilon(k) = -2t(\cos \mathbf{ka} + \cos \mathbf{kb})$; $S(\mathbf{q})$ — коммутирующая с $a^{+}_{\mathbf{k}\sigma}$, $a_{\mathbf{k}\sigma}$ фурье-компонента оператора спиновых флуктуаций, свойства которых, как и сама модель, задаются феноменологически.

Именно в последнем, важном для вычислений, обстоятельстве скрыта одна из специфических черт модели ВТСП с гамильтонианом H_{MMP}, постулированным Миллисом, Мониеном и Пайнсом [207] (см. также [208–212]). Если бы не оно, следовало бы просто признать, что оператор (5.1) — это типичный гамильтониан *sd*-модели Вонсовского-Шубина, лежащий в основе одного из самых простых (в смысле аналогии с БКШ) механизмов спаривания, имеющего долгую историю.

Первыми, по-видимому, были независимо и почти одновременно выполненные работы Карпенко [213], А. и И. Ахиезеров [214] и Приворотского [215], а также несколько позже появившееся сообщение Берка и Шриффера [216]. Несмотря на некоторые различия, в этих статьях было сделано одинаковое, по существу, физическое заключение: в синглетном по спину канале обмен линейными спиновыми возбуждениями приводит к отталкиванию либо в лучшем случае ослабляет создаваемое

фононами притяжение. В работе [215], кроме того, рассматривались пары с неравными нулю орбитальными моментами, но вывод был тем же — спиновый обмен обеспечивает притяжение аналогично ^{3}He лишь в случае p-спаривания и спина пары $S = 1$. Впоследствии подобные результаты были в какой-то степени воспроизведены при попытках связать магнитный механизм с конечными, но малыми T_c в системах с тяжелыми фермионами, где, правда, вывод, касающийся симметрии наблюдаемых синглетных пар, был другим: вблизи АФМ нестабильности (см. также п. 4.1) такие пары могут быть устойчивыми при симметрии не s-, а d-типа, совместимой со спиновым синглетом.

Возвращаясь к модели (5.1), отметим, что новизна подхода Пайнса с его соавторами состояла в том, что они, во-первых, использовали в расчетах не предположение о заданном основном магнитном состоянии, а лишь подгоночный спектр $2D$ спиновых флуктуаций, восстанавливаемый из экспериментов (ЯМР, например); во-вторых, не ограничились наиболее распространенным приближением слабой связи; в-третьих, показали, что и здесь «выживает» лишь спаривание с нетривиальной симметрией $d_{x^2-y^2} \sim \cos ka - \cos kb$* (при этом отталкивание в s-волновом канале даже превышает притяжение в d-волновом). В работах [208–210] установлено, что в приближении слабой связи в три-пять раз понижается T_c, которая при последовательном расчете достигает $\sim 10^2$ K, а формула для нее независимо от количества дырок имеет стандартный экспоненциальный вид с предельной частотой $\omega_{\text{п}} \approx 30$ мэВ спиновых флуктуаций, играющей роль «дебаевской», и безразмерной константой связи $\lambda_{\text{п}} \approx 0{,}6$–$0{,}8$.

Конкретнее, в этих работах были записаны и в приближении хаотических фаз численно решены $2D$ уравнения Элиашберга, где все величины — нормальная и аномальная функции Грина, собственно-энергетическая часть $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ — были выражены через спиновую корреляционную функцию [207]

$$\chi_{MMP}(\mathbf{k}, \omega) = \chi_s(\mathbf{Q}) \left[1 + \xi_{\text{mag}}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{Q})^2 + \frac{i\omega}{\omega_{SF}} \right]^{-1} ; \qquad \mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/b) , \tag{5.2}$$

вид которой был подобран для правильного описания низкочастотных магнитных возбуждений и данных ЯМР. В (5.2) ξ_{mag} (см. п. 3.2) — зависящая от T (но не n_f) АФМ корреляционная длина: $\omega_{SF} = \Gamma_{SF}/(\pi \xi_{\text{mag}} a)^2$ — характерная энергия спиновых флуктуаций; $\chi_s(\mathbf{Q})$ — статическая магнитная восприимчивость. Все они являются подгоночными и, например, в 1-2-3-O_γ составляют: $\Gamma_{SF} \approx 0{,}4$ эВ; $\xi_{\text{mag}}(T_c)/a \approx 2{,}5$; $\omega_{SF}(T_c) \approx 7{,}7$ мэВ; $\chi_s(\mathbf{Q}) \approx \approx 44 \text{эВ}^{-1}$; наконец, константа $\tilde{J}$ в (5.1) восстанавливалась по $T_c(n_f)$ при $t \approx 0{,}25$ эВ, обеспечивающем значение ширины зоны проводимости $W \cong 2$ эВ, которое следует из зонных расчетов [21, 161, 222]. Видно, что, согласно виду $\chi_{MMP}(\mathbf{k}, \omega)$, выбранному в форме (5.2), имеется лишь релаксационная длинноволновая ($k << Q$) мода, которая должна отразить существование в ВТСП сильных спин-спиновых корреляций при отсутствии дальнего магнитного порядка.

По мнению Пайнса [26, 223], модель ММР является единственной последовательной моделью, способной адекватно описывать ВТСП. В ее пользу (чем она и привлекает, в первую очередь, экспериментаторов), говорят: естественная интерпретация ЯМР (отсутствие пика Хебеля-Слихтера, степенное по T поведение скорости релаксации); как и в модели Хаббарда (см. п. 4.1) достаточно большое отношение $2\Delta_d(0)/T_c$ и быстрое (в области $T_c - T << T_c$) нарастание параметра порядка $\Phi(\mathbf{k}, \omega)$; его симметрия (целиком обусловленная учетом импульсной и частотной зависимостей $\chi_{MMP}(\mathbf{k}, \omega)$, а, следовательно — эффективного взаимодействия, знак которого «навязывает» фазу величине $\Phi(\mathbf{k}, \omega)$**; маргинальное поведение $\text{Im}\,\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ при $\mathbf{k} \to \mathbf{k}_F$, связанное с сильными спиновыми АФМ корреляциями, отчего характеризующийся ими коллектив носителей получил название почти АФМ ферми-жидкости. Несомненным достоинством этих работ (в частности, [210–212]) является также попытка вскрыть причины и описать магнитное состояние ВТСП на основе меди как ниже, так и выше T_c, которое в зависимости от отношения $\tilde{J}/T$ (и, замечу, n_f) может соответствовать различным (квазиклассическому либо квантовому) режимам $2D$ σ-модели. В конце концов, отнесем на счет этой модели, что принятое в ней взаимодействие дырки со спинами (см. (5.1)) имеет сходство с (2.20), и что чем выше T_N в диэлектрической фазе, тем выше T_c в металлической [224].

* Интересно обратить внимание, что такую же симметрию имеет (см. (4.3)) дырочный спектр АФМ кристалла в долинах, появляющихся вблизи особых точек наполовину заполненной зоны.

** Заметим, что при d-симметрии $\Phi(0, \omega) = 0$, и тем самым исключается отталкивание на близких расстояниях, которое препятствует формированию пар малого размера. Другими словами, d-парам легче, чем s-парам, быть локальными.

Все сказанное тем не менее не избавляет модель почти АФМ ферми-жидкости (в том числе развивающие ее работы [191,197,218]) от критики (см. [27,225]). Она вызвана и исключительно компьютерным способом получения ответов, трудно поддающихся верификации, и слишком многочисленным для серьезного подхода семейством подгоночных параметров, изменяющихся от образца к образцу, и полным игнорированием междырочного кулоновского отталкивания, которое, с одной стороны, может быть учтено, а с другой — может повлиять на получаемые высокие значения T_c, и априорным (желаемым) заданием ключевых характеристик и др. причинами. В частности, Андерсон отмечает, что, с одной стороны, некоторые из используемых Пайнсом с сотрудниками данных не нашли подтверждения в работах других авторов, а с другой, — это нормальные свойства ВТСП никак не могут быть согласованы с ферми-жидкостным (типа Ландау) поведением.

Часть замечаний следовало бы признать справедливой. Но мне хотелось отметить и другое: модель ММР должна рассматриваться как почти стандартная, ибо в своей основе она не более чем обобщение теории БКШ-Элиашберга на другую (диффузионную*) ветвь возбуждений. Само по себе это (как и численный характер решения проблемы) не может служить упреком, но нельзя согласиться с тем, что дырочная подсистема в ВТСП — это только АФМ жидкость. Ее АФМ свойства целиком обусловлены тем, что p-дырки сильно взаимодействуют с АФМ спиновой жидкостью d-подсистемы, в которую они фактически погружены. Поэтому не до конца ясен смысл оператора $\mathbf{S}(\mathbf{q})$ в (5.2): к какому вектору (либо к какой моде) — ФМ или АФМ — локализованной подсистемы он относится? И кроме того, остается в значительной степени загадочным, почему T_c, обязанная, если следовать [210], своей, можно сказать, огромной величиной спиновым флуктуациям в ВТСП, столь ничтожно мала в других веществах, где она формируется по той же причине. В этой связи заслуживает проверки решение (пусть численное) уравнений Элиашберга для магнонного механизма с параметрами, характеризующими, например, тяжелофермионные системы. Действительно ли к столь впечатляющему различию в T_c (на два порядка) приводят те же по смыслу, но количественно другие параметры? Если нет, то какое «качество» стоит за ним?

Одно (вероятное, но не проверенное) такое качество может быть обусловлено тем обстоятельством, что вектор $\mathbf{S}(\mathbf{q})$, входящий в гамильтониан H_{MMP} рассматриваемой модели, — это фурье-образ оператора узельного d-спина

$$\mathbf{S}_{\mathbf{n}_\alpha} = d^+_{\mathbf{n}_\alpha x^2-y^2\sigma}\,\hat{\vec{\sigma}}\,d_{\mathbf{n}_\alpha x^2-y^2\sigma}\,.$$

В силу pd-гибридизации (см. пп. 2.4, 2.5) подобное представление, строго говоря, неправомочно и более правильным было бы использование операторов (2.23), не сводящихся к простой (одноузельной) записи в r-пространстве и объединяющих в себе и электрические (транспортные), и магнитные степени свободы. В этом случае слагаемое обменного взаимодействия носителей и спинов в (5.1) приобретает четырехфермионную форму и при расчетах T_c или щели должно учитываться на равных основаниях с аналогичным ему по форме слагаемым, отвечающим кулоновскому отталкиванию свободных носителей друг от друга. Оба слагаемых вместе должны составить пару, параметры которой $V_c(\mathbf{k}, \omega)$ и $V_s(\mathbf{k}, \omega)$ (о них шла речь в п. 4.1) обеспечивают притяжение, необходимое для качественного и количественного описания ВТСП.

Завершить раздел хотелось бы констатацией: спиновые флуктуации в ВТСП продолжают интенсивно изучаться, их роль еще далека от полной ясности. Скажу больше, — даже если принять крайнюю точку зрения, согласно которой они — вредный для явления ВТСП агент, все равно спиновые степени свободы не могут быть «обойдены» вниманием — слишком сильны в медных оксидах различные магнитные проявления. Поэтому упомяну некоторые другие возможности: «смешанный» магнон-фононный механизм [219,226], двухмагнонный обмен как более эффективный в системах с малыми ε_F** [227], попытки объединить спиновый сценарий ВТСП с близостью уровня Ферми к ванхововской особенности спектра свободных дырок [228]. Наконец, подчеркну одну особенность (о ней упоминалось) спектра магнонов: $v_{\mathrm{mag}} \gtrsim v_F$, что ставит вопрос о достаточности этого неравенства для обеспечения возникновения

* Можно допустить, что именно это способствует формированию короткодействующего косвенного взаимодействия и, как следствие, малому радиусу пар, могущих существовать как целое, лишь если обе частицы, принадлежащие паре, движутся в одной и той же области ближнего порядка. Поскольку при этом рост n_f постепенно разрушает эти области, а вместе с ними и само спаривание, открываются некоторые возможности для соответствующего механизма подавления ВТСП при больших уровнях допирования, как это и наблюдается в медных купратах.

** Многодолинность снимает это ограничение, и одномагнонный обмен с большими k снова становится разрешенным законами сохранения импульса и энергии.

незапаздывающего косвенного (или слабо запаздывающего) межфермионного взаимодействия.

