

Структурные переходы и плазменные колебания в электронных цепочках над жидким гелием

В.Е. Сивоконь, С.С. Соколов, И.В. Шарапова

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 25 июня 2018 г., опубликована онлайн 26 ноября 2018 г.

Методами молекулярной динамики исследован двумерный вигнеровский кристалл, образованный электронами, находящимися над прямоугольным электродом с равномерно распределенным положительным зарядом. При фиксированной плотности электронов анализировались возможные конфигурации электронов над узким электродом в зависимости от ширины электрода и особенности переходов от одной конфигурации к другой. Рассмотрены электронные конфигурации, состоящие из нескольких цепочек. После фурье-преобразования временных зависимостей средних координат электронов в процессе моделирования рассчитаны спектры плазменных колебаний. Для одной и двух цепочек проведено сравнение наблюдаемых при моделировании частот с теоретическими.

Ключевые слова: вигнеровский кристалл, сверхтекучий гелий, двумерная система, электронные цепочки, спектр плазменных колебаний, моделирование.

1. Введение

Поверхностные электроны над жидким гелием представляют собой кулоновскую систему, в которой движение перпендикулярно поверхности жидкости квантуется, а свободное движение электронов возможно лишь в плоскости, параллельной поверхности жидкости, т.е. ограничено двумя пространственными измерениями. Эта система пространственно двумерна, но поле, обеспечивающее взаимодействие между электронами, действует в трехмерном пространстве, так что электрон-электронное взаимодействие соответствует закону Кулона для трехмерного пространства. Подвижность электронов в этой системе зависит от взаимодействия с атомами гелиевого пара и квантованными колебаниями поверхности жидкости (риплонами). Ввиду чистоты электронной системы и гладкости жидкой подложки электроны над жидким гелием являются удобным объектом для изучения транспортных и резонансных явлений в низкоразмерных системах.

При достаточно низкой температуре, зависящей от поверхностной плотности электронов, в электронной системе наступает упорядочение: образуется двумерный электронный вигнеровский кристалл. Локализация электронов при кристаллизации приводит к образованию деформационного рельефа поверхности жидкости (луночному кристаллу). Образуется очень интересный

объект — комплекс взаимосвязанных электронного и луночного кристаллов. Появляется возможность изучения процессов кристаллизации и плавления в двумерной системе, а также транспортных и резонансных свойств самого электронно-луночного кристалла. Исследованиям электронного кристалла на поверхности жидкого гелия посвящено большое число работ, описание и анализ значительной части которых содержится в обзорах [1–3].

При измерении транспортных характеристик электронного кристалла на него воздействуют внешним электрическим полем, имеющим компоненту в плоскости электронного слоя. Это поле вызывает перераспределение электронов в слое, которое регистрируется как ток. При достаточно больших полях наблюдается немонотонная зависимость тока от поля, включающая в себя скачки [4–7]. Поскольку вигнеровский кристалл — комплекс из двух кристаллов (электронного и луночного), возникает неоднозначность в трактовке наблюдаемых нелинейных особенностей тока. С одной стороны, к нелинейности могут приводить искажения кристаллической структуры [4,5], с другой, — «рассогласование» между электронным и луночным кристаллами при движении в достаточно большом электрическом поле при сохранении неискаженной кристаллической структуры [6,7].

Большой интерес представляют исследования электронных систем над жидким гелием в узких каналах. [8–11]. Экспериментально удается исследовать протекание тока в каналах, содержащих всего несколько цепочек электронов (вплоть до одной). Интерпретация результатов измерений основывается на некоторых неочевидных предположениях о том, как ведет себя электронная система под воздействием поля, прикладываемого при измерениях проводимости системы.

Для более глубокого понимания того, что происходит в электронном кристалле, расположенном в узком канале, при той или иной конфигурации электрических полей, создаваемых как электродами, удерживающими и формирующими электронный слой, так и электродами, обеспечивающими протекание тока в системе, весьма полезными являются модельные компьютерные эксперименты, позволяющие проследить за положением и скоростью каждого электрона в тех или иных условиях. Модельный анализ поведения электронной системы в условиях, близких к экспериментальным, может быть базисом для понимания результатов реальных экспериментов.

При моделировании электронной системы обнаружена интересная особенность при перестройке электронного упорядочения в узком канале в зависимости от плотности электронов: переход 1-2-4-3-4 [12]. Экспериментально такая последовательность не наблюдалась, и вопрос о возможности ее наблюдения остается открытым.

Одним из методов получения информации об электронной системе на поверхности гелия является исследование плазменных колебаний. В случае электронного кристалла плазменные колебания превращаются в связанные электрон-риплонные колебания, поскольку движение электронов при наличии колебаний электронной плотности сопровождается движениями лунок, т.е. перестройкой рельефа поверхности жидкости.

В настоящей работе мы ставим задачу анализа возможных упорядоченных конфигураций электронов в узком канале в зависимости от соотношения между длиной и шириной канала при фиксированной площади канала и фиксированном количестве частиц. При этом поля, определяющие конфигурации электронов, рассчитываются в условиях, близких к условиям эксперимента. Эти поля обусловлены прижимающим электродом, расположенным на некотором расстоянии от поверхности жидкости. Кроме того, при моделировании мы определяем частоты плазменных колебаний при разных конфигурациях электронов и сравниваем их с рассчитанными нами ранее [13]

2. Моделирование

Методом молекулярной динамики изучалась система из $N = 100$ электронов, расположенных на расстоянии $d = 10^{-4}$ см над прямоугольным электродом с

размерами $L \times M$. Площадь электрода при расчетах была постоянной величиной $LM = 10^{-6}$ см², тем самым поверхностная плотность электронов составляла $n_s = 10^8$ см⁻². Предполагалось, что на электрод подано положительное прижимающее напряжение $V_{\perp} = 0,18$ В, соответствующее условию полной экранировки, обусловленного напряжением электрического поля E , слоем электронов с поверхностной плотностью n_s . Это напряжение легко определить из соотношений $E = V_{\perp}/2d$ и $E = 2\pi n_s e$. Здесь $n_s = N/(LM)$, а e — заряд электрона. Предполагается, что $\sigma = n_s e$. Эти оценки, строго говоря, справедливы для бесконечного электронного слоя и на масштабах, много больших расстояний между электронами, но возможным влиянием ограниченности электронной системы, и ее дискретности пренебрегаем.

При расчетах определялись координаты и скорости каждого электрона. Для этого пошагово решалась система уравнений движения. При заданном временном шаге Δt координата $\mathbf{r}_i(t)$ и скорость $\mathbf{v}_i(t)$ i -го электрона в плоскости (x, y) в момент времени $t + \Delta t$ определяются уравнениями

$$\mathbf{r}_i(t + \Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + \mathbf{v}_i \Delta t + \frac{\mathbf{f}_i(t)}{2m} (\Delta t)^2, \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_i(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i(t) + \frac{\mathbf{f}_i(t)}{m} \Delta t, \quad (1)$$

где $\mathbf{f}_i(t)$ — сила, действующая на электрон в момент времени t ; $i = 1-N$.

В начальный момент времени $t = 0$ электроны обычно имели случайные координаты в прямоугольнике со сторонами L и M и скорости, случайно распределенные в некотором интервале скоростей. Скорости электронов подчинялись условию

$$\frac{m}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i^2 = NT. \quad (3)$$

Здесь T — температура.

