Физика низких температур, 1997, т. 23, № 1, с. 47–51

О магнитосопротивлении слоистых проводников

В. Г. Песчанский

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: peschansky@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 16 июля 1996 г.

Проанализирована зависимость сопротивления слоистого проводника с квазидвумерным электронным энергетическим спектром произвольного вида от величины и ориентации магнитного поля относительно слоев. Показано, что при протекании электрического тока вдоль нормали к слоям сопротивление образца существенно зависит от угла θ между нормалью и вектором сильного магнитного поля. При $\theta = \pi/2$ в достаточно широкой области магнитных полей сопротивление линейно растет с увеличением магнитного поля.

Проаналізовано залежність електроопору шаруватого провідника з квазідвовимірним електронним енергетичним спектром довільного виду від величини та орієнтації магнітного поля відносно шарів. Показано, що електроопір суттєво залежить від кута θ між нормаллю до шарів та вектором сильного магнітного поля якщо електричний струм тече вздовж нормалі до шарів. При $\theta = \pi/2$ опір в достатньо широкій області магнітних полів лінійно зростає із збільшенням магнітного поля.

PACS: 81.40.Rs, 75.70.Cn

Электронная теория металлов, построенная И. М. Лифшицем при самых общих предположениях о законе дисперсии носителей заряда [1], стимулировала обширный комплекс экспериментальных исследований термодинамических и кинетических характеристик металлов в магнитном поле. Эти характеристики, рассчитанные в предположении, что a priori известна зависимость энергии ε электронов проводимости от импульса p, оказались весьма чувствительными в сильном магнитном поле к виду электронного энергетического спектра. В результате удалось решить сформулированную И. М. Лифшицем обратную задачу восстановления по экспериментальным данным поверхности Ферми $\varepsilon(\mathrm{p}) = \varepsilon_F$ — основной характеристики электронного энергетического спектра. Оказалось, что в импульсном пространстве поверхность постоянной энергии, равной энергии Ферми ε_F, имеет весьма сложную форму и почти у всех металлов открытая. Наиболее чувствительные к топологии поверхности Ферми гальваномагнитные явления послужили основой для создания надежного спектроскопического метода изучения топологической структуры электронного энергетического спектра [2].

Достаточно обоснованные представления об электронах проводимости в металлах вполне пригодны для описания электронных свойств более широкого класса проводников. В частности, есть все основания воспользоваться этой концепцией для исследования явлений переноса в низкоразмерных проводниках с металлическим типом проводимости. Таким свойством обладают проводники органического происхождения типа солей тетратиафульвалена, галогенов тетраселентетрацена и многие другие слоистые проводники, в которых электропроводность вдоль слоев значительно превышает электроповодность вдоль нормали n к слоям. Резкая анизотропия электропроводности, по-видимому, связана с резкой анизотропией скоростей v носителей заряда на поверхности Ферми, т. е. их энергия

$$\varepsilon(\mathrm{p}) = \sum \varepsilon_n(p_x, p_y) \cos(anp_z/h) \qquad (1)$$

слабо зависит от проекции импульса $p_z = \mathrm{pn}$.

Будем полагать, что коэффициенты при косинусах существенно убывают с ростом n, так что

$$A_1 = \eta A_0 << A_0; \quad A_{n+1} << A_n; \qquad (2)$$

где A_n — максимальное значение функции $\varepsilon_n(p_x, p_y)$ на поверхности Ферми; a — расстояние между слоями; h — постоянная Планка.

Специфика квазидвумерного электронного энергетического спектра приводит к ряду своеобразных эффектов, которых нет в обычных металлах. Среди них ориентационный эффект — резкая зависимость кинетических характеристик от угла

© В. Г. Песчанский, 1997

θ между нормалью к слоям и вектором достаточно сильного магнитного поля.

Мы рассмотрим здесь зависимость магнитосопротивления слоистых проводников от величины и ориентации магнитного поля $\mathbf{H} = (0, H\sin\theta, H\cos\theta)$ относительно слоев.