5.2. Механизм RVB

Будучи по своим глубинным корням, несомненно, магнитным, механизм RVB опирается на принципиально другое — квантовое — основное состояние $2D$ АФМ. Такое предположение, по аналогии с $1D$ АФМ, сделано Андерсоном, который предложил радикально пересмотреть представления об основном спиновом состоянии $2D$ систем, описываемых гамильтонианом (2.5) и не имеющих неелевской (подрешеточной) магнитной структуры. Попытка описать последнюю в $2D$ фрустрированных АФМ предпринята Андерсоном еще в 1973 г. [229], когда он, опираясь на результаты Бете, Хюльтена и Поллинга и предполагая, что волновая функция $\Psi^{S_{tot}}_{gr}$ АФМ состояния должна отвечать полному спину $S_{tot} = 0$ (а не только его проекции $S^z_{tot} = 0$, как в неелевском случае), записал ее в виде

$$\Psi^0_{gr} = \sum_{n,m} c_{\{n,m\}} \prod_{|n|<|m|} \left(\alpha_n \beta_m - \beta_n \alpha_m\right), \quad (5.3)$$

где $c_{\{n,m\}}$ — коэффициенты всех возможных конфигураций синглетных пар; α_n, β_m — спиновые функции для $S = 1/2$. Димеризованная, или RVB-функция (5.3), рассматриваемая как пробная, дает самую низкую вариационную энергию состояния в $1D$ АФМ, что позволило надеяться, что $1D$ случай не исключение.

После открытия ВТСП Андерсон высказал заинтриговавшую многих исследователей идею (см. также разд. 4) о невозможности описания этих систем никакой другой моделью, кроме однозонной модели Хаббарда в пределе $t/U \ll 1$, и исходя из предположения о некогерентности межплоскостного транспорта фактически постулировал функцию (5.3) в качестве волновой функции их диэлектрической фазы [56] (см. также [38–40,124, 179,201–204]).

Это очень существенный шаг: фундаментальное отличие неелевского состояния ($\langle S^z_{tot}\rangle = 0, \langle S^z_n\rangle \neq 0$) от состояния, описываемого (5.3) ($\langle S^z_{tot}\rangle = \langle S^z_n\rangle = 0$) как основного, заключено в элементарных возбуждениях над ними. Если в первом случае — это хорошо изученные магноны, то во втором — нелинейные топологические возбуждения (фермиевские солитоны), названные спинонами (spinon), которые аналогично кинкам рождаются и исчезают парами (кинк+антикинк).

Наглядное представление о спиноне дано на рис. 7, из которого видно, что благодаря вырождению волновых функций (см. (5.3)) «димеров» по фазе (а фактически — способу альтернирования),

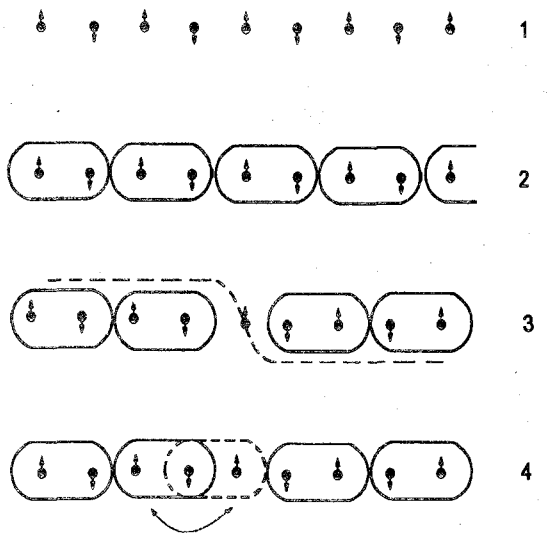

Рис. 7. Условное изображение основных неелевского (1) и RVB (2) состояний. Показаны также спинон (3), штриховой линией отмечено кинкоподобное изменение фаз волновых функций «димеров», и переброс валентной связи (4) соответствующий движению спинона как процессу образования другого «димера».

элементарному возбуждению системы соответствует неспаренный спин (свободная валентность), а его переходу с места на место — переброс валентности (движущаяся резонирующая валентная связь, переносящая спин, но не заряд). Подобные нейтральные фермионы, представление о которых восходит к Померанчуку [230], суть спиноны. Эффективная масса спинона $m_{sp} \sim \hbar^2/a^2 J$, т.е. по порядку величины она равна, как видно, эффективной массе дырки в АФМ.

В пределе $U/t >> 1$ чистая $2D$ модель приобретает калибровочную SU(2) симметрию и спиноны могут стать безмассовыми [231]. Устойчивость квантового состояния и возбуждений над ним налагает жесткие ограничения на вид лагранжиана сильно коррелированной $2D$ системы, который не удается строго обосновать на базе одной лишь модели Гейзенберга [231–233], и в нее необходимо вводить дополнительные слагаемые, отвечающие различным киральным полям, нарушающим временную, T, и/или пространственную, P, симметрию [201,203,204,234].

Подробному разбору возникающей здесь картины и, в частности, содержанию гипотезы Калмеера-Лафлина [235] об энионах — экзотических частицах, переносящих заряд, P-нечетным фазам с потоком (flux-phase) посвящены специальный обзор Протогенова [204] и монография Фрадкина [233]. Но не только по этой причине я не буду затрагивать результаты соответствующих теоретических работ, а, главным образом, из-за того, что выводы последних (по крайней мере в своей «прикладной» части, т.е. применительно к ВТСП) пока

не выдержали целенаправленно осуществленных экспериментальных проверок (например, [236,237]). Мне думается, что строго принципиальным критерием справедливости энионной гипотезы служит идеальное двумерие — «примесь» (в любом количестве) третьего измерения, которую невозможно избежать в реальном кристалле, каким бы анизотропным он ни был, немедленно разрушает фундамент красивых построений под общим названием «энионы».

В «наивном» же подходе Андерсона размерность, по-видимому, не столь критична, и, в принципе, квантовое магнитное состояние становится «запрещенным», лишь если его энергия выше какого-либо другого. Тщательное численное исследование конечных по размеру спиновых решеток показало, что $2D$ RVB-состояние действительно проигрывает неелевскому, но разница их энергий очень невелика [233]. Поэтому не исключено, что в случае $2D$ модели Хаббарда с неелевским исходным состоянием появление дырки «разупорядочивает» его до состояния RVB.

В связи с этим в работах [56,124,179, 200] рассматривалась другая возможная ситуация с разделенным спином и зарядом, а именно: спинон, обладая свободным спином, притягивает к себе допированную дырку и образует с ней связанное состояние — холон (holon), являющийся, таким образом, заряженным бозоном. Холоны, рассеиваясь на спинонах, притягиваются друг к другу, спариваются и, туннелируя между плоскостями, конденсируются при конечных T_c. Конденсация газа одиночных холонов не обсуждается, так как в RVB-структуре имеет место конфайнмент заряженных топологических дефектов [201,202,238].

Приведем, следуя [239], гамильтониан спинон-холонной системы:

$$H_{\text{sp–hol}} = t_{\text{eff}} \sum_{\mathbf{n},\mathbf{m}} h_{\mathbf{n}}^{+} h_{\mathbf{m}} +$$

$$+ t \sum_{\mathbf{n},\mathbf{m}} \sum_{\sigma} \left(s_{\mathbf{n}\sigma} s_{\mathbf{m}\sigma}^{+} - \langle s_{\mathbf{n}\sigma} s_{\mathbf{m}\sigma}^{+} \rangle \right) h_{\mathbf{n}}^{+} h_{\mathbf{m}} +$$

$$+ \sum_{\mathbf{k},\sigma} \Omega_{\text{sp}}(\mathbf{k})\, s_{\sigma}^{+}(\mathbf{k})\, s_{\sigma}(\mathbf{k}) , \qquad (5.4)$$

где t_{eff}, $\Omega_{\text{sp}}(\mathbf{k}) \sim J_{\mathbf{nn}+\vec{\rho}}$ — перенормированные эффективные константы, $h_{\mathbf{n}}^{+}$ и $s_{\mathbf{n}\sigma}^{+}$ — операторы рождения холонов и спинонов. Видно, что оператор (5.4) сохраняет число и тех, и других, чем отличается от операторов фрелиховского типа (включая (2.21), (5.1) и т.д.), которые сохраняют лишь число фермионов. Здесь же последние могут появиться лишь при распаде холона. С другой стороны, как показал Лафлин [40], связанное состояние холона и спинона во многих аспектах напоминает нормальную квазичастицу, переносящую и заряд, и спин.

Истекший с момента появления работы [56] период характеризовался сначала бурным развитием спинон-холонного сценария ВТСП, затем — постепенным охлаждением и спокойным отношением, при котором текущие исследования касаются конкретных задач [240,241]. И здесь не последнюю роль сыграл эксперимент, однозначно засвидетельствовавший неелевскую структуру магнитного диэлектрического состояния купратных плоскостей, находящую свое неплохое описание с позиций $2D$ нелинейной квазиклассической σ-модели (см., например, [122]). В дополнение к этому выяснилось (см. п. 2.2), что в подходе Андерсона переоценивается роль «медных» дырок в металлической фазе и что ВТСП — это системы с переносом заряда.

Если квазиклассический характер поведения d-спинов в диэлектрической фазе ВТСП стал в настоящее время практически общепризнанным, то появление дырки вносит в нее возмущение, способное перевести исходный — квазиклассический — режим в квантовый [115,211,212], где отсутствие флуктуаций в общем-то не столь очевидно. Эти вопросы остаются предметом текущих глубоких и интенсивных исследований.

В заключение раздела повторим, что магнетизм ВТСП продолжает быть в центре внимания не только как сопутствующий, но прежде всего — прямо способствующий ВТСП фактор. Не прекращаются поиски доказательств его нетривиального участия в спаривании. В частности, по моему мнению, одна из наиболее необычных особенностей обсуждаемого выше сценария RVB — топологический характер сил притяжения холонов, которое возникает постольку, поскольку имеется среда с соответствующими нелинейными возбуждениями. Последнее легло в основу предположения Стефановича и автора [242], в котором роль таковых «возлагалась» на магнитные вихри (топологические солитоны), очевидным образом всегда существующие в низкоразмерных магнетиках с квазиклассическим основным состоянием [243]. Вихри могут самосогласованно объединяться с дырками, а сила притяжения заряженных вихрей (названных в [242] вортексонами) друг к другу отлична от

нуля, если они имеют топологические заряды противоположных знаков. Этот сценарий, однако, еще не получил развития, достаточного для оценки действительных перспектив такого механизма спаривания*, хотя его можно рассматривать как вполне естественное обобщение ставших весьма популярными (см., например, [24,31,100,108, 271]) магнито-поляронных подходов на случай фрустрирующей дырки и структуры самосогласованных состояний, которые могут формироваться в магнитной (АФМ) среде.

6. Экситонные механизмы спаривания

Механизмы спаривания с электронными возбуждениями в качестве промежуточных бозонов начали рассматриваться практически с момента создания микротеории СП, вскрывшей значение его энергии для T_c (см. [7]). Поэтому не вызывает удивления, что вскоре после осознания «токонесущей» роли купратных слоев ВТСП были предложены экситонные механизмы, пригодные именно для медных оксидов. Вместе с тем, на случай ВТСП был обобщен один из самых распространенных среди нефононных механизмов — спаривание путем обмена плазмонами. Это направление исследований, будучи, вероятно, важным, но, как мне кажется, не специфичным для ВТСП, недавно детально освещено Пашицким [27].

6.1. Механизм Гайдидея-Локтева-Вебера

Природа механизма Гайдидея-Локтева-Вебера (ГЛВ) проста и самым прямым образом опирается на спектр иона Cu^{2+} в кристаллическом поле (см. п. 2.2). Выписывая (2.1), мы среди прочих привели (см. также рис. 3) и нижайшее возбужденное z^2-состояние двухвалентной меди, чтобы впоследствии вернуться к нему, поскольку его учет превращает ион Cu^{2+} в двухуровневую систему, в которой $x^2 - y^2$-уровень — основной, а z^2-уровень — возбужденный**. При этом второй порождает в кристалле достаточно узкую зону сравнительно низкочастотных ($\varepsilon_{z^2} - \varepsilon_{x^2-y^2} \equiv \Omega_{z^2} \approx 0{,}5$–$0{,}9$ эВ [63–67]) возбуждений бозевского типа. Обмен этими виртуальными *dd*-возбуждениями, или квадрупольными экситонами, составляет основу механизма, независимо предложенного Гайдидеем и автором [74] и Вебером [246] (см. также [247,248]) и привлекшего к себе внимание [33,35,249-251] в качестве одного из возможных путей стабилизации сверхпроводящей фазы и в дырочных, и в электронных [252] ВТСП.

