Физика низких температур, 1996, т. 22, № 11, с. 1298–1305

Эффект Холла в слоистых сверхпроводниках в наклонном магнитном поле

Е. З. Мейлихов, Р. М. Фарзетдинова

Российский научный центр «Курчатовский институт», Россия, 123182, г. Москва, пл. И. В. Курчатова, 1
E-mail:meilikho@supercond.msk.su

В рамках двух моделей — «жестких» вихрей со ступенчатой структурой (модель кинков и стрингов) и трехмерной анизотропной среды (скейлинговая модель) — вычисляются угловые зависимости компонент тензора сопротивления для слоистых сверхпроводников в наклонном магнитном поле с учетом перколяционного характера их движения в среде с неоднородным пиннингом. Сравнение результатов численного расчета с экспериментами по исследованию эффекта Холла в $YBa_2Cu_3O_7$ при $T \approx 84$ K в наклонных полях до 10 Тл свидетельствует в пользу первой из этих моделей.

В межах двох моделей — «жорстких» вихорів із ступеневою структурою (модель кінків и стрінгів) та тривимірного анізотропного середовища (скейлінгова модель) — обчислюються кутові залежності компонент тензора опору для шаруватих надпровідників в похилому магнітному полі з урахуванням перколяційного характеру їх руху в середовищі з неоднорідним пінінгом. Порівняння результатів чисельного розрахунку з експериментами по дослідженню ефекта Холла в $YBa_2Cu_3O_7$ при $T \approx 84$ K в похилих полях до 10 Тл свідчить на користь першої з цих моделей.

Введение

Известно, что металлооксидные ВТСП — это сильно анизотропные слоистые системы, в которых ответственными за сверхпроводимость являются CuO_2-плоскости, разделенные несверхпроводящими слоями [1]. Это обстоятельство приводит к ухудшению сверхпроводящих свойств ВТСП в направлении перпендикулярном слоям (ось c) и тем самым порождает анизотропию таких параметров, как длина когерентности, длина проникновения магнитного поля, критический ток и критические поля. Ясно, однако, что, если длина когерентностид ξ_c вдоль оси c велика по сравнению с расстоянием d между CuO_2-слоями ($\xi_c(T) \gg d$), неоднородность электронной системы в силу эффективного усреднения становится несущественной, и ее можно рассматривать как анизотропную трехмерную среду ($3D$ режим). Это условие заведомо выполнено вблизи T_c, так как $\xi \to \infty$ при $T \to T_c$. В этом случае свойства системы можно описывать с помощью модели трехмерного анизотропного сверхпроводника [1,4]. В противном случае ($\xi_c(T) < d$), наоборот, анизотропия свойств системы столь сильна, что она является практически двумерной ($2D$ режим). Переход от одного режима к другому ($2D \to 3D$) происходит при $\xi(T = T^*) \sim d$ (например, для $YBa_2Cu_3O_7$ температура $T^* \simeq 80$ K). Однако если отношение $\xi(T = T^*)/d$ не очень велико, то система все еще «чувствует» слоистую структуру*.

Цель настоящей работы — показать, что в этом промежуточном случае транспортные процессы в сверхпроводниках рассматриваемого типа в наклонном (по отношению к оси c) магнитном поле более точно описываются не моделью трехмерного анизотропного сверхпроводника с прямолинейными вихревыми линиями, а моделью слоистого сверхпроводника с искривленными вихревыми линиями.

Транспортные свойства сверхпроводника в смешанном состоянии описываются уравнением вязкого движения вихревых линий магнитного поля**. К сожалению, температурные и магнитополевые зависимости входящих в это уравнение коэффициентов вязкости не известны (точнее, имеющиеся в

* В [2] существенное влияние слоистой структуры $YBa_2Cu_3O_7$ отмечалось вплоть до $T \simeq 90$ K, т.е. при $\xi_c/d \lesssim 10$.

** Это справедливо, если вклад нормальных квазичастиц в процессы переноса мал. В общем же случае его надо учитывать [3].

© Е. З. Мейлихов, Р. М. Фарзетдинова, 1996

литературе зависимости такого рода весьма приближенны и противоречивы). В связи с этим в настоящей работе используется другой подход: изучаются параметрические угловые зависимости компонент тензора сопротивления рассматриваемой системы, в которых параметрами служат значения этих компонент для двух специальных конфигураций (магнитное поле параллельно и перпендикулярно оси c). В рамках этого подхода исследуются две принципиально различные модели — модель «кинков и стрингов» и модель трехмерной анизотропной среды. Сравнение найденных для них угловых зависимостей с экспериментом и позволяет сделать выбор в пользу одной из упомянутых моделей.

