Физика низких температур, 1996, т. 22, № 12, с. 1406–1417

Тонкая структура линий поперечной электронной фокусировки в висмуте. I. Квантовые эффекты

Ю. Ф. Комник, В. В. Андриевский, С. В. Рожок

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: komnik@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 21 мая 1996 г., после переработки 10 июня 1996 г.

Показано, что тонкая структура линии поперечной электронной фокусировки (ЭФ) в кристалле висмута связана с явлением дифракции электронного потока, втекающего в кристалл через микроконтакт. В методе ЭФ баллистический транспорт электронов на циклотронной траектории сохраняет неоднородное угловое распределение дифрагированных электронов, которое проявляется на фоне первой линии ЭФ в виде дополнительных максимумов. Положение максимумов и их смещение по магнитному полю при изменении энергии электронов соответствует теоретическим расчетам.

Показано, що тонка структура лінії поперечної електронної фокусировки (ЕФ) в кристалі висмуту зв'язана з появою дифракції електронного потоку, який тече в кристал через мікроконтакт. В методі ЕФ балістичний транспорт електронів на циклотронній траєкторії зберігає неоднорідний кутовий розподіл дифрагованих електронів, який з'являється на фоні першої лінії ЕФ у вигляді додаткових максимумів. Становище максимумів та їх зміщення по магнітному полю при зміні енергії електронів відповідає теоретичним розрахункам.

Введение

Метод фокусировки электронов проводимости с помощью поперечного магнитного поля [1] позволяет изучать взаимодействие электронов, инжектированных в металл через микроконтакт, с поверхностью кристалла. Отношение амплитуд первых двух линий электронной фокусировки (ЭФ) характеризует вероятность зеркального отражения от поверхности электронов, падающих нормально на внешнюю границу кристалла [2,3]. Эта возможность успешно использована для определения коэффициента зеркальности поверхностного отражения нормально падающих электронов в висмуте [1,4], сурьме [5], меди и вольфраме [6,7], алюминии [8], цинке [9] и других металлах. Из анализа формы кривой ЭФ и модельных представлений может быть восстановлена угловая зависимость параметра зеркальности поверхностного рассеяния [10,11]. С помощью метода ЭФ возможно получение информации о вероятности междолинного поверхностного отражения [12–14], о вероятности и энергетической зависимости андреевского отражения электронов от границы нормальный металл — сверхпроводник [15–17], может быть осуществлено определение хорд поверхности Ферми [3,18] и др.

Все эти применения используют положение и амплитуду линий ЭФ. Линии ЭФ в определенных условиях имеют тонкую структуру в виде дополнительных пиков с амплитудой, существенно меньшей, чем амплитуда самих линий ЭФ. Тонкая структура линий ЭФ, по нашим предположениям, отражает процессы релаксации и интерференции электронов в микроконтакте, служащем эмиттером, или на баллистической траектории между эмиттером и приемным коллектором. Эти процессы чувствительны к структуре микроконтакта, степени совершенства кристалла и его поверхности, температуре и энергии электронов. В настоящей работе обсуждается возможная природа пиков малой амплитуды, появляющихся на фоне первой линии ЭФ.

Методика

В проведенных экспериментах использована стандартная схема электронной фокусировки поперечным магнитным полем [1]. Для реализации этой схемы на поверхность монокристалла устанавливают два микроконтакта, расстояние между которыми L меньше длины свободного пробега электронов в металле l. Магнитное поле H ориентируют в плоскости поверхности металла перпен-

© Ю. Ф. Комник, В. В. Андриевский, С. В. Рожок, 1996

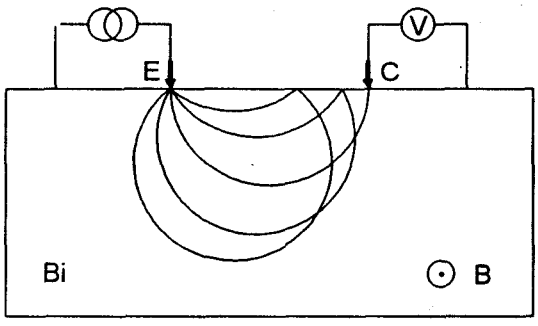


Рис. 1. Схема электронной фокусировки (ЭФ) с помощью поперечного магнитного поля.

дикулярно линии, соединяющей микроконтакты (либо под углом к ней). Схема ЭФ приведена на рис. 1. Один из микроконтактов (эмиттер *E*) используют для инжекции электронов в металл. Ток пропускают через эмиттер и некоторый удаленный контакт. Второй микроконтакт (коллектор *C*) используют для измерения потенциала в этой точке по отношению к удаленной периферийной точке. Электроны, вылетевшие из эмиттера, в магнитном поле совершают движение в глубине кристалла по баллистической (циклотронной) траектории и возвращаются к поверхности кристалла, создавая некоторое распределение потенциала на ней. При плавном изменении напряженности магнитного поля получают экспериментальные кривые ЭФ для потенциала на коллекторе $U_c(H)$.

В настоящей работе эмиттер и коллектор устанавливались на тригональной грани монокристалла висмута вдоль направления оси C_2 ($L \parallel C_2$) на расстоянии $L \sim 0{,}2$ мм. Магнитное поле было ориентировано в плоскости кристалла перпендикулярно линии, соединяющей эмиттер и коллектор ($H \perp L$).

Микроконтакты на поверхности кристалла создавались по методу «иглы и наковальни». В качестве остриев использовались медные проволочки диаметром 0,1 мм, концы которых затачивались электрохимическим травлением в 10% растворе KOH до диаметра ~ 1 мкм. Для получения точечного стабильного контакта микроострия приваривались к поверхности кристалла непосредственно в жидком гелии. Для этого были использованы 100 В батарея постоянного напряжения и балластное сопротивление 1 МОм, включенные последовательно в цепь остриев. Контакты имели сопротивление порядка 1 Ом. Диаметр контактов не превышал 10^{-3} мм.

Температурный режим создавался откачкой паров гелия. Минимальная температура, использованная в эксперименте, составляла 1,5 K.

Наряду с записью потенциала на коллекторе $U_c(H)$ регистрировалась также производная от потенциала по эмиттерному току $dU_c/dI_e(H)$. Для ее записи производилась модуляция постоянного тока малым переменным током (с амплитудой $\leq 0{,}5$ мА) и осуществлялось измерение переменного напряжения на коллекторе на частоте модуляции.

Формирование линии ЭФ

Потенциал на коллекторе U_c определяется числом неравновесных электронов n_{eff}, попадающих из эмиттера на коллектор по баллистическим траекториям. Смещение a баллистического электрона вдоль поверхности в плоскости, перпендикулярной H, за время между вылетом из эмиттера и соударением с поверхностью

$$a = \frac{cP_z}{eH}, \qquad (1)$$

где P_z — хорда поверхности Ферми (ось z направлена по нормали к поверхности). В искомое число неравновесных электронов n_{eff} входят прежде всего те электроны, у которых $a = L$, а также $ma = L$, $m = 2, 3, \ldots$, т.е. испытавших кратное число зеркальных отражений от поверхности. При определении n_{eff} принимаются во внимание геометрические размеры эмиттера и коллектора, т.е. диаметр микроконтактов d. Таким образом, связь между полем H и хордой для электронов, дающих основной вклад в потенциал на коллекторе, имеет вид

$$H = \frac{cP_z}{eL}. \qquad (2)$$

Максимальный сигнал на коллекторе U_c возникает в поле H_0, в котором в фокусировке участвуют электроны, принадлежащие экстремальному диаметру поверхности Ферми, т.е. для которых $P_z^{\text{extr}} = 2p_z$ (p_z — z-компонента фермиевского импульса). Поле H_{0F} определяется выражением:

$$H_{0F} = \frac{2cp_{zF}}{eL}. \qquad (3)$$

Линия электронной фокусировки $U_c(H)$ представляет собой восходящую кривую, резко обрывающуюся в поле H_0. Далее следуют вторая и после-

дующие линии ЭФ в полях mH_0 ($m = 2, 3, ...$), связанные с электронами, испытавшими зеркальное $(m-1)$-кратное отражение от поверхности между эмиттером и коллектором. Заметим, что экспериментальная запись зависимости $U_c(H)$ при $L = \text{const}$ полностью подобна предполагаемой зависимости $U_c(L)$ при $H = \text{const}$, характеризующей распределение n_{eff} на поверхности вдоль линии пересечения ее с плоскостью, перпендикулярной **H**.

