Физика низких температур, 1996, т. 22, № 6, с. 638–641

Резистивное поведение слоистых сверхпроводников с джозефсоновской связью

А. Н. Артемов, А. Ю. Мартынович

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины, Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72

В приближении среднего поля построена теория фазового перехода в слоистых сверхпроводниках. В отсутствие внешнего магнитного поля он является переходом I рода и обусловлен неустойчивостью в спектре возбуждений, в результате которой появляются коллективные возбуждения. Исследовано влияние транспортного тока на характер перехода. Малые токи сужают область устойчивости метастабильного состояния. При протекании больших токов метастабильные состояния отсутствуют и перестройка спектра возбуждений происходит как фазовый переход II рода. Она влияет на концентрацию свободных вихрей, определяющих резистивное поведение сверхпроводника. Слабое взаимодействие экранированных вихрей в диполе приводит к зависимости концентрации свободных вихрей от тока выше температуры фазового перехода. Это проявляется в уширении универсального скачка в температурной зависимости показателя степени ВАХ.

В наближенні середнього поля розвинено теорію фазового переходу у шаруватих надпровідниках. В відсутності магнітного поля він являє собою перехід I роду і обумовлен нестійкістю у спектрі збуджень, в результаті якої з'являються колективні збудження. Досліджено вплив транспортного струму на характер переходу. Невеликі струми звужують область стійкості метастабільних станів. При протіканні великих струмів метастабільні стани відсутні і перебудова спектру збуджень відбувається як фазовий перехід II роду. Вона впливає на концентрацію вільних вихорів, яка визначає резистивну поведінку надпровідника. Слабка взаємодія екранованих вихорів у диполі приводить до залежності концентраії вільних вихорів від струму вище температури фазового переходу. Це проявляється у розширенні універсального стрибка в температурній залежності показника степеню ВАХ.

1. Высокотемпературные сверхпроводники обладают слоистой структурой. Их ВАХ обнаруживают резистивный переход, происходящий при температуре T_R, меньшей температуры сверхпроводящего перехода T_{c0}. Его обычно связывают с фазовым переходом Костерлица—Таулеса (КТ).

Переход КТ возможен в двумерных системах, в которых могут существовать топологические дефекты с ненулевым топологическим зарядом. К таким система относятся слоистые сверхпроводники без джозефсоновской связи между слоями. Переход КТ происходит в них при температуре

$$T_{KT} = \frac{\varphi_0^2}{16\pi^2 \Lambda(T_{KT})}, \qquad (1)$$

где $\varphi_0 = \pi\hbar c/e$ — квант магнитного потока, $\Lambda = 2\lambda_{ab}^2/s$, λ — лондоновская длина, s — расстояние между слоями.

Однако реальные сверхпроводники из-за наличия джозефсоновской связи не являются двумерными системами. Мы рассмотрели фазовый переход, родственный переходу КТ, в системе связанных сверхпроводящих плоскостей и его влияние на резистивные свойства сверхпроводника.

2. Слоистый сверхпроводник мы рассматриваем как периодическую систему параллельных, разделенных диэлектрическими промежутками, сверхпроводящих плоскостей с джозефсоновской связью между ними. Декартову систему координат мы совместим с осями кристалла так, чтобы ось z, как и ось анизотропии c, была перпендикулярна плоскостям. Такой сверхпроводник описывается моделью Лоуренса—Дониака [1,2]. Система уравнений будет полной, если мы зададим в каждом слое координаты $2D$ вихрей — источников магнитного поля [2].

В данной работе мы решаем только линеаризованную систему уравнений. Такой подход к слоистым сверхпроводникам с джозефсоновской связью развит в работе [2]. Линеаризация приводит к нефизическому разрыву в джозефсоновском токе, который устраняется проведением разреза между вихрем и антивихрем в диполе. Этот разрез мы отождествляем с джозефсоновским вихрем.

Энергия взаимодействия двух диполей, находящихся в слоях n и k, в этом приближении может быть представлена в виде

© А. Н. Артемов, А. Ю. Мартынович, 1996

$$U^{nk}(\mathbf{x}_0, l, l') = \frac{\varphi_0}{c}\int \frac{d^2q}{(2\pi)^2}\frac{1}{q}\sin\left(\frac{\mathbf{q}\mathbf{l}'}{2}\right)\left[I^k_{\perp n}(\mathbf{q}, l) + \frac{(\hat{z}\,[\mathbf{q}\mathbf{l}'])}{(\mathbf{q}\mathbf{l}')} I^k_{\parallel n}(\mathbf{q}, l)\right]\exp(i\mathbf{q}\mathbf{x}_0), \quad (2)$$

