Физика низких температур, 1995, т. 21, № 6, с. 613–616 УДК 538.945

О влиянии слабой неоднородности туннельного барьера на локализованные состояния, индуцированные сверхпроводящим током в контакте $S/I/S$

С. В. Куплевахский

Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4

И. И. Фалько

Харьковский политехнический университет, Украина, 310002, г. Харьков, ул. Фрунзе, 21

Статья поступила в редакцию 27 декабря 1994 г.

Построена теория влияния случайных структурных неоднородностей туннельного барьера на локализованные состояния, индуцированные сверхпроводящим током в джозефсоновских контактах. В предположении малости флуктуаций потенциала барьера получена общая формула для квазидискретного уровня. Показано, что понижение энергии локализованного состояния и его затухание обусловлены конечной величиной вероятности туннелирования с несохранением компоненты импульса, параллельной барьеру.

Побудовано теорію впливу випадкових структурних неоднорідностей тунельного бар'єра на локалізовані стани, індуковані надпровідним струмом у джозефсонівських контактах. У припущенні малості флуктуацій потенціалу бар'єра одержано загальну формулу для квазідискретного рівня. Показано, що зниження енергії локалізованого стану та його згасання обумовлені кінцевим значенням ймовірності тунелювання з незбереженням компоненти імпульсу, паралельної бар'єру.

Как было показано [1,2], сверхпроводящий ток в джозефсоновских системах со слабой связью туннельного типа способен индуцировать квазичастичные состояния с энергиями в области щели массивных берегов. В частности, в спектре возбуждений изолированного симметричного контакта $S/I/S$ с идеально плоским туннельным барьером в токовом состоянии имеется единственный дискретный уровень [2], параметризуемый косинусом угла падения на барьер:

$$E_0(t, \varphi) = \Delta_\infty \left[1 - \frac{1}{2} T(t) \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right] , \qquad (1)$$

$$|t| >> (\Delta_\infty / E_F)^{1/2} .$$

Здесь Δ_∞ — энергетическая щель в глубине сверхпроводящих берегов; φ — когерентная разность фаз сверхпроводящего параметра порядка; $t \equiv \equiv \cos\theta$, θ — угол падения; $T(t)$ — вероятность туннелирования при заданном t ($T(1) << 1$); E_F — энергия Ферми.

В сверхпроводящей S/I-сверхрешетке уровень (1) порождает блоховскую зону подщелевых возбуждений, ширина которой является быстроосциллирующей функцией расстояния между соседними барьерами [3].

На базе развития модели [2] рассмотрены поляризованные токонесущие состояния в сверхпроводящем контакте с туннельным ферромагнитным барьером [4], а в недавней публикации [5] обсуждена возможность резонансного возбуждения уровня (1) электромагнитным полем.

Необходимо подчеркнуть, что во всех перечисленных работах [1–5] использовано существенное условие идеальной трансляционной инвариантности в плоскости туннельного барьера, обеспечивающее сохранение при туннелировании компоненты электронного импульса, параллельной барьеру, и позволяющее свести исходную трехмерную задачу к одномерной. Совершенно очевидно, что вследствие неизбежного присутствия структурных неоднородностей (по крайней мере атомного масштаба) реальные туннельные барьеры этому условию не удовлетворяют. По аналогии с влиянием нерегулярностей свободной поверхности на квантовые электронные состояния в нормальных металлах (см., например, [6,7]) можно ожидать, что рассеяние на «шероховатостях» туннельного барьера приведет к сдвигу и затуханию состояний [1–4]. Ниже мы предлагаем последовательное теоретическое рассмотрение этих эффектов на примере локализованных токонесущих состояний в изолированном контакте $S/I/S$.

© С. В. Куплевахский, И. И. Фалько, 1995

Будем считать, что сверхпроводящие берега контакта находятся в чистом пределе, а потенциал барьера испытывает случайные пространственные флуктуации, удовлетворяющие условию макроскопической однородности [8]. Средняя толщина барьера, а также характерный линейный масштаб флуктуаций полагаются малыми по сравнению с длиной когерентности ξ_0 . (В противоположном предельном случае крупномасштабных структурных неоднородностей само существование уровней (1) представляется невозможным.) В терминах запаздывающих функций Грина задача принимает вид

$$\left[E + \left(\frac{1}{2m}\nabla^2 - W(\mathrm{r}) + E_F\right)\tau_3 - \frac{1}{2}\left(\tau_1 + i\tau_2\right)\Delta(\mathrm{r}) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\left(\tau_1 - i\tau_2\right)\Delta^*(\mathrm{r})\right]\widetilde{G}_E(\mathrm{r}, \mathrm{r}') = \delta(\mathrm{r} - \mathrm{r}') \ , \qquad (2)$$

$$\Delta(\mathrm{r}) = |g|\ \mathrm{Sp}\left[\frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2)\widetilde{G}_E(\mathrm{r}, \mathrm{r}')|_{\mathrm{r}' \to \mathrm{r}}\right] \ . \qquad (3)$$