Выполнение условия (3) контролировалось на каждом шаге, и при необходимости все скорости электронов умножались на один и тот же коэффициент, позволяющий удовлетворить условию (3). Величина временного шага Δt с выбиралась таким образом, чтобы на каждом шаге вычислений смещение $|\mathbf{r}_i(t + \Delta t) - \mathbf{r}_i(t)|$ не превышало $\sim 10^{-2}$ среднего расстояния между частицами. Для расчета конфигурации обычно использовалось 10^5 шагов, так что время, в течение которого изучался переход электронной системы от одной конфигурации к другой, составляло $t = \Delta t \cdot 10^5$ сек. В нашем случае $t \approx 88$ нс. Рассчитывалось поведение электронной системы при низкой температуре $T = 10^{-3}$ К, что существенно ниже температуры кристаллизации двумерного слоя электронов с поверхностной плотностью $n_s = 10^8$ см⁻², которая равна 0,22 К.

Силу \mathbf{f}_i , действующую на электрон в плоскости слоя, можно записать как

$$\mathbf{f}_i = e^2 \sum_{j \neq i}^N \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3} + \mathbf{F}_i^{(\perp)}, \quad (4)$$

где первый член обусловлен кулоновским взаимодействием между электронами, а второй член — проекция силы, действующей на электрон со стороны прижимающего электрода, имеющего конечные размеры, на

плоскость слоя. Сила $\mathbf{F}_i^{(\perp)}$ может быть вычислена в предположении, что заряд равномерно распределен по прижимающему электроду с поверхностной плотностью σ (пропорциональной прижимающему напряжению), а граничными эффектами можно пренебречь, поскольку выполнено условие $d \ll L, M$. В этом случае компоненты силы, действующей на i -й электрон в плоскости слоя со стороны прижимающего электрода, можно представить в виде

$$F_x^{(\perp)}(x_i, y_i) = \sigma e \ln \left| \frac{(-y_p + \sqrt{x_m^2 + y_p^2 + d^2})(y_m + \sqrt{x_p^2 + y_m^2 + d^2})}{(y_m + \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + d^2})(-y_p + \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + d^2})} \right|;$$

$$F_y^{(\perp)}(x_i, y_i) = \sigma e \ln \left| \frac{(-x_p + \sqrt{y_m^2 + x_p^2 + d^2})(x_m + \sqrt{y_p^2 + x_m^2 + d^2})}{(x_m + \sqrt{y_m^2 + x_m^2 + d^2})(-x_p + \sqrt{y_p^2 + x_p^2 + d^2})} \right|. \quad (5)$$

Здесь введены обозначения:

$$x_p = \frac{L}{2} + x_i; \quad x_m = \frac{L}{2} - x_i; \quad y_p = \frac{M}{2} + y_i; \quad y_m = \frac{M}{2} - y_i$$

3. Результаты

Электроны удерживаются у поверхности гелия благодаря притяжению к положительно заряженному прижимающему электроду. Эта энергия зависит от координат электрона над поверхностью жидкости. На рис. 1 приведены зависимости энергии электрона $U_{\perp}(x, 0)$ и $U_{\perp}(0, y)$ от координат при различных размерах прижимающего электрода: $L = M = 10^{-3}$ см, $L = 5 \cdot 10^{-3}$ см, $M = 2 \cdot 10^{-4}$ см и $L = 10^{-2}$ см, $M = 10^{-4}$ см. Эти зависимости рассчитаны как $U_h(x, 0) = \int dx F_x^{\perp}(x, y = 0)$, $U_h(0, y) = \int dy F_y^{\perp}(x = 0, y)$. В реальном физическом эксперименте на взаимодействие электронов с прижимающим электродом в ряде случаев может влиять кривизна поверхности гелия в узком канале, но в настоящем исследовании этим фактором мы пренебрегаем.

Важной проблемой при расчетах поведения электронной системы в тех или иных условиях, или при изменении условий (прижимающего напряжения, температуры и т.п.) является выбор временного интервала Δt , соответствующего шагу вычислений, и количества шагов, т.е. времени, в течение которого изучается система. Очевидно, что чем меньше интервал Δt , тем точнее моделируется поведение системы, но при заданном числе шагов уменьшается время наблюдения за системой. Это время должно быть достаточным для того, чтобы в системе завершились переходные процессы, и она достигла стационарного состояния. Мы считаем, что в системе достигнуто стационарное состояние, если не наблюдается систематического изменения коор-

динат электронов, т.е. пространственная структура системы сохраняется, а электроны совершают колебательное движение возле некоторых средних значений координат. Результат усреднения координат по всем электронам может служить характеристикой поведе-

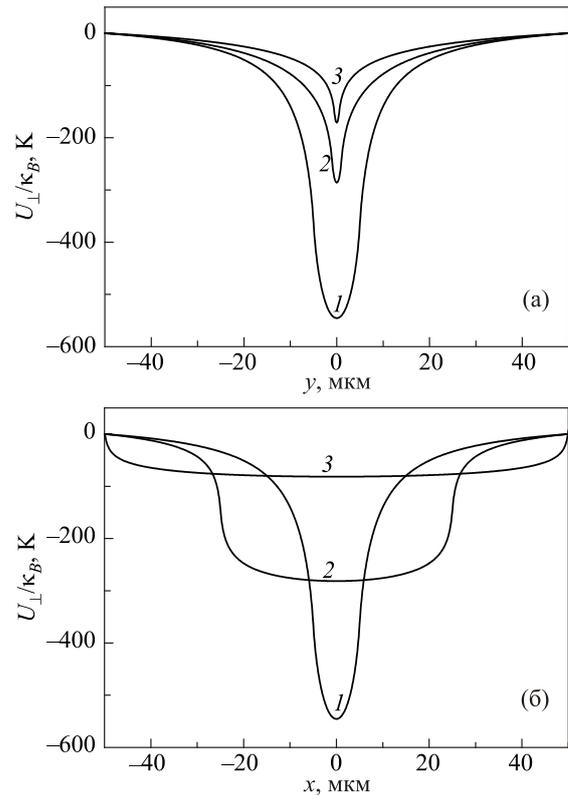


Рис. 1. Зависимость энергии электрона, обусловленная прижимающим электродом, в зависимости от его положения в канале: (а) поперек канала при $x = 0$ и (б) вдоль канала при $y = 0$. Различные кривые соответствуют разным размерам канала (см): $L = M = 1 \cdot 10^{-3}$ (1); $L = 5 \cdot 10^{-3}$, $M = 2 \cdot 10^{-4}$ (2); $L = 1 \cdot 10^{-2}$, $M = 1 \cdot 10^{-4}$ (3).

ния системы в целом. В начальной конфигурации частицы расположены случайно над электродом с размерами $L = M = 1 \cdot 10^{-3}$ см (рис. 2(а)), а в конечной они образуют пространственно упорядоченную структуру — вигнеровский кристалл (рис. 2(б)). Из-за небольшого числа частиц и влияния границ кристалл неидеален. На рис. 3(а) показано изменение усредненной x -координаты электронов при различных условиях расчета. В первом случае (кривая 1) был выбран временной шаг $\Delta t = 8,84 \cdot 10^{-13}$ с и сделано 10^5 шагов, во втором (кривая 2) — $\Delta t = 2,95 \cdot 10^{-13}$ с и $3 \cdot 10^5$ шагов и в третьем случае (кривая 3) — $\Delta t = 8,84 \cdot 10^{-14}$ с и 10^6 шагов. Таким образом, во всех трех случаях рассчитывалось поведение системы электронов в течение времени примерно 88 нс. Средняя кинетическая энергия электронов соответствовала температуре $T = 1 \cdot 10^{-3}$ К и корректировалась на каждом шаге вычислений. Видно, что время, необходимое для упорядочения электронов, во всех трех случаях составляет около 10 нс, за которые средняя x -координата частиц достигает некоего значения и начинает колебаться вокруг него с небольшой амплитудой (рис. 3(б)). Колебания имеют гармонический характер. Рисунок 3 показывает, что интервала 88 нс вполне достаточно для достижения стационарного состояния систе-