Для нахождения связи плотности тока

$$j_i = \int ev_i f(\mathbf{p}) 2d^3p(2\pi h)^{-3} = \sigma_{ij}(H)E_j \qquad (3)$$

с электрическим полем $\mathbf{E}$ необходимо решить кинетическое уравнение для функции распределения носителей заряда $f(\mathbf{p})$

$$(e\mathbf{E} + e(\mathbf{v}\times\mathbf{H})/c)\partial f/\partial\mathbf{p} = W_{\text{col}}\{f\}\,. \qquad (4)$$

В сколь угодно слабом электрическом поле отклонение функции распределения $f(\mathbf{p}) = f_0(\varepsilon) - \psi(\mathbf{p})\partial f_0/\partial\varepsilon$ от равновесной фермиевской функции $f_0(\varepsilon)$ мало и кинетическое уравнение (4) можно линеаризовать по малому возмущению системы электронов проводимости. В этом приближении интеграл столкновений W_{col} представляет собой линейный интегральный оператор, действующий на искомую функцию ψ. При низких температурах, когда электроны проводимости рассеиваются в основном на примесных атомах либо других дефектах кристалла, с достаточной степенью точности интеграл столкновений можно считать оператором умножения неравновесной добавки к фермиевской функции $f_0(\varepsilon)$ на частоту столкновений $1/\tau$, т. е. решение кинетического уравнения без учета электрон-фононного рассеяния является собственной функцией интегрального оператора столкновений. В этом приближении кинетическое уравнение принимает достаточно простой вид:

$$\partial\psi/\partial t_H + \psi/\tau = e\mathbf{E}\mathbf{v}\,, \qquad (5)$$

а его решение

$$\psi = eE_i\psi_i = eE_i\int_{-\infty}^{t} dt' v_i(t')\exp\left((t'-t)/\tau\right) \qquad (6)$$

позволяет без труда определить компоненты тензора элетропроводности:

$$\sigma_{ij} = \frac{2e^3H}{c(2\pi h)^3}\int\delta(\varepsilon-\varepsilon_F)d\varepsilon\int dp_H\int_0^T dt\, v_i\psi_j = \langle v_i\psi_j\rangle\,. \qquad (7)$$

Здесь e и t_H — заряд и время движения электрона проводимости в магнитном поле с периодом $T = 2\pi/\Omega$, согласно уравнениям

$$\partial p_x/\partial t = (v_y\cos\theta - v_z\sin\theta)eH/c\,;$$
$$\partial p_y/\partial t = -(eH/c)v_x\cos\theta\,;\ \partial p_z/\partial t = (eH/c)v_x\sin\theta\,; \qquad (8)$$

c — скорость света; угловыми скобками обозначено интегрирование по поверхности Ферми с весовым множителем $2e^3H/(c(2\pi h)^3)$; индекс H при t здесь и далее опущен.

Нетрудно заметить, что скорость движения электронов проводимости при $\eta \ll 1$ слабо зависит от проекции импульса на направление магнитного поля $p_H = p_z\cos\theta + p_y\sin\theta$, а замкнутые электронные орбиты в импульсном пространстве почти неразличимы при различных значениях p_H. Отсюда следует, что разложение компонент тензора электропроводности в степенной ряд по параметру квазидвумерности η начинается по крайней мере с квадратичных членов, если хотя бы один из индексов σ_{ij} совпадает с z [3].

Экспериментальное обнаружение всего лишь двух частот осцилляций Шубникова—де Гааза магнитосопротивления органических проводников, а при некоторых ориентациях магнитного поля их биений, когда величины максимального и минимального сечений поверхности Ферми весьма близки (см., например, [4–7] и цитированную там литературу), свидетельствует о том, что в этих проводниках доминирует одна группа носителей заряда. По крайней мере, нет никаких оснований считать допустимой компенсацию электронных и дырочных объемов при наличии нескольких полостей поверхности Ферми. При рассмотрении гальваномагнитных явлений в таких проводниках достаточно представить поверхность Ферми в виде слабогофрированного цилиндра с направлением открытости вдоль оси p_z.

Сопротивление проводника вдоль слоев имеет такой же порядок величины, как и сопротивление некомпенсированного металла, т. е. несущественно отличается от сопротивления в отсутствие магнитного поля равного $1/\sigma_0$ при любой ориентации магнитного поля. Отличие от металлов состоит в значительно большей амплитуде осцилляций Шубникова—де Гааза магнитосопротивления слоистого проводника, поскольку эти осцилляции формируют почти все носители заряда на поверхности Ферми, так как ее сечения плоскостью $p_H = \text{const}$ неразличимы при $\eta = 0$.