где введены потенциальная и вихревая компоненты тока в слое n, наведенного диполем в слое k, $\mathbf{I}^k_n = (\mathbf{q}/q)I^k_{\parallel n} + ([\mathbf{q}\hat{z}]/q)I^k_{\perp n}$, а энергия диполя длиной $l >> \lambda_J$ равна

$$F(l) = U^{kk}(\xi_{ab}, l, l) = F_M + F_J = \frac{\varphi_0^2}{4\pi^2\Lambda}\ln\frac{l}{\xi_{ab}} + \frac{\varphi_0^2}{4\pi^2\Lambda}\frac{2l}{\lambda_J}. \quad (3)$$

3. При любой ненулевой температуре в слоях существует газ диполей, обусловленный тепловыми флуктуациями. Взаимодействие диполей газа друг с другом приводит к перенормировке энергии диполя. В приближении среднего поля энергия диполя может быть рассчитана методом Дебая—Хюккеля. Вследствие линейности рассматриваемой задачи, ток $\mathbf{I}_n(\mathbf{x})$ в слое n является суммой токов $\mathbf{I}^m_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}', l')$, наведенных в этом слое всеми диполями, находящимися в точках x' всех слоев m:

$$\frac{4\pi}{c}\mathbf{I}_n(\mathbf{x}) \approx \frac{4\pi}{c}\mathbf{I}^0_n(\mathbf{x}, l) + \sum_m \int d^2x' \int d^2l' n^m(\mathbf{x}', l')\frac{4\pi}{c}\mathbf{I}^m_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}', l'). \quad (4)$$

Здесь выделен ток пробного диполя, а ток остальных диполей заменен средним током, определяемым локальной концентрацией $n^m(\mathbf{x}', l')$ диполей в слое m.

Полагая энергию взаимодействия диполей малой, разложим по ней концентрацию и ограничимся линейным членом

$$n^m(\mathbf{x}', l') \approx n_0(l')\left[1 - \frac{U^m(\mathbf{x}', l')}{T}\right],$$

где $n_0(l)$ — концентрация диполей длиной l, а энергия взаимодействия определяется соотношением

$$U^m(\mathbf{x}', l') = \frac{\varphi_0}{c}\int \frac{d^2q}{(2\pi)^2}\frac{1}{q}\sin\left(\frac{\mathbf{q}\mathbf{l}'}{2}\right)\left[I_{\perp m}(\mathbf{q}) + \frac{(\hat{z}\,[\mathbf{q}\mathbf{l}'])}{(\mathbf{q}\mathbf{l}')} I_{\parallel m}(\mathbf{q})\right]\exp(i\mathbf{q}\mathbf{x}'). \quad (5)$$

Полученная система уравнений является линейной. Чтобы обойти трудности, связанные с введением неизвестной функции $n_0(l)$, и упростить задачу, мы параметризовали решение, введя макроскопические величины: диэлектрические постоянные $\varepsilon_\perp$ и $\varepsilon_\parallel$ и длину экранирования $\delta = (2\pi\Lambda\varepsilon_\perp T/\varphi_0^2 n_0)^{1/2}$, где

$$n_0 = \int\limits_{l\geq\delta} d^2l n_0(l)$$

имеет смысл концентрации коллективных возбуждений. В этих терминах собственная энергия диполя, взаимодействующего с газом термических возбуждений, имеет вид

$$F(l) = \frac{\varphi_0^2}{4\pi^2\Lambda\varepsilon_\perp}\left[\ln\frac{\delta}{\xi_{ab}} - K_0\left(\frac{l}{\delta}\right)\right] + \frac{\varphi_0^2}{4\pi^2\Lambda}\frac{2l}{\lambda_J\sqrt{\varepsilon_\parallel}}. \quad (6)$$

Здесь K_0 — функция Макдональда, $\lambda_J = s(\lambda_c/\lambda_{ab})$.

Отметим характер перестройки спектра возбуждений. При $n_0 = 0$ длина экранирования $\delta = \infty$ и энергия (6) совпадает с энергией невзаимодействующих диполей. Ненулевой концентрации n_0 соответствует конечная длина δ. Экранированные вихри взаимодействуют друг с другом практически только за счет джозефсоновской связи.

4. Равновесная концентрация коллективных возбуждений n_0 появляется в результате установления динамического равновесия между процессами рождения и исчезновения экранированных диполей. Она дается стационарным решением уравнения

$$\frac{dn_0}{dt} = \Gamma - \mu n_0^2. \quad (7)$$

Первый член в правой части уравнения $\Gamma \approx B\exp[-F(\delta)/T]$ — скорость появления коллективных возбуждений под действием тепловых флуктуаций. Второе слагаемое — скорость исчезновения возбуждений в результате аннигиляции вихрей и антивихрей.