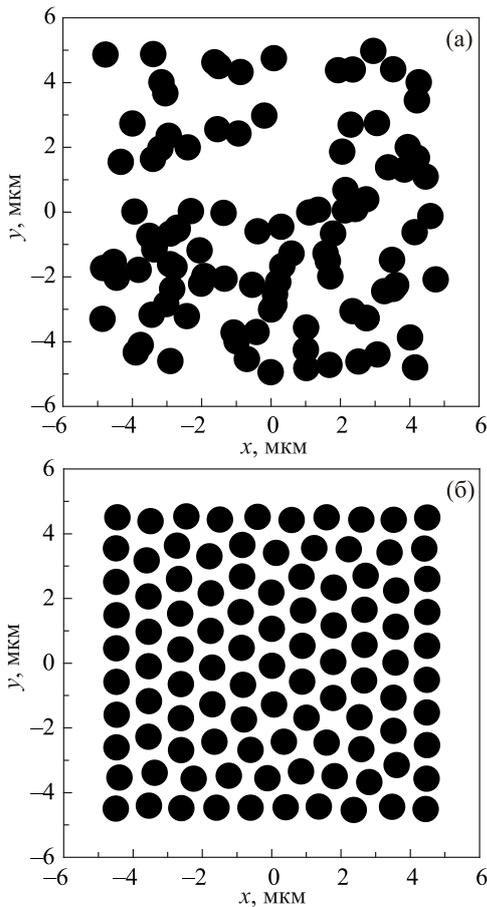


Рис. 2. Начальная (а) и конечная (б) конфигурации электронов над прижимающим электродом с размерами $L = M = 1 \cdot 10^{-3}$ см.

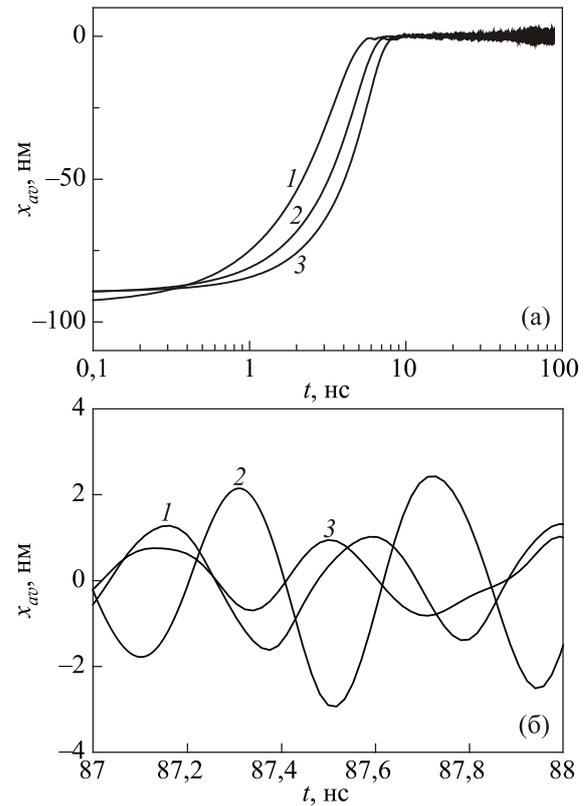


Рис. 3. (а) Изменение средней x -координаты электронов при различных параметрах расчета: 1 — шаг $\Delta t = 8,84 \cdot 10^{-13}$ с, число шагов $Q = 1 \cdot 10^5$; 2 — $\Delta t = 2,95 \cdot 10^{-13}$ с, $Q = 3 \cdot 10^5$; 3 — $\Delta t = 8,84 \cdot 10^{-14}$ с, $Q = 1 \cdot 10^6$. (б) то же в увеличенном масштабе при установившихся колебаниях.

мы, даже при условии существенного различия начальной и конечной конфигураций, причем нет принципиального различия в эволюции системы электронов при значительном изменении временного шага при расчете.

Частота колебаний среднего значения x -координаты электронной системы, как видно на рис. 3(б), не зависит от выбранного шага и отражает свойства самой системы. Фактически эти колебания представляют собой плазменные колебания. Экспериментальное исследование таких колебаний в одномерных и квазиодномерных системах связано со значительными трудностями, обусловленными в первую очередь малыми измерительными сигналами. Нетривиальным является вопрос об особенностях упорядочения электронов в узком канале при тех или иных внешних условиях (размерах канала, плотности электронов в канале, конфигурации прижимающих и охранных электродов и напряжениях на них). Поскольку в эксперименте измеряется интегральная характеристика отклика электронной системы на внешнее возбуждение, для анализа экспериментальных результатов необходимы предположения (не всегда очевидные) о том, как расположены электроны в канале в тот или иной момент времени.

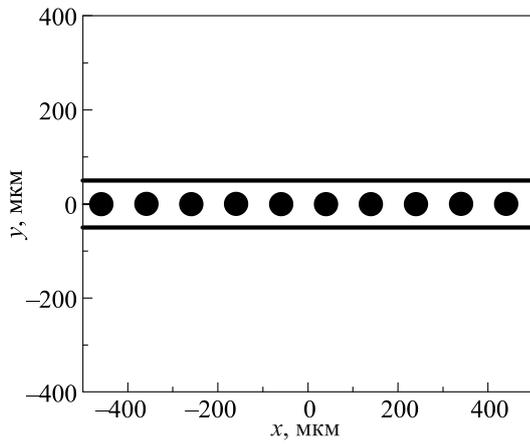


Рис. 4. Расположение электронов над электродом шириной $M = 1 \cdot 10^{-4}$ см и длиной $L = 1 \cdot 10^{-2}$ см (показана центральная часть электронной системы). Горизонтальные линии отмечают границы электрода.

Моделирование позволяет проанализировать подобные проблемы и наглядно показать расположение электронов в канале и особенности их перестройки при изменении внешних условий. Кроме того, проявление периодичности в средних значениях координат электронов дает возможность проанализировать плазменные

колебания, в частности для одномерного шнура и зигзага, с целью сравнения частот колебаний, проявляющихся при моделировании, с теоретически рассчитанными частотами [13].

Количество электронных цепочек, образующихся в канале, зависит от потенциала, ограничивающего движение электронов в поперечном направлении. Поскольку в нашем случае потенциал задается прижимающим электродом, ширина электрода и будет определять конфигурацию электронов. Рассмотрим электронный слой над электродом, ширина которого равна среднему расстоянию между электронами $M = 1 \cdot 10^{-4} = \sqrt{n_s}$ см. Упорядоченное состояние 100 электронов, достигнутое за $2 \cdot 10^5$ шагов при величине шага $\Delta t = 4,42 \cdot 10^{-13}$ с, характеризует рис. 4, на котором показана центральная часть канала. Электроны образуют одномерный шнур, в котором электроны расположены на равных расстояниях. Смещение электронов относительно центра канала в y -направлении очень мало по сравнению с шириной канала. Наблюдаются колебания средних значений x - и y -координат частиц, которые после 10^6 шагов вычислений при величине шага $\Delta t = 8,84 \cdot 10^{-13}$ с ведут себя примерно так, как показано на рис. 5(а) и 5(б). Колебания имеют гармонический характер и отражают колебания плотности в системе электронов.

