Физика низких температур, 1997, т. 23, № 8, с. 799–802

Релаксация концентрации и температуры в сверхтекучих растворах ^3He–^4He при низких температурах

К. Э. Немченко

Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4
E-mail: berezhnoy@pem.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 3 января 1997 г., после переработки 7 марта 1997 г.

Исходя из решения кинетического уравнения для газа примесных возбуждений сверхтекучих растворов ^3He–^4He показано, что релаксация температуры и концентрации происходит за счет двух мод — звуковой и диссипативной. Определены параметры, которые характеризуют каждую из этих мод. Из полученных результатов следует, что релаксация концентрации и температуры примесонов определяется теплопроводностью раствора и акустической модой — вторым звуком.

Виходячи з рішення кінетичного рівняння для газа домішкових збуджень у надплинних розчинах ^3He–^4He показано, що релаксація температури і концентрації відбувається за рахунок двох мод — звукової і дисипативної. Знайдено параметри, які характеризують кожну з цих мод. Отримані результати показали, що релаксація концентрації і температури примесонів визначається теплопровідністю розчина і акустичною модою — другим звуком.

PACS: **51.20.+d**

Сверхтекучие растворы ^3He–^4He обладают рядом уникальных особенностей. Одной из них является наличие двух, существенно различных, механизмов релаксации концентрации и температуры [1–3] — второго звука [4] и диссипативной диффузной моды [5]. Это отличает сверхтекучие растворы как от чистого гелия, где установление равновесия по температуре происходит за счет второго звука [1], так и от нормальных растворов, где только диссипативные процессы [6] (тепловая и диффузная волны) отвечают за релаксацию температуры и концентрации.

Существование в сверхтекучих растворах двух мод, ответственных за установление равновесия по концентрации и температуре, требует одновременного их учета при исследовании различных кинетических процессов. Одним из примеров таких процессов является фазовое расслоение пересыщенных сверхтекучих растворов ^3He–^4He, которое в последнее время вызывает большой интерес как физиков-экспериментаторов [7–9], так и теоретиков [10–13].

В работах [7,11,14], заложивших основу кинетической теории расслоения метастабильных растворов ^3He–^4He, диссипативные процессы либо вообще не учитывались [14], либо по аналогии с нормальными растворами предполагалось, что основным процессом, ответственным за движение примесей, является диффузия [7,11]. Однако последующие экспериментальные [9] и теоретические [10] исследования показали, что при описании расслоения пересыщенных растворов ^3He–^4He необходим и учет второго звука [12]. Влияние второго звука на рост новой фазы исследовалось в [13], однако при этом диссипативные процессы были учтены частично. Целью настоящей работы является исследование релаксации температуры и концентрации в сверхтекучих растворах ^3He–^4He в области низких температур, когда вкладом тепловых возбуждений He II можно пренебречь, и транспортные свойства раствора определяются только примесными квазичастицами.

Исходным при исследовании гидродинамических мод в газе примесонов является кинетическое уравнение для функции распределения примесонов f_i [15]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + (\mathbf{v}_i \nabla) f_i = J_{ii}(f_i) \ . \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{v}_i = \partial\varepsilon_i / \partial\mathbf{p}_i$ — скорость примесонов; J_{ii} — интеграл столкновений примесонов. Кроме того, рассматривается случай достаточно низких концентраций, когда можно предполагать, что сверхтекучий фон остается равновесным.

Для получения дисперсионного уравнения, характеризующего малые колебания в растворе, необходимо линеаризовать уравнение (1). В итоге для фурье-компоненты функции δf_i, описывающей отклонение от состояния равновесия, имеем

$$(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i)\ \delta f_i = i I_{ii}(\delta f_i) \ . \qquad (2)$$

Здесь I_{ii} — линеаризованный интеграл столкновений, зависящий от δf_i ; ω — частота; $\mathbf{k}$ — волновой вектор.