На присутствие z^2-состояния в медных оксидах указывают как непосредственные измерения [253,254], так и численные расчеты [255,256]. Но для сверхпроводимости участие z^2-состояния в формировании энергетических зон не столь принципиально, поскольку здесь оно выступает как виртуальное. Отвечающие ему взаимодействия, ответственные за сверхпроводимость, могут иметь разное происхождение — кинетическое, т.е. как следствие гибридизации *p*-дырок с z^2-состоянием аналогично (см. (2.10)) их гибридизации с $x^2 - y^2$-состоянием [74,251], или потенциальное, т.е. ввиду отличия межионного кулоновского отталкивания делокализованной дырки и локализованной в z^2-состоянии дырки от такого же отталкивания, когда последняя занимает $x^2 - y^2$-орбиталь [246–250]. В обоих случаях упомянутое взаимодействие может быть выражено в виде обычного фрелиховского слагаемого, содержащего произведение трех операторов, в котором промежуточным (т.е. несохраняющимся по своему числу) возбуждением является квадрупольный экситон. При этом его рождение либо перенос по плоскости CuO_2 не означает возникновения в ней зарядовых флуктуаций, так как *dd*-возбуждения изовалентны. Несложо также убедиться, что матричный элемент $\tilde{t}_{hyb}$ гибридизации (тоже *pd*) z^2-состояния с ближайшей к нему *p*-дыркой в $\sqrt{3}$ раз меньше t_{hyb} (см. (2.14)) [65,251], а константа эффективного дырочно-экситонного взаимодействия возникает во втором порядке, пропорциональна $t_{hyb}\tilde{t}_{hyb}/(U_d + \Omega_{z^2} - \Delta\varepsilon)$ и составляет $\sim(2\text{–}5)\cdot 10^{-1}$ эВ. Другими словами, *dd*-экситоны связаны со свободными дырками, во всяком случае, не намного слабее магнонов, отличаясь от последних выигрышем в собственной энергии в несколько раз.

Особенность *dd*-экситонов самих по себе состоит в том, что они принадлежат к так называемым спин-разрешенным возбуждениям, а следовательно, несут в себе как чисто квадрупольную (спиново-независимую), так и орбитально-спиновую

* Вообще же нетрадиционные механизмы сохраняют, по-видимому, некоторую актуальность особенно в свете периодически появляющихся публикаций (см. например, [244,245]) о гораздо меньшей эффективности стандартных (включая магнитные) механизмов спаривания.

** Мы опускаем слабые деформационные поля, слегка смешивающие эти состояния, поскольку это не существенно для последующего изложения.

компоненты [257]. Первая описывается оператором

$$q^{+}_{\mathbf{n}_\alpha} = \sum_\sigma d^{+}_{\mathbf{n}_\alpha z^2\sigma}\, d_{\mathbf{n}_\alpha x^2-y^2\sigma}$$

и сопряженным ему, вторая — операторами $\vec{\sigma}^{+}_{\mathbf{n}_\alpha} = (\sigma^{+}_{\mathbf{n}_\alpha}, \sigma^{-}_{\mathbf{n}_\alpha}, \sigma^{z}_{\mathbf{n}_\alpha})$, и $\vec{\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha} \equiv (\vec{\sigma}^{+}_{\mathbf{n}_\alpha})^{+}$ с, например, $\sigma^{+}_{\mathbf{n}_\alpha} = d^{+}_{\mathbf{n}_\alpha z^2\uparrow}\, d_{\mathbf{n}_\alpha x^2-y^2\downarrow}$ и т.д., действие которых на спиновую переменную тождественно, как видно, действию обычных спиновых операторов, но включает при этом изменение орбитального состояния. Поэтому гамильтониан свободных dd-экситонов имеет вид

$$H_{dd} = \Omega_{z^2} \sum_{\mathbf{n}_\alpha} P^{z^2}_{\mathbf{n}_\alpha}(\sigma) + \sum_{\mathbf{n}_\alpha, \tilde{\rho}_{\alpha\beta}} \left(t^{(\mathrm{qd})}_{dd} q^{+}_{\mathbf{n}_\alpha} q_{\mathbf{n}_\alpha+\tilde{\rho}_{\alpha\beta}} + t^{(\mathrm{exch})}_{dd} \vec{\sigma}^{\pm}_{\mathbf{n}_\alpha} \vec{\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha+\tilde{\rho}_{\alpha\beta}} \right), \quad (6.1)$$

где $P^{z^2}_{\mathbf{n}_\alpha}(\sigma)$ — оператор проектирования на z^2-состояние со спином σ; $t^{(\mathrm{qd})}_{dd}$ и $t^{(\mathrm{exch})}_{dd}$ — амплитуды перехода dd-возбуждений между ближайшими соседями, имеющие кулоновское и обменное происхождение. Гамильтониан взаимодействия тоже разбивается на два слагаемых (ср. (2.12), (2.20)):

$$H_{GLW} = \frac{1}{2N} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}_1} \sum_{\mathbf{n}_\alpha,\sigma} \left[\chi^{(\mathrm{qd})}_{\mathbf{n}_\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)\, p^{+}_{1\sigma}(\mathbf{k})\, p_{1\sigma}(\mathbf{k}_1) \left(q_{\mathbf{n}_\alpha} + q^{+}_{\mathbf{n}_\alpha} \right) + \chi^{(\mathrm{exch})}_{\mathbf{n}_\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)\, p^{+}_{1\sigma}(\mathbf{k})\, \hat{\vec{\sigma}}\, p_{1\sigma}(\mathbf{k}_1) \left(\vec{\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha} + \vec{\sigma}^{\pm}_{\mathbf{n}_\alpha} \right) \right], \quad (6.2)$$

в которых эффективные константы связи $\chi^{(\mathrm{qd})}_{\mathbf{n}_\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ и $\chi^{(\mathrm{exch})}_{\mathbf{n}_\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ — это величины второго порядка; явные выражения для них приведены в [74,95], а операторы $p^{+}_{\mu\sigma}(\mathbf{k})$, $p_{\mu\sigma}(\mathbf{k})$ — собственные операторы p-зон (см. п. 2.3,2.4) для $\mu = 1$.

Объединяя (6.1), (6.2) и оператор свободных дырок (2.22) и используя, например, каноническое преобразование, исключающее степени свободы dd-возбуждений, можно стандартным путем получить оператор типа БКШ, в котором и эффективное взаимодействие состоит из двух составляющих: притяжения в s-канале, обеспечиваемого «q-частью» dd-возбуждений, и (возможно) притяжения в d-, но не в s-канале, благодаря их «σ-части». Расчет T_c уже в приближении слабой связи и в предположении $\varepsilon_F \gg \Omega_{z^2}$ дает критическую температуру, превышающую даже искомую величину $\sim 10^2$ K [251]. Однако выбранное соотношение энергий между ε_F и Ω_{z^2}, судя по всему, не отвечает действительности, а потому соответствующая (типа БКШ) формула для T_c вряд ли состоятельна.

Исследование сверхпроводимости в рамках механизма ГЛВ в полном объеме пока не осуществлено, но хотелось бы надеяться, что он может иметь преимущество перед другими механизмами ВТСП. Во-первых, хотя бы потому, что dd-экситоны, безусловно, специфичный для медных оксидов тип возбуждений; во-вторых, их (экситонов) достаточно большая энергия и, вообще говоря, слабая дисперсия способствуют и высоким T_c, и незапаздывающему (см. пп. 3.3) характеру эффективного взаимодействия*, или малому радиусу формирующихся пар; наконец, в-третьих, они, как и магноны, вполне могут обеспечить d-волновое спаривание. В частности, уже имеются указания, что в рамках механизма ГЛВ d-пары стабилизируются при относительно больших n_f, в то время как при низких уровнях допирования более выгодным оказывается s-волновое спаривание [249]. С другой стороны, центральной проблемой остается выяснение, чем обусловлены упоминавшиеся ранее (пп.3.1,3.2) сравнительно мягкие ($\approx 5 \cdot 10^{-1}$ эВ) моды явно электронного происхождения. С ними, конечно, связаны флуктуации в подсистеме спинов, но вот имеют ли к этим модам отношение dd-переходы, думается, было бы интересно проверить, так как в полном гамильтониане ВТСП, несомненно, имеются слагаемые вида $(\vec{\sigma}^{\pm}_{\mathbf{n}_\alpha} + \vec{\sigma}_{\mathbf{n}_\alpha})\mathbf{S}_{\mathbf{m}_\beta}$ и т.п. [257].

Вместе с тем можно высказать и сомнение по поводу актуальности этого механизма для ВТСП как независимого. Дело в том, что dd-экситоны тесно связаны с другими типами возбуждений, в первую очередь, с ян-теллеровскими колебаниями, так что в какой-то степени механизм ГЛВ одновременно должен являться и фононным, что в

* В [258] утверждается, что нет экспериментальных свидетельств в пользу запаздывающего взаимодействия в ВТСП и справедливости для них приближения сильной связи.

отношении ВТСП все еще вызывает возражения. Кроме того, *dd*-возбуждения интенсивно смешиваются с магнонами [83,257], что свидетельствует о невозможности строгого рассмотрения механизма ГЛВ в отрыве от магнитных механизмов ВТСП, включая модели Хаббарда и t–J-модели. В совокупности сказанное сводится к правдоподобному, но в настоящее время еще не имеющему прямых доказательств прогнозу, что последовательная схема расчета, включающая все симметрийно разрешенные для *pd*-гибридизации состояния, опять-таки может в конечном итоге привести к переопределению (см. п. 4.1) кулоновского и спинового вкладов в уравнения для параметра порядка, а *dd*-переходы проявят себя лишь как соответствующие межзонные переходы, всегда, как известно, усиливающие сверхпроводимость [28,32].

6.2. Состояния с переносом заряда

Возбуждения другой — межионной — природы, соответствующие в ВТСП состояниям (экситонам) с переносом заряда, были предложены Вармой, Шмитт-Ринком и Абрахамсом в качестве тех же агентов, обмен которыми обеспечивает спаривание необходимой силы [18,259]. Будучи в отличие от *dd*-возбуждений дипольными, состояния с переносом заряда в металле с низкой плотностью n_f подвижных носителей плохо, по мнению Вармы и др., экранируются (последнее, надо думать, относится к взаимодействию между дыркой и ионом, который она покинула) и дают прямой вклад в поляризуемость (или тензор диэлектрической проницаемости) среды, роль которой, как известно, очень важна при оценке кулоновских эффектов [7,27,30].

Фактически авторы [259], используя приближение сильной связи, рассмотрели простую модель двухатомного $2D$ кристалла (понимая под ним купратные слои), в которой основное внимание было обращено на межионное слагаемое, аналогичное (2.4) и относящееся к ионам разного типа. Из сопоставления энергий различных электронных конфигураций (например, тех же $Cu^{2+}O^{2-}$, $Cu^{+}O^{-}$ и т.д.) с этим взаимодействием связывалась стабилизация соответствующих состояний с переносом заряда относительно внутриионных переходов. Критерий выгодности первых воспроизвел заключение уже цитированной в п. 2.3 работы [72] о возможности существования сильно коррелированного ионного металла, в котором носители появлялись бы не в верхней зоне Хаббарда, а в гибридной зоне, лежащей ниже (см. рис. 3). Варма и др. пошли, однако, дальше и фактически предположили, что гамильтониан модели включает трехузельные слагаемые вида*

$$H_{CT} = \sum_{n_\alpha, m_\beta, l_\gamma} \sum_{\sigma,\sigma_1} t_{n_\alpha m_\beta ; m_\beta l_\gamma} p^{+}_{n_\alpha \sigma} p^{+}_{m_\beta \sigma_1} p_{m_\beta \sigma_1} d_{l_\gamma \sigma} + \text{h.c.} \qquad (6.3)$$

и им подобные, описывающие процессы возбуждения p-дыркой «*pd*-экситона» (т.е. экситонов с переносом заряда), который в силу слабой экранировки может существовать и в металлической фазе ВТСП. Дальнейшие расчеты не требуют каких бы ни было новых предположений — исключение этого возбуждения бозе-типа во втором по (6.3) порядке снова-таки приводит к оператору взаимодействия теории БКШ.

Последующее изучение этого механизма показало, что дырки действительно притягиваются друг к другу при достаточно сильном межузельном кулоновском взаимодействии V_{pd} и сравнительно малом значении разности $\Delta\varepsilon$ [261,262]. Реалистические же значения этих параметров оказываются, вообще говоря, недостаточными [66,67], чтобы объяснить наблюдаемые в ВТСП значения T_c.