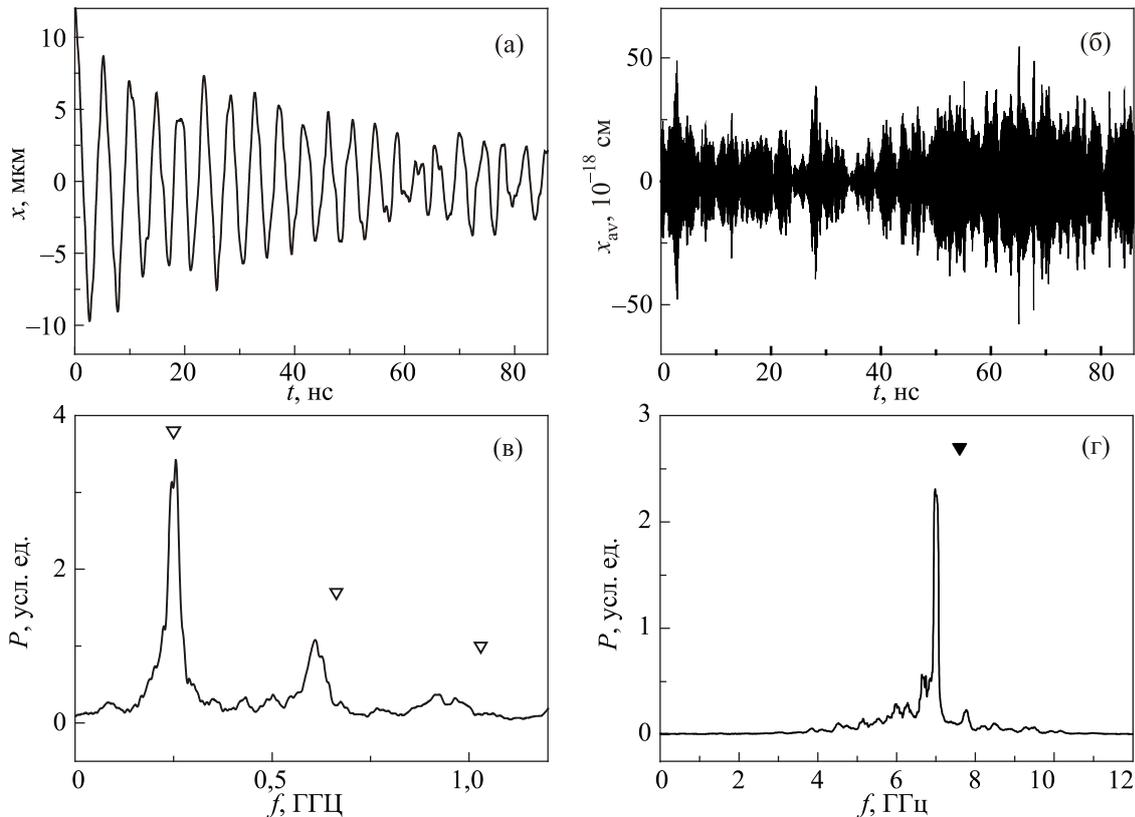


Рис. 5. Характер колебаний средних значений x -координат (а) и y -координат (б) электронов в шнуре, изображенном на рис. 4, и соответствующие спектры (в) и (г). Треугольниками показаны значения частот, рассчитанные в рамках теории [13]. Открытые треугольники соответствуют модам с $k = 3$ и 5 соответственно.

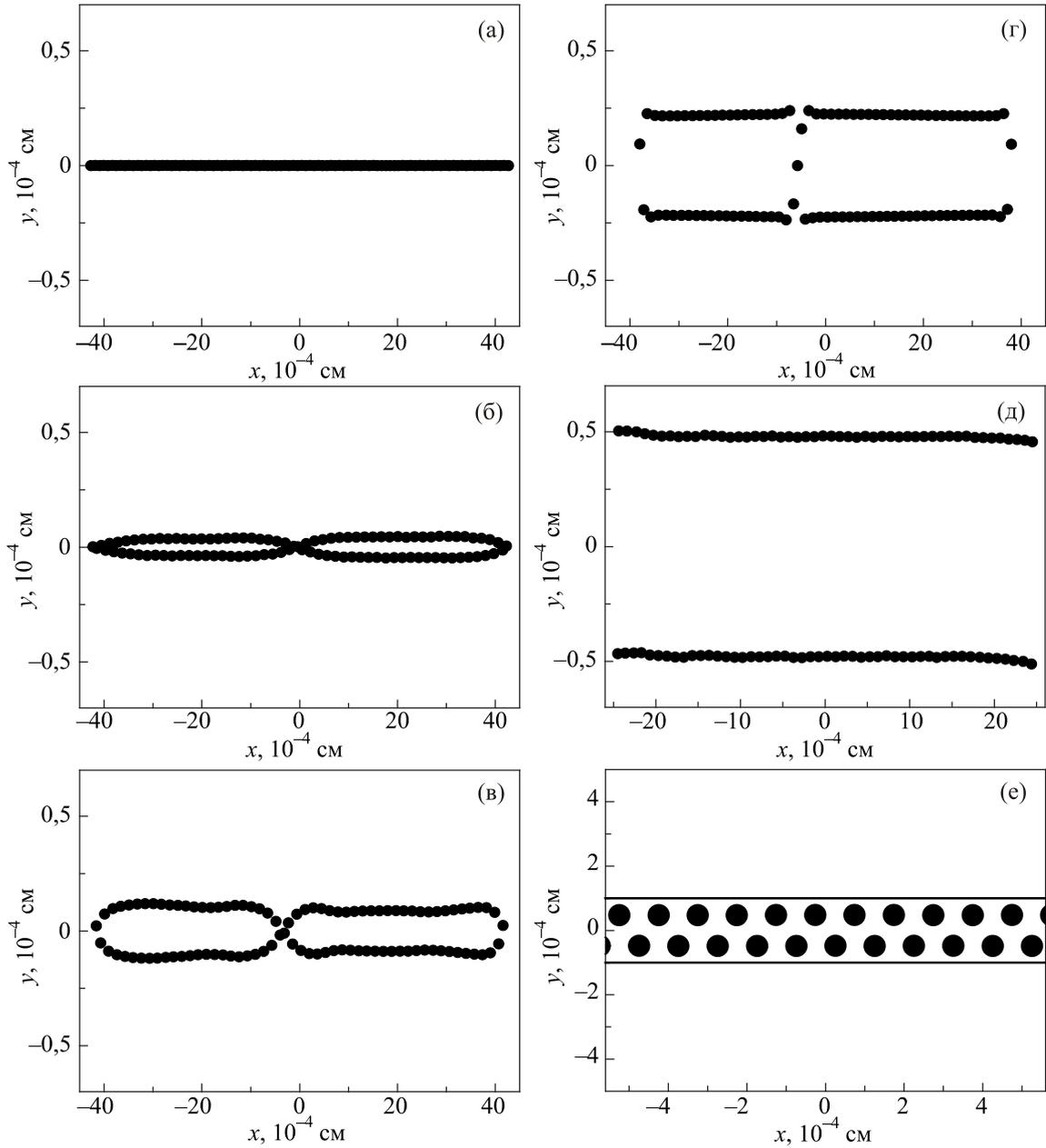


Рис. 6. Изменение конфигурации электронов в канале в зависимости от ширины канала M (10^{-4} см): 1,16 (а), 1,17 (б), 1,19 (в), 1,3 (г) и 2 (д) ($LM = 1 \cdot 10^{-6}$ см²). (е) — часть конфигурации электронов (д) в одинаковом масштабе по осям. Горизонтальными линиями отмечены границы прижимающего электрода.

Полученные в результате фурье-анализа спектры колебаний показаны на рис. 5(в) и 5(г) соответственно. В продольном (x -направлении) электронная плотность колеблется с частотой $f_x = 0,24$ ГГц, а в поперечном направлении частота колебаний составляет $f_y = 7,02$ ГГц.