Строго говоря, в методе ЭФ используются неравновесные электроны, энергия которых выше энергии Ферми на $\delta\varepsilon \simeq eV$ в связи с приложенным к микроконтакту напряжением V. Поле фокусировки электронов, принадлежащих экстремальному сечению изоэнергенической поверхности $\varepsilon_F + \delta\varepsilon$, не совпадает с H_{0F}, а имеет значение $H_0 > H_{0F}$:

$$H_0 = \frac{2cp_z}{eL}, \qquad (4)$$

где p_z относится к энергии $\varepsilon_F + \delta\varepsilon$.

Экспериментальные наблюдения

На кривых электронной фокусировки $U_c(H)$ для висмута при небольших эмиттерных токах (2–50 мА) первая линия ЭФ часто имеет тонкую структуру в магнитных полях меньших, чем поле H_0 для первой линии. Эта структура хорошо выявляется на записях $dU_c/dI_e(H)$. Тонкая структура, как правило, имеет вид группы пиков небольшой амплитуды на восходящей ветви линии ЭФ (рис. 2). В единичных случаях нами наблюдались пики большой амплитуды (рис. 3,*а*); при этом удалось зарегистрировать максимумы непосредственно при записи $U_c(H)$ (рис. 3,*б*).

С ростом тока пики возрастают по амплитуде и смещаются в сторону больших магнитных полей. Рост амплитуды пиков при возрастании эмиттерного тока, так же, как и рост первой линии ЭФ, связан с увеличением числа электронов, принимающих участие в формировании пиков.

Смещение пиков с увеличением энергии электронов заслуживает специального рассмотрения. На рис. 4 и 5 продемонстрировано изменение положения пиков тонкой структукры на шкале магнитных полей в зависимости от приложенного напряжения для двух характерных случаев (сплошные кривые). Смещение пиков указывает на влияние энергии электронов на их формирование, подобное влиянию энергии электронов на положение линии ЭФ на шкале магнитных полей, которое должно описываться соотношением (4).

Однако в эксперименте соотношение (4) строго не выполняется. Расчетные зависимости H_0 от избыточной энергии электронов (верхняя пунктирная кривая на рис. 4 и 5) и экспериментальные зависимости H_0 от eV заметно расходятся. Это может быть объяснено влиянием побочных факторов, например, искажением электронных траекторий неоднородным собственным магнитным полем тока, появлением термоэлектрических полей в результате асимметричного разогрева области, прилегающей к микроконтакту, процессами релаксации электронов в эмиттере и др. В связи с этим при рассмотрении влияния энергии электронов на положение пиков тонкой структуры в большинстве случаев будем пользоваться относительной характеристикой H/H_0. На рис. 4 показано, что сравнение расчетной и экспериментальной за-

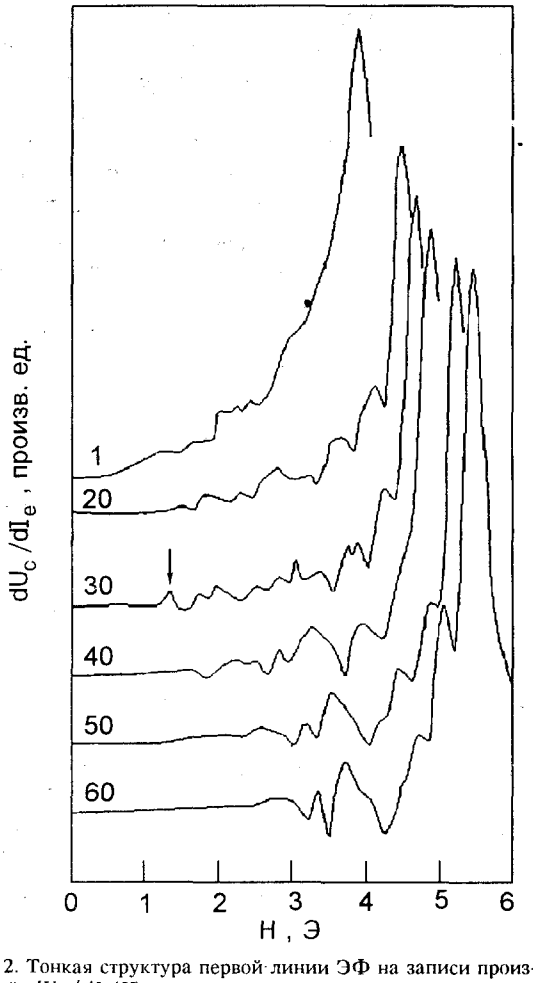


Рис. 2. Тонкая структура первой линии ЭФ на записи производной $dU_c/dI_e(H)$ при одинаковом усилении и различных эмиттерных токах (значения тока указаны рядом с кривыми, в мА, кривые смещены по оси ординат). Сопротивление микроконтакта 0,85 Ом; расстояние между эмиттером и коллектором $L = 214$ мкм.