Здесь E — энергетический параметр, содержащий бесконечно малую мнимую добавку $i0^+$ ($|\mathrm{Re}\, E| < \Delta_\infty$); τ_i ($i = 1, 2, 3$) — матрицы Паули в пространстве Горькова—Намбу (соответствующая единичная матрица τ_0 не выписана явно); m — масса электрона; g — константа эффективного электрон-электронного притяжения; $\hbar = 1$. Туннельный барьер описывается псевдопотенциалом

$$W(\mathrm{r}) = \left[V + U(\vec{\rho})\right]\delta(x)\tau_3 \ , \qquad (4)$$

где V — положительная постоянная размерности энергии на длину порядка средней толщины барьера d; $\vec{\rho} = (y, z)$; $U(\vec{\rho})$ — случайная функция координат со свойствами

$$\langle U(\vec{\rho})\rangle = 0 \ , \quad \langle U(\vec{\rho})U(\vec{\rho}')\rangle = \frac{\overline{u^2}}{p_0^2}\delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}') \qquad (5)$$

(p_0 — импульс Ферми; $\overline{u^2}$ — постоянная размерности квадрата энергии на квадрат длины порядка d; угловые скобки, как обычно, обозначают усреднение).

В этой работе рассмотрен случай туннельных барьеров малой прозрачности, что для модели [4] означает

$$v_0 << V \quad (v_0 = p_0/m) \ , \qquad (6)$$

и малых флуктуаций

$$\varepsilon \equiv \frac{\overline{u^2}}{V^2} << 1 \ . \qquad (7)$$

Для получения усредненных решений (2), (3) воспользуемся методикой, намеченной в [9].

Выполним в (2), (3), (5) фурье-преобразование по координатам и перейдем от (2) к эквивалентному интегральному уравнению

$$\widetilde{G}_E(x, x'; \mathrm{p}_\perp, \mathrm{p}'_\perp) = G_E(x, x'; \mathrm{p}_\perp)\delta(\mathrm{p}_\perp - \mathrm{p}'_\perp) +$$

$$+ G_E(x, 0; \mathrm{p}_\perp)\int \frac{d^2\mathrm{p}''_\perp}{(2\pi)^2} U(\mathrm{p}''_\perp)\tau_3\widetilde{G}_E(0, x'; \mathrm{p}_\perp - \mathrm{p}''_\perp, \mathrm{p}'_\perp) \ , \qquad (8)$$

$$\Delta(x; \mathrm{p}_\perp) = \frac{1}{2}|g|\ \mathrm{Sp}\left[(\tau_1 - i\tau_2) \times \right.$$

$$\left. \times \int \frac{d^2\mathrm{p}'_\perp}{(2\pi)^2}\widetilde{G}_E(x, x; \mathrm{p}'_\perp + \frac{\mathrm{p}_\perp}{2}; \mathrm{p}'_\perp - \frac{\mathrm{p}_\perp}{2}\right] \ , \qquad (9)$$

$$\langle U(\mathrm{p}_\perp)\rangle = 0 \ ,$$

$$\langle U(\mathrm{p}_\perp)U(\mathrm{p}'_\perp)\rangle = (2\pi)^2\frac{\overline{u^2}}{p_0^2}\delta(\mathrm{p}_\perp + \mathrm{p}'_\perp) \ . \qquad (10)$$

Здесь $U(\mathrm{p}_\perp)$ — фурье-образ случайного поля ($\mathrm{p}_\perp$ — проекция импульса на плоскость $x = 0$), а фигурирующая в правой части (8) невозмущенная функция Грина $G_E(x, x'; \mathrm{p}_\perp)$ удовлетворяет фурье-преобразованию (2) при $U(\mathrm{p}_\perp) \equiv 0$.

Как и в известном случае сверхпроводящих сплавов [10], строим итерационную последовательность для уравнения (8) по U и на каждом этапе производим усреднение. Суммируя бесконечный ряд главный членов разложения, после использования формул (10) и некоторых несложных преобразований находим

$$\langle\widetilde{G}_E\rangle(x, x'; \mathrm{p}_\perp) = G_E(x, x'; \mathrm{p}_\perp) +$$

$$+ G_E(x, 0; \mathrm{p}_\perp)\Sigma\left[G_E^{-1}(0, 0; \mathrm{p}_\perp) - \Sigma\right]^{-1} \times$$

$$\times G_E^{-1}(0, 0; \mathrm{p}_\perp)G_E(0, x'; \mathrm{p}_\perp) \ , \qquad (11)$$