Закон дисперсии продольных и поперечных колебаний в длинноволновом пределе имеет вид [13]

$$(\omega_q^{\parallel})^2 = \omega_{\text{Coul}}^2 F_{\text{line}}(qa), \quad (6)$$

$$(\omega_q^{\perp})^2 = \omega_0^2 - \frac{\omega_{\text{Coul}}^2}{2} F_{\text{line}}(qa), \quad (7)$$

где
$$F_{\text{line}}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1 - \cos xk}{k^3} \right), \quad \omega_{\text{Coul}}^2 = \frac{4e^2}{ma^3},$$

$a = 1 \cdot 10^{-4}$ см, m, e — масса и заряд электрона. Частота ω_0 связана с потенциальной энергией $U = m\omega_0^2 y / 2$, обеспечивающей локализацию электронов в направлении, перпендикулярном электронной цепочке. Поскольку теоретический расчет предполагает параболический вид потенциала, для сравнения частот колебаний, определенных при моделировании, соответствующий модельный потенциал, обусловленный прижимающим электродом, аппроксимировался параболой.

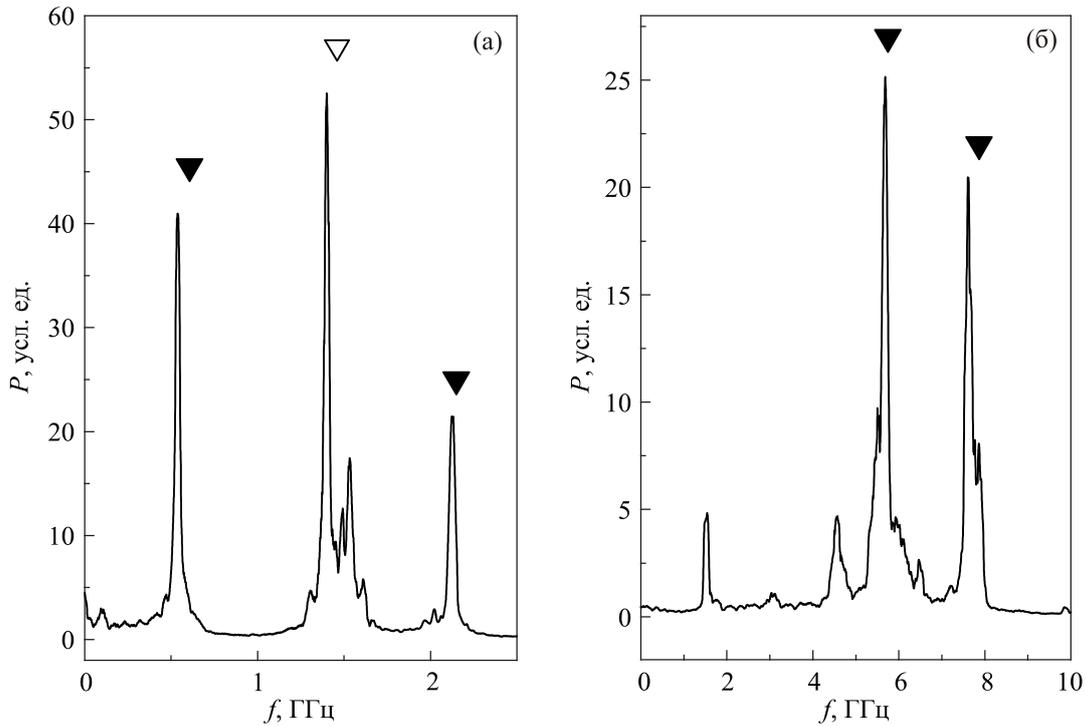


Рис. 7. Спектры продольных (а) и поперечных (б) колебаний в системе из двух цепочек (зигзаг), находящейся над прижимающим электродом с размерами $M = 2 \cdot 10^{-4}$ см и $L = 5 \cdot 10^{-3}$ см. Треугольниками обозначены теоретические значения частот [13]. Открытый треугольник соответствует моде $[\omega_{\parallel}]_+$ при $k = 3$.

При аппроксимации параболой энергии электрона, обусловленной прижимающим электродом (кривая 3 на рис. 1(a)), в интервале $y = \pm 5 \cdot 10^{-5}$ см расчет по формулам (6), (7) приводит к значениям $\omega_{\parallel}^1/2\pi = 0,25$ ГГц и $\omega_{\perp}^1/2\pi = 7,6$ ГГц. Таким образом, определенные при моделировании значения продольной $f_x = 0,24$ ГГц и поперечной $f_y = 7,02$ ГГц частот в квазиодномерной электронной цепочке находятся в неплохом согласии с теоретическими значениями. На рис. 5(a) можно заметить и другие резонансные особенности, кроме пика 0,25 ГГц. Скорее всего, они связаны с возбуждением мод с большими волновыми векторами. Открытыми треугольниками показаны моды с $k = 3$ и 5.

При увеличении ширины канала (плотность электронов не изменяется) расположение электронов изменяется (рис. (б)). При ширине канала $M = 1,16 \cdot 10^{-4}$ см (рис. 6(a)) электроны расположены в виде одной цепочки, причем отклонение электронов в y -направлении на несколько порядков меньше расстояния между электронами, но уже при $M = 1,17 \cdot 10^{-4}$ см (рис. 6(б)) наблюдается образование двухцепочечной структуры (зигзага). Видны дефекты как на границах канала, так и в центре. При увеличении ширины канала до $M = 2 \cdot 10^{-4}$ см достигается двухцепочечная конфигурация электронов, не содержащая дефектов (рис. 6(д)).

Анализ колебаний в продольном и поперечном направлениях в системе из двух цепочек показывает, что продольные колебания легче возбуждаются и быстрее затухают, чем поперечные. На рис. 7 показаны спектры колебаний — продольных, сформировавшихся за $3 \cdot 10^5$ шагов (рис. 7(a)), и поперечных после 10^6 шагов (рис. 7(б)). Величина шага при расчетах $\Delta t = 8,84 \cdot 10^{-13}$ с.

Закон дисперсии колебаний в двухцепочечной системе имеет вид [13]

$$[\omega_{\parallel}^{(2)}]_{\pm} = \omega_{\text{Coul}}^2 [F_{\text{line}}(qa) + F_{\parallel}^{(\pm)}(qa)]$$

$$F_{\parallel}^{(\pm)}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[(k-1/2)^2 - 3/8]}{[(k-1/2)^2 + 3/4]^{5/2}} [1 \pm \cos x(k-1/2)] \quad (8)$$

$$[\omega_{\perp}^{(2)}]_{\pm} = \omega_0^2 - \frac{\omega_{\text{Coul}}^2}{2} [F_{\text{line}}(qa) + F_{\perp}^{(\pm)}(qa)],$$

$$F_{\perp}^{(\pm)}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[(k-1/2)^2 - 3/2]}{[(k-1/2)^2 + 3/4]^{5/2}} [1 \pm \cos x(k-1/2)] \quad (9)$$