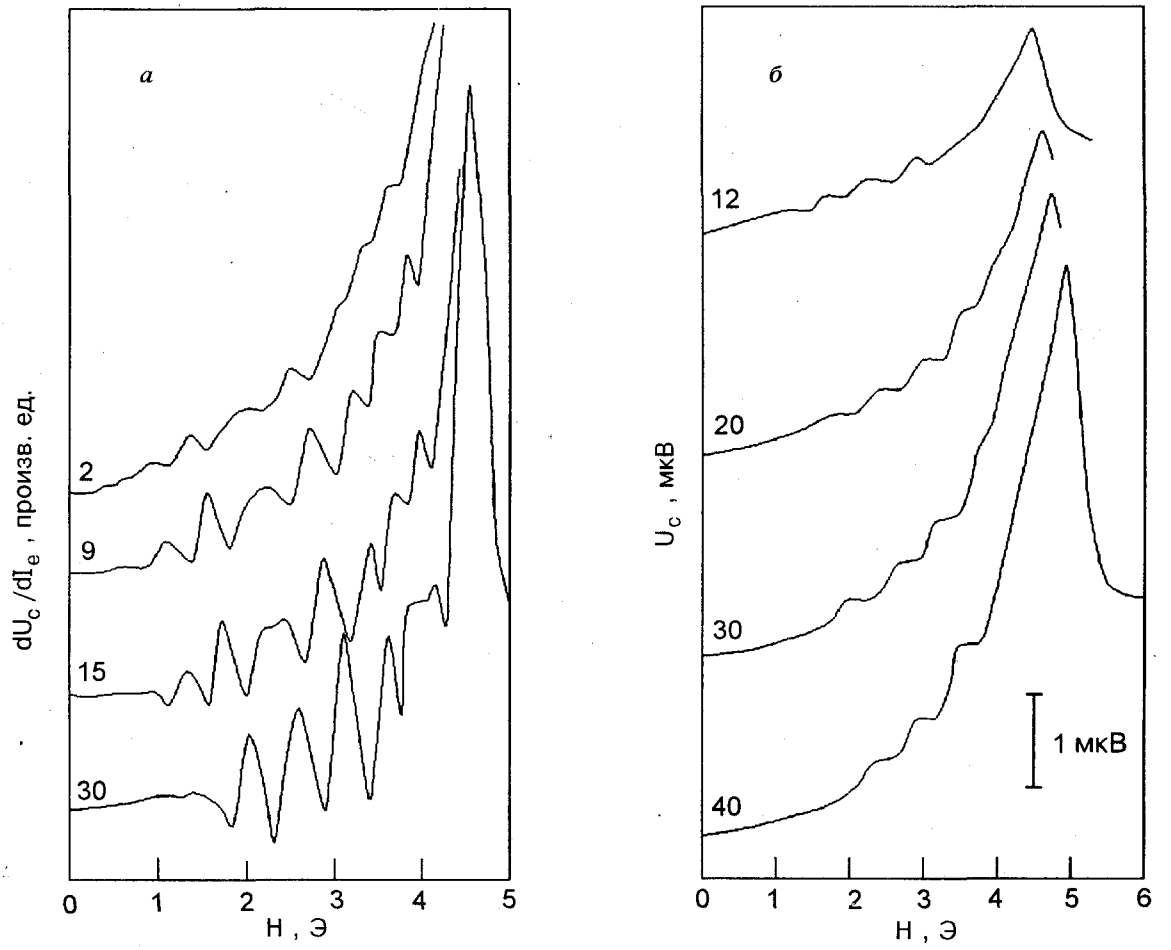


Рис. 3. Тонкая структура линии ЭФ на записи производной $dU_c/dI_e(H)$ при одинаковом усилении (*а*) и непосредственно сигнала фокусировки $U(H)$ (*б*) при различных эмиттерных токах (в мА). Кривые смещены по оси ординат. Сопротивление микроконтакта 0,66 Ом, расстояние L = 216 мкм.

висимостей с помощью горизонтальных сечений при заданных значениях магнитного поля H_0 позволяет определить в каждом случае истинные значения избыточной энергии электронов $\delta\varepsilon$. Далее будем пользоваться этим приемом для определения истинного значения $\delta\varepsilon$. Целесообразно ввести представление об эффективном напряжении, которое мы будем обозначать как $\widetilde{V}$, так что $\delta\varepsilon = e\widetilde{V}$. Оно меньше приложенного напряжения V в силу влияния указанных выше причин, но именно $\widetilde{V}$ определяет избыточную энергию электронов, покинувших микроконтакт и сформировавших линию ЭФ при определенном значении H_0.

Используя найденные значения $\widetilde{V}$, мы перестроили кривые для зависимости положения пиков тонкой структуры от избыточной энергии. Они представлены пунктирными линиями на рис. 4 и 5; для них теперь шкала энергий тождественна $e\widetilde{V}$.

Для построения кривых на рис. 4 и 5 использовались записи производной $dU_c/dI_e(H)$, на которых максимумы смещены относительно максимумов тонкой структуры на линии ЭФ на 1/4 ширины пиков. (Заметим, что производная $dU_c/dI_e(H)$ по своим свойствам подобна производной $dU_c/dH(H)$ в области существования линейной связи между I_e и V_e, поскольку вариации V_e приводят к вариациям поля фокусировки $dH = (1/2)(H_0/\varepsilon_F)e\,dV_e$.) Это смещение может быть легко учтено, оно практически одинаково для всех наблюдаемых пиков, и поэтому для определения положения максимумов тонкой структуры достаточно зависимости $dU_c/dI_e(H)$ сместить на 1/4 среднего периода. Исключение составляет лишь максимум для основной линии ЭФ, поскольку в этом случае смещение для максимума производной больше, чем для максимумов тонкой структу-

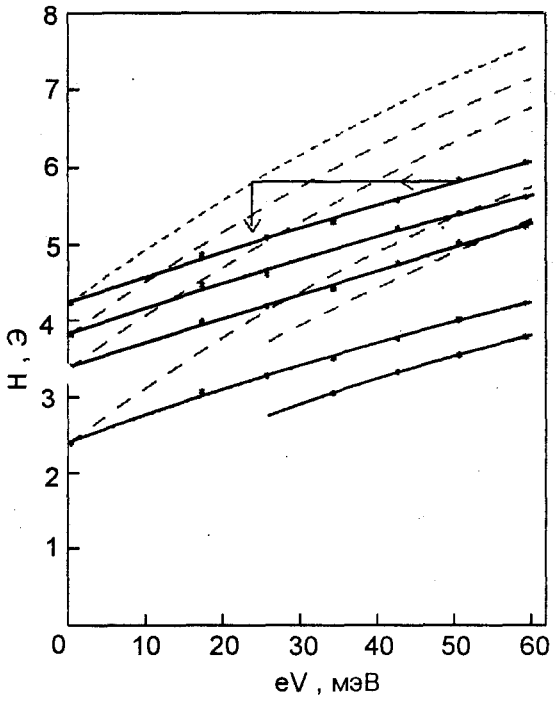


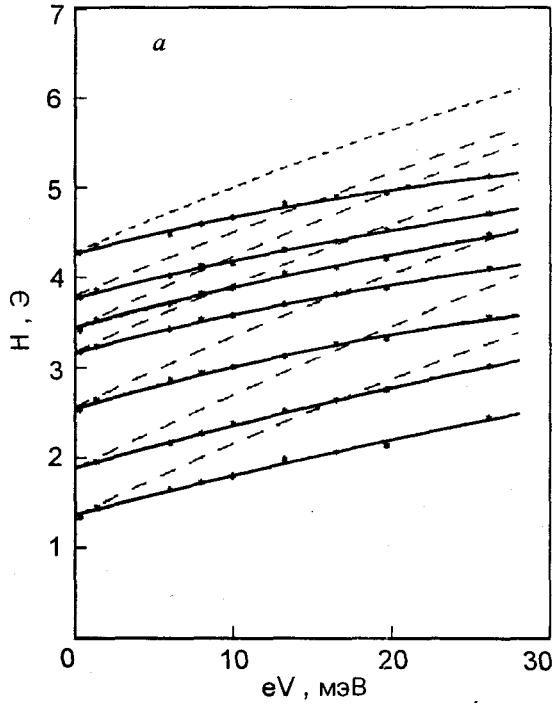
Рис. 4. Изменение положения на шкале магнитных полей линии ЭФ (верхняя сплошная кривая) и пиков тонкой структуры (остальные сплошные кривые) для образца, представленного на рис. 2, при изменении избыточной энергии электронов eV (V — напряжение на эмиттере). Верхняя пунктирная линия — расчетное смещение по шкале магнитных полей линии ЭФ, а остальные пунктирные линии — пиков тонкой структуры при изменении eV.

ры. Это различие может быть учтено, поскольку для основной линии ЭФ всегда имеется запись как $U_c(H)$, так и $dU_c/dI_e(H)$.

