Физика низких температур, 1996, т. 22, № 12, с. 1442–1446

Рассеяние света на акустических фононах, взаимодействующих с двумерной коллективной энионной модой

Д. В. Филь, А. Л. Зазунов

Институт монокристаллов НАН Украины, Украина, г. Харьков 310001, пр. Ленина 60
E-mail: fil@isc.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 22 апреля 1996 г., после переработки 21 июня 1996 г.

Рассчитана интенсивность рассеяния света на акустических фононах, взаимодействующих с двумерной коллективной модой. Рассмотрена модель анизотропной упругой среды с энионными слоями. Полученные результаты использованы при расчете угловой зависимости интенсивности рассеяния света для модели, предложенной ранее для интерпретации экспериментально наблюдаемых акустических аномалий в монокристаллах Nd_2CuO_4 и Pr_2CuO_4.

Розраховано інтенсивність розсіяння світла на акустичних фононах, які взаємодіють з двовимірною колективною модою. Розглянуто модель анізотропного пружного середовища з еніонними шарами. Одержані результати застосовано при розрахунку кутової залежності інтенсивності розсіяння світла для моделі, яка була запропонована раніше для інтерпретації експериментально спостережуваних акустичних аномалій в монокристалах Nd_2CuO_4 та Pr_2CuO_4.

В последнее время в связи с развитием теории высокотемпературной сверхпроводимости и дробного квантового эффекта Холла значительный интерес проявляется к изучению двумерных моделей взаимодействующих фермионного и калибровочного полей Черна—Саймонса [1,2]. Введение калибровочного поля такого вида соответствует наличию в системе некоторого дополнительного взаимодействия (статистической природы) между фермионами. При этом коллективные свойства системы оказываются в некотором смысле аналогичными свойствам ферми-жидкости, в которой, как известно, фермижидкостное взаимодействие определяет наличие коллективных мод, спектр которых может лежать вне континуума квазичастичных состояний [3].

Среди различных физических проявлений коллективных свойств ферми-систем со взаимодействием важное место занимают эффекты, связанные с гибридизацией коллективных мод с фононами. В частности, связывание решеточных и коллективных фермионных мод может сказываться на акустических свойствах материалов. Эффект связывания, т.е. наличия гибридизованных фермион-решеточных мод, лежит в основе экспериментального метода изучения фермионных коллективных колебаний с помощью акустических измерений. Так, именно акустическими методами было получено экспериментальное доказательство существования нуль-звуковых колебаний в нормальных металлах [4]. Недавние экспериментальные исследования акустических свойств монокристаллов Nd_2CuO_4 и Pr_2CuO_4 [5,6] обнаружили эффекты, которые также могут быть обусловлены взаимодействием фононов с коллективными электронными модами со звуковым законом дисперсии. В последнем случае результаты экспериментов свидетельствуют о том, что спектр коллективной моды двумерен: в отсутствие связывания с решеткой колебания распространяются лишь в базовой плоскости. Такая ситуация оказывается сходной (по крайней мере, формально) с моделью, рассмотрённой в работах [7,8], в которых изучалось взаимодействие упругих и энионных мод.

В настоящем сообщении анализируется возможность регистрации дополнительной моды в экспериментах по рассеянию света Мандельштама—Бриллюэна. Стартовой точкой нашего рассмотрения является модель, описывающая взаимодействие трехмерной анизотропной упругой среды с системой двумерных энионных слоев. Предполагается, что температура системы ниже температуры перехода энионов в сверхтекучее состояние, что соответствует наличию в энионной подсистеме коллективной моды акустического типа — так на-

© Д. В. Филь, А. Л. Зазунов, 1996

зываемого энионного звука. Заметим, что после интегрирования по фермионам задача сводится к модели взаимодействующих упругого и двумерного калибровочного полей. Использование такой модели не играет принципиальной роли с точки зрения конечных результатов. В связи с этим можно утверждать, что, хотя результаты работы в чистом виде относятся именно к системам с энионными возбуждениями, на феноменологическом уровне их можно применить к модели взаимодействия трехмерных акустических фононов с двумерной дополнительной модой акустического типа и иной природы.