где безразмерная «собственно-энергетическая часть» удовлетворяет самосогласованному уравнению

$$\Sigma = \frac{\varepsilon}{(2\pi)^2 p_0^2}\tau_3\int \frac{d^2\mathrm{p}'_\perp}{G_E^{-1}(0, 0; p'_\perp)V^{-1} - \Sigma}\tau_3 \ . \qquad (12)$$

Усреднение условия самосогласования (9) дает

$$\langle\Delta(x; \mathrm{p}_\perp)\rangle = \Delta(x)\delta(\mathrm{p}_\perp) \ ,$$

где

$$\Delta(x) = \frac{|g|}{2}\,\mathrm{Sp}\left[(\tau_1 - i\tau_2)\int \frac{d^2\mathrm{p}_\perp}{(2\pi)^2}\langle\widetilde{G}_E\rangle(x, \underset{\sim}{x}; \mathrm{p}_\perp)\right] . \tag{13}$$

Согласно [2], для определения дискретной части спектра возбуждения в первом порядке по вероятностям туннелирования достаточно взять решение (13) нулевого приближения. Оно имеет вид

$$\Delta(x) = \Delta_\infty \exp\left(i\,\mathrm{sgn}\,x\,\frac{\varphi}{2}\right) . \tag{14}$$

Квазичастичным состояниям, локализованным вблизи туннельного барьера, очевидно, соответствуют полюсы матрицы

$$\langle\widetilde{G}_E\rangle(0, 0; \mathrm{p}_\perp) = \left[G_E^{-1}(0, 0; \mathrm{p}_\perp) - \Sigma\right]^{-1} .$$

Таким образом, приходим к уравнению

$$\det\left[G_E^{-1}(0, 0; \mathrm{p}_\perp) - \Sigma\right] = 0 , \tag{15}$$

где невозмущенная функция Грина при $x = x' = 0$ в приближении квазиклассики дается формулой

$$G_E(0, 0; \mathrm{p}_\perp) \equiv G_E(0, 0; |t|) =$$

$$= -\left[V\tau_3 - \frac{v_0|t|}{\sqrt{\Delta_\infty^2 - E^2}}\left(E\tau_0 - \Delta_\infty\cos\frac{\varphi}{2}\tau_1\right)\right]^{-1} ,$$

$$|t| >> (\Delta_\infty/E_F)^{1/2} .$$

В отсутствие структурных неоднородностей $\Sigma = 0$ и (15) приводит к результату (1).

В общем случае Σ разлагается по трем базисным матрицам τ_0, τ_1, τ_3. Причем коэффициенты разложения Σ комплексны: появление $\mathrm{Im}\,\Sigma$ означает, что наряду со сдвигом дискретного уровня происходит затухание. В силу условия (7) эти эффекты будут малыми по параметру ε, и собственноэнергетическая часть легко находится методом последовательных приближений.

Полагая в правой части (12) $\Sigma^{(0)} = 0$, имеем

$$\Sigma^{(1)} = -\frac{\varepsilon p_0^2}{2\pi}\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{2}V\tau_3 + \frac{1}{3}\frac{v_0\Delta_\infty}{\sqrt{2\Delta_\infty(\Delta_\infty - E)}}(\tau_0 - \cos\frac{\varphi}{2}\tau_1) + \right.$$

$$\left. + i\frac{\pi}{2}\left[Vt^2\tau_3 + \frac{v_0\Delta_\infty t^3}{\sqrt{2\Delta_\infty(\Delta_\infty - E)}}\left(\tau_0 - \cos\frac{\varphi}{2}\tau_1\right)\right]\right\},$$

$$\Delta_\infty - |\mathrm{Re}\,E| << \Delta_\infty .$$

Подстановка $\Sigma^{(1)}$ в (15) позволяет вычислить энергию квазидискретного состояния в низшем порядке по вероятностям туннелирования:

$$E_0(t, \varphi) = \Delta_\infty\left\{1 - \frac{1}{2}\left[T(t) + T_{p_\perp}(t)\right]\sin^2\frac{\varphi}{2} - \right.$$

$$\left. - i3\pi T_{p_\perp}(t)|t|^3\sin^2\frac{\varphi}{2}\right\} , \tag{16}$$

где

$$T(t) = \left(1 + \frac{\varepsilon}{2\pi}\right)\frac{v_0^2t^2}{V^2} + T_{p_\perp}(t) \tag{17}$$

представляет усредненную полную вероятность туннелирования, а

$$T_{p_\perp}(t) = \frac{\varepsilon v_0^2|t|}{V^2}$$

дает усредненную вероятность туннелирования с несохранением $|\mathrm{p}_\perp|$ (см. Приложение).