Обсуждение

1. В работе [19] пики, дающие тонкую структуру первой линии ЭФ в висмуте при малых эмиттерных токах, были объяснены проявлением *магнитных поверхностных уровней (МПУ)* [20]. Они возникают в условиях инфинитного движения электронов проводимости вдоль поверхности металла по «скачущим» орбитам, формируемым под влиянием слабого магнитного поля, направленного параллельно поверхности, и при зеркальном характере поверхностного отражения электронов. Квантование периодического движения таких электронов приводит к системе дискретных МПУ, переходы между которыми определяют появление осцилляционной зависимости поверхностного сопротивления от магнитного поля. Из условия квантования следует, что разрешенными оказываются траектории лишь с определенным значением смещения a, при котором магнитный поток Φ, пронизывающий площадь соответствующего сегмента, равен $\Phi_0(n + 1/4)$, где квантовое число $n = 1, 2, 3, ...$; Φ_0 — квант потока [21].

Возможность проявления МПУ в эффекте ЭФ не представляется вполне очевидной. В совершенном



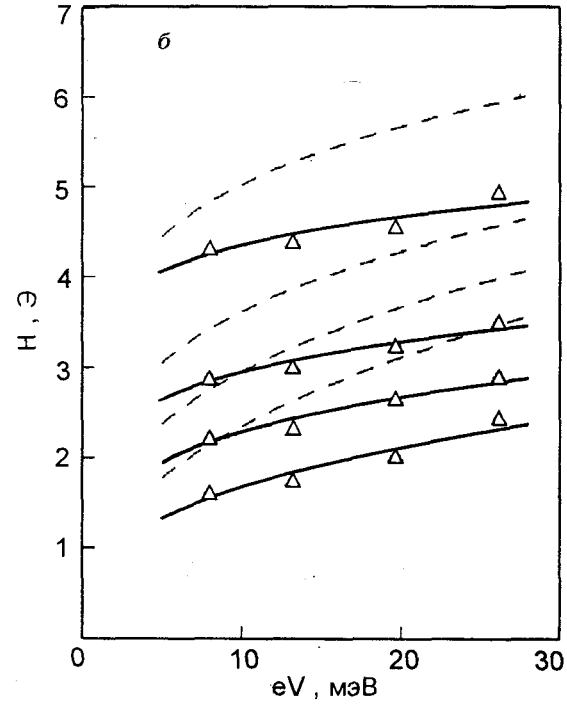


Рис. 5. Аналогичен рис. 4 для образца, представленного на рис. 3. Для построения кривых использованы записи производной $dU_c/dI_e(H)$ (рис. 3,*а*) (*а*) и сигнала фокусировки $U_c(H)$ (рис. 3,*б*) (*б*).

кристалле при наложении магнитного поля, параллельного поверхности, возникает движение вдоль поверхности электронов, занимающих квантовые состояния. Но области прикрепления микроконтактов оказывают возмущающее действие на эти потоки, т.е. нарушают это движение. Если же рассматривать эмиттер как источник вновь возникшего потока электронов вдоль поверхности, то для получения сигнала на коллекторе необходимо выполнить дополнительное условие, сформулированное в [19]: на длине L должно укладываться кратное число смещений: $L = ma$. Для представленной в работе [19] записи сигнала ЭФ автору удалось подобрать квантовые числа n (от 1 до 10) и числа m (от 2 до 8) для большинства пиков тонкой структуры. Однако из большого многообразия возможных сочетаний n и m далеко не все варианты были использованы.

Для проверки применимости модели МПУ к нашим наблюдениям мы, как и в работе [19], построили для висмута зависимости смещения a от магнитного поля H для различных значений квантового числа n (рис. 6,*а*). При построении этих кривых были использованы условия квантования высоты z_n сегмента, охватываемого траекторией в координатном пространстве, согласно [20]:

$$z_n = \left(\frac{3h}{4\sqrt{2}}\right)^{3/2}\left(\frac{c}{eHp^*}\right)^{1/3} n_1^{2/3}\ , \qquad (5)$$

где $n_1 = n - 1/4$; p^* — радиус кривизны соответствующего участка поверхности Ферми в импульсном пространстве. Из (5) следует условие квантования для смещения a:

$$a_n = 2[r^2 - (r - z_n)^2]^{1/2}\ , \qquad (6)$$

где $r = cp^*/eH$ — радиус кривизны траектории в координатном пространстве. В качестве p^* было взято значение радиуса кривизны в опорной точке пересечения оси C_2 с поверхностью эллипсоида [22]: $p^* = 0{,}983\cdot10^{-21}$ г·см·с$^{-1}$. На рис. 6,*а* приведены найденные зависимости $a(H)$ для различных значений n. Для определения значений магнитного поля, при которых следует ожидать пики от МПУ, необходимо провести горизонтальные прямые, соответствующие $a = L/m$, где $m = 2, 3, 4, \ldots$. На рис. 6,*б* в качестве примера для образца, представленного на рис. 2 и имеющего $L = 214$ мкм, показаны ожидаемые положения пиков для различных n и m. В совокупности они образуют большое число возможных сочетаний n и m. Жирными линиями отмечены значения магнитных полей, при которых находятся наблюдаемые

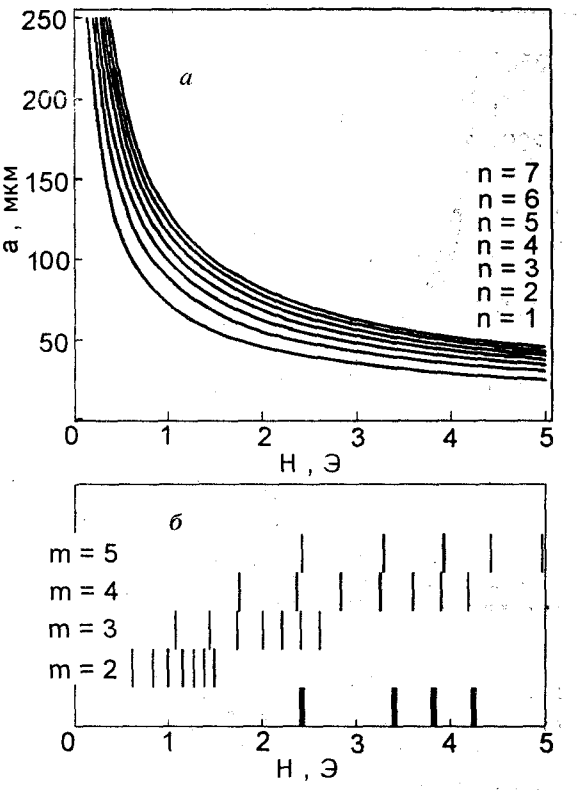


Рис. 6. Связь между магнитным полем и смещением вдоль поверхности a для электронов, занимающих магнитные поверхностные уровни в висмуте с различными значениями квантового числа n (указаны снизу — вверх) (*а*), расчетные положения пиков на шкале магнитных полей для различных сочетаний n и m (*б*). Жирные линии соответствуют положению пиков в эксперименте, представленном на рис. 2.

пики (эти значения получены экстраполяцией кривых на рис. 4 к нулевому эмиттерному току). Видно, что ожидаемая и наблюдаемая картины не совпадают, хотя некоторым пикам могут быть приписаны определенные сочетания чисел n и m, но остается необъяснимым отсутствие пиков при иных сочетаниях значений n и m.