Стартовый лагранжиан модели запишем в виде

$$L = L_u + L_a + L_{\text{int}}, \tag{1}$$

где

$$L_u = \frac{1}{2}(\rho \dot{u}_i^2 - \lambda_{iklm}\, u_{ik}\, u_{lm}); \tag{2}$$

$$L_a = \sum_n \left\{ \Psi_n^*(i\partial_t + \mu - a_{n0} - \frac{1}{2m}(i\vec{\nabla}_2 + \mathbf{a}_n)^2)\Psi_n + \frac{N}{4\pi}\, e^{\mu\nu\lambda} a_{n\mu}\, \partial_\nu\, a_{n\lambda} \right\} \delta(r_z - r_n); \tag{3}$$

$$L_{\text{int}} = -\sum_n \Psi_n^* \Psi_n (g_x(u_{xx} + u_{yy}) + g_z\, u_{zz}) \delta(r_z - r_n); \tag{4}$$

$\mathbf{u}$ — вектор смещения; u_{ik} — тензор деформации; Ψ_n — фермионное поле; $a_{n\mu}$ ($\mu = 0, x, y$) — калибровочное поле, индекс n — номер слоя; ρ — плотность среды; λ_{iklm} — тензор модулей упругости; μ — химический потенциал энионов; m — их масса; N — целое число, определяющее статистику системы; $e^{\mu\nu\lambda}$ — полностью антисимметричный тензор; $\vec{\nabla}_2 = \nabla_x \mathbf{i}_x + \nabla_y \mathbf{i}_y$; g_x, g_z — константы энион-упругой связи. В (3) слагаемое Черна—Саймонса записано в релятивистских обозначениях. Заметим, что вид L_{int} выбран из соображений симметрии (для определенности считаем, что реализована тетрагональная симметрия решетки). Поля Ψ в данном подходе считаются незаряженными. В случае, если поля Ψ имеют электрический заряд, в лагранжиан (3) необходимо включить кулоновское взаимодействие. Это приведет к тому, что акустическая мода в энионной системе трансформируется в плазменные колебания. Для реализации акустической моды в таком случае необходимо рассматривать двухкомпонентную энионную модель [9]. Здесь мы не будем анализировать такую возможность, хотя заметим, что на феноменологическом уровне оба подхода в длинноволновом пределе эквивалентны. Поскольку Ψ не заряжены, взаимодействие системы (1) с электромагнитным полем будет связано лишь с упруго-оптическим эффектом: дифференциальный коэффициент экстинкции выражается через тензор упруго-оптических постоянных $p_{\alpha\beta\gamma\delta}$ следующим образом [10]:

$$dh(\Omega) = \frac{\omega^4}{16\pi^2 c^4}\, e_\alpha^* e_\beta' e_\gamma e_\delta'^*\, k_{\alpha\beta\rho\sigma}\, k_{\gamma\delta\kappa\tau}\, q_\rho\, q_\kappa \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\Omega t} \langle u_\sigma(\mathbf{q}, t) u_\tau^+(\mathbf{q}, 0) \rangle\, do\, \frac{d\Omega}{2\pi}, \tag{5}$$

где $\Omega = \omega - \omega'$; $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ ($\omega, \omega', \mathbf{k}, \mathbf{k}'$ — частоты и импульсы падающей и рассеянной электромагнитных волн соответственно); $\mathbf{e}$, $\mathbf{e}'$ — поляризации падающей и рассеянной волны; $k_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\varepsilon_{\alpha\rho}\, p_{\rho\sigma\gamma\delta}\, \varepsilon_{\sigma\beta}$, $\varepsilon_{\alpha\beta}$ — тензор высокочастотной диэлектрической проницаемости в отсутствие упругих деформаций; $\langle \ldots \rangle$ обозначает термодинамическое и квантовомеханическое усреднение. Для вычисления среднего в (5) используем стандартный подход среднего статистического поля для выделения коллективной энионной моды (см., например, [11]). В таком подходе нулевое приближение для энионной части лагранжиана системы формально совпадает с лагранжианом фермионов в постоянном магнитном поле $b = 2\pi n_0/N$ (n_0 — средняя двумерная плотность энионов). Это поле взаимодействует со статистическим зарядом, который несут энионы (мы полагаем его равным единице) и не взаимодействует с электрическими зарядами, т.е. не является магнитным полем в обычном смысле. Рассматривая $\mathbf{u}$ и $\tilde{a}_\mu = a_\mu^{(0)} - a_\mu$ как малые возмущения и выполняя процедуру функционального интегрирования по фермионным полям, приходим к эффективному лагранжиану взаимодействия упругих колебаний с калибро-