Решение уравнения (2) будем искать в виде

$$\delta f = -f_i'\ g_i \ , \qquad (3)$$

где f_i' — производная функция f_i по энергии. В результате для неизвестной функции g_i получаем следующее уравнение:

$$(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i - i I_{ii}) g_i = 0 \ . \qquad (4)$$

Задача нахождения дисперсионных соотношений $\omega = \omega(\mathbf{k})$, описывающих гидродинамические моды, эквивалентна определению полюсов резольвенты R_i уравнения (4)

$$R_i = (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i - i I_{ii})^{-1} \qquad (5)$$

в подпространстве инвариантов столкновений примесонов. Для этого введем операторы-проекторы на подпространство инвариантов столкновений числа частиц, энергии и импульса примесонов:

$$|J_N\rangle = \frac{|1\rangle}{\langle 1|1\rangle^{1/2}} \ ; \quad |J_\varepsilon\rangle = \frac{|\tilde{\varepsilon}_i\rangle}{\langle \tilde{\varepsilon}_i \mid \tilde{\varepsilon}_i\rangle^{1/2}} \ ;$$
$$|J_{p_z}\rangle = \frac{|p_{iz}\rangle}{\langle p_{iz} \mid p_{iz}\rangle^{1/2}} \ , \qquad (6)$$

где $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i - \langle \varepsilon_i | 1\rangle / \langle 1|1\rangle$. Векторы $|J_{p_x}\rangle$, $|J_{p_y}\rangle$ из расчетов выпадают, так как ось z выбрана вдоль $\mathbf{k}$. В (6) введены одномерные векторы в пространстве импульсов примесонов и определено скалярное произведение

$$\langle \psi_i \mid \chi_i\rangle = -\int \psi_i^*(\mathbf{p}_i)\ \chi_i(\mathbf{p}_i)\ f_i'\, d\Gamma_i \ . \qquad (7)$$

Спроектируем (5) на подпространство инвариантов столкновений:

$$P_{ic} R_i P_{ic} = P_{ic}(\omega - P_{ic}\Omega_i P_{ic})^{-1} P_{ic} \ , \qquad (8)$$

где

$$\Omega_i = \mathbf{k}\mathbf{v}_i +$$
$$+ \mathbf{k}\mathbf{v}_i P_{in}(\omega - P_{in}\mathbf{k}\mathbf{v}_i P_{in} - i P_{in} I_{ii} P_{in})^{-1} P_{in}\mathbf{k}\mathbf{v}_i \ . \qquad (9)$$

Здесь введен оператор-проектор на подпространство инвариантов

$$P_{ic} = |J_N\rangle\langle J_N| + |J_\varepsilon\rangle\langle J_\varepsilon| + |J_{p_z}\rangle\langle J_{p_z}| \qquad (10)$$

и подпространство, ортогональное ему:

$$P_{in} = 1 - P_{ic} \ . \qquad (11)$$

При вычислении матричных элементов в (8) и (9) воспользуемся корректным τ-приближением [16], согласно которому $P_{in} I_{ii} P_{in}$ можно заменить на $-P_{in}/\tau_{ii}$, где τ_{ii} — характерное время столкновений примесонов. Далее, учитывая, что в рассматриваемом гидродинамическом приближении $\omega\tau_{ii} << 1$ и $k v_i \tau_{ii} << 1$, вычисляем матричные элементы оператора $\omega - P_{ic}\Omega_i P_{ic}$ в базисе P_{ic} и приравниваем нулю детерминант полученной матрицы. В результате получаем дисперсионное уравнение

$$\omega(\omega^2 - k^2 u_i^2) + i k^2 \omega^2 \left(\frac{\kappa_i}{C_i} + \frac{4}{3}\frac{\eta_i}{\rho_{in}} \right) - i u_{iN}^2 k^4 \frac{\kappa_i}{C_i} = 0 \ . \qquad (12)$$

Здесь

$$u_i^2 = u_{iN}^2 + u_{i\varepsilon}^2 \ ,$$

$$u_{iN}^2 = \frac{1}{m_i}\left(\frac{\partial P_f}{\partial n_i}\right)_T \ , \quad u_{i\varepsilon}^2 = \frac{T\overline{S}^2}{\rho_{in} C_i}$$

— квадраты характерных скоростей в газе примесонов; $\overline{S}_i = S_i - (\partial S_i/\partial n_i)_T n_i$; P_f , S_i , C_i , $\rho_i = m_i n_i$ — осмотическое давление, энтропия, теплоемкость и нормальная плотность газа примесонов; κ_i — теплопроводность, а η_i — первая (сдвиговая) вязкость примесонов. Последние стандартным образом [17] выражаются через время τ_{ii} столкновений примесонов:

$$\eta_i = \langle \varphi_{\eta i} \mid \varphi_{\eta i}\rangle \tau_{ii} \ , \qquad (13)$$

$$\kappa_i = \langle \varphi_{\kappa i} \mid \varphi_{\kappa i} \rangle \tau_{ii} \ , \tag{14}$$