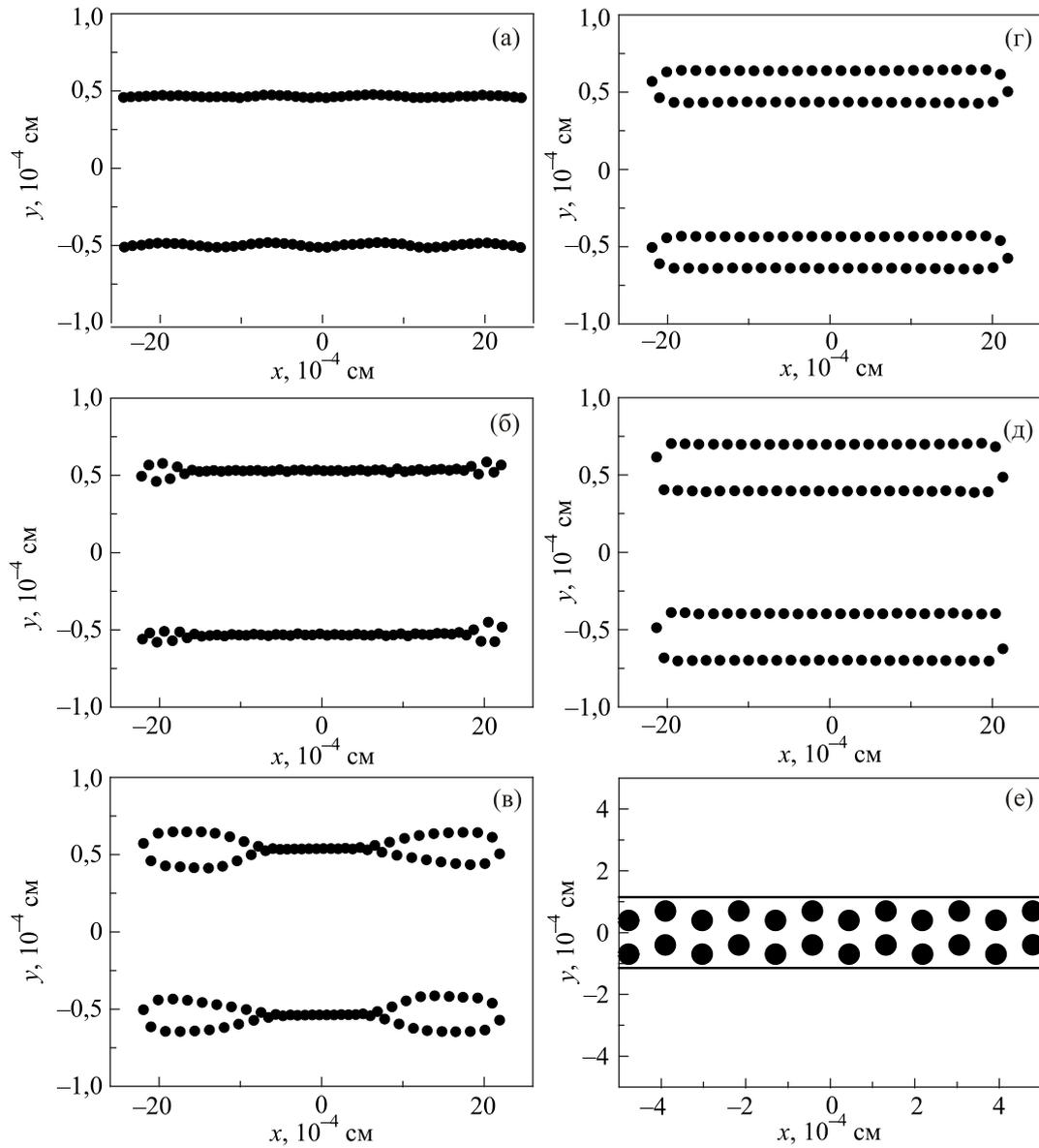


Рис. 8. Изменение конфигурации электронов в канале в зависимости от ширины канала M (10^{-4} см): 2 (а), 2,21 (б), 2,239 (в), 2,24 (г) и 2,3 (д) ($LM = 1 \cdot 10^{-6}$ см²); (е) — часть конфигурации электронов (д) в одинаковом масштабе по осям. Горизонтальными линиями отмечены границы прижимающего электрода.

Как видно на рис. 7(а), в продольных колебаниях проявляются моды, которые следуют из теоретического анализа. Мода вблизи 0,5 ГГц соответствует одновременно смещению электронов в обеих цепочках зигзага, а мода вблизи 2,15 ГГц соответствует противофазным колебаниям цепочек. Однако в спектре продольных колебаний наблюдается еще мода около 1,5 ГГц. Эта мода близка к моде $[\omega_{||}]_+$ при $k = 3$. Нельзя, впрочем, исключать, что она является комбинационной, а ее появление, в отличие от теоретического анализа, обусловлено особенностями граничных условий при моделировании. Частоты поперечных колебаний, проявляющиеся при моделировании (рис. 7(б)), находятся в хорошем согласии с частотами, определенными в теории. Хорошо виден

пик около 8 ГГц, соответствующий противофазным поперечным колебаниям. Небольшие пики около 1,5 и 4,5 ГГц отражают, по всей видимости, комбинационные колебания, в которых колебания плотности происходят одновременно в продольном и поперечном направлениях.

При дальнейшем изменении размеров канала происходит дальнейшая перестройка конфигурации электронов. Пример, отражающий характерные особенности перехода в канале, показан на рис. 8. Происходит переход от зигзага к четырем линиям. Впервые такой переход обнаружен в модельных расчетах [12]. Логично назвать эту конфигурацию 2+2, поскольку расстояния между двумя ближайшими линиями вблизи грани-

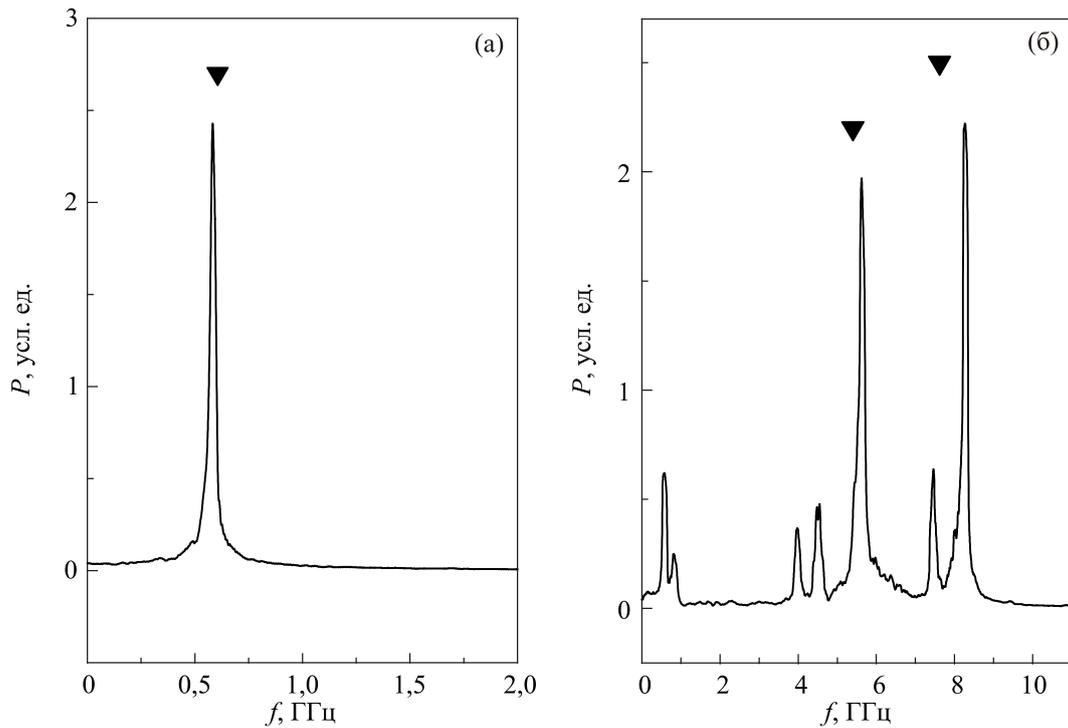


Рис. 9. Спектры продольных (а) и поперечных (б) колебаний в системе из четырех цепочек (двойном зигзаге), находящейся над прижимающим электродом с размерами $M = 2,3 \cdot 10^{-4}$ см и $L = 4,348 \cdot 10^{-3}$ см. Треугольниками обозначены теоретические значения частот, рассчитанные в рамках [13] для двух цепочек.

цы канала и в центре различны. Такая конфигурация существует в узком интервале величин ширины канала. Как видно на рис. 8(е), на котором изображена часть электронной системы в одинаковом масштабе в продольном и поперечном направлениях, конфигурация электронов представляет собой два зигзага, вложенных один в другой.