Подчеркнем, что именно $T(t)$ определяет динамическое сопротивление барьера в нормальном состоянии и входит в выражения для нормального и джозефсоновского токов [11,12].

Величина $T_{p_\perp}$ вызывает понижение энергии квазидискретного уровня (за счет переходов $|t'| \to |t|$ в процессе туннелирования), а также характеризует затухание ($\mathrm{Im}\,E(t, \varphi)$).

Анализ угловой зависимости (16) показывает, что эффект затухания наиболее заметен для уровней, соответствующих малым углам падения, и монотонно убывает с ростом $|t|$. При $|t| \lesssim \varepsilon$ формула (16) оказывается неприменимой, поскольку возникает необходимость учета поправок старшего порядка по вероятностям туннелирования.

В заключение укажем, что при нарушении условия (7) (случай больших флуктуаций) рассмотренный здесь эффект затухания может значительно возрасти, вплоть до полного размытия дискретного уровня. Это важное обстоятельство нужно иметь в виду при обсуждении экспериментальных аспектов проблемы индуцированных сверхпроводящим током квазичастичных состояний.

Авторы признательны А. Н. Омельянчуку за очень полезное обсуждение и ценные советы в процессе работы.

Исследование, описанное в этой публикации, стало возможным благодаря частичной поддержке Международного научного фонда по долговременному Гранту № 28000 (Международный научный фонд Дж. Сороса).

Приложение

Для определения вероятностей туннелирования удобно воспользоваться результатами работы [11], где рассматривался потенциал типа (4) с произвольной неслучайной функцией $U(\vec{\rho})$. Вычисленная в [11] прозрачность (в пределе (6)) имеет вид

$$\widetilde{T}(t) = \frac{v_0|t|}{m\Omega V^2}\int \frac{d^2\mathrm{p}'_\perp}{(2\pi)^2}\sqrt{p_0^2 - \mathrm{p}'^2_\perp}\times$$

$$\times\left|\int \frac{d^2\rho\,\exp\left[i\vec{\rho}(\mathrm{p}_\perp - \mathrm{p}'_\perp)\right]}{1 + U(\vec{\rho})/V}\right|^2, \qquad (\Pi.1)$$

где Ω — площадь барьера. Разлагая (П.1) до второго порядка включительно по U/V и проводя усреднение с помощью (5) и (10), получаем

$$T(t) \equiv \langle\widetilde{T}(t)\rangle = \frac{v_0^2 t^2}{V^2} + \frac{\varepsilon v_0^2|t|}{4\pi m V^2}\times$$

$$\times\int d^2\mathrm{p}'_\perp\sqrt{p_0^2 - \mathrm{p}'^2_\perp}\left[\delta^2(\mathrm{p}_\perp - \mathrm{p}'_\perp) + 1\right]. \qquad (\Pi.2)$$

Выполнение последнего интегрирования в (П.2) приводит окончательно к формуле (17).

1. A. Furusaki and M. Tsukada, *Physica* B165–166, 967 (1990); *Phys. Rev.* B43, 10164 (1991).
2. С. В. Куплевахский, И. И. Фалько, *ФНТ* 17, 961 (1991).
3. С. В. Куплевахский, И. И. Фалько, *ФНТ* 18, 1109 (1992).
4. С. В. Куплевахский, И. И. Фалько, *ФТТ* 34, 183 (1992).
5. U. S. Shumeiko, G. Wendin, and E. N. Bratus, *Phys. Rev.* B48, 13129 (1993).
6. А. В. Чаплик, М. В. Энтин, *ЖЭТФ* 55, 990 (1968).
7. Л. А. Фальковский, *ЖЭТФ* 58, 1831 (1970).
8. И. М. Лифшиц, С. А. Гредескул, Л. А. Пастур, *Введение в теорию неупорядоченных систем*, Наука, Москва (1982).
9. С. В. Куплевахский, И. И. Фалько, *Письма в ЖЭТФ* 58, 193 (1993).
10. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
11. И. О. Кулик, Ю. Н. Мицай, А. Н. Омельянчук, *ЖЭТФ* 66, 1051 (1974).
12. A. N. Omelyanchouk, R. de Bruyn Ouboter, and C. J. Muller, *ФНТ* 20, 501 (1994).

On the effect of weak inhomogeneity of the tunnel barrier on supercurrent-induced localized states in the S/I/S-junction

S. V. Kuplevakhski and I. I. Falko

We construct a theory of the influence of random structural inhomogeneities of the tunnel barrier on the localized states induced by supercurrent in Josephson junctions. In the limit of small fluctuations of the barrier potential, we derive a general formula for the energy of a quasi-discrete level. We show that shift and damping of the localized state occur owing to tunneling with the non-conservation of the momentum component parallel to the barrier.