Сопротивление слоистого проводника вдоль «трудного» направления протекания тока ρ_{zz}, (т. е. вдоль нормали к слоям), напротив, весьма чувствительно к ориентации магнитного поля. Асимптотическое выражение для ρ_{zz}, как правило, равно $1/\sigma_{zz}$. Лишь при некоторых ориентациях магнитного поля, когда в разложении σ_{zz} по малым параметрам η и $\gamma = 1/\Omega\tau$ слагаемое пропорциональное $\eta^2\sigma_0$ обращается в нуль, ρ_{zz} определяется бо́льшим набором компонент тензора электропроводности и резко возрастает. В этом и состоит ориентационный эффект.

Асимптотическое выражение для $\sigma_{zz}(\eta, \gamma)$

$$\sigma_{zz} = \left\langle T^{-1} \int_{-\infty}^{0} dt_1 \exp(t_1/\tau) \int_{0}^{T} dt\, v_z(t) v_z(t + t_1) \right\rangle \quad (9)$$

нетрудно проанализировать при малых η и γ и самых общих предположениях о виде функций $\varepsilon_n(p_x, p_y)$, удовлетворяющих условию (2). Ограничиваясь только слагаемыми пропорциональными η^2, легко выполнить интегрирование по p_H. В результате имеем

$$\sigma_{zz} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{0}^{T} dt \int_{-\infty}^{t} dt' \left(\frac{an}{h}\right)^2 \varepsilon_n(t)\varepsilon_n(t') \exp\frac{t-t'}{\tau} \times$$

$$\times \frac{e^3 H \cos\theta}{ac(2\pi h)^2} \cos\left\{\frac{an}{h}\left(p_y(t) - p_y(t')\right) \operatorname{tg}\theta\right\}, \quad (10)$$

где все подынтегральные функции зависят лишь от t и t'. При $\gamma << 1$ для σ_{zz} получаем

$$\sigma_{zz} = ae^2\tau m^* \cos\theta/2\pi h^4 \sum n^2 I_n^2(\theta) +$$

$$+ \eta^2\sigma_0\left(\eta^2\varphi_1 + \gamma^2\varphi_2\right), \quad (11)$$

где m^* — циклотронная эффективная масса;

$$I_n(\theta) = T^{-1} \int_{0}^{T} dt\, \varepsilon_n(t) \cos\left(p_y(t) an \operatorname{tg}\theta/h\right). \quad (12)$$

Функции φ_i порядка единицы и их учет необходим при тех значениях $\theta = \theta_c$, при которых $I_1(\theta)$ обращается в нуль. В этом случае асимптотическое выражение для магнитосопротивления существенно зависит от скорости убывания функций $\varepsilon_n(\mathrm{p})$ с ростом n. Если, например, I_n пропорциональны η^n, то сопротивление вдоль нормали к слоям при $\theta = \theta_c$ вместо насыщения в сильных магнитных полях возрастает пропорционально H^2 в области полей, удовлетворяющих условию $\eta << \gamma << 1$, а насыщение сопротивления наступает в более сильных магнитных полях при $\gamma \le \eta$.

Подынтегральное выражение в формуле (12) при $\operatorname{tg}\theta >> 1$ является быстро осциллирующей функцией, и $I_n(\theta)$ легко вычислить, воспользовавшись методом стационарной фазы. Если на электронной орбите имеются всего лишь две точки стационарной фазы, где v_x обращается в нуль, то асимптотическое выражение для I_n приобретает следующий вид:

$$I_n(\theta) = \left(\frac{h}{anD_p \operatorname{tg}\theta}\right)^{1/2} 2\cos\left(\frac{anD_p \operatorname{tg}\theta}{2h} - \frac{\pi}{4}\right), \quad (13)$$

где D_p — диаметр поверхности Ферми вдоль оси p_y.