вочным полем. В длинноволновом пределе искомый лагранжиан имеет вид

$$L_{\text{eff}} = \frac{1}{2}(\rho \dot{u}_i^2 - \lambda_{iklm}\, u_{ik}\, u_{lm}) +$$

$$+ \frac{N}{4\pi\omega_c}\sum_n (\mathbf{e}^2 - v_a^2\tilde{b}^2)\delta(r_z - r_n) -$$

$$- \frac{N}{4\pi}\sum_n \tilde{b}(g_x(u_{xx} + u_{yy}) + g_z\, u_{zz})\delta(r_z - r_n)\ , \quad (6)$$

где $e_i = -\partial_i\tilde{a}_0 - \partial_t\tilde{a}_i$; $\tilde{b} = e_{ik}\,\partial_i\tilde{a}_k$ — «электрическая» и «магнитная» компоненты флуктуации калибровочного поля; $\omega_c = 2\pi n_0/mN$ — циклотронная частота; $v_a = \sqrt{2\pi n_0/m^2}$ — скорость коллективной моды. При получении (6) использовалось предположение о том, что температура системы ниже температуры перехода энионов в сверхтекучее состояние. (Как показано в [12], при вычислении функционального интеграла необходимо использовать эффективную температуру T^*, которая равна нулю ниже точки фазового перехода.) Используя калибровку $a_0 = 0$, запишем гамильтониан системы, который выражается через обобщенные импульсы $\vec{\pi}_n = \partial L_{\text{eff}}/\partial(\partial_t\tilde{\mathbf{a}}_n)$ и $\vec{\pi}_u = \partial L_{\text{eff}}/\partial(\partial_t\mathbf{u})$, канонически сопряженные полям $\tilde{\mathbf{a}}_n$ и $\mathbf{u}$ соответственно, с помощью соотношения

$$H = \int d^3x \left\{\sum_n \vec{\pi}_n\,\partial_t\tilde{\mathbf{a}}_n + \vec{\pi}_u\,\partial_t\mathbf{u} - L_{\text{eff}}\right\}.$$

Раскладывая векторный потенциал в ряд Фурье $\tilde{\mathbf{a}}_n(\mathbf{r}) = 1/\sqrt{S}\,\Sigma_{\mathbf{q}}\,\mathbf{e}_{\mathbf{q}}Q_n(\mathbf{q})e^{-i\mathbf{qr}}$, где S — площадь слоя и $\mathbf{e}_{\mathbf{q}} = (-q_y/q_{pl}, q_x/q_{pl})$ — поляризация, отвечающая поперечной калибровке для вектор-потенциала калибровочного поля $\partial_i\tilde{a}_i = 0$ ($q_{pl} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$), и переходя к фурье-компонентам поля $\mathbf{u}(\mathbf{r})$, имеем

$$H = \frac{1}{2}\frac{V}{(2\pi)^3}\int d^3q\,[\rho\dot{u}_i^+(\mathbf{q})\dot{u}_i(\mathbf{q}) + \lambda_{iklm}\,q_i\,q_l\,u_k^+(\mathbf{q})u_m(\mathbf{q}) + \frac{N}{2\pi\omega_c d}(\dot{Q}^+(\mathbf{q})\dot{Q}(\mathbf{q}) + v_a^2 q_{pl}^2\,Q^+(\mathbf{q})Q(\mathbf{q})) +$$

$$+ \frac{N}{4\pi d}\,q_{pl}(Q^+(\mathbf{q})\{g_x(q_x u_x(\mathbf{q}) + q_y u_y(\mathbf{q})) + g_z\,q_z u_z(\mathbf{q})\} + \text{h.c.})]\,, \quad (7)$$