Мы рассмотрели изменение положения пиков в модели МПУ при увеличении энергии электронов. На рис. 7 показаны расчетные кривые $a(H)$ для различных значений энергии электронов в висмуте, взятых в масштабе ε_F (для висмута $\varepsilon_F = 27$ мэВ [23]). Оказалось, что положение пиков слабо изменяется с ростом энергии электронов. При избыточной энергии $\delta\varepsilon \approx \varepsilon_F$ значение магнитного поля для соответствующих пиков увеличивается лишь на 15–20%. Это совершенно не соответствует наблюдаемому изменению положения пиков при увеличении избыточной энергии электронов (пунктирные кривые на рис. 4, 5). Таким образом, предположение о проявлении МПУ на за-

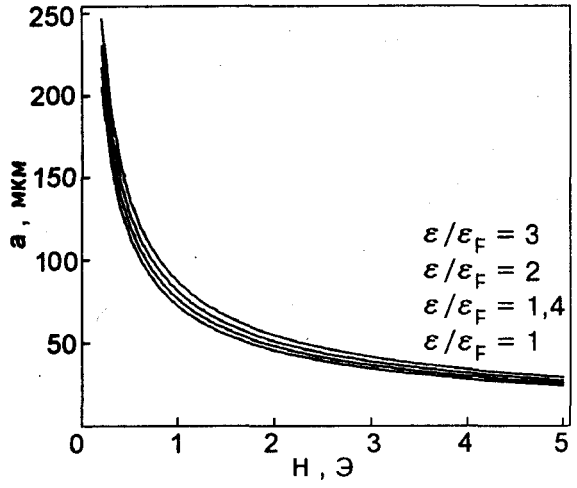


Рис. 7. Изменение зависимостей $a(H)$ для магнитных поверхностных уровней в висмуте с $n = 1$ при увеличении энергии электронов (указаны в единицах $\varepsilon/\varepsilon_F$ снизу — вверх).

писях сигнала ЭФ, подобных приведенным на рис. 2, 3, не находит четких доказательств.

2. Картина тонкой структуры линии ЭФ напоминает известные *явления волновой природы* — интерференцию или дифракцию, в связи с чем целесообразно рассмотреть эти оптические аналогии. В последнее время в теоретических работах (см., например, [24,25]), показано, что волновые свойства электронов проводимости приводят к проявлению ряда интерференционных эффектов в металлах, как например, к появлению квантовых поправок к проводимости, связанных со слабой локализацией электронов и электрон-электронным взаимодействием, мезоскопических флуктуаций проводимости, осцилляций сопротивления неодносвязных микроскопических образцов вследствие квантования магнитного потока и др.

Обсудим возможность *интерференции* электронных потоков на баллистической орбите. Строго говоря, электронный поток не обладает когерентностью волновых функций электронов, образующих поток. Между тем, явление интерференции на баллистической орбите может возникнуть при реализации метода ЭФ в особой ситуации. Вполне возможно, что в некоторых микроконтактах, служащих эмиттером, движение электронов осуществляется по нескольким каналам в связи с существованием в микроконтакте внутренних дефектов, пустот, двойников, скоплений дислокаций и т.п., причем расстояние между каналами Δ может оказаться порядка длины волны электронов и во всяком случае существенно меньше, чем длина когерентности электронов в нормальном металле $L_T = (\hbar D/kT)^{1/2}$ (для коэффициента диффузии

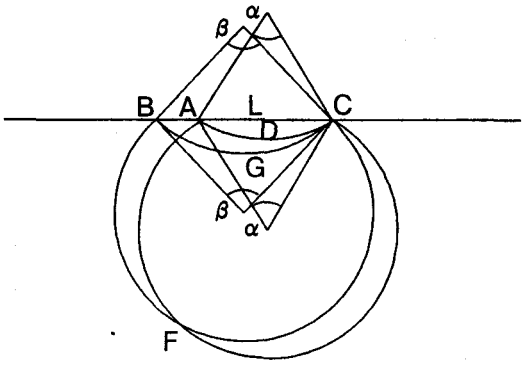


Рис. 8. Схема электронных траекторий из двух каналов в эмиттере (A и B) в коллектор C.

электронов $D \sim 10^3$ см·с$^{-1}$ мы оцениваем L_T порядка 10^{-3}–10^{-2} см). Электроны, одновременно покидающие два канала и далее совершающие баллистическое движение, приобретают в районе коллектора дополнительную разность фаз в связи с отличием длин траекторий. Эта разность фаз одинакова для всех электронов в таких двух потоках при заданном значении магнитного поля. При изменении последнего дополнительная разность фаз будет осциллировать в связи с изменением радиуса траектории в координатном пространстве. Если электроны из двух каналов приходят к коллектору с интервалом времени меньшим, чем $\hbar/(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$, где ε_1 и ε_2 — значения энергии электронов, отсчитанные от ε_F, то они эффективно взаимодействуют.

Висмут предоставляет уникальную возможность для проверки идеи об интерференции электронов в потоках, сформированных двумя близко расположенными каналами, поскольку длина волны электронов λ в висмуте велика: $\lambda_2 = 1\,180$ Å для оси C_2, $\lambda_3 = 890$ Å для оси C_3. В реальных микроконтактах вполне возможно существование каналов на расстояниях, соизмеримых с указанными значениями длины волны электронов. Можно показать, что геометрические параметры ЭФ создают условия для проявления дополнительной разности фаз волновых функций электронов в двух потоках.

На рис. 8 изображены две траектории из точек эмиссии A и B, находящихся на расстоянии Δ друг от друга. Смещение электронов вдоль поверхности соответственно составляет:

$$a = 2r \sin\frac{\alpha}{2}\ ;\ a + \Delta = 2r \sin\frac{\beta}{2}\ , \qquad (7)$$

а длины траекторий

$$l_a = r\alpha \ ; \ l_b = r\beta \ . \tag{8}$$

Разность длин траекторий равна

$$l_b - l_a = r(\beta - \alpha) \ . \tag{9}$$

Известное условие интерференции для разности длин траекторий

$$l_b - l_a = 2k\frac{\lambda}{2} \tag{10}$$

дополним разностью фаз, набираемой при движении электронов по дугам в магнитном поле:

$$(l_b - l_a) + \frac{\lambda}{2\pi}(\beta - \alpha) = k\lambda \ . \tag{11}$$

Из (9), (11) следует

$$\left(\frac{r}{\lambda} + \frac{1}{2\pi}\right)(\beta - \alpha) = k \ . \tag{12}$$

Используя (7), получаем

$$2\left(\frac{r}{\lambda} + \frac{1}{2\pi}\right)\left(\arcsin\frac{a+\Delta}{2r} - \arcsin\frac{a}{2r}\right) = k \ . \tag{13}$$

В условиях ЭФ смещение $a = L$. В итоге можно записать

$$2\left(\frac{r}{\lambda} + \frac{1}{2\pi}\right)\left(\arcsin\frac{\gamma L}{2r} - \arcsin\frac{L}{2r}\right) = k \ , \tag{14}$$

где $\gamma = (L + \Delta)/L = 1 + \Delta/L$.