Для конфигурации 2+2 (рис. 8(д)) резонансные спектры показаны на рис. 9. В продольных колебаниях в основном проявляется один резонанс вблизи частоты 0,6 ГГц, а в поперечных колебаниях наиболее видны резонансы на частотах около 5,4 и 8,2 ГГц. Если рассматривать эту электронную систему как две цепочки, пренебрегая тем, что каждая из цепочек представляет собой зигзаг, то из расчета [13] получаются значения частот, отмеченные треугольниками на рис. 9. Как видно, резонансная картина для системы 2+2 очень похожа на спектры двухцепочечной системы, но в системе 2+2 видна лишь одна продольная плазменная мода. В поперечных колебаниях наиболее отчетливы резонансы, аналогичные резонансам в двухцепочечной системе.

Дальнейшее изменение ширины канала приводит к перестройке электронов и формированию пространственной конфигурации в виде трех линий (рис. 10). Характерно, что переход происходит в очень узком интервале параметров, практически скачкообразно.

Характерный спектр плазменных колебаний, наблюдаемый в электронной системе из трех линий, показан на рис. 11.

В продольных колебаниях отчетливо выражена одна мода около 0,8 ГГц, а в поперечных колебаниях наиболее отчетливы моды около 4 ГГц и 4,9 ГГц. Однако наблюдаются и другие пики колебаний. Интерпретацию наблюдаемых резонансных мод можно было бы провести с использованием теоретического анализа колебаний в системе электронов, состоящей из трех линий.

Следует отметить, что вид спектров, которые получаются при моделировании электронной системы, зависит от начальных условий, т.е. того случайного распределения электронов, которое было выбрано в качестве начальной конфигурации. Вероятность возбуждения тех или иных колебаний в конкретном расчете оказывается разной, так что амплитуды вероятности для частот варьируются в расчете. Однако резонансы в разных расчетах, проведенных в одних и тех же условиях, проявляются на одних и тех же частотах.

Пример перехода от трех к четырем цепочкам электронов показан на рис. 12. Переход происходит в довольно узком интервале ширины канала. Четыре линии существуют в довольно широком интервале M , примерно до значения $M = 4,1 \cdot 10^{-4}$ см.

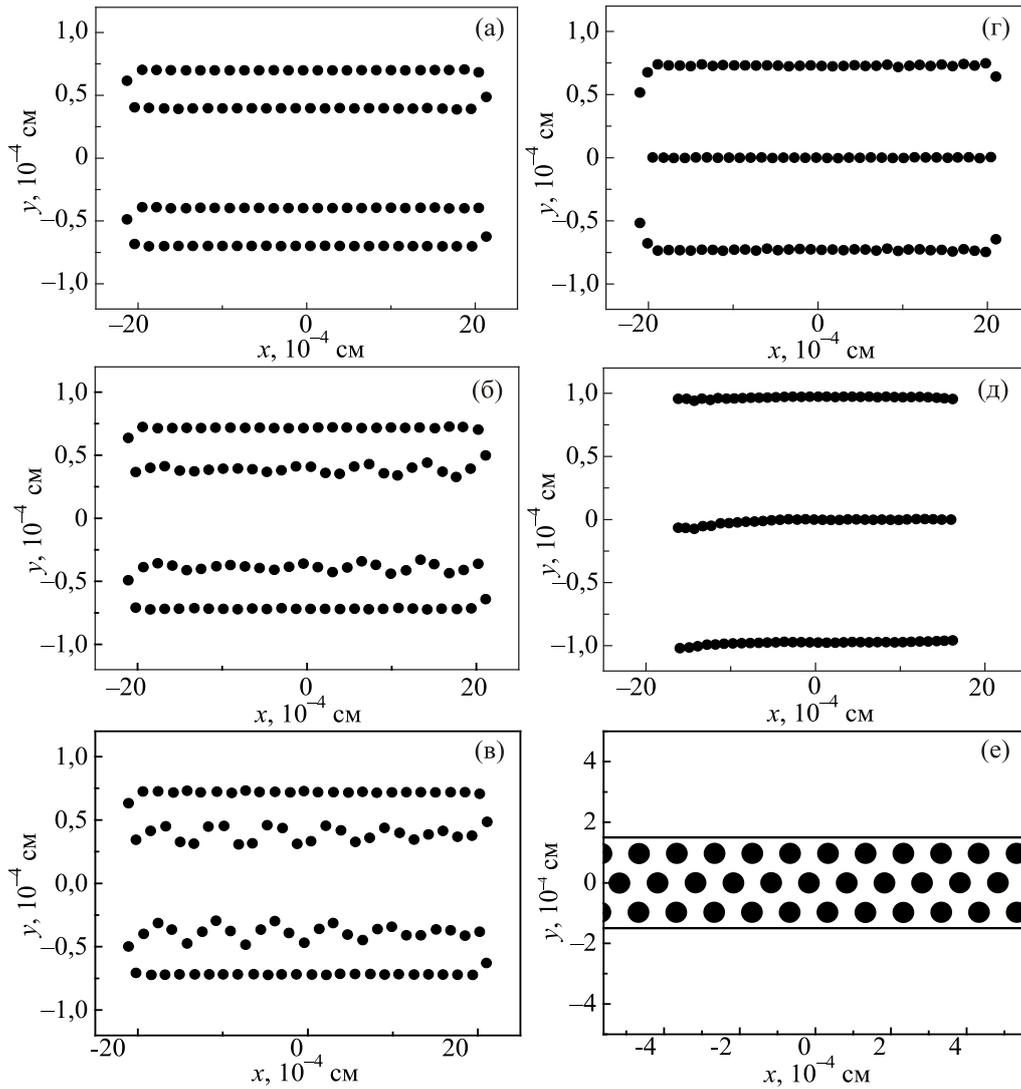


Рис. 10. Изменение конфигурации электронов в канале в зависимости от ширины канала M (10^{-4} см): 2,3 (а), 2,322 (б), 2,3229 (в), 2,32295 (г) и 3 (д) ($LM = 1 \cdot 10^{-6}$ см²). (е) — часть конфигурации электронов (д) в одинаковом масштабе по осям. Горизонтальными линиями отмечены границы прижимающего электрода.

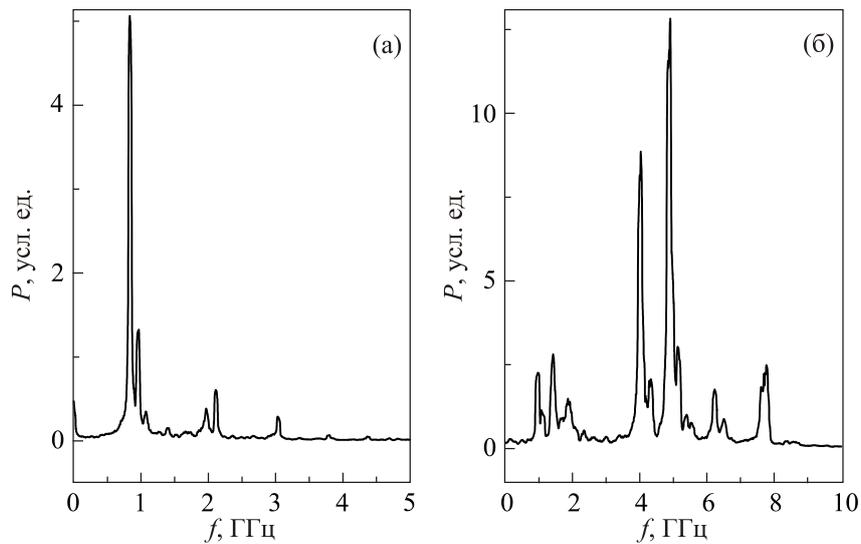


Рис. 11. Спектры продольных (а) и поперечных (б) колебаний в системе из трех цепочек, находящейся над прижимающим электродом с размерами $M = 3 \cdot 10^{-4}$ см и $L = 3,333 \cdot 10^{-3}$ см.