где выполнен переход от суммирования по слоям к интегрированию по q_z. В (7) d — расстояние между слоями; V — объем системы. Переходя к нормальным координатам системы (7), получаем

$$H = \frac{1}{2}\frac{V}{(2\pi)^3}\times$$

$$\times\sum_\chi\int d^3q\,(\dot{\alpha}_\chi^+(\mathbf{q})\dot{\alpha}_\chi(\mathbf{q}) + \omega_\chi^2(\mathbf{q})\alpha_\chi^+(\mathbf{q})\alpha_\chi(\mathbf{q}))\ , \quad (8)$$

где $\omega_\chi^2(\mathbf{q})$ — собственные значения матрицы

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_{ixjx}\,q_i\,q_j & \tilde{\lambda}_{ixjy}\,q_i\,q_j & \tilde{\lambda}_{ixjz}\,q_i\,q_j & \tilde{g}_x\,q_x\,q_{pl} \\ \tilde{\lambda}_{ixjy}\,q_i\,q_j & \tilde{\lambda}_{iyjy}\,q_i\,q_j & \tilde{\lambda}_{iyjz}\,q_i\,q_j & \tilde{g}_x\,q_y\,q_{pl} \\ \tilde{\lambda}_{ixjz}\,q_i\,q_j & \tilde{\lambda}_{iyjz}\,q_i\,q_j & \tilde{\lambda}_{izjz}\,q_i\,q_j & \tilde{g}_z\,q_z\,q_{pl} \\ \tilde{g}_x\,q_x\,q_{pl} & \tilde{g}_x\,q_y\,q_{pl} & \tilde{g}_z\,q_z\,q_{pl} & v_a^2 q_{pl}^2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

с $\tilde{\lambda} = \lambda/\rho$, $\tilde{g}_{x(z)} = g_{x(z)}\sqrt{N\omega_c/8\pi d\rho}$. Вводя, как обычно, бозонные операторы рождения и уничтожения

$$\alpha_\chi(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_\chi(\mathbf{q})}}(\beta_\chi(\mathbf{q}) + \beta_\chi^+(-\mathbf{q}))\ ,$$

$$\dot{\alpha}_\chi(\mathbf{q}) = i\sqrt{\frac{\omega_\chi(\mathbf{q})}{2}}(\beta_\chi^+(\mathbf{q}) - \beta_\chi(-\mathbf{q}))\ ,$$

имеем

$$H = \frac{V}{(2\pi)^3}\sum_\chi\int d^3q\,\omega_\chi(\mathbf{q})(\beta_\chi^+(\mathbf{q})\beta_\chi(\mathbf{q}) + \tfrac{1}{2})\ . \quad (10)$$

Вектор упругого смещения выражается через собственные векторы ξ_χ матрицы (9) как

$$u_i(\mathbf{q}) = \sum_\chi\frac{\xi_{\chi i}}{\sqrt{2\rho\,\omega_\chi(\mathbf{q})}}(\beta_\chi(\mathbf{q}) + \beta_\chi^+(-\mathbf{q}))\ . \quad (11)$$

Подставляя (11) в (5) и вычисляя среднее с гамильтонианом (10), находим интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\Omega t}\langle u_\sigma(\mathbf{q}, t)u_\tau^+(\mathbf{q}, 0)\rangle = \sum_\chi \frac{\pi\xi_{\chi\sigma}\xi_{\chi\tau}}{\rho\omega_\chi(\mathbf{q})}\{(N(\omega_\chi(\mathbf{q}))+1)\delta(\Omega-\omega_\chi(\mathbf{q}))+N(\omega_\chi(\mathbf{q}))\delta(\Omega+\omega_\chi(\mathbf{q}))\}\,, \quad (12)$$