Используя (4), можно (14) преобразовать к более удобному виду:

$$\left[\frac{L}{\lambda}\left(\frac{H}{H_0}\right)^{-1} + \frac{1}{\pi}\right]\left(\arcsin\frac{\gamma H}{H_0} - \arcsin\frac{H}{H_0}\right) = k \ . \tag{15}$$

Поскольку первое слагаемое в квадратных скобках существенно больше, чем $1/\pi$, последним можно пренебречь. Итак

$$\frac{L}{\lambda}\left(\arcsin\frac{\gamma H}{H_0} - \arcsin\frac{H}{H_0}\right) = k\frac{H}{H_0} \ . \tag{16}$$

Мы рассмотрели баллистическое движение электронов, начинающееся из двух каналов A и B в эмиттере и оканчивающееся в коллекторе C, и совершаемое по малым дугам ADC и BGC (рис. 8). Помимо таких электронов в коллектор попадают электроны, движущиеся по большим дугам AFC и BFC. Особенностью этих траекторий является то, что на них имеется точка пересечения F, в которой электроны могут эффективно взаимодействовать. Интересным свойством больших дуг является то, что электроны, стартовавшие из A и B, приходят с одной и той же разностью фаз, связанной с различием длин пути, как в точку F, так и в точку C. Следовательно, на участке траектории FC разность длин пути убывает до нуля, а потом вновь появляется и возрастает. Отличие больших дуг от малых состоит в том, что на малых дугах траектория BGC больше, чем ADC, а на больших дугах наоборот — траектории BF и BFC меньше, чем AF и AFC. Абсолютная величина разности длин пути оказывается одинаковой как на малых дугах, так и на больших. Действительно, во втором случае

$$l_a = r(2\pi - \alpha) \ ; \ l_b = r(2\pi - \beta) \ ; \tag{17}$$

$$l_b - l_a = r[(2\pi - \beta) - (2\pi - \alpha)] = r(\alpha - \beta) \ , \tag{18}$$

т.е. имеет ту же величину, что и (9).

Казалось бы, отличие рассматриваемых траекторий могло бы появиться в результате того, что дополнительное изменение фазы при движении электрона по циклической орбите в магнитном поле является разным для малой и большой дуг. Между тем, разность набега фазы сохраняет ту же величину, что и в случае малых дуг. Для больших дуг мы должны записать

$$r[(2\pi-\beta) - (2\pi-\alpha)] + \frac{[(2\pi-\beta) - (2\pi - \alpha)]}{2\pi}\lambda = k\lambda \ , \tag{19}$$

т.е. вновь получаем (12).

Таким образом, большие дуги в отношении приобретаемой электронами разности фаз имеют такие же свойства, как и малые дуги. Отличие состоит в существовании на больших дугах точки пересечения траектории, что могло бы усилить эффект интерференции.

Для проверки реальности предложенной модели решим уравнение (16) относительно γ (и соответственно Δ) для заданных значений $k = 1, 2, 3, \ldots$ и наблюдаемых положений пиков. В этих оценках мы использовали $L = 200$ мкм. Типичные значения Δ/L оказались равны $(0{,}5-1)\cdot 10^{-3}$, т.е. $\Delta \approx 0{,}1$–$0{,}2$ мкм, что является вполне разумной цифрой.

На рис. 9 приведены кривые, рассчитанные согласно (16), которые показывают связь между положением интерференционного пика с некоторым числом k на шкале магнитных полей (в масштабе H/H_0) и величиной Δ/L. Накладывая реальное распределение пиков (см. пример на рис. 6,*б*) на рис. 9 и смещаясь по оси ординат, можно добиться совпадения положения некоторых пиков с точками пересечения кривых на рис. 9 с горизонтальной прямой при определенном значении Δ/L (в обсуждаемом примере $\Delta/L = 2\cdot 10^{-3}$). Типичные значения Δ/L для рассмотренных нами экспериментальных данных оказались в интервале от $1\cdot 10^{-3}$ до

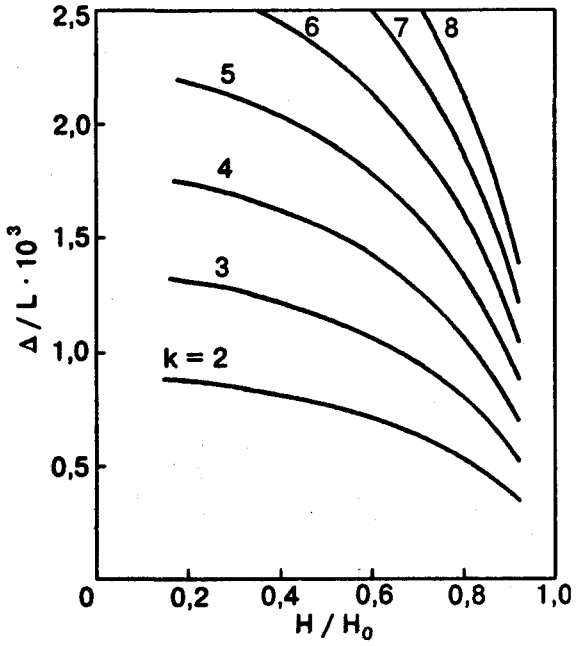


Рис. 9. Связь между положением интерференционных пиков (с соответствующими номерами k) на шкале магнитных полей и отношением расстояния между каналами Δ к расстоянию L. Расчет кривых выполнен согласно соотношению (16).

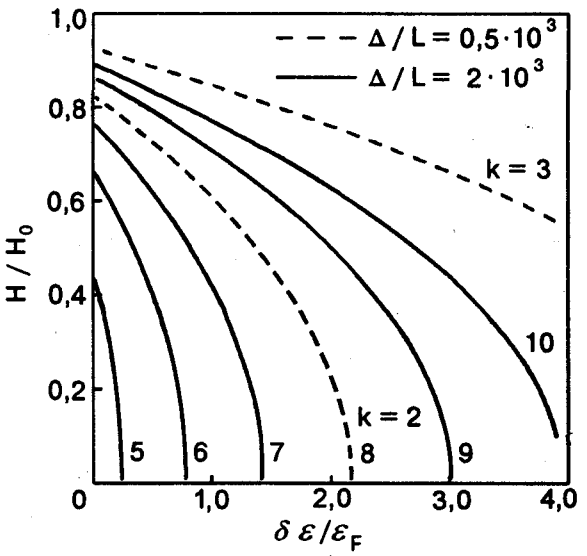


Рис. 10. Изменение положения интерференционных максимумов на шкале магнитных полей при увеличении энергии электронов ε (в масштабе ε_F) для двух значений величины Δ/L.

$2{,}4\cdot10^{-3}$. Однако не все максимумы укладываются в единую схему; для оставшихся максимумов приходится выбирать иное значение Δ/L. Это можно объяснить, предположив, что эмиттер является многокальным и в нем представлены различные значения Δ. Но наряду с этим, подобно ситуации с моделью магнитных поверхностных уровней, остается непонятным, почему при каждом из выбранных значений Δ/L не все ожидаемые интерференционные линии оказываются реализованными (мы не обсуждаем ситуацию при $H/H_0 > 0{,}9$, поскольку в этой области на фоне резкого подъема линии ЭФ тонкая структура, естественно, не проявляется).

Анализ зависимости положения максимумов на шкале магнитных полей при изменении энергии инжектируемых электронов привел к заключению, что представленные на рис. 2 и 3 кривые не отвечают закономерностям для обсуждаемой модели интерференции потоков электронов из двух каналов. На рис. 10 построены серии кривых, описывающие изменение значений H/H_0 для различных интерференционных номеров k (при двух выбранных значениях Δ/L) при увеличении значения энергии электронов (в масштабе ε_F). Оказывается, что с ростом энергии электронов изменение разности длин путей AC и BC вследствие увеличения ларморовского радиуса происходит медленнее, чем уменьшение длины волны λ. В результате положение интерференционного максимума с данным номером k смещается в сторону уменьшения значения магнитного поля.