Нули функции $I_1(\theta)$, как следует из формулы (13), периодически повторяются с периодом

$$\Delta(\operatorname{tg}\theta) = 2\pi h/aD_p. \quad (14)$$

Дополнительные возможности исследования анизотропии диаметров поверхности Ферми квазидвумерных проводников с помощью измерения гальваномагнитных характеристик обязаны наличию сильно вытянутых вдоль оси p_z электронных орбит, проходящих через большое число элементарных ячеек импульсного пространства. Период обращения электрона по таким орбитам растет по мере приближения θ к $\pi/2$ и при любой величине магнитного поля может превысить время свободного пробега носителей заряда τ. Поэтому следует иметь в виду, что приведенные выше формулы справедливы при не слишком больших значениях $\operatorname{tg}\theta$. При этом условие $T << \tau$ выполнимо лишь для электронов, которые обращаются по орбитам, не содержащим точек самопересечения, при приближении к которым период движения логарифмически расходится. При $\operatorname{tg}\theta \ge 1/\eta$ у электронов появляются самопересекающиеся орбиты. Проанализируем их роль при $\theta = \pi/2$, когда сильно вытянутая орбита «разрывается» на две открытые орбиты. При этом скачком изменяется период движения электрона, который при движении его по открытому сечению поверхности Ферми плоскостью $p_H = p_y = \mathrm{const}$ имеет вид

$$T(p_y) = \int_{0}^{2\pi h/a} dp_z c/eHv_x. \quad (15)$$

По мере приближении к граничному сечению $p_y = p_c$, отделяющему область открытых сечений от небольшой доли замкнутых сечений поверхности Ферми, период движения $T(p_y)$ неограниченно возрастает. Это связано с тем, что сечение $p_y = p_c$ содержит точки самопересечения, в которых при стремлении p_y к p_c соприкасаются открытые орбиты, а вблизи точек самопересечения электрон проводит значительное время, поскольку скорость его движения в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, ничтожно мала.

Скорость движения заряда по открытой орбите при $\eta << 1$ слабо зависит от t. Например,

$$\partial v_x(t)/\partial t = \left(\partial^2\varepsilon/\partial p_x^2\right)\partial p_x/\partial t + \\ + \left(\partial^2\varepsilon/\partial p_x\partial p_z\right)\partial p_z/\partial t = \\ = (eH/c)(v_x\partial v_z/\partial p_x - v_z\partial v_x/\partial p_x) \sim \eta . \quad (16)$$

Период движения электрона по орбитам, удаленным от самопересекающейся, обратно пропорционален $v_x(0)$ с точностью до членов пропорциональных η, начало отсчета t находится на сечении поверхности Ферми $p_z = 0$). Однако по мере приближения к самопересекающейся орбите $p_y = p_c$ скорость движения электрона вдоль оси x убывает и необходим учет малых поправок по параметру η. В точке самопересечения электронной орбиты $\mathbf{p}_c = (0\,,\, p_c\,,\, 0)$ скорость электрона $v_x(0)$ обращается в нуль. Малое значение скорости v_x на электронных орбитах с p_y, близким к p_c, соответствует слабой зависимости ε от p_x, и мы вправе в этом случае при вычислении периода движения электрона воспользоваться разложением энергии в степенной ряд по малым p_x. Опуская старшие гармоники в формуле (1), получаем

$$\varepsilon = \varepsilon_0(0\,,\, p_y) + p_x^2/2m_1 + \varepsilon_1(0\,,\, p_y)\cos(ap_z/h) . \quad (17)$$

Воспользовавшись соотношением (17), легко вычислить период движения электрона по орбитам, близким к самопересекающимся:

$$T(p_y) = \eta^{-1/2}\Omega_0^{-1}\int_0^{\pi} d\alpha\,(\xi^2 + \sin^2\alpha)^{-1/2} , \quad (18)$$

где Ω_0 — частота обращения электрона в магнитном поле, параллельном нормали к слоям;

$$\xi^2 = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0(0\,,\, p_y) - \varepsilon_1(0\,,\, p_y)}{2\varepsilon_1(0\,,\, p_y)} . \quad (19)$$

При приближении к самопересекающейся орбите ξ становится сколь угодно малой величиной и интеграл в формуле (18) логарифмически расходится пропорционально $\ln(1/\xi)$.