где $N(\omega)$ — бозевская функция распределения. При $T >> \omega_\chi(\mathbf{q})$ дифференциальный коэффициент экстинкции записывается в виде

$$dh(\Omega) =$$

$$= \sum_\chi I_\chi(\omega, \mathbf{q})(\delta(\Omega-\omega_\chi(\mathbf{q}))+\delta(\Omega+\omega_\chi(\mathbf{q})))\, do d\Omega\,, \quad (13)$$

где интенсивности рассеяния

$$I_\chi(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\omega^4 T}{32\pi^2 c^4}\frac{e_\alpha^* e'_\beta e_\gamma e'^*_\delta k_{\alpha\beta\rho\sigma}k_{\gamma\delta\kappa\tau}q_\rho q_\kappa \xi_{\chi\sigma}\xi_{\chi\tau}}{\rho\omega_\chi^2(\mathbf{q})}\,. \quad (14)$$

Формула (14) позволяет провести анализ интенсивностей рассеяния в зависимости от геометрии системы и параметров модели. Основным эффектом связывания фононов с дополнительной модой будет появление дополнительных пиков в спектрах рассеяния. В случае $g_x \neq 0$ дополнительный пик будет проявляться в геометрии, когда волновой вектор создаваемого светом коллективного возбуждения лежит в базовой плоскости системы. Так, при $\mathbf{q}$, параллельном оси симметрии [100], [010] или [110], и $\mathbf{e}$, лежащем в плоскости (001), либо перпендикулярном ей, при рассеянии назад должны наблюдаться два пика (а не один, как в решетке без дополнительной моды), сдвиги частот которых будут соответствовать спектрам гибридизованных колебаний «калибровочное поле + продольный акустический фонон». В ситуации, когда $v_a >> v_l$ (v_l — скорость продольной моды в отсутствие взаимодействия решетки с энионами), соответствующие сдвиги частот равны

$$\Omega_1 = v_l q\left(1-\frac{1}{2}\frac{\tilde{g}_x^2}{v_l^2 v_a^2}\right)\,, \quad (15)$$

$$\Omega_2 = v_a q\left(1+\frac{1}{2}\frac{\tilde{g}_x^2}{v_a^4}\right)\,, \quad (16)$$

и отношение интенсивностей двух пиков

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{v_l}{v_a}\right)^4 \frac{\tilde{g}_x^2}{v_a^2 v_l^2}\,. \quad (17)$$

Как видно из (17), I_2/I_1 мало по параметру $(v_l/v_a)^4$. Ввиду двумерного спектра моды, связанной с дополнительной степенью свободы, можно реализовать геометрию, при которой дополнительный пик будет иметь интенсивность, близкую по величине с одним из соседних пиков. Такая геометрия должна соответствовать направлению $\mathbf{q}$ под углом Θ к оси z вблизи Θ_0, определяемого из условия $\sin(\Theta_0) = v_{l(t)}/v_a$, где $v_{l(t)}$ — скорость квазипродольной (квазипоперечной) моды в отсутствие взаимодействия решетки с энионами. При этом эффект будет наблюдаться и при $g_x = 0$, но $g_z \neq 0$.

В заключение рассмотрим более подробно ситуацию, которая соответствует значению параметров модели, предложенной в [6] для описания наблюдаемых угловых зависимостей скоростей звука в Nd_2CuO_4 и Pr_2CuO_4. В этом случае скорость дополнительной моды оказывается достаточно малой ($c_{44} < \rho v_a^2 < c_{11}$) и параметр g_x равен нулю либо мал, т.е. связь с дополнительной модой в основном определяется константой g_z. Для направления волнового вектора света в плоскости (010) при рассеянии назад для интенсивностей I_χ имеем

$$I_\chi = \frac{\omega^4 T}{32\pi^2 c^4}\frac{\varepsilon_\perp^4[\xi_{\chi x}(\Theta)p_{12}\sin\Theta+\xi_{\chi z}(\Theta)p_{13}\cos\Theta]^2}{\rho c_\chi^2} \quad (18)$$