Таким образом, типичная картина тонкой структуры линии ЭФ, проиллюстрированная на рис. 2 и 3, не является картиной интерференции потоков баллистических электронов из двух каналов эмиссии, а имеет другую физическую природу. Для возникновения интерференционной картины требуются специальные условия, а именно малость расстояния между каналами. На рис. 10 пунктирными линиями изображен случай $\Delta/L \simeq 0{,}5\cdot10^{-3}$, что при $L = 200$ мкм дает $\Delta = 0{,}1$ мкм, т.е. совпадает с длиной волны электронов в висмуте для направления вдоль C_2 и C_3. В этом случае реально должна проявиться лишь одна интерференционная линия с $k = 2$, но с ростом энергии электронов она должна быстро двигаться в сторону малых магнитных полей и исчезать. Такие «аномальные» и исчезающие максимумы на тонкой структуре изредка наблюдались (см., например, максимум на рис. 2, отмеченный стрелкой), но достоверно связать их с моделью интерференции не представилось возможным.

3. Перейдем к обсуждению еще одной возможной модели объяснения максимумов на кривых ЭФ — *дифракционных* явлений при протекании электронного потока через микроконтакт.

Известно, что дифракционные явления возникают в тех случаях, когда волновой поток встречает препятствие или отверстие, размеры которого соизмеримы с длиной волны. Поскольку в висмуте

длина волны электронов в направлении оси C_3 имеет величину $\lambda \simeq 1\,000$ Å, явление дифракции электронов в микроконтакте можно ожидать даже при размере последнего ~ 1 мкм. Волны, вышедшие из отверстия под различными углами, приобретают сдвиг по фазе. Дифракционная картина для прошедших отверстие волн представляет собой концентрические круги с чередующейся усиленной и ослабленной интенсивностью. Распределение интенсивности рассеянных отверстием волн имеет следующую зависимость от угла рассеяния φ, отсчитываемого от оси отверстия:

$$I = Ad^2 \frac{\sin^2 u}{u^2}\,, \qquad (20)$$

где

$$u = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\varphi$$

(A — геометрический коэффициент порядка единицы). Первый минимум интенсивности возникает при $u = \pi$, а последующие — при $u = k\pi$, т.е. при $\sin\varphi = k\lambda/d$; первый максимум интенсивности — при $u = 3\pi/2$, а последующие — с интервалом $k\pi$. Таким образом, условием появления экстремумов является уравнение

$$\sin\varphi = k\lambda/d\,. \qquad (21)$$

Записав условие электронной фокусировки через угол φ, получаем

$$L = 2r\cos\varphi\,. \qquad (22)$$

Из (21) и (22) следует соотношение

$$\left(k\frac{\lambda}{d}\right)^2 + \left(\frac{L}{2r}\right)^2 = 1\,. \qquad (23)$$

Поскольку $L/2r = H/H_0$, следовательно

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = 1 - k^2\left(\frac{\lambda}{d}\right)^2\,. \qquad (24)$$

На рис. 11 показаны зависимости между d/λ и H/H_0, согласно уравнению (24) при различных значениях k. Проанализировав все экспериментальные данные, в которых наблюдались пики тонкой структуры линии ЭФ при небольших эмиттерных токах, мы убедились, что всегда удается выбрать такие значения d/λ, при которых наблюдаемые пики укладываются в одну или две серии с нарастающими значениями k (исключая лишь область в непосредственной близости к максимуму основной линии ЭФ, где на фоне крутого подъема пики тонкой структуры не различимы). Значения

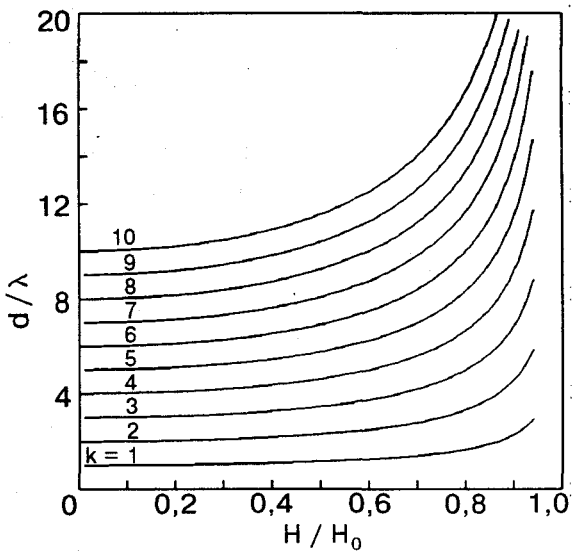


Рис. 11. Связь между положением дифракционных максимумов на шкале магнитных полей и отношением диаметра отверстия d к длине волны электронов λ. Над кривыми указаны значения порядка дифракции k (снизу — вверх). Расчет кривых выполнен согласно соотношению (24).

d/λ составляют, как правило, несколько единиц (менее 10).

Построение расчетных зависимостей положения пиков от энергии электронов показало хорошее согласие с экспериментальными наблюдениями. На рис. 12 показаны кривые, рассчитанные согласно (24), для экспериментов, представленных на рис. 4 и 5. Для этих экспериментальных записей с помощью рис. 11 были найдены значения d/λ. Построенные кривые на рис. 12 следует сравнить с пунктирными кривыми на рис. 4 и 5, отражающими смещение максимумов по шкале магнитных полей с изменением истинной избыточной энергии электронов. Видно хорошее совпадение пунктирных кривых на рис. 4 и 5 с расчетными кривыми на рис. 12,*а*,*б*. Отметим, что интенсивность пиков качественно соответствует картине дифракции. Так, для удаленных от линии ЭФ пиков наблюдается уменьшение их интенсивности с ростом числа k (см. рис. 2, 3,*а*,*б*). При приближении к основному максимуму линии ЭФ для малых k оценка относительной амплитуды дифракционных пиков на фоне резко восходящего участка линии ЭФ затруднена.

Заметим, что явление дифракции электронного потока в микроконтакте может возникнуть не только в случае идеального круглого отверстия, но и при любой реальной структуре микроконтакта. Приведенные соотношения распространяются на произвольную форму сечения канала, по которому происходит втекание электронного потока в кристалл. Им может быть отверстие диаметром d, ли-