где векторы

$$|\varphi_{\eta i}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}} \ |3p_{iz}v_{iz} - p_i v_i\rangle \ , \tag{15}$$

$$|\varphi_{\kappa i}\rangle = \frac{1}{\sqrt{T}} \ |\tilde{\varepsilon}_i v_{iz} - (\bar{S}T/\rho_{in})p_{iz}\rangle \ . \tag{16}$$

Вычисления по формулам (13), (14) дают следующие выражения для диссипативных коэффициентов:

$$\eta_i = P_f \, \tau_{ii} \ ; \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \kappa_i &= C_i \, \frac{v_F^2}{3} \, \tau_{ii} \ , \ \ (T << T_F) \ ; \\ \kappa_i &= \frac{5}{2} \, \frac{n_i T}{m_i} \, \tau_{ii} \ , \ \ (T >> T_F) \ . \end{aligned} \tag{18}$$

Здесь $T_F = m_i v_F^2/2$ — фермиевская температура примесонов.

В рассматриваемом гидродинамическом приближении из (12) определяются дисперсионные уравнения двух коллективных мод.

Первая из них — звуковая ($\omega \sim k$) с законом дисперсии

$$\omega^2 = k^2 u_i^2 \left\{ 1 - i \, \frac{\omega}{u_i^2} \left[\frac{4}{3} \, \frac{\eta_i}{\rho_i} + \frac{u_{i\varepsilon}^2}{u_i^2} \, \frac{\kappa_i}{C_i} \right] \right\} . \tag{19}$$

Полученный результат имеет простой физический смысл: когда свойства растворов определяются только примесонами, звук распространяется в примесонном газе («примесонный второй звук») со скоростью u_i , совпадающей со скоростью звука в идеальном газе частиц с массой m_i . Второе и третье слагаемые в (19) описывают затухание примесонного второго звука соответственно за счет вязкости и теплопроводности.

Вторая коллективная мода является диссипативной ($\omega \sim k^2$) и имеет закон дисперсии

$$\omega = -ik^2 D_{\text{eff}} \ , \tag{20}$$

где

$$D_{\text{eff}} = \frac{\kappa_i}{C_i} \, \frac{u_{iN}^2}{u_i^2} \tag{21}$$

— диссипативный коэффициент, описывающий эту моду.

Полученная мода соответствует тепловой волне в обычных жидкостях, которая описывает диссипативную релаксацию температуры и плотности частиц к состоянию равновесия. В сверхтекучих растворах эта коллективная мода связана с релаксацией концентрации ^{3}He и поэтому определяет фактически диффузию примесей. При этом, согласно (21), эффективный коэффициент диффузии определяется теплопроводностью газа примесонов.

Что же касается истинных диффузных процессов, то из (19), (21) следует, что при столь низких температурах не существует как такового диссипативного процесса диффузии примесей и как следствие коэффициенты массовой, термо- и бародиффузии равны нулю. Это связано с тем, что в отсутствие тепловых возбуждений система примесонов в рассматриваемой ситуации является фактически однокомпонентной и в ней отсутствуют процессы диффузии. Диссипативная же релаксация происходит так же, как и в однокомпонентных газах — посредством тепловой моды, в которой при постоянном парциальном давлении ($\nabla P(n, T) = 0$) релаксация плотности происходит одновременно с релаксацией температуры в меру соотношения

$$(\partial P/\partial n)_T \ \nabla n = -(\partial P/\partial T)_n \ \nabla T$$

и определяется теплопроводностью газа.

Таким образом, проведенное выше исследование показало, что в сверхтекучих растворах ^{3}He–^{4}He реализуется своеобразная двухэтапная релаксация начальных отклонений температуры и концентрации от равновесия. На первом этапе быстро, фактически со скоростью второго звука, устанавливается неравновесное состояние, в котором отсутствует градиент парциального давления примесонов ($\nabla P_f = 0$). Однако при этом могут существовать градиенты плотности примесонов и температуры, связанные соотношением

$$\nabla n_i = -\frac{(\partial P_f/\partial T)_{n_i}}{(\partial P_f/\partial n_i)_T} \, \nabla T \ . \tag{22}$$

На втором этапе наличие градиента температуры приводит к диссипативному потоку тепла, который определяется теплопроводностью раствора и размывает отклонение температуры от равновесного значения. При этом бездиссипативное движение примесонов в волне второго звука обеспечивает постоянное выполнение равенства (22) и тем самым градиент плотности как бы «отслеживает» градиент температуры и оба градиента одновременно стремятся к нулю с одним характерным диссипативным коэффициентом (21).