Вводя безразмерную концентрацию $z = \pi\xi_{ab}^2 n_0$, с учетом (6) получаем уравнение

$$z = qz^p \exp\left(-\alpha\sqrt{2p/z}\right), \qquad (8)$$

где $\alpha = \sqrt{\varepsilon_\perp/\varepsilon_\parallel}\,(\xi_{ab}/\lambda_J)$, $p = \varphi_0^2/(16\pi^2\Lambda(T)\varepsilon_\perp T)$.

Очевидно, что уравнение (8) при любых $T < T_{c0}$ имеет тривиальное решение $z = 0$, которое соответствует отсутствию коллективных возбуждений. Если величина $q < 1$, то при $p \geq 1$ уравнение не имеет других физически значимых решений.

В системе несвязанных слоев при $p < 1$ появляется нетривиальное решение

$$z = q^{1/[1-p(T)]}. \qquad (9)$$

Оно равно нулю при $p = 1$ и монотонно возрастает с увеличением температуры. Это означает, что при температуре T_{KT} (1), определяемой из условия $p(T) = 1$, происходит фазовый переход II рода, связанный с перестройкой спектра возбуждений. Появляется ветвь коллективных возбуждений, концентрация которых зависит от температуры по закону (9). Эти возбуждения являются экранированными вихрями, экспоненциально слабо связанными в диполи.

При наличии связи между слоями нетривиальное решение появляется скачком при температуре $T_c < T_{KT}$. При повышении температуры оно расщепляется на два — устойчивое и неустойчивое. На рис. 1 (кривая 0) неустойчивое решение показано штриховой линией. Решение $z = 0$ не теряет устойчивости в точке T_c. Тривиальное решение теряет устойчивость, сливаясь с неустойчивым при $T = T_{2D}$, где обращается в нуль связь между слоями. Промежуток $[T_c, T_{2D}]$ является областью метастабильного состояния, что указывает на переход I рода.

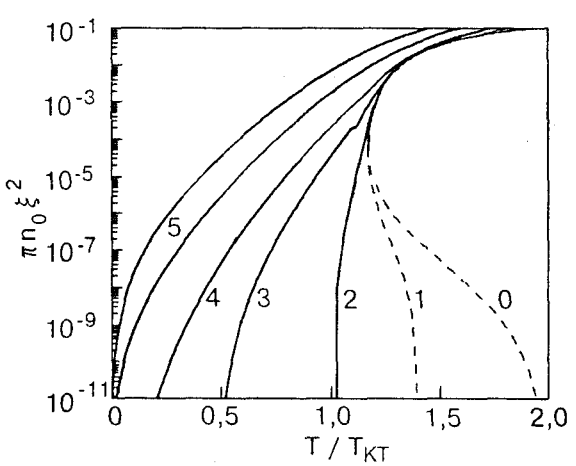

Рис. 1. Зависимость концентрации коллективных возбуждений от температуры для различных значений тока. Кривые с бо́льшим номером соответствуют бо́льшим значениям тока.

5. Экспериментальное изучение такого перехода производится на основе анализа ВАХ слоистых сверхпроводников. При этом через образец протекает ток I, что изменяет спектр коллективных возбуждений и характер фазового перехода. Энергия диполя при этом включает слагаемое, учитывающее работу источника тока:

$$F_J(l) = \frac{\varphi_0}{c}\left|[\mathrm{I}, \mathbf{l}]\right|. \qquad (10)$$

Она перестает быть монотонно возрастающей функцией длины диполя, достигая максимума при длине l_c, которая для $\mathbf{l} \perp \mathrm{I}$ определяется из условия

$$[\partial F(l)]/\partial l = 0. \qquad (11)$$

При дальнейшем увеличении плеча диполя его энергия уменьшается. Это означает, что система стала неустойчивой относительно лавинообразного зарождения диполей $l > l_c$, вихри которых могут свободно двигаться под действием тока. Равновесная концентрация n_f этих вихрей дается стационарным решением уравнения

$$\frac{dn_f}{dt} = \Gamma_f - \mu n_f^2, \qquad (12)$$

где $\Gamma_f \sim \exp\left(-F(l_c)/T\right) I_0\left(l_c\varphi_0 I/cT\right)$ [3], I_0 — функция Бесселя. Полная картина фазового перехода дается совместным решением уравнений (11), (12) и (8).

В присутствии тока меняется Г. Если $\delta < l_c$, то, как и прежде (7), Г определяется энергией диполя длиной δ с учетом (10). В противном случае, $\delta > l_c$, $\Gamma = \Gamma_f \exp\left[(l_c - \delta)/L\right]$, где L — длина свободного пробега вихрей.