Тем не менее роль поляризационного вклада (кстати, никак не связанного с магнетизмом ВТСП) в эффективное взаимодействие продолжает достаточно активно изучаться именно в силу своей общности для всех без исключения соединений. Он, как нетрудно догадаться, связан с плазмонным механизмом, проявления которого в ВТСП, как оговорено выше, здесь не обсуждаются.

6.3. Некоторые другие механизмы электронной природы

Вкратце назовем такие, которые, с одной стороны, не противоречат физическим свойствам купратов, а с другой — пока не вызвали «резонансного

* Интересно заметить, что тождественные слагаемые, но состоящие из одинаковых операторов (так называемый корреляционно зависимый перенос), феноменологически использовались в модели Хаббарда как источники непосредственного притяжения дырок [188,260].

отклика». Прежде всего — различные «химические механизмы» [263–266], предполагающие именно такую причину спаривания: это и виртуальное образование нейтрального кислорода, чей двухчастичный уровень может быть расположен ниже уровня Ферми, и образование каких-либо подвижных комплексов (например, пирокситонов O^-–Cu^+–O^-) в 1-2-3 с учетом цепочек CuO_δ.

Ряд авторов (например, [69,267–269]) придерживаются точки зрения, что в ВТСП наиболее актуальны не спиновые, а валентные флуктуации, когда кислород и медь «на равных» участвуют в формировании состояний в окрестности уровня Ферми. Это, согласно предположению [69,268], означает, что U_d является не аномально большим, а умеренным, и даже не превышает $\Delta\varepsilon$. Рассчитанная в [69] вариационным методом феноменологическая функция взаимодействия Ландау $f(\mathbf{k}_F\uparrow; \mathbf{k}_F\downarrow)$ изменяет знак при $U_d \approx \Delta\varepsilon$, что, по мнению авторов этой работы, служит очевидным признаком появления притяжения, достаточного для высоких T_c. Механизм соответствующих валентных флуктуаций $Cu^{2+} \leftrightarrow Cu^{3+}$ позволяет также получить малую корреляционную длину (она (ср. пп. 4.1, 5.1) — следствие учета полной и существенной импульсной зависимости результирующего взаимодействия $V_c(\mathbf{k}, \omega)$, линейное поведение $\rho_{ab}(T)$ и другое. В качестве замечаний к этой модели можно было бы сказать о фактически полном отсутствии в ней учета магнитных свойств и, главное, игнорировании (что видно из разд. 2) «переноса» сильных корреляций из одной подсистемы в другую, кстати, особенно существенного при $U_d \approx \Delta\varepsilon$.

В некоторых работах делаются попытки развивать «комбинированные» подходы. Примером одного из последних могут быть работы Ашкенази [270], в которых орбитали вблизи ε_F подразделяются на компоненты с «большим U» и «малым U». Первые, предполагающие d-состояния, рассматриваются путем введения вспомогательных швингеровских бозонов и использования специальных правил (constraints) сохранения их числа, а вторые (p-состояния) — в приближении среднего поля с последующим исключением гибридизации. В результате достаточно громоздкой схемы расчетов автор приходит к заключению, что носители в ВТСП принадлежат к двум типам: бесспиновым поляронам, характеризующимся узкой зоной, что позволяет объяснить термоэлектрические свойства ВТСП и решеточные аномалии в них, а также таким, которые, обладая спином, обнаруживают маргинальное поведение, что позволяет связать их с поведением $\rho_{ab}(T)$ и эффектом Холла. В этом подходе трудно оправдать искусственное введение нескольких типов квазичастиц, физический смысл которых не всегда удается понять.

Наконец, имеется достаточное число работ, рассматривающих такие сценарии ВТСП, как сверхпроводимость локальных (или в присутствии локальных) пар (например, [22,24,29,40,129,238, 242,271–276] и др.), близость уровня Ферми к особенности ван Хова со всеми вытекающими отсюда следствиями поведения ферми-подсистемы [17,108,109,199,228,276–281], априорное предположение о существовании в ВТСП узкой зоны [27,282] и некоторые другие. Указанные физические особенности могут присутствовать в любой модели, способствуя усилению сверхпроводимости. Они не составляют существо какого-либо способа возникновения притяжения, потому не могут быть полноправным предметом обсуждения собственно механизмов сверхпроводимости.

7. Фононные механизмы

Приступая к этому разделу, хотел бы предупредить, что трудно не то, что перечислить, но даже установить число работ, в которых отмечается несостоятельность представлений об определяющей роли колебаний решетки в достижении высоких T_c. Одновременно можно упомянуть и скепсис относительно способности колебаний решетки качественно влиять на многие другие наблюдаемые в ВТСП и требующие своего прояснения явления. Но вспоминая высказывание Ландау о кулоновском взаимодействии (см. [52]), можно лишь повторить: «Фононов, как и закон Кулона, никто не отменял». Велик их вклад в спаривание или мал — в любом случае они «делают свое дело»*, и задача определения степени их участия продолжает быть среди не только важных, но, несомненно, интересных. Поэтому неудивительно, что фононное спаривание имеет своих очень авторитетных апологетов (см., например, [30,52,283–286], продолжающих, в определенной мере, настаивать, что только лишь фононов достаточно, чтобы при умеренной силе связи с ними носители начали спариваться при тех T_c, которые имеют место в ВТСП.

* Наиболее широко распространенный и, по-видимому, доказательный аргумент в пользу этих слов — слабый, но четко фиксируемый изотопический эффект как по кислороду, так и по меди [13,15,28-30]. С другой стороны, следует иметь в виду, что слабость или даже отсутствие изотопического эффекта в эксперименте еще не исключают фононного механизма спаривания (см. [7,27,285]).

Не думаю, что существует потребность в воспроизведении аргументов сторонников этого механизма, тем более, что сделать это лучше Гинзбурга [30,52] пока еще никому не удалось. Но все же добавлю, что, на мой взгляд, в медных оксидах со структурой перовскита действительно имеется потенциальная возможность для сравнительно сильного взаимодействия дырки с колебаниями.

Специфика такого взаимодействия, на которую обратили внимание Беднорц и Мюллер, состоит, как говорилось, в «ян-теллеровости» иона Cu^{2+} в кубическом поле в отличие от других актуальных зарядовых состояний Cu^{+} и Cu^{3+} этого иона (первое может быть важно для ВТСП n-типа). Двукратное вырождение (см. п.2.2) основного уровня иона Cu^{2+} приводит к тому, что октаэдр (полуоктаэдр) окружающих лигандов деформируется, что снимает вырождение между $x^2 - y^2$- и z^2-состояниями, расщепляя их энергии на величину Ω_z^2. Появление в решетке носителя (дырки) на ионе Cu^{2+} превращает последний в ион Cu^{3+} (для электрона $Cu^{2+} \to Cu^{+}$) с уже невырожденным в кубическом поле спектром, который вызывает релаксацию ближайших к нему (иону) ионов O^{2-} к более симметричному расположению. Соответствующее смещение может отвечать либо полносимметричной дыхательной (breathing), либо одной из квадрупольных мод (все — оптические), среди которых имеются ветви колебаний, отчетливо реагирующие на СП переход [137,139,283], что определяется соотношением величин модулей всестороннего сжатия и сдвига [287], и входить в оператор взаимодействия

$$H_{\text{hole-ph}}^{Y-T} = \sum_{\mathbf{n}_\alpha, \vec{\rho}_{\alpha\beta}} \vec{\chi}_{\mathbf{n}_\alpha} X_{\mathbf{n}_\alpha}^{22} \mathbf{u}_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}} \to$$

$$\to \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{j,\alpha} \chi_{\alpha j}(\mathbf{q})\, D_{\mathbf{n}_\alpha}^{+}\, D_{\mathbf{n}_\alpha}\, \varphi_j(\mathbf{q}) , \qquad (7.1)$$

где $X_{\mathbf{n}_\alpha}^{22}$, $D_{\mathbf{n}_\alpha}$ определены в п. 2.5; $\mathbf{u}_{\mathbf{n}_\alpha + \vec{\rho}_{\alpha\beta}}$ — смещения ближайших к медному ионов кислорода; $\varphi_j(\mathbf{q})$ — нормальные координаты j-й моды; $\vec{\chi}_{\mathbf{n}_\alpha}$ и $\chi_{\alpha j}(\mathbf{q})$ — функция связи в r- и k-представлениях. Хотя выражение (7.1), если иметь в виду происхождение и симметрию смещений $\varphi_j(\mathbf{q})$, отражает определенную физику (pd-гибридизационное перемещение носителя по решетке, или движущуюся переменную валентность, которая сопровождается перестройкой колеблющегося (относительно более легкого) кислородного окружения), вид этого оператора вполне стандартен и совпадает с фрелиховским. Можно только сказать, что слабая дисперсия и достаточно высокая частота оптических мод тоже способствуют незапаздывающему характеру косвенного взаимодействия и уменьшению размера пар (вплоть до локальных — биполяронов, если на то хватит силы связи [29]).

Уравнения Элиашберга для случая оптических эйнштейновских мод в ВТСП анализировались Элиашбергом [288], который показал возможность естественного получения линейного поведения $\rho_{ab}(T)$ и нужных значений T_c при безразмерных константах связи $\lambda_{\text{ph}} \sim 1$. Другие, экспериментальные, свидетельства в пользу фононного механизма собраны, например, в работах [285,286]. Там, правда, не принимались во внимание особенности формирования сверхпроводящего конденсата малой плотности при участии эйнштейновской моды [170], но они, однако, не представляются принципиальными. Среди прочего можно, в частности, обосновать и температурное поведение щели $\Delta(T)$, достаточно резко, в отличие от предсказания теории БКШ, обрывающейся по мере приближения T к T_c, что обычно связывается с включением какого-либо механизма разрыва пар. Как показали Долгов, Максимов и др. (см. [30,52]), ВТСП вблизи T_c оказываются настолько «подогретыми», что в них высока плотность реальных (тепловых) возбуждений (фононов, магнонов), которые (в отличие от виртуальных) способствуют распариванию, в результате чего достаточное количество носителей может иметь энергии внутри щели.

Не будет, возможно, лишним упомянуть еще один фононный механизм, опирающийся на такую особенность, как ангармонизм некоторых колебательных мод ВТСП. Генетически он связан с ангармонической моделью сверхпроводимости, развитой в работах Аксенова, Плакиды и др. [289,290] (см. также [291,292]), которые обратили внимание на то, что в ВТСП ряд колебаний (цепочечных и вершинных ионов O^{2-}) сильно ангармоничен, так что они могут быть описаны двухъямным потенциалом. Соответствующая теория, объединяющая последнее с учетом сильных межэлектронных корреляций, позволяет дать трактовку аномалий изотопического эффекта либо зависимости $T_c(n_f)$. Однако трудная проблема согласования наборов параметров, описывающих различные физические закономерности, пока решению не поддается.

Подытоживая этот раздел, могу только заметить, что несмотря на открытое несогласие большинства теоретиков, фононы «своего последнего слова еще не сказали». В частности, отвечающие им пики отчетливо проявляются в функции Элиашберга, извлекаемой из туннельных спектров [285]. Поэтому как ни трудно допустить, что ВТСП обусловлена только ими, но не легче и дока-

зать, что они ни при чем. Последнее становится даже более проблематичным в свете недавно установленного факта, что при малых n_f и (из-за этого) анизотропии косвенного взаимодействия фононный механизм способен обеспечить не только традиционное s-, но и анизотропное s- и даже d-спаривание* [293].

8. Симметрия параметра порядка

В обзоре, посвященном механизмам ВТСП, невозможно обойти вопрос, ставший в ряд наиболее животрепещущих, а именно: какова симметрия параметра порядка $\Phi(\mathbf{k})$ в ВТСП? С общетеоретической точки зрения, эта далеко не новая проблема (см. [294, § 54]) восходит к выяснению критериев спаривания заряженных и нейтральных фермионов в состояниях с конечными значениями орбитального момента, который для синглетных пар может быть только четным. Если при этом быть точным, то значение момента пары не имеет прямого отношения к механизму, вызвавшему притяжение, но если он (момент) известен, то это может несколько сузить сектор поисков самого механизма. Заметим также, что в кристаллах непрерывная группа симметрии нарушена и следует говорить не об орбитальном моменте, а о неприводимых представлениях, по которым классифицируется параметр порядка [295]. Очевидно также, что последнее становится более всего важным, когда размер пары невелик и дискретность среды оказывается существенной.