для поляризаций падающей и рассеянной волны, параллельной оси [010];

$$I_\chi = \frac{\omega^4 T}{32\pi^2 c^4}\frac{\varepsilon_\parallel^4\varepsilon_\perp^4}{(\varepsilon_\parallel^2\cos^2\Theta+\varepsilon_\perp^2\sin^2\Theta)^2}\frac{1}{\rho c_\chi^2}\times$$

$$\times[\cos^2\Theta(\xi_{\chi x}(\Theta)p_{11}\sin\Theta+\xi_{\chi z}(\Theta)p_{13}\cos\Theta)+$$

$$+\sin^2\Theta(\xi_{\chi x}(\Theta)p_{13}\sin\Theta+\xi_{\chi z}(\Theta)p_{33}\cos\Theta-$$

$$-\sin 2\Theta\, p_{44}(\xi_{\chi x}(\Theta)\cos\Theta+\xi_{\chi z}(\Theta)\sin\Theta)]^2 \quad (19)$$

для поляризаций падающей и рассеянной волны в плоскости (010). В (18), (19) учтено, что тензор ε_{ik} диагонален в выбранных осях ($\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_\parallel$, $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_\perp$).

Скорости нормальных мод c_χ и собственные векторы определяются из матрицы

$$\begin{pmatrix} \tilde{c}_{11}\sin^2\Theta + \tilde{c}_{44}\cos^2\Theta & 0 & (\tilde{c}_{13}+\tilde{c}_{44})\sin\Theta\cos\Theta & 0 \\ 0 & \tilde{c}_{66}\sin^2\Theta + \tilde{c}_{44}\cos^2\Theta & 0 & 0 \\ (\tilde{c}_{13}+\tilde{c}_{44})\sin\Theta\cos\Theta & 0 & \tilde{c}_{44}\sin^2\Theta + \tilde{c}_{33}\cos^2\Theta & \tilde{g}_z\sin\Theta\cos\Theta \\ 0 & 0 & \tilde{g}_z\sin\Theta\cos\Theta & v_a^2\sin^2\Theta \end{pmatrix},$$

где $\tilde{c}_{ik} = c_{ik}/\rho$. Заметим, что в рассматриваемом случае одна из собственных мод является чисто поперечной упругой модой (назовем ее $\chi = 4$). Эта мода не дает вклад в интенсивности (18), (19).

Качественный вид угловых зависимостей интенсивностей пиков в спектре рассеяния для некоторого набора констант p_{ik} и соответствующие частотные сдвиги показаны на рис. 1. Для расчета