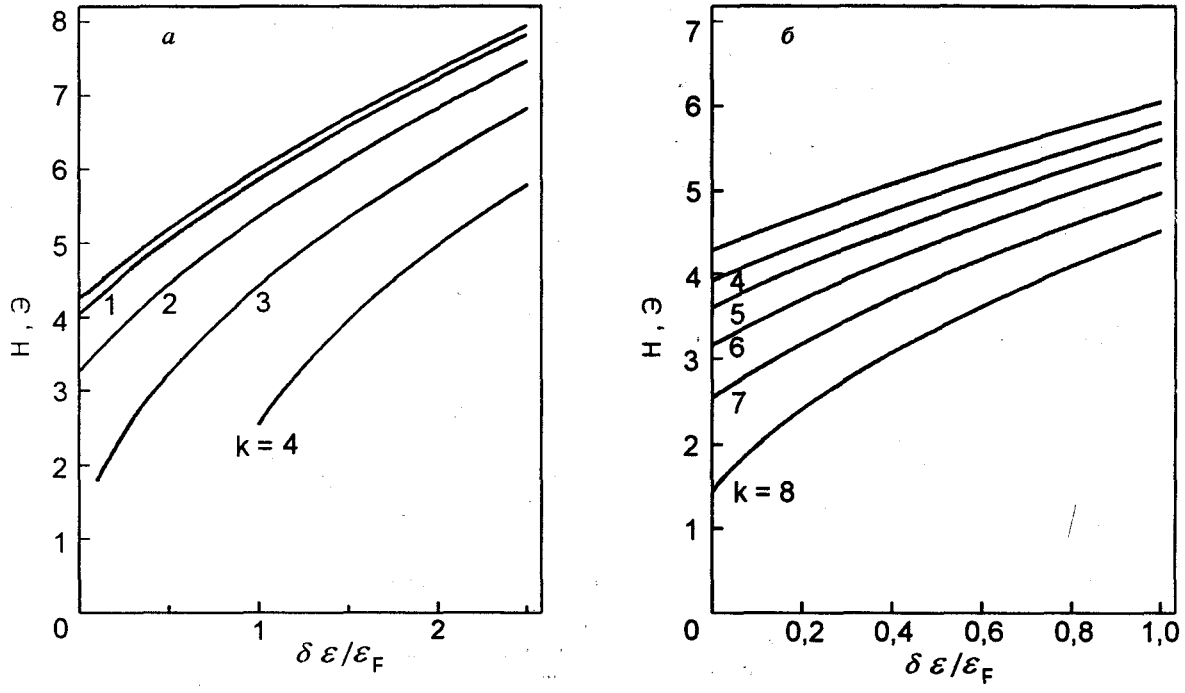


Рис. 12. Рассчитанные по (24) зависимости положения дифракционных максимумов с различными значениями k на шкале магнитных полей от избыточной энергии электронов (в масштабе ε_F). Для сравнения с рис. 4 и 5 взяты соответствующие значения L и найденные из рис. 11 величины $d/\lambda = 5{,}2$ (*а*) и 9,6 (*б*).

ния касания в виде короткой щели, расположенной перпендикулярно направлению L (эмиттер—коллектор) и имеющей ширину d, и даже «область затенения» диаметром d при кольцевом касании между иглой и кристаллом. Эти случаи характеризуются в (20) различными значениями коэффициента A.

Явление дифракции оказалось наиболее вероятным объяснением пиков тонкой структуры линии ЭФ, полностью и адекватно описывающим их появление и смещение при изменении энергии электронов. В некоторых случаях расположение пиков указывает на двух- или многоканальную структуру микроконтакта. Предположение о существовании двух (или более) каналов эмиссии объясняет сдвоенность некоторых пиков на рис. 2 и 3, разную высоту пиков и разный темп их смещения с ростом избыточной энергии электронов. Возникает вопрос, почему при этом не проявилась явно картина интерференции от двух близко расположенных отверстий. Оценка диаметра отверстий из дифракционной картины дала значения, равные нескольким длинам волн электронов. По-видимому, таким же по порядку величины является и расстояние между отверстиями.

Возможно, ответ на поставленный вопрос можно получить на основании некоторых принципиальных утверждений квантовой теории. Согласно квантово-механическим представлениям [26], если электрон проходит через одно из близко расположенных отверстий, то он ведет себя как частица, но при этом не проявляются его волновые свойства. Интерференцию, т.е. проявление волновых свойств электрона, можно обнаружить в условиях, когда нельзя идентифицировать отверстие, через которое проходит электрон [26]. Если неразличимость отверстий для электрона существует лишь когда расстояние между отверстиями равно или меньше длины волны электрона, то это практически исключает возможность наблюдения интерференции при реализации метода ЭФ. Выше уже отмечалось, что в этом случае может возникнуть лишь один интерференционный максимум с $k = 2$ и положение его очень чувствительно к изменению энергии электронов. Эти факторы наряду с невысокой вероятностью возникновения двух каналов с расстоянием между ними менее 0,1 мкм, затрудняют наблюдение обсуждаемого явления.

Заключение

Предпринятый анализ поведения пиков тонкой структуры линии ЭФ в кристалле висмута при изменении энергии инжектируемых электронов показал, что из возможных физических причин по-

явления тонкой структуры при относительно слабых эмиттерных токах, учитывающих магнитоквантовые эффекты либо волновую природу электронов проводимости, наиболее вероятным оказалось явление дифракции электронного потока, втекающего в кристалл через микроконтакт. Эта модель позволяет однозначно проиндексировать наблюдающиеся пики тонкой структуры, а также очень хорошо описывает смещение пиков по шкале магнитных полей при изменении энергии электронов.

Работа поддержана частично грантом N U2G200 программы совместного финансирования проектов Международным научным фондом и Правительством Украины.

1. В. С. Цой, *Письма в ЖЭТФ* **19**, 114 (1974).
2. С. А. Корж, *ЖЭТФ* **68**, 144 (1975).
3. Ю. А. Колесниченко, *ФНТ* **18**, 1059 (1992).
4. В. С. Цой, *ЖЭТФ* **68**, 1849 (1975).
5. В. С. Цой, И. И. Разгонов, *Письма в ЖЭТФ* **23**, 107 (1976).
6. В. С. Цой, И. И. Разгонов, *Письма в ЖЭТФ* **25**, 30 (1977).
7. В. С. Цой, И. И. Разгонов, *ЖЭТФ* **74**, 1137 (1978).
8. P. A. M. Benistant, H. van Kempen, and P. Wyder, *J. Phys.* **F15**, 2445 (1985).
9. H. Sato and F. Kimura, *J. Phys.* **F14**, 1905 (1974).
10. В. С. Цой, Н. П. Цой, *ЖЭТФ* **73**, 289 (1977).
11. В. В. Андриевский, С. В. Рожок, *ФНТ* **18**, 293 (1992).
12. В. С. Цой, Ю. А. Колесниченко, *ЖЭТФ* **78**, 2041 (1980).
13. В. В. Андриевский, Е. И. Асс, Ю. Ф. Комник, *ФНТ* **11**, 1148 (1985).
14. И. Ф. Свекло, В. С. Цой, *Письма в ЖЭТФ* **49**, 290 (1989).
15. С. И. Божко, В. С. Цой, С. Е. Яковлев, *Письма в ЖЭТФ* **36**, 123 (1982).
16. В. С. Цой, С. Е. Яковлев, *Письма в ЖЭТФ* **46**, 370 (1987).
17. В. С. Цой, Н. П. Цой, С. Е. Яковлев, *ЖЭТФ* **95**, 921 (1989).
18. В. С. Цой, *Письма в ЖЭТФ* **22**, 409 (1975).
19. В. С. Цой, *Письма в ЖЭТФ* **25**, 289 (1977).
20. М. С. Хайкин, *ЖЭТФ* **55**, 1696 (1968).
21. T. W. Nee and R. E. Prange, *Phys. Rev. Lett.* **A25**, 582 (1967).
22. В. С. Эдельман, *ЖЭТФ* **64**, 1734 (1973).
23. В. С. Эдельман, *УФН* **123**, 257 (1977).
24. *Localization, Interaction and Transport Phenomena*, B. Kramer, G. Bergmann, and Y. Bruynseraeda (eds.) Springler-Verlag, Berlin (1984).
25. *Electron-Electron Interaction in Disordered Systems. Modern Problems in Condensed Matter Science*, vol. 10, A. L. Efros and M. P. Pollak (eds.) North-Holland, Amsterdam (1985).
26. Д. Бом, *Квантовая теория*, Физматгиз, Москва (1961).

The fine structure of the transverse electron focusing line in bismuth. I. Quantum phenomena

Yu. F. Komnik, V. V. Andrievskii, and S. V. Rozhok

It is shown that the fine structure of the transverse electron focusing (EF) line in bismuth crystal is determined by diffraction of the electron flow injected into the crystal through a point contact. In the EF method, ballistic transport of the electrons along cyclotron trajectory retains unhomogeneous angular distribution of the electrons diffracted. This is seen as extra peaks against the background of the first EF line. The positions of the peaks and their shift in the magnetic field with the electron energy correspond to theoretical calculations.