Почти все это давно известно, но в связи с инициированным ВТСП изучением экзотических сценариев сверхпроводимости стали актуальными такие вопросы, как: не будет ли симметрия параметра порядка в ВТСП ниже симметрии их кристаллической решетки и не приводит ли тем самым СП переход к потере ее некоторых элементов симметрии *либо потере симметрии по отношению к* инверсии времени. Сегодня экспериментальный ответ на последние из этих вопросов (равно как и на вопрос об ω-нечетном спаривании (см. [34])), как говорилось, отрицателен. Что же касается знакопеременной угловой (т.е. пространственной) анизотропии параметра порядка или, что практически то же самое, так как $\Delta(\mathbf{k}) \equiv |\Phi(\mathbf{k})|$, анизотропии щели, то здесь ситуация, если можно так выразиться, напряженная в том смысле, что имеются свидетельства как d-волнового спаривания, так и, как-будто бы, против него. Среди первых (их больше) — степенное по T поведение скорости спин-решеточной релаксации (обратного «продольного» времени) сигнала ЯМР, зондирующего низкочастотные электронные состояния [15,113,296]; линейный по T рост лондоновской глубины проникновения [297]; температурное поведение «поперечного» времени релаксации ЯМР и теплоемкости ниже T_c [298]; форма линии КР света [299]; надежно извлекаемая из фотоэмиссионных спектров с угловым разрешением и уже признанная большинством исследователей анизотропия щели [300]; туннельная спектроскопия (особенно контактов ВТСП — обычный сверхпроводник с изотропным параметром порядка) [301,302] и другие (см. [303–305]). Ко вторым относятся по сути те же эксперименты, выполненные другими группами, и данные которых удается интерпретировать с позиций знакопостоянного s-волнового спаривания [306–310].

Мнения теоретиков тоже неоднозначны: ряд из них (см. [191,199,210–212]) считают вопрос решенным в пользу d-спаривания; другие же, если и не против анизотропии щели в принципе, то из-за многослойности, орторомбичности купратов и т.п. считают ее принадлежащей к s-волне расширенного (extended) типа либо относят наблюдение «d-эффектов» к несовершенству самих экспериментов [27,148,311,312], не всегда, правда, делая отчетливое различие между экспериментами, в которых пространственное поведение $\Phi(\mathbf{k})$ действительно тестируется, и такими, в которых оно ни прямо, ни косвенно себя не проявляет. Так что проблему нельзя считать решенной, и новые результаты публикуются непрерывно. Например, в самое последнее время симметрия спаривания стала предметом численного анализа, выполненного в рамках гибридной модели (см. п. 2.3) группой Елесина методом точной диагонализации энергетической матрицы кластера Cu_4O_8 [313, 314]. Авторами продемонстрировано, что парные корреляционные функции оптимально допированного кластера отвечают расширенным s- и d-симметриям, причем первая оказывается выраженной много сильнее независимо от знака заряда носителей.

Почему тип (s или d) спаривания важен для СП состояния? Дело в том, что во втором случае имеются *линии, на которых* $\Phi(\mathbf{k}) = 0$. *Это означает,* что и при $T \to 0$ в системе с d-конденсатом всегда присутствуют нормальные ферми-возбуждения, поскольку плотность состояний внутри d-щели (если о таковой вообще можно говорить) нигде не обращается в нуль. Последнее — основная причина изменения в таком сверхпроводнике (при $T < T_c$) всех T-зависимостей с экспоненциальных

* Представляется, что этому может способствовать и анизотропия поверхности Ферми (см. п. 4.2).

на степенные, а также существенно иного его поведения в «грязном» пределе. В частности, появляется также конечное, минимальное при $\omega \to 0$ значение поверхностного импеданса, которое ограничивает добротность всех сверхпроводящих контуров, используемых в микроволновой электронике [305]. Но наиболее яркое проявление d-симметрии можно наблюдать в джозефсоновских переходах между d- и s-сверхпроводниками, когда существен пространственный вид именно $\Phi(\mathbf{k})$, а не $\Delta(\mathbf{k})$. Тогда, например, в СКВИДах с таким контактом возникает спонтанно генерируемый сверхпроводящий ток с магнитным потоком через петлю, кратным половине кванта магнитного потока [302].

Симметрию спаривания в простейшем случае квадратной решетки нетрудно проследить, если записать ψ-функцию пары. Тогда одноузельное спаривание описывается функцией $\Psi_{nn} = \psi_{n\uparrow}\psi_{n\downarrow}$, которая может быть лишь s-типа; при этом щель $\Delta_s = |\Phi_s| \equiv |\langle\Psi_{nn}\rangle|$ является однородной, т.е. не зависит от $\mathbf{k}$. Если спариваться могут и частицы, занимающие разные (но ближайшие) узлы (так называемое нелокальное спаривание), то в синглетном состоянии координатная часть волновой функции должна быть только четной относительно инверсии (перестановка частиц). Поэтому «приводимая» функция такой пары для ближайших соседей разбивается на две «неприводимые»: $\Psi(0)(\cos \mathbf{ka} + \cos \mathbf{kb})$ и $\Psi(0)(\cos \mathbf{ka} - \cos \mathbf{kb})$, где $\Psi(\mathbf{K})$ — фурье-образ функции пары с суммарным импульсом $\mathbf{K}$. Отсюда сразу находим, что в сверхпроводящей фазе имеется и два параметра порядка: $\Phi_{ex-s}(\mathbf{k}) = \Phi_{ex-s}(\cos \mathbf{ka} + \cos \mathbf{kb})$; $\Phi_d(\mathbf{k}) = \Phi_d(\cos \mathbf{ka} - \cos \mathbf{kb})$. Других собственных волновых функций (и соответственно параметров порядка) выбранные пары с полным спином $S = 0$ в тетрагональной решетке не имеют, хотя очевидно, что влючение следующих соседей расширило бы гильбертово пространство функций, по которым разлагается функция Ψ_{nm}, тем самым тривиально увеличивая рассматриваемое число неприводимых компонент $\Phi(\mathbf{k})$.

Изучение самосогласованных уравнений в дискретной модели с незапаздывающими локальным и нелокальным (для ближайших соседей) взаимодействиями (одно из которых может иметь даже характер отталкивания) показывает [315], что полный сверхпроводящий параметр порядка в системе соответствует линейной комбинации $\Phi(\mathbf{k}) = \Phi_s + \Phi_{ex-s}(\cos \mathbf{ka} + \cos \mathbf{kb}) + \Phi_d(\cos \mathbf{ka} - \cos \mathbf{kb})$ и при перестроенном ($\Phi(\mathbf{k}) \neq 0$) вакууме не распадается на отдельные независимые составляющие ни при каком выборе величин и знаков параметров затравочных взаимодействий. (В общем случае сделанный вывод касается всех «неприводимых» волн, входящих в $\Phi(\mathbf{k})$). Более того, амплитуды Φ_s, Φ_{ex-s} и Φ_d каждой из парциальных волн по-разному зависят от концентрации фермионов n_f, причем, в согласии с ранее приведенными результатами [249], для механизма ГЛВ (п. 6.1) малым n_f отвечает бóльшая относительная величина s-волновых вкладов в $\Delta(\mathbf{k})$, а бóльшим — d-волнового. Анализ же фазовых соотношений между этими тремя составляющими приводит к следующему выводу [315,316]: минимальной энергией СП конденсат обладает в случае общей комплексной структуры параметра порядка $\Phi_s + \Phi_{ex-s}(\mathbf{k}) + i\Phi_d(\mathbf{k})$, или щели вида

$$\Delta(\mathbf{k}) = \left[|\Phi_s + \Phi_{ex-s}(\mathbf{k})|^2 + |\Phi_d(\mathbf{k})|^2\right]^{1/2}.$$

Видно, что в зависимости от величин и знаков амплитуд полная щель может обращаться в нуль или быть в каких-то областях обратного пространства достаточно малой лишь в том случае, если одна из компонент практически отсутствует; это, однако, не исключает возможности наличия точек нулей*. Заметим, что некоторые эксперименты (например, [317]) действительно допускают непротиворечивую трактовку при наличии в ВТСП параметра порядка симметрии $s + id$ с доминирующим вкладом d-волны (в какой-то мере аналогичный относительно полной симметрии $\Phi(\mathbf{k})$ вывод содержится и в только что упоминавшихся работах [313,314], где, однако, повторю, численно получено обратное соотношение между парциальными амплитудами различных волн: $\Phi_d \ll \Phi_{ex-s}$ при $\Phi_s \equiv 0$).

В целом же, несмотря на то, что описанное поведение соответствует фактически предельно упрощенным моделям, оно тем не менее показательно и может несколько смягчить противоречия между крайними точками зрения, сводя ответ о параметре порядка в ВТСП к «компромиссному», где обе стороны в той или иной степени правы, поскольку реальная симметрия параметра порядка оказывается смешанной, или, что в данном случае почти одно и то же, существенно многокомпонентной.

* Отдельным вопросом для изучения может стать актуальная в немонослойных ВТСП структурах зависимость величины щели от продольной компоненты k_z волнового вектора.

Если подобная версия отвечает действительности, то каждый из медных оксидов дает пример модельной системы, в которой s-часть существенно анизотропной щели обусловлена, например, фононным притяжением, d-часть — спиновыми (и/или другими) флуктуациями, дающими спаривание в «своем» канале, и т.д. При этом рассмотрение конкретного ВТСП соединения может, конечно, потребовать учета деталей его структуры (наличия цепочек, числа купратных слоев в ячейке, строения и состава спейсоров, типа и концентрации дефектов), но глобально, возможно, ситуация такова, что общая щель формируется как следствие разных некогерентных (в смысле неинтерферирующих) взаимодействий*. Хотя следует признать, выполнение расчетов в рамках столь сложной «магнитоэлектрической комбинации» не может быть простой задачей. Тем более, если в ВТСП, как уже отмечалось, не выполняются предположения теоремы Мигдала, а низкая размерность вызывает необходимость учета сверхпроводящих (т.е. бозевских) флуктуаций, редуцирующих спектральный вес фермионов даже в нормальной фазе. Вместе с тем все эти обстоятельства обогащают задачу, делая ее более интересной и глубокой, вселяя надежду на нетривиальные результаты. Назовем также совершенно новый круг физических (но важных и практически) задач, связанных с влиянием различного рода (магнитных и немагнитных) дефектов на сверхпроводимость с нетрадиционным параметром порядка (при этом d- и следующие за ней волны могут полностью подавляться уже небольшим их количеством), а также исследованием структуры и образованием анизотропных абрикосовских вихрей и многого другого.

9. Заключение

Уже сравнительно поверхностное обсуждение проблемы механизма ВТСП показывает, что в числе даже основных моделей, претендующих на объяснение явления, недостатка не ощущается. Тем не менее хотелось попытаться выявить черты, присущие большинству из них: наличие двух — слабо и сильно коррелированных — групп носителей заряда, необходимость использования приближения сильной связи, весьма малое значение ε_F, учет непременного существования в ВТСП различных квазичастиц, способных выступать агентами косвенного взаимодействия между носителями, движущимися во флуктуирующей среде пониженной размерности и т.п. Конечно, упомянуты далеко не все модели, а лишь те, которые подразумевают существование ВТСП в идеальных (монокристаллических) структурах. Поэтому отметим, что развивались подходы, целиком опиравшиеся на дефектность или гранулированность (кстати, весьма выраженных) структур медных оксидов. Такие представления были опровергнуты экспериментами — они же (экспериментальные исследования) прольют свет и на то, какие из моделей, рассмотренных выше, выдержат проверку и выживут. К сожалению, за рамками изложения осталась такая важная проблема, как исключительная чувствительность практически всех характеристик ВТСП соединений к стехиометрии по кислороду, превращающему АФМ диэлектрики в плохие металлы и капризные (из-за той же нестехиометрии) сверхпроводники. По существу, о них еще многое надо узнать.

Благодаря ВТСП по-новому стали смотреться и некоторые вопросы теории твердого тела. В частности, остается обостренной проблема описания многоэлектронных систем при наличии в них локализованной мотт-хаббардовской подсистемы, поскольку пока не удалось предложить подход, равнозначный по общности и эффективности теории ферми-жидкости Ландау. С другой стороны, требуется и более глубокое исследование влияния принимаемых (зачастую вынужденных, но, как правило, не строго обоснованных) модельных упрощений на тот или иной результат, без чего трудно говорить об углублении понимания.