Все возможные типы зависимостей $n_0(T)$ представлены на рис. 1. При малых токах (кривые между 0 и 2) имеем фазовый переход I рода. Правая граница области метастабильных состояний зависит от тока и определяется из условия $I = I_c(T)$, где $I_c(T)$ — критический ток, обусловленный натяжением джозефсоновских вихрей. При $I = I_{c1}$ исчезает область метастабильности. Нетривиальное решение появляется при температуре

$$T_g = \frac{8T_{c0}}{7T_{c0} + T_{KT}} > T_{KT},$$

а $I_{c1} = I_c(T_g)$. При больших токах (кривые *3*, *4*) происходит фазовый переход II рода. Кривые *5* соответствуют высокотоковым асимптотикам, которые не чувствительны к перестройке спектра.

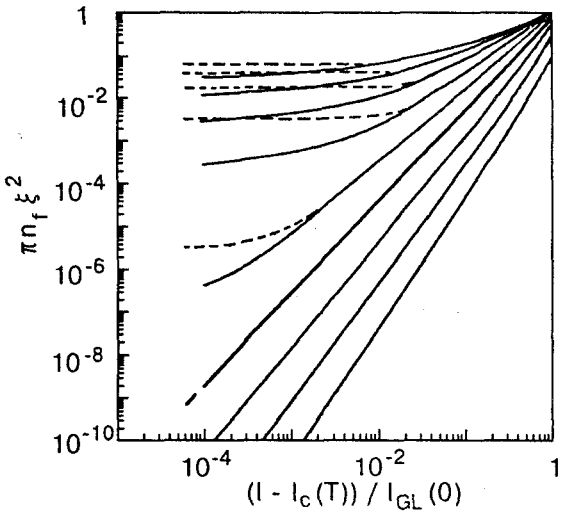

Рис. 2. Зависимость концентрации свободных вихрей $\pi n_f \xi^2$ от тока для различных температур (I_{GL} — ток Гинзбурга—Ландау). Расчет приведен для параметров $T_{KT} = 1$, $T_{c0} = 2$, $q = 0{,}1$ и температур, лежащих в интервале от 0,5 (нижняя кривая) до 1,7 (верхняя кривая) с интервалом в 0,15. Штриховыми линиями показаны зависимости концентрации коллективных возбуждений $\pi n_0 \xi^2$.

6. Сопротивление сверхпроводника II рода связано с движением магнитных вихрей под действием тока: $\rho_f \sim n_f$. Мы рассчитали зависимости $n_f(I)$ с учетом перестройки спектра возбуждений. На рис. 2 они показаны сплошными линиями, штриховыми — $n_0(I)$. Различие между зависимостями $n_f(I, T)$ системы связанных и изолированных сверхпроводящих слоев обусловлено только наличием тока I_c. Построенные как функции $I - I_c(T)$ они практически совпадают. Функция $n_f(I)$ при $T < T_g$ или при больших токах можно представить в виде

$$n_f(I, T) \sim \rho_f(I, T) \sim \left[I - I_c(T)\right]^{a(T)-1},$$

где $a(T) - 1 \approx 2p(T)$ и не зависит от тока. При $T > T_g$ с уменьшением тока зависимости $n_f(I, T)$ становятся более пологими. Здесь $a(T)$ начинает зависеть от тока. Это обусловлено экспоненциально слабой связью экранированных вихрей в диполе. Такое поведение сопротивления приводит к ВАХ слоистых сверхпроводников вида

$$V \sim \rho_f\left[I - I_c(T)\right] \sim \left[I - I_c(T)\right]^{a(T)}.$$

Построить зависимость $a(T)$ из экспериментальных ВАХ такого типа можно, только выделив предварительно зависимость $I_c(T)$.

Подробное изложение представленного здесь материала приведено в работе [4].

1. W. E. Lawrence and S. Doniach, *Proc. 12th Int. Conf. on Low Temp. Phys.*, Kyoto (1970), E. Kanda (ed.), Keigaku, Tokyo (1971), p. 361.
2. L. N. Bulaevskii, M. Ledvij, and V. Kogan, *Phys. Rev.* B46, 366 (1992-II).
3. С. В. Иорданский, *ЖЭТФ* **48**, 708 (1965).
4. А. Н. Артемов, А. Ю. Мартынович, *ЖЭТФ* **109**, 265 (1996).

Resistive behaviour of layered superconductors with interlayer Josephson coupling

A. N. Artemov and A. Yu. Martynovich

The phase transition in layered superconductors with the Josephson interlayer coupling is described in the mean field approximation. It is a I type transition accounted for by the exitation spectrum instability giving rise to collective exitations. The effect of transport current on transition is studied. Small current results in a narrowing of the region of metastable state. There are no metastable states for large current, and the excitation spectrum is rearranged as a II order phase transition. The rearrangement influences the free vortex concentration determining the resistive properties of the superconductor. The weak interaction of screened vortices in dipoles leads to current dependence of free vortex concentration above the phase transition temperature. This is exhibited by the broadening of the universal jump in the temperature dependence of exponent in *I-V* characteristics.