Соотношение (22) позволяет определить, какой из механизмов — диссипативный или звуковой, — определяет релаксацию концентрации и температуры в конкретных экспериментальных условиях. Ограничимся областью температур $T < 0{,}25$ К и концентраций $x > 0{,}5\%$, когда вкладом тепловых возбуждений He II можно пренебречь и газ квазичастиц (примесонов) является однокомпонентным. Тогда при достаточно малых концентрациях ($x \sim 1\%$) и не очень низких температурах ($T \sim 0{,}2$ К) релаксация возмущения концентрации и температуры в равной мере определяется обеими модами. В случае более высоких концентраций ($x \sim 10\%$) и достаточно низких температур ($T \sim 10$ мК) основная часть (больше 99,9%) возмущения концентрации релаксирует в волне второго звука, распространяясь по раствору со скоростью U_i . Остающееся при этом чисто температурное возмущение медленно, диссипативным образом, идет к равновесию за счет температуропроводности газа примесонов.

Таким образом, при исследовании различных кинетических процессов в сверхтекучих растворах ^{3}He–^{4}He при низких температурах необходимо учитывать обе гидродинамические моды — акустическую (19) и диссипативную (20), — и принимать во внимание отсутствие в однокомпонентном газе примесонов диссипативных диффузионных процессов.

Автор высказывает глубокую признательность И. Н. Адаменко за постоянное внимание и плодотворное обсуждение при выполнении работы.

1. И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).
2. Л. В. Горьков, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **33**, 634 (1957).
3. A. Griffin, *Can. J. Phys.* **47**, 426 (1969).
4. И. Я. Померанчук, *ЖЭТФ* **19**, 42 (1949).
5. Дж. Ферцигер, Г. Капер, *Математическая теория процессов переноса в газах*. Мир, Москва (1976).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1988).
7. J. Bodensohn, S. Klesy, and P. Leiderer, *Europhys. Lett.* **8** (1), 59 (1989).
8. В. А. Майданов, В. А. Михеев, Н. П. Михин, Н. Ф. Омелаенко, Э. Я. Рудавский, В. К. Чаговец, Г. А. Шешин, *ФНТ* **18**, 943 (1992).
9. T. Satoh, M. Marushita, S. Katoh, K. Hatakeyama, and M. Takashima, *Physica* **B197**, 397 (1994).
10. И. Н. Адаменко, О. Е. Гусев, К. Э. Немченко, В. И. Цыганок, *ФНТ* **18**, 1085 (1993).
11. S. N. Burmistrov, L. B. Dubovskii, and V. L. Tsymbalenko, *J. Low Temp. Phys.* **90**, 363 (1992).
12. I. N. Adamenko, V. K. Chagovets, A. I. Chervanyov, V. A. Mikheev, K. E. Nemchenko, E. Ya. Rudavskii, G. A. Sheshin, and V. I. Tsyganok, *J. Low Temp. Phys.* **96**, 295 (1994).
13. S. N. Burmistrov and T. Satoh, *Phys. Rev.* **B52**, 12867 (1995).
14. И. М. Лифшиц, В. Н. Полесский, В. А. Хохлов, *ЖЭТФ* **47**, 137 (1978).
15. И. Н. Адаменко, В. И. Цыганок, *ЖЭТФ* **87**, 865 (1984).
16. И. Н. Адаменко, В. И. Цыганок, *ЖЭТФ* **88**, 1641 (1985).
17. I. N. Adamenko, K. E. Nemchenko, and V. I. Tsyganok, *J. Low Temp. Phys.* **88**, 15 (1992).

Relaxation of concentration and temperature in superfluid mixtures ^{3}He–^{4}He at low temperature

K. E. Nemchenko

Proceeding from the solution of the kinetic equation for impurity excitations of superfluid ^{3}He–^{4}He mixtures it is shown that relaxation of concentration and temperature is due to two modes — sound and dissipative ones. The parameters characterizing these modes are found. The results obtained show that the relaxation of concentration and temperature is determined by the thermal conductivity of the mixture and the acoustic wave — second sound.