Вне всякого сомнения, ВТСП стала вызовом физикам-теоретикам. Он сохраняет силу уже десятилетие. За это время в расхожие превратились слова «механизм ВТСП не установлен», с которых начинается практически каждая статья по физике ВТСП. Они прямо свидетельствуют, что часто цитируемое утверждение, вынесенное в эпиграф и относящееся к 1991 г., свой смысл пока не утратило. Изменение такого положения стало бы не только определенным научным достижением, но и способствовало бы скорейшему прогнозируемому использованию этого замечательного открытия наших дней.

Рано или поздно, но это случится, ибо прогресс неизбежен; на его пути, однако, нас может подстерегать одна «неприятность»: не достигнет ли T_c в скором будущем столь ВЫСОКИХ значений, что вопросы, подобные поднятым выше, перестанут быть предметом физики НИЗКИХ температур.

* Но необходимо привести и иную, представляющуюся менее вероятной, «компромиссную» трактовку [316]: каналы притяжения «не знают» друг о друге вообще, так что в системе формируются в определенном смысле независимые пары разных сортов, конденсирующиеся при одной и той же T_c и проявляющие себя там, где они могут и должны это делать; при этом им соответствует столько же конденсатов, каждый со своей щелью, что в итоге фиксируется как анизотропия щели.

1. J. G. Bednorz and K. A. Müller, *Z. Phys.* **B64**, 189 (1986).
2. M. K. Wu, J. R. Ashburn, C. J. Torn, et al., *Phys. Rev. Lett.* **58**, 908 (1987).
3. S. S. Parkin, V. Y. Lee, I. Nazzal, et al., *Phys. Rev.* **B38**, 6531 (1988).
4. C. C. Torardi, M. Subramanian, J. C. Calabrese, et al., *Science* **240**, 631 (1988).
5. S. N. Putilin, E. V. Antipov, O. Chmaissen, and M. Marezio, *Nature* 362, 226 (1993).
6. A. Shilling, M. Cantoni, J. D. Guo, and H. R. Ott, *Nature* **363**, 56 (1993).
7. Л. Н. Булаевский, В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков и др., *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, Наука, Москва (1977).
8. В. М. Локтев, *ФНТ* **18**, 217 (1991).
9. J. D. Axe, S. C. Moss, and D. A. Neumann, *Solid State Physics* **48**, 150 (1994).
10. L. F. Mattheiss, E. M. Gyorgy, and D. W. Johnson, *Phys. Rev.* **B37**, 3745 (1988).
11. А. М. Габович, Д. П. Моисеев, *УФН* **150**, 599 (1986).
12. R. J. Cava, H. W. Zandbergen, B. Batlogg, et al., *Nature* 372, 245 (1994).
13. Л. П. Горьков, Н. Б. Копнин, *УФН* **156**, 117 (1988).
14. Ю. А. Изюмов, Н. М. Плакида, Ю. Н. Скрябин, *УФН* **159**, 621 (1989).
15. *Physical Properties of High-Temperature Superconductors*, D. M. Ginsberg (ed.) Singapore: World Sci., I (1989); II (1990); III (1992); IV (1994).
16. L. P. Gorkov, *Physica* **C162–164**, 12 (1989).
17. J. Friedel, *J. Phys.* **C1**, 7757 (1989).
18. C. M. Varma, *Int. J. Mod. Phys.* **B3**, 2083 (1989).
19. Ю. В. Копаев, *УФН* **159**, 567 (1989).
20. V. J. Emery, *IBM J. Develop.* 33, 246 (1989); *J. Appl. Phys.* **67**, 4660 (1990); Physica B169, 17 (1991).
21. W. E. Pickett, *Rev. Mod. Phys.* **61**, 433 (1989).
22. R. Micnas, J. Ranninger, and S. Robaczkievics, *Rev. Mod. Phys.* 62, 113 (1990).
23. K. Schwarz, *Microchim. Acta* (Wienn). II, 149 (1990).
24. N. Mott, *Physica* A39, 551 (1990); *Adv. Phys.* 168, 221 (1990); *J. Phys.* C5, 3487 (1993).
25. J. Schrieffer, *Int. J. Mod. Phys.* **B4**, 1611 (1990).
26. D. Pines, In: *High-T_c Superconductivity*, K. S. Bedell et al. (eds.) Addison-Wesley Reading, MA, (1990) p. 392.
27. Э. А. Пашицкий, *СФХТ* 3, 2669 (1990); *ЖЭТФ* 103, 867 (1993); *ФНТ* 21, 995 (1995); 21, 1091 (1995).
28. В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вокалюк, *УФН* **161**, 155 (1991).
29. А. С. Александров, А. Б. Кребс, *УФН* **162**, 1 (1992).
30. В. Л. Гинзбург, Е. Г. Максимов, *СФХТ* 5, 1543 (1992).
31. E. Dagotto, *Rev. Mod. Phys.* 66, 763 (1994).
32. M. Kristofel, P. Konsin, and T. Ord, *Revista del Nuovo Cimento* 17, 1 (1994).
33. A. P. Kampf, *Phys. Rep.* 249, 219 (1994).
34. D. L. Cox and M. B. Mapple, *Phys. Today* No 2, 32 (1995).
35. W. Brenig, *Phys. Rep.* **251**, 153 (1995).
36. P. L. Gammel, D. J. Bishop, G. J. Dolan, et al., *Phys. Rev. Lett.* 59, 2592 (1987).
37. Y. J. Uemura, *Physica* B169, 99 (1991).
38. P. W. Anderson, *Int. J. Mod. Phys.* **B4**, 1811 (1990).
39. D. S. Rokhsar, *Phys. Rev. Lett.* 70, 493 (1993).
40. R. B. Laughlin, *Science* 242, 525 (1988); *Summer School on Modern Perspectives in Many-Body Physics*, Canberra, January 1993, Singapore: World Sci. (1993).
41. A. S. Davydov, *Phys. Rep.* 190, 191 (1991).
42. Y. Tokura, H. Takagi, and S. Uchida, *Nature* 337, 345 (1989).
43. M. G. Smith, A. Manthiram, J. Zhou, et al., *Nature* **351**, 549 (1991).
44. J. D. Jorgensen, *Phys. Today* No 6, 34 (1991).
45. A. W. Sleight, *Phys. Today* No 6, 24 (1991).
46. Е. В. Антипов, С. Н. Путилин, *Природа* № 10, 3 (1994).
47. G. Xiao, M. Z. Cieplak, A. Gavrin, et al., *Phys. Rev. Lett.* 60, 1446 (1988).
48. G. Hilscher, N. Pillmazr, R. Eibler, et al., *Z. Phys.* **B72**, 461 (1988).
49. Y. Xu, M. Suenaga, J. Tafto, et al , *Phys. Rev.* **B39**, 6667 (1989).
50. A. M. Finkel'stein, V. E. Kataev, E. F. Kukovitskii, et al., *Physica* C168, 370 (1990).
51. D. A. Bonn, S. Kamal, K. Zhang, et al., *Phys. Rev.* **B50**, 4051 (1994).
52. В. Л. Гинзбург, *СФХТ* **5**, 1 (1992).
53. S. Massidda, J. Yu, A. J. Freeman, et al., *Phys. Lett.* **A122**, 198 (1987); *Physica* C152, 251 (1988).
54. J. Yu, S. Massidda, A. J. Freeman, et. al., *Phys. Lett.* **A122**, 203 (1987); *Physica* C152, 273 (1988).
55. Ч. Б. Лущик, М. Л. Куусманн, А. И. Кузнецов и др. *Изв. АН СССР*, сер. физ. **52**, 685 (1988).
56. P. W. Anderson, *Science* **235**, 1196 (1987).
57. L. F. Matheiss, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1028 (1987).
58. J. Mizuki and Y. Kubo, *Physica* **C156**, 781 (1988).
59. R. J. Birgeneau and G. Shirane, in: *Physical Properties of High-Temperature Superconductors*, I, 151 (1989).
60. R. M. Hazen, in: *Physical Properties of High-Temperature Superconductors*, II, 121 (1990).
61. F. Mila, *Phys. Rev.* B38, 11358 (1988); **42**, 2677 (1990).
62. A. McMahan, J. F. Annett, and R. M. Martin, *Phys. Rev.* **B42**, 6268 (1990).
63. E. B. Stechel and D. R. Jennison, *Phys. Rev.* **B38**, 4632, 8873 (1988); 40, 6919 (1989).
64. M. Schlüter, *Int. J. Mod. Phys.* B2, 167 (1988).
65. V. V. Flambaum and O. P. Sushkov, *Physica* **C159**, 586 (1989); C159, 595 (1989).
66. M. S. Hybertsen, M. Schlüter, and N. E. Christensen, *Phys. Rev.* B39, 9028 (1989).
67. J. F. Annett and R. M. Martin, *Phys. Rev.* **B42**, 3929 (1990).
68. С. Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **103**, 1404 (1993).
69. B. H. Brandow, *Preprint* LA-UR-93-626, Los Alamos Nat. Lab. (1993).
70. Н. Ф. Мотт, *Переходы металл—изолятор*, Наука, Москва (1979).
71. Ю. А. Изюмов, *УФН* **161**, 1 (1991); **165**, 403 (1995).
72. J. Zaanen, J. W. Allen, and G. A. Sawatzky, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 418 (1985).
73. V. J. Emery, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2794 (1987).
74. Yu. B. Gaididei and V. M. Loktev, *Preprint*-ITP-87-127P, Kiev (1987); *Phys. Status Solidi* **B147**, 307 (1988).
75. J. E. Hirsch, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 228 (1987).
76. L. P. Gorkov and A. V. Sokol, *J. Phys. (France)* **50**, 2823 (1989).
77. А. С. Боровик-Романов, А. И. Буздин, Н М. Крейнес, С. С. Кротов, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 600 (1988).
78. V. G. Bar'yakhtar, V. M. Loktev, and D. A. Yablonskii, *Physica* C156, 667 (1988).
79. В. Г. Барьяхтар, В. М. Локтев, Д. А. Яблонский, *СФХТ* **2**, № 1, 16, 31 (1989); 2, № 8, 56 (1989).
80. М. А. Иванов, В. М. Локтев, Ю. Г. Погорелов, *ЖЭТФ* **101**, 596 (1992); *Письма в ЖЭТФ* **55**, 29 (1992).
81. G. Shirane, R. J. Birgeneau, Y. Endoh, and M. A. Kastner, *Physica* B197, 158 (1994).
82. В. М. Локтев, *СФХТ* 4, 2293 (1991).
83. J. Lorenzana and G. W. Sawatzky, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1867 (1995).
84. M. D. Kuzmin, A. I. Popov, and A. K. Zvezdin, *Phys. Lett.* A139, 419 (1989).
85. T. M. Rice, *Z. Phys.* B67, 141 (1987).
86. A. Biankoni, J. Budnik, A. M. Flank, et al., *Phys. Lett.* **A127**, 285 (1988).
87. Y. Guo, J.-M. Langlois, and A. Goddard, III *Science* **239**, 896 (1988).
88. N. Nüker, J. Fink, J. C. Fuggle, et al., *Phys. Rev.* **B37**, 5158 (1988).
89. H. Romberg, M. Alexander, N. Nüker, et al., *Phys. Rev.* **B42**, 8768 (1990).