Кинки и стринги

В наклонном магнитном поле прямолинейные абрикосовские вихревые линии становятся неустойчивыми по отношению к искривлениям определенного вида. Они приобретают ступенчатую структуру, состоящую из «кинков» (kinks) — участков вихревой линии, ориентированных в направлении близком к оси c, и «стрингов» — участков вихревой линии, располагающихся между сверхпроводящими слоями (strings). По своим свойствам кинки близки к абрикосовским вихрям, а стринги — к джозефсоновским. Рассмотрим простейшую модель слоистого сверхпроводника, в котором чередующиеся «сверхпроводящие» и «нормальные» слои параллельны плоскости xy и имеют одинаковую толщину d. Пусть ток течет в плоскости слоев , а внешнее магнитное поле ему перпендикулярно (т.е. лежит в плоскости zy) и составляет угол θ с нормалью к слоям (оси c или z). В соответствии с приведенными выше соображениями будем полагать, что силовая линия магнитного поля внутри сверхпроводника представляет собой ступенчатую вихревую структуру из перпендикулярных сверхпроводящим слоям кинков длиной d, которые соединяются между собой стрингами — отрезками джозефсоновских вихрей длиной l, расположенными между слоями. Среднее направление силовой линии внутри сверхпроводника такое же, как и снаружи, т.е. $l/d = \operatorname{tg}\theta$. Рассмотрим далее режим течения магнитного потока и будем считать, что в этом случае вихревые линии перемещаются как целое, сохраняя свою ступенчатую структуру. Это предполагает наличие взаимодействия между кинками и стрингами, которое приводит к натяжению вихревой линии, т.е. к появлению силы $\hat{T}$, растягивающей каждый из отдельных элементов ступенчатой структуры этой линии. Таким образом, задача сводится к рассмотрению совместного движения кинков и стрингов, описываемого уравнениями $\mathbf{F}_k d + \hat{\mathbf{T}} = 0$ и $\mathbf{F}_s l - \hat{\mathbf{T}} = 0$, т.е. к определению величины и направления скорости течения магнитного потока с помощью уравнения

$$\mathbf{F}_k d + \mathbf{F}_s l = 0. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{F}_k$ и $\mathbf{F}_s$ — полные (за исключением натяжения $\hat{T}$) силы, действующие на соответствующие участки вихревой линии единичной длины. Эти силы имеют следующие составляющие [3]: сила Лоренца $\mathbf{F}_L = (1/c)[\mathbf{j}\times\Phi_{k,s}]$, где $\mathbf{j} = en_s\mathbf{v}_s$ — плотность сверхпроводящего тока; n_s — концентрация сверхпроводящих электронов; $\mathbf{v}_s = v_s\mathbf{x}$ — их токовая скорость; $\mathbf{F}_M = -(1/c)[\mathbf{v}_f\times\Phi_{k,s}]$ — сила Магнуса; $\mathbf{F}_{||} = -\eta_{||}^{k,s}\mathbf{v}_f$ — сила продольной (направленной против скорости $\mathbf{v}_f$ движения вихря) вязкости; $\mathbf{F}_\perp = -\eta_\perp^{k,s}\mathbf{v}_s$ — сила поперечной (направленной вдоль токовой скорости $\mathbf{v}_s$ куперовских пар)* вязкости. Здесь $\Phi_k = \hat{\mathbf{z}}\varphi\cos\theta$, $\Phi_s = \hat{\mathbf{y}}\varphi\sin\theta$, $\varphi = hc/2e$ — квант магнитного потока; $\hat{\mathbf{z}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ — единичные векторы вдоль осей z, y; $\eta_{||}^{k,s}$, $\eta_\perp^{k,s}$ — коэффициенты вязкости, индексы k и s относятся соответственно к кинкам и стрингам.

Необходимо сделать важное замечание, касающееся силы $\mathbf{F}_\perp$, направленной вдоль $\mathbf{v}_s$. В широко цитируемой работе [5] приводятся общие соображения, доказывающие невозможность существования такой силы. Однако анализ этих аргументов показывает, что они справедливы только для случая неподвижных вихрей или вихрей, движущихся с бесконечно малой скоростью (адиабатически). Если же скорость движения конечна, то возникающая при таком движении диссипация делает приводимые в [5] аргументы несостоятельными. Это означает, что при $\mathbf{v}_f \neq 0$, вообще говоря, и вязкость $\eta_\perp \neq 0$. Следует считать, что вязкость $\eta_\perp = \eta_\perp(\mathbf{v}_f)$ зависит от скорости движения вихрей, причем $\eta_\perp(\mathbf{v}_f = 0) = 0$. Ниже тем не менее считается, что $\eta_\perp = \text{const}$; это означает, что в актуальной области значений $\mathbf{v}_f$ зависимость вязкости $\eta_\perp$ от скорости $\mathbf{v}_f$ не учитывается.