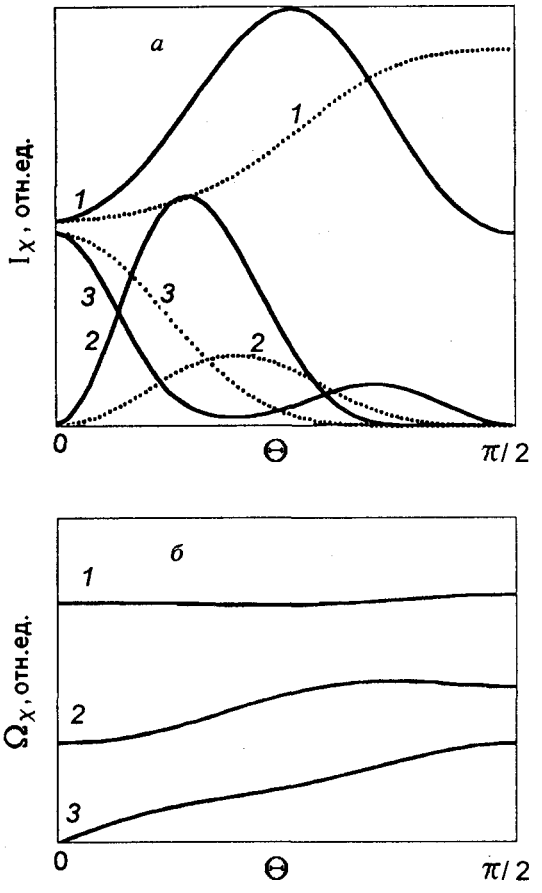

Рис. 1. Качественный вид зависимостей интенсивностей рассеяния I_χ (*а*) и соответствующих им сдвигов частот рассеянного света Ω_χ (*б*) от направления волнового вектора электромагнитной волны (рассеяние назад) при его вращении в плоскости (010). Сплошными линиями показаны интенсивности при поляризации падающей и рассеянной волны e, e′ ⊥ [010], точками — e, e′ ∥ [010]. Цифрами на графиках обозначены номера собственных мод. При расчетах использованы параметры $\sqrt{\tilde{c}_{11}} = 6{,}05$, $\sqrt{\tilde{c}_{33}} = 5{,}85$, $\sqrt{\tilde{c}_{13}} = 4{,}19$, $\sqrt{\tilde{c}_{44}} = 2{,}46$, $\sqrt{\tilde{g}_z} = 3{,}95$, $v_a = 3{,}83$ (все в 10^5 см/с) [6], $p_{12} = 0{,}7p_{11}$, $p_{33} = p_{13} = 0{,}5p_{11}$, $p_{44} = -0{,}1p_{11}$, $\varepsilon_\parallel = \varepsilon_\perp$.

использованы значения $\tilde{c}_{ik}$, $\tilde{g}_z$ и v_a, полученные в [6] для Nd_2CuO_4.

Таким образом, можно заключить, что проведение экспериментов по рассеянию Мандельштама—Бриллюэна при соответствующем выборе геометрии может быть использовано для регистрации двумерных коллективных мод акустического типа, которые, в частности, могут существовать в кристаллах с эпионными возбуждениями. Что касается систем Nd_2CuO_4 и Pr_2CuO_4, в которых результаты акустических измерений указывают на возможность существования дополнительной моды акустического типа, то постановка эксперимента по рассеянию света рассматривается нами как независимая возможность подтвердить предложенную в [6] интерпретацию.

1. F. Wilczek, *Fractional Statistics and Anyon Superconductivity*, World Scientific, Singapore (1990).
2. A. Lopez and E. Fradkin, *Phys. Rev.* **B44**, 5246 (1991); B. I. Halperin, P. A. Lee, and N. Read, *Phys. Rev.* **B47**, 7312 (1993).
3. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
4. Н. Г. Бурма, Е. Ю. Дейнека, В. Д. Филь, *Письма в ЖЭТФ* **50**, 18 (1989).
5. I. G. Kolobov, V. D. Fil, D. V. Fil, S. N. Barilo, and D. I. Zhigunov, *Phys. Rev.* **B49**, 744 (1994).
6. Д. В. Филь, И. Г. Колобов, В. Д. Филь, С. Н. Барило, Д. И. Жигунов, *ФНТ* **21**, 1225 (1995).
7. О. И. Токарь, Д. В. Филь, *ФНТ* **19**, 928 (1993).
8. D. V. Fil and O. I. Tokar, *Physica* C230, 207 (1994).
9. C. R. Hagen, *Phys. Rev. Lett.* 68, 3821 (1992).
10. *Рассеяние света в твердых телах*, М. Кардона (ред.), Мир, Москва (1979).
11. Y. H. Chen, F. Wilczek, E. Witten, and B. J. Halperin, *Int. J. Mod. Phys.* 3, 1001 (1989).
12. Y. Kitazava and H. Murayama, *Phys. Rev.* **B41**, 11101 (1990).

Light scattering by acoustic phonons coupled to a two-dimensional collective anyon mode

D. V. Fil and A. L. Zazunov

The intensity of light scattering by acoustic phonons coupled to a two-dimensional collective mode is computed. The model of an anisotropic elastic medium with anyon layers is considered. The results obtained are applied to calculate the angle dependences of the light scattering intensity for the model suggested recently and to interpret the acoustic anomalies observed experimentally in Nd_2CuO_4 and Pr_2CuO_4 single crystals.