90. A. J. Arko, R. J. List, R. J. Bartlett, et al., *Phys. Rev.* **B40**, 2268 (1989).
91. М. А. Иванов, В. М. Локтев, Ю. Г. Погорелов, Ю. В. Скрипник, *ФНТ* **17**, 716 (1991).
92. С. Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **102**, 534 (1992).
93. G. Rietveld, M. Glastra, and D. van der Marel, *Physica* **C241**, 257 (1995).
94. J. R. Schrieffer and P. A. Wolf, *Phys. Rev.* **149**, 491 (1966).
95. В. М. Локтев, *СФХТ* **2**, № 2, 81 (1989); *Металлофизика* **12**, 11 (1990); *Phys. Status Solidi* **B161**,731 (1990).
96. В. Г. Барьяхтар, В. М. Локтев, *СФХТ* **3**, 1410 (1990); *УФЖ* **36**, 850 (1990).
97. M. S. Hybertsen, E. B. Stechel, M. Schlüter, and D. R. Jennison, *Phys. Rev.* **B41**, 11068 (1990).
98. V. J. Emery and G. Reiter, *Phys. Rev.* **B38**, 4547, 11938 (1988); **41**, 7247 (1990).
99. F. C. Zhang and T. M. Rice, *Phys. Rev.* **B37**, 3759 (1988).
100. Г. В. Уймин, Л. А. Максимов, А. Ф. Барабанов, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 281 (1988).
101. S. G. Ovchinnikov and I. S. Sandalov, *Physica* **C161**, 607 (1989).
102. С. Г. Овчинников, О. Г. Петраковский, *СФХТ* **3**, 2492 (1990).
103. V. I. Belinicher and A. L. Chernyshov, *Physica* **C213**,298 (1993); *Phys. Rev.* **B47**, 390 (1993); **49**, 9746 (1994).
104. I. P. Dzyub and Yu. E. Zerov, *Phys. Lett.* **A176**, 270 (1993).
105. Ю. Э. Зеров, В. М. Локтев, *ФНТ* **19**, 1106 (1993).
106. L. Yu, Zh.- B. Su, and Y.-M. Li, *Chainese J. Phys.* **31**, 579 (1993).
107. C. L. Kane, P. A. Lee, and N. Read, *Phys. Rev.* **B39**, 6880 (1989).
108. N. M. Plakida, R. Hayn, and J.-L. Richard, *Phys. Rev.* **B51**, 16778 (1995).
109. E. Dagotto, A. Nazarenko, and M. Bonisegni, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 728 (1994).
110. D. S. Dessau, Z. X. Shen, D. M. King, et. al., *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2781 (1993); Z. X. Shen and D. S. Dessau, *Phys. Rep.* **253**, 1 (1993).
111. N. Nüker, H. Romberg, X. X. Xi, et al., *Phys. Rev.* **B39**, 6619 (1989).
112. F. J. Adrian, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2148 (1989).
113. M. Mehring, *Appl. Magn. Res.* **3**, 383 (1992).
114. К.Л. Дудко, Н. В. Гапон, В. Н. Савицкий, В. В. Соловьев, *ФНТ* **21**, 270 (1995).
115. Э. Л. Нагаев, *УФН* **165**, 529 (1995).
116. В. М. Локтев, *ФНТ* **19**, 375 (1993).
117. E. Arrigoni and G. C. Strinati, *Phys. Rev.* **B44**, 7455 (1991).
118. B. I. Shraiman and E. D. Siggia, *Phys. Rev.* **B46**, 8305 (1992).
119. F. F. Assaad, *Phys. Rev.* **B47**, 7910 (1993).
120. А. З. Паташинский, В. Л. Покровский, *Флуктуационная теория фазовых переходов*, Наука, Москва (1982).
121. Ю. А. Изюмов, Ю. Н Скрябин, *Статистическая механика магнитоупорядоченных систем*, Наука, Москва (1987).
122. Т. Н. Анцыгина, В. А. Слюсарев, *ФНТ* **21**, 127 (1995).
123. G. Shirane, Y. Endoh, R. J. Birgeneau, et. al., *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1613 (1987).
124. P. Tavan, *Z. Phys.* **B72**, 277 (1989).
125. T. E. Mason, G. Aeppli, and H. A. Mook, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1414 (1992).
126. B. Keimer, N. Belk, R. J. Birgeneau, et al., *Phys. Rev.* **B46**, 14034 (1992).
127. M. Matsuda, R. J. Birgeneau, Y. Endoh, et al., *J. Phys. Soc. Jpn.* **62**, 1702 (1993).
128. B. J. Sternlieb, G. Shirane, J. M. Tranquada, et al., *Phys. Rev.* **B67**, 5320 (1993).
129. R. J. Birgeneau, M. A. Kastner, and A. Aharony, *Z. Phys.* **B71**, 57 (1988).
130. L. I. Glazman and A. S. Ioselevich, *Z. Phys.* **B80**, 133 (1990).
131. V. J. Emery and S. A. Kivelson, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3253 (1995).
132. K. B. Lyons, P. A. Fleury, L. F. Schneemeyer, and J. Waszczak, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 732 (1988).
133. А. А. Максимов, И. И. Тартаковский, В. Б. Тимофеев, Л. А. Фальковский, ЖЭТФ **97**, 1047 (1990).
134. V. M. Loktev and H. M. Tatarenko, *Phys. Status Solidi* **B166**, 191 (1991).
135. V. J. Emery and S. A. Kivelson, *Physica* **C235–240**, 189 (1994).
136. J. M. Tranquada, B. J. Sternlieb, J. D. Axe et al., *Nature* **375**, 561 (1995).
137. A. P. Litvichuck, C. Thompsen, and M. Cardona, in: *Physical Properties of High-Temperature Superconductors*, IV (1994).
138. L. Pintschovius and W. Reichardt, in: *Physical Properties of High-Temperature Superconductors*, IV (1994).
139. Н. М. Плакида, *Высокотемпературные сверхпроводники*, Дубна: ОИЯИ (1990).
140. M. A. Ivanov, V. M. Loktev, and Yu. G. Pogorelov, *Phys. Rep.* **153**, 209 (1987).
141. R. J. Gooding, N. M. Salem, and A. Mailhot, *Phys. Rep.* **B49**, 6067 (1994).
142. P. W. Anderson and R. J. Schrieffer, *Phys. Today* No 6, 44 (1991).
143. B. Batlogg, *Phys. Today* No 6, 55 (1991).
144. C. G. Olson, R. Liu, D. W. Lynch, et al., *Phys. Rev.* **B42**, 381 (1990).
145. G. Mante, R. Claessen, T. Busleps, et al., *Z. Phys.* **B80**, 181 (1990).
146. Ч. Киттель, *Квантовая теория твердых тел*, Наука, Москва (1967).
147. Дж. Шриффер, *Теория сверхпроводимости*, Наука, Москва (1970).
148. V. Z. Kresin and S. A. Wolf, *Phys. Rev.* **B41**, 4278 (1990); **46**, 6438 (1992).
149. P. B. Allen, *Comments Cond. Mat. Phys.* **15**, 327 (1992).
150. J. Schümann, W. Ose, J. Keller, et al., *Europhys. Lett.* **8**, 679 (1989).
151. J. Orenstein, G. A. Thomas, A. J. Millis, et al., *Phys. Rev.* **B42**, 6342 (1990).
152. K. Kamaras, S. L. Herr, C. D. Porter, et al., *Phys. Rev. Lett.* **64**, 84 (1990).
153. M. Randeria, J. Duan, and L. Shieh, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 981 (1989); *Phys. Rev.* **B41**, 327 (1990).
154. L. Bekhir and M. Randeria, *Phys. Rev.* **B45**, 5087 (1992).
155. Э. В. Горбар, В. П. Гусынин, В. М. Локтев, *СФХТ* **6**, 483 (1993); *ФНТ* **19**, 1171 (1993).
156. В. П. Гусынин, В. М. Локтев, И. А. Шовковый, *ЖЭТФ* 107, 2006 (1995).
157. N. Triverdi and M. Randeria, *J. Supercond.* **8**, No 1 (1995).
158. В. П. Гусынин, В. М. Локтев, И. А. Шовковый, *Препринт* -ИТФ-95 Киев (1995) 23Е.
159. W. W. Warren, R. E. Walstedt, G. F. Brennert, et al., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1193 (1993).
160. H. Zimmerman, M. Mali, I. Mangelschots, et al., *J. Less-Common Met.* **164/5**, 138 (1990).
161. J. P. Lu, Q. Si, J. H. Kim, and K. Levin, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2466 (1990).
162. L. B. Ioffe, A. I. Larkin, A. Millis, and B. L. Altshuler, *Pis'ma Zh. Eksp. Theor. Fiz.* **59**, 65 (1994).
163. V. J. Emery, *Nature* **333**, 14 (1987).
164. T. Schneider and H. Keller, *Int. J. Mod. Phys.* **B8**, 487 (1993).
165. T. Schneider and M. H. Pedersen, *J. Supercond.* **7**, 593 (1994).
166. A. Kallio, V. Apaja, X. Xiong, and S. Pöykko, *Physica* **C129**, 340 (1994).
167. Y. J. Uemura, L. P. Lee, C. M. Luke, et al., *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2665 (1991).
168. K. Miyake, *Progr. Theor. Phys.* **69**, 1784 (1983).
169. Э. В. Горбар, В. М. Локтев, С. Г. Шарапов, *СФХТ* **7**, 1352 (1994); *ФНТ* **21**, 421 (1995).
170. В. М. Локтев, С. Г. Шарапов, *Препринт* ИТФ-95-18Р, Киев (1995).