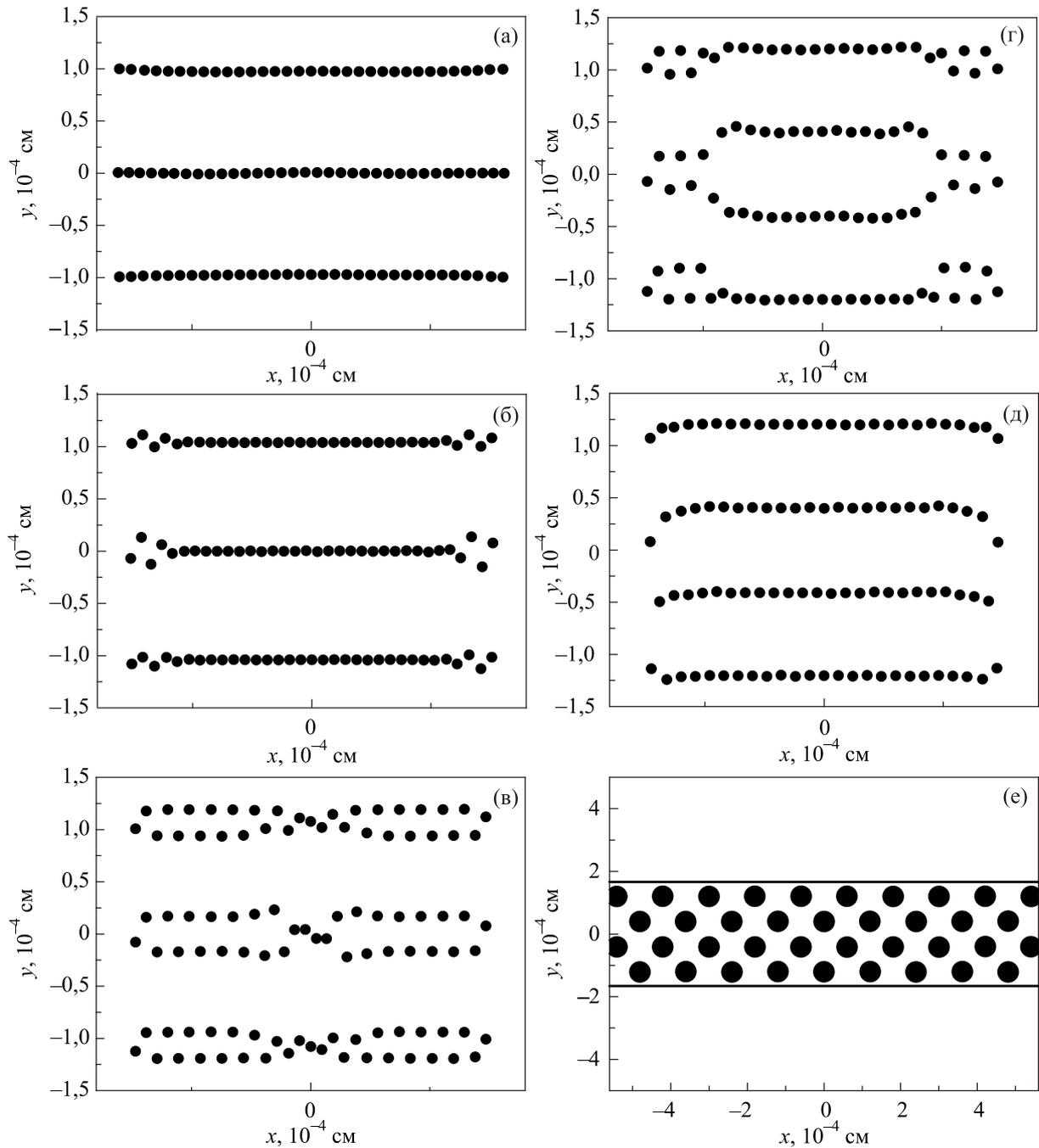


Рис. 12. Изменение конфигурации электронов в канале в зависимости от ширины канала M (10^{-4} см): 3 (а), 3,2 (б), 3,29 (в), 3,3 (г) и 3,32 (д) ($LM = 1 \cdot 10^{-6}$ см²); (е) — часть конфигурации электронов (д) в одинаковом масштабе по осям. Горизонтальными линиями отмечены границы прижимающего электрода.

Таким образом, в работе рассчитаны возможные пространственные конфигурации в системе электронов в зависимости от размеров узкого прижимающего электрода. Проиллюстрированы переходы от электронного шнура к двух-, трех- и четырехцепочечной структуре. Проанализированы спектры плазменных колебаний и проведено сравнение наблюдаемых при моделировании частот для 1 и 2 цепочек с теоретическими значениями.

1. В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха, *Двумерные заряженные системы в гелии*, Мир, Москва (1989).
2. Yuriy Monarkha and Kimitoshi Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer, Heihei (2004).
3. Ю.П. Монарха, В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **40**, 1355 (2012) [*Low Temp. Phys.* **40**, 1067 (2012)].
4. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **38**, 8 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 6 (2012)].

5. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **40**, 1219 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 953 (2014)]
6. K. Shirahama and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 781 (1995).
7. K. Shirahama and K. Kono, *J. Low Temp. Phys.* **104**, 237 (1996).
8. H. Ikegami, H. Akimoto, and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 046807 (2009).
9. D.G. Rees, N.R. Beysengulov, Juhn-Jong Lin, and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 206801 (2016).
10. M.I. Dykman and Y.G. Rubo, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4813 (1997).
11. W.F. Vinen, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 9709 (1999).
12. G. Piacente, I.V. Schweigert, J.J. Betouras, and F.M. Peeters, *Phys. Rev. B* **69**, 045324 (2004).
13. В.Е. Сивоконь, С.С. Соколов, *ФНТ* **41**, 1097 (2015) [*Low Temp. Phys.* **41**, 858 (2015)].

Структурні переходи та плазмові коливання в електронних ланцюжках над рідким гелієм

В.Ю. Сивоконь, С.С. Соколов, І.В. Шарاپова

Методами молекулярної динаміки досліджено двовимірний вігнерівський кристал, утворений електронами, які знаходяться над прямокутним електродом з рівномірно розподіленим позитивним зарядом. При фіксованій густині електронів аналізувались імовірні конфігурації електронів над вузьким електродом в залежності від ширини електрода та особливості переходів від однієї конфігурації до іншої. Розглянуто електронні конфігурації, що складаються з декі-

лькох ланцюжків. Після фур'є-перетворення часових залежностей середніх координат електронів в процесі моделювання розраховано спектри плазмових коливань. Для одного та двох ланцюжків проведено порівняння частот, що спостерігаються при моделюванні, з теоретичними.

Ключові слова: вігнерівський кристал, надплинний гелій, двувимірна система, електронні ланцюжки, спектр плазмових коливань, моделювання.

Structural transitions and plasma oscillations in electron rows above liquid helium

V.E. Syvokon, S.S. Sokolov, and I.V. Sharapova

A two-dimensional Wigner crystal formed by electrons located above a rectangular electrode with uniformly distributed positive charge, is studied by the molecular dynamics method. We analyze the possible electron configurations over a narrow electrode at the fixed electron density, depending on the width of the electrode. Also the specifics of transitions between the configurations are studied. Electron configurations consisting of several rows are considered. After Fourier transformation of the time dependencies of the mean electrons' coordinates is applied to model the plasma oscillations spectra. The frequencies of plasma oscillations estimated at the modeling are compared with those calculated theoretically for one and two rows.

Keywords: Wigner crystal, superfluid helium, two-dimensional system, electronic chainlets, plasma oscillations spectra, simulation.