В отличие от обычных металлов, где период движения носителей заряда больше или сравним с временем свободного пробега лишь в экспоненциально малой области сечений поверхности Ферми вблизи самопересекающейся орбиты порядка $\exp(-\Omega_0\tau)$, в квазидвумерном проводнике условие $T \geq \tau$ выполнимо в значительно более широкой области электронных орбит, где ξ может быть порядка единицы.

При $\eta^{1/2} < \gamma_0 = 1/\Omega_0\tau$ основной вклад в σ_{zz} вносит небольшая доля носителей заряда, для которых $\eta^{1/2}v_F < v_x << v_F$. Для этих электронов скорость движения вдоль нормали к слоям с достаточной степенью точности можно считать гармонической функцией t вида

$$v_z = -\varepsilon_1(0\,,\, p_y)(a/\hbar)\sin\Omega t , \quad (20)$$

где $\Omega = aeHv_x(0)/\hbar c = \Omega_0 v_x/v_F$, а v_F — характерная фермиевская скорость порядка h/am_1.

Несложные вычисления приводят к следующему результату для электропроводности вдоль нормали к слоям:

$$\sigma_{zz} = \eta^2\sigma_0\int d\xi\,\gamma_0^2/(\gamma_0^2 + \xi^2) \cong \eta^2\gamma_0\sigma_0 . \quad (21)$$

Вклад в σ_{zz} электронов, принадлежащих замкнутым сечениям поверхности Ферми, существенно меньше, чем определенный по формуле (21). Таким образом, небольшая область открытых орбит вблизи самопересекающейся вносит основной вклад в электропроводность образца, а сопротивление проводника вдоль нормали к слоям в указанной выше области магнитных полей линейно растет с увеличением магнитного поля.

Дальнейшее увеличение магнитного поля приводит к сужению области электронных орбит, где период движения электрона больше его времени свободного пробега. В результате при $\gamma_0 << \eta^{1/2}$ вклад электронов вблизи самопересекающейся орбиты в σ_{zz} так же пропорционален γ_0^2, как и вклад электронов, у которых $T << \tau$. При этом сопротивление ρ_{zz} пропорционально квадрату величины магнитного поля.

Таким образом, в слоистом проводнике с квазидвумерным электронным энергетическим спектром имеется достаточно широкая область магнитных полей, когда сопротивление вдоль нормали к

слоям в монокристаллическом образце линейно растет с магнитным полем.

Исследование, представленное в этой публикации, частично финансировалось Международной соросовской программой поддержки образования в области точных наук Международного фонда "Возрождение", грант SPU 042051.

1. И. М. Лифшиц, *Избранные труды. Электронная теория металлов. Физика полимеров и биополимеров*, Наука, Москва (1994).
2. И. М. Лифшиц, В. Г. Песчанский, *ЖЭТФ* **35**, 1251 (1958); *там же* **38**, 188 (1960).
3. V. G. Peschansky, J. A. Roldan Lopez, and Toji Gnado Yao, *J. Phys. (Paris)*, **1**, 1469 (1991).
4. М. В. Карцовник, П. А. Кононович, В. Н. Лаухин, С. С. Песоцкий, И. Ф. Щеголев, *ЖЭТФ* **97**, 1305 (1990).
5. I. F. Shchegolev, P. A. Kononovich, V. M. Kartsovnic, V. N. Laukhin, S. S. Pesotskii, B. Hilti, and C. W. Mayer, *Synth. Met.* **39**, 357 (1990).
6. M. Tokumoto, A. G. Swanson, J. S. Brooks, C. C. Agosta, S. T. Hannahs, N. Kinoshita, H. Anzai, and J. R. Anderson, *J. Phys. Soc. Jpn.* **59**, 2324 (1990).
7. R. Yagi, Y. Iye, T. Osada, and S. Kagoshima, *J. Phys. Soc. Jpn.* **59**, 3069 (1990).

On magnetoresistance of layered conductors

V. G. Peschansky

The relation between resistance of a layered conductor with a quasi-two-dimensional arbitrary electron energy spectrum and magnetic field magnitude and orientation relative to its layers is considered. It is shown that for the electric current passing along the normal to the sample layers the resistance essentially depends on the angle θ between the normal and the vector of high magnetic field while for $\theta = \pi/2$ in a wide magnetic field range it increases linearly with magnetic field.