171. M. Rasolt and Z. Tesanovic, *Rev. Mod. Phys.* **64**, 709 (1990).
172. D. R. Nelson, *Nature* **375**, 356 (1995).
173. G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, et al., *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
174. В. Й. Белиничер, *ЖЭТФ* **96**, 931 (1990).
175. P. W. Anderson and J. R. Schrieffer, *Phys. Today*, No 6, *55* (1991).
176. J. Zaanen and A. M. Oles, *Phys. Rev.* **B37**, 9423 (1988).
177. P. Prelovsek. *Phys. Lett.* **A126**, 287 (1988).
178. A. Muramatsu, R. Zeyher, and D. Schmeltzer, *Europhys. Lett.* **7**, 473 (1988).
179. N. Nagaosa and P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2450 (1990).
180. А. А. Звягин, *ФНТ* **18**, 1029 (1992).
181. Yu. A. Izyumov, B. M. Letfulov, E. V. Shipitsyn, et al., *Phys. Rev.* **B46**, 15697 (1992).
182. P. Fulde and P. Unger, *Phys. Rev.* **B47**, 8947 (1993).
183. P. Fulde and P. Horsch, *Europhys. News.* **24**, 73 (1993).
184. T. Matsunami and M. Kimura, *Progr. Theor. Phys.* **91**, 453 (1994).
185. V. A. Moskalenko, S. P. Cojocaru, and M. I. Vladimir, *Preprint* ICTP, IC/94/182, Triest (1994).
186. H. Eskes and A. M. Oles, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1279 (1994).
187. Р. О. Зайцев, В. А. Иванов, *ФТТ* **29**, 3111 (1987); *Письма в ЖЭТФ* **46**, Приложение, 140 (1987).
188. J. E. Hirsch and F. Marsiglio, *Phys. Rev.* **B39**, 11515 (1989); **43**, 424 (1991).
189. N. M. Plakida, V. Yu. Yushankhai, and I. V. Stasyuk, *Physica* **C160**, 80 (1989).
190. Е. В. Кузьмин, Г. А. Петраковский, Э. А. Завадский, *Физика магнитоупорядоченных веществ*, Наука, Новосибирск (1976).
191. P. Monthoux and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1874 (1994).
192. C. Gros, R. Joynt, and T. M. Rice, *Phys. Rev.* **B36**, 381 (1987).
193. K. V. Szczepanski, P. Horsch, W. Stephan, and M. Ziegler, *Phys. Rev.* **B41**, 2017 (1990).
194. T. Imai, C. P. Slichter, K. Yoshimura, and K. Kosuge, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1002 (1993).
195. J. E. Hirsch, S. Tang, E. Loh, Jr, and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1668 (1988).
196. F. Nori, E. Gagliano, and S. Bacci, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 240 (1992).
197. D. Poilblanc, J. Riera, and E. Dagotto, *Phys. Rev.* **B49**, 12318 (1994).
198. S. Trugman, *Phys. Rev.* **B37**, 1597 (1988); **42**, 6612 (1990).
199. E. Dagotto, J. Riera, Y. C. Chen, et al., *Phys. Rev.* **B49**, 3548 (1994).
200. S. Kivelson, D. Rokshar, and J. Sethna, *Phys. Rev.* **B35**, 8865 (1987).
201. I. Dzyaloshinskii, A. Polyakov, and P. Wiegmann, *Phys. Lett.* **A127**, 112 (1988).
202. P. Wiegmann, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 821 (1988).
203. L. B. Ioffe and A. I. Larkin, *Phys. Rev.* **B39**, 8988 (1989).
204. А. П. Протогенов, *УФН* **162**, № 7, 1 (1992).
205. J. R. Schrieffer, X. G. Wen, and S. C. Zhang, *Phys. Rev.* **B39**, 11663 (1989).
206. A. A. Gorbatsevich, V. P. Elesin, and Yu. V. Kopaev, *Phys. Lett.* **A125**, 149 (1987).
207. A. Millis, H. Monien, and D. Pines, *Phys. Rev.* **B42**, 167 (1990).
208. H. Monien, P. Monthoux, and D. Pines, *Phys. Rev.* **B43**, 275 (1991).
209. P. Monthoux, A. Balatsky, and D. Pines, *Phys. Rev.* **B46**, 14803 (1992).
210. P. Monthoux and D. Pines, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 961 (1992); *Phys. Rev.* **B47**, 6069 (1993); **49**, 426 (1994).
211. D. Thelen and D. Pines, *Phys. Rev.* **B49**, 3528 (1994).
212. A. Sokol and D. Pines, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2813 (1994).
213. Б. В. Карпенко, *ФММ* **9**, 794 (1960); **10**, 301 (1960).
214. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, *ЖЭТФ* **43**, 2208 (1962).
215. И. А. Привороцкий, *ЖЭТФ* **43**, 2255 (1962).
216. N. F. Berk and R. J. Schrieffer, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1108 (1966).
217. С. В. Вонсовский, Ю. А. Изюмов, *УФН* **78**, 3 (1962).
218. T. Moriya, Y. Takahashi, and K. Ueda, *J. Phys. Soc. Jpn.* **59**, 2905 (1990); *Physica* **C185–189**, 114 (1991).
219. Ю. А. Изюмов, В. М. Лаптев, *ФММ* **1**, *5* (1991).
220. K. Miyake, S. Schmitt-Rink, and C. M. Varma, *Phys. Rev.* **B34**, 6554 (1986).
221. D. J. Scalapino, E. Loh, Jr, and J. E. Hirsch, *Phys. Rev.* **B34**, 8190 (1986).
222. Q. Si, Y. Zha, K. Levin, and J. P. Lu, *Phys. Rev.* **B47**, 9055 (1993).
223. D. Pines, *Physica* **B163**, 78 (1990).
224. I. Felner and I. Nowik, *Supercond. Sci. Technol.* **8**, 121 (1995).
225. P. W. Anderson, *Phys. Today* No 2, 11 (1994).
226. F. Liu, *Chinese Phys. Lett.* **6**, 473 (1989).
227. В. С. Бабиченко, Ю. М. Каган, *Письма в ЖЭТФ* **56**, 305 (1992).
228. E. Dagotto, A. Nazarenko, and A. Moreo, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 310 (1995).
229. P. W. Anderson, *Mat. Res. Bull.* **8**, 153 (1973).
230. И. Я. Померанчук, *ЖЭТФ* **11**, 226 (1941).
231. I. Affleck, Z. Zou, T. Hsu, et al., *Phys. Rev.* **B38**, 745 (1988).
232. X. G. Wen and A. Zee, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1025 (1988).
233. E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter*, Addison-Wesley Pub. Comp. (1991).
234. J. P. Rodriquez, *Phys. Rev.* **B44**, 9582 (1991).
235. V. Kalmeyer and R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2095 (1987).
236. А. А. Мильнер, Н. Ф. Харченко, О. В. Милославская, А. Т. Пугачев, А. Н. Стеценко, А. Н. Чиркин, *ФНТ* **18**, 1293 (1992).
237. S. Spielman, I. S. Dodge, L. W. Lomdardo, et al., *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3472 (1992).
238. И. И. Украинский, *ФНТ* **13**, 883 (1987).
239. P. W. Anderson and Z. Zou, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 132 (1988).
240. T. M. Rice, J. Gopalan, and M. Sigrist, *Europhys. Lett.* **23**, 445 (1993).
241. S. R. White, R. M. Noak, and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 886 (1994).
242. В. М. Локтев, В. А. Стефанович, *ФНТ* **21**, 792 (1995).
243. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
244. R. J. Radtke, K. Levin, H.-B. Schüttler, and M. R. Norman, *Phys. Rev.* **B48**, 15957 (1993).
245. H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **63**, 1861 (1994).
246. W. Weber, *Z. Phys.* **B70**, 323 (1988).
247. W. Weber, A. L. Shelankov, and X. Zotos, *Physica* **C153–155**, 822 (1988).
248. A. L. Shelankov, X. Zotos, and W. Weber, *Physica* **C153–155**, 1023 (1988).
249. M. Jarrell, H. R. Krishnamurthy, and D. L. Cox, *Phys. Rev.* **B38**, 4584 (1988).
250. D. L. Cox, M. Jarrell, C. Jayaprakash, et al., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2188 (1988).
251. A. M. Oles and J. Zaanen, *Acta Phys. Polonica* **24**, 825 (1993).
252. В. М. Локтев, *УФЖ* **34**, 1207 (1989).
253. A. Biankoni, P. Castrucci, A. Fabrizi, et al., *Physica* **C162–164**, 209 (1989).
254. H. Romberg, N. Nuker, M. Alexander, et al., *Phys. Rev.* **B41**, 2609 (1990).
255. L. F. Feiner, M. Grili, and C. Di Casro, *Phys. Rev.* **B45**, 10647 (1992).
256. J. B. Grant and A. K. McMahan, *Phys. Rev.* **B46**, 3440 (1992).
257. В. М. Локтев, *ЖЭТФ* 93, 231 (1987); *СФХТ* 6, 1972 (1993); *ФНТ* 20, 173 (1994).
258. Z. Schlesinger, R. T. Collins, F. Holtzberg, et al., *Nature* **343**, 242 (1990).

259. C. M. Varma, S. Schmitt-Rink, and E. Abrahams, *Solid State Commun.* **62**, 681 (1987).
260. J. E. Hirsch, *Physica* **B199–200**, 366 (1994).
261. M. D. Nunez Regueiro, and A. A. Aligia, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1889 (1988).
262. W. H. Stephan, W. van der Linden, and P. Horsch, *Phys. Rev.* **B39**, 2934 (1989).
263. Г. М. Элиашберг, *Письма в ЖЭТФ* **46**, Приложение, 94 (1988).
264. А. К. Звездин, Д. И. Хомский, *Письма в ЖЭТФ* **46**, Приложение, 102 (1988).
265. A. R. Bishop, R. L. Martin, K. A. Müller, and Z. Tesanovic, *Z. Phys.* **B76**, 17 (1989).
266. J. B. Goodenough, *Supercond. Sci. Technol.* **3**, 26 (1990).
267. Б. А. Волков, В. В. Тугушев, В сб.: *Сверхпроводимость*, В. И. Ожогин (ред.), ИАЭ, Москва (1988), с. 96.
268. D. M. Newns, P. Pattnaik, M. Rasolt, and D. A. Papaconstanpoulos, *Phys. Rev.* **B38**, 7033 (1988).
269. J. Spalek and P. Gopolan, *Physica* **C163**, 151 (1990).
270. K. Ashkenazi, *J. Supercond.* **6**, 719 (1994); **8**, No 1 (1995).
271. L. J. DeJongh, *Physica* **C152**, 17 (1988).
272. D. Emin, *Phys. Rev.* **B48**, 13691 (1993).
273. R. Friedberg and T. D. Lee, *Phys. Lett.* **A138**, 423 (1989); *Phys. Rev.* **B40**, 6745 (1989).
274. R. Friedberg, T. D. Lee, and H. C. Ren, *Phys. Lett.* **A152**, 417, 423 (1991).
275. А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, А. А. Яценко, *УФЖ* **39**, 1852 (1993).
276. N. M. Plakida, P. Horsch, A. Liechtenstein, and V. S. Oudovenko, *Preprint JINR E-17-95-287*, Dubna (1995).
277. J. Labbe and J. Bok, *Europhys. Lett.* **3**, 1225 (1987).
278. D. M. Newns, P. Pattnaik, and C. C. Tsui, *Phys. Rev.* **B43**, 3075 (1991).
279. R. S. Markiewicz, *Int. J. Mod. Phys.* **B5**, 2037 (1991).
280. M. L. Horbach and H. Kajuter, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1309 (1994).
281. R. Hayn, V. Yushankhai, and J. L. Richard, *Solid State Commun.* **93**, 127 (1995).
282. V. V. Moshchalkov, *Solid State Commun.* **73**, 777 (1990).
283. R. Zeyher and G. Zwicknagl, *Solid State Commun.* **66**, 617 (1988); *Z. Phys.* **B78**, 175 (1990).
284. J. P. Carbotte, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 1027 (1990).
285. В. М. Свистунов, М. А. Белоголовский, А. И. Хачатуров, *УФН* **163**, 61 (1993).
286. М. Ф. Лимонов, Ю. Ф. Марков, А. Г. Панфилов, Б. С. Разбирин, *СФХТ* **4**, 233 (1991).
287. Ю. Б. Гайдидей, В. М. Локтев, *ДАН УССР* № 11, 40 (1987).
288. Г. М. Элиашберг, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 275 (1988).
289. G. M. Vujicic, V. L. Aksenov, N. M. Plakida, and S. Stamenkovich, *J. Phys.* **C14**, 2377 (1984).
290. N. M. Plakida and V. L. Akcenov, *Europhys. Lett.* **4**, 1309 (1987).
291. Н. М. Плакида, В. С. Удовенко, *СФХТ* **5**, 775 (1992).
292. G. D. McMahan and J. O. Sofo, *Phys. Rev.* **B47**, 8050 (1993).
293. G. Santi, T. Jarlborg, M. Peter, and M. Weger, *J. Supercond.* **8**, No 1 (1995).
294. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*. Ч. 2, Наука, Москва (1978).
295. L. P. Gorkov, *Sov. Sci. Rev.* **9A**, 1 (1987).
296. А. В. Бондарь, Д. Л. Лыфарь, И. Г. Михайлов, и др., в сб.: *Физические проблемы ВТСП*, В. М. Локтев (ред.), Наукова думка, Киев (1990), с. 5.
297. W. N. Hardy, D. A. Bonn, D. C. Morgan, et al., *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3999 (1993).
298. Y. Itoh, H. Yosuoka, Y. Fujiwara, et al., *Phys. Soc. Jpn.* **61**, 1287 (1992); K. A. Moler, D. J. Baar, and J. S. Urbach, et al. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2744 (1994).
299. T. P. Devereaux, D. Einzel, B. Stadlober, et al., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 396 (1994).
300. Z.-X. Shen, D. S. Dessau, B. O. Wells, et al., *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1533 (1993); J. Ma, *Science* **267**, 862 (1996).
301. J. A. Martindale, S. E. Barrett, K. E. O'Hara, et al., *Phys. Rev.* **B47**, 9155 (1993).
302. D. A. Wollman, D. J. van Harlingen, W. C. Lee, et al., *Phys. Rev. Lett* **71**, 2134 (1993); J. R. Kirtly, C. C. Tsuei, J. Z. Sun, et al., *Nature* **373**, 225 (1995).
303. B. G. Levi, *Phys. Today* No 5, 17 (1993).
304. D. J. Scalapino, *Phys. Rep.* **250**, 329 (1995).
305. M. R. Beasley, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **5**, 141 (1995).
306. P. Chaudhari and S. Y. Lin, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1084 (1994).
307. A. G. Sun, D. A. Gajewski, M. B. Maple, and R. C. Dynes, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2267 (1994).
308. J. Buan, B. P. Stojkovic, N. E. Israeloff, et al., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2632 (1994).
309. M. C. Krantz and M. Cardona, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3290 (1994).
310. J. Chen et al., *Phys. Rev.* **B49**, 3683 (1994).
311. V. J. Emery, *Nature* **370**, 593 (1994).
312. R. A. Klemm, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1871 (1994).
313. В. Ф. Елесин, В. А. Кашурников, А. И. Подливаев, *ЖЭТФ* **104**, 3835 (1993).
314. В. Ф. Елесин, А. В. Крашенинников, Л. А. Опенов, *ЖЭТФ* **106**, 1459 (1994); **107**, 2092 (1995).
315. Э. В. Горбар, В. М. Локтев, В. С. Николаев, *СФХТ* **7**, 1 (1994).
316. Q. P. Li, B. E. C. Koltenbah, and R. Joynt, *Phys. Rev.* **B48**, 437 (1993); K. A. Müller, *Nature* **377**, 133 (1995).
317. J. H. Xu, J. L. Shen, J. H. Miller, Jr., and C. S. Ting, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2492 (1994).

Mechanisms of high-temperature superconductivity of copper oxides

(Review Article)

V. M. Loktev

Attempts are made to carry out a comparative analysis and to consider pairing model mechanisms proposed for describing the high-temperature superconductivity of copper oxides. The primary attention is given to the specific features of these compounds that have an effect on their crystal, electronic and magnetic structures define potential pairing mechanisms, the latter eventually giving rise to a superconducting condensate at high critical temperature. One of not the least of the goals of the review is to consider unsettled problems of the physics of high-temperature superconductivity in lamellar copper-oxide compounds.