* Название этой силы связано с тем, что скорость $\mathbf{v}_f$ движения вихрей почти перпендикулярна направлению тока, которое, в свою очередь, почти совпадает с направлением токовой скорости $\mathbf{v}_s$ «сверхпроводящих» электронов.

Таким образом, для решения уравнения (1) необходимо лишь иметь выражения для соответствующих коэффициентов вязкости. В настоящем модельном рассмотрении нет смысла использовать точные выражения для этих коэффициентов [4]; достаточно заметить, что структура выражений для коэффициентов вязкости кинков близка к соответствующим выражениям для абрикосовского вихря, а поперечная вязкость в случае стрингов отсутствует, так как она связана с нормальным кором [6], отсутствующим у джозефсоновских вихрей — стрингов [7]. С учетом сказанного уравнение (1) принимает вид

$$(\eta_{\parallel}^{k} d + \eta_{\parallel}^{s} l)\mathrm{v}_f + \eta_m d \cos\theta\,[\mathrm{v}_f \times \hat{\mathrm{z}}] + \eta_m l \sin\theta\,[\mathrm{v}_f \times \hat{\mathrm{y}}] = \hat{\mathrm{z}}\eta_m v_s l \sin\theta - \hat{\mathrm{y}}\eta_m v_s d \cos\theta - \hat{\mathrm{x}}\eta_{\perp} v_s d, \quad (2)$$

где $\eta_m = (en_s/c)\varphi$.

Электрическое поле, возникающее в сверхпроводнике при движении прямолинейных вихрей, можно найти с помощью формулы Джозефсона $\mathbf{E} = -(1/c)[\mathrm{v}_f \times \mathbf{B}]$. В рассматриваемой модели вихревая линия имеет ступенчатую структуру, поэтому электрическое поле следует находить как сумму полей, возникающих при движении кинков и стрингов:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_k + \mathbf{E}_s = -(1/c)[\mathrm{v}_f \times \mathbf{B}_k] - (1/c)[\mathrm{v}_f \times \mathbf{B}_s], \quad (3)$$

где $\mathbf{B}_k = \hat{\mathrm{z}}B\cos\theta$, $\mathbf{B}_s = \hat{\mathrm{y}}B\sin\theta$ — составляющие магнитной индукции B вдоль соответствующих участков ступенчатой вихревой линии. Подставляя в (3) решение уравнения (2) для скорости вихря, находим возникающее при этом электрическое поле и компоненты тензора сопротивления:

$$\rho_{xx} = \left(\frac{B}{cen_s}\right)\frac{\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^3\theta)\,\eta_m(\eta_{\parallel}^{k} + \eta_{\parallel}^{s}\mathrm{tg}\,\theta + \eta_{\perp}^{k})}{(\eta_{\parallel}^{k} + \eta_{\parallel}^{s}\mathrm{tg}\,\theta)^2 + \eta_m^2\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta)}, \quad (4)$$

$$\rho_{yx} = \left(\frac{B\cos\theta}{cen_s}\right)\frac{\eta_m^2\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta) - \eta_{\perp}^{k}(\eta_{\parallel}^{k} + \eta_{\parallel}^{s}\mathrm{tg}\,\theta)}{(\eta_{\parallel}^{k} + \eta_{\parallel}^{s}\mathrm{tg}\,\theta)^2 + \eta_m^2\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta)}, \quad (5)$$

$$\rho_{zx} = \left(\frac{B\sin\theta}{cen_s}\right)\frac{\eta_m^2\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta) - \eta_{\perp}^{k}(\eta_{\parallel}^{k} + \eta_{\parallel}^{s}\mathrm{tg}\,\theta)}{(\eta_{\parallel}^{k} + \eta_{\parallel}^{s}\mathrm{tg}\,\theta)^2 + \eta_m^2\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta)}. \quad (6)$$

Полученные выражения для компонент тензора сопротивления являются окончательными, однако воспользоваться ими для проверки реальности предложенной модели путем сравнения предсказываемых ими зависимостей ρ_{ik} от магнитного поля и температуры затруднительно, поскольку для этого необходимо знать явные температурные и полевые зависимости фигурирующих в (4)–(6) коэффициентов вязкости. Поэтому в соответствии с объявленной во введении программой найдем угловые зависимости $\rho_{ik}(\theta)$. С помощью (4)–(6) можно выразить коэффициенты вязкости $\eta_{\perp,\parallel}^{k,s}$ через компоненты $\rho_{ik}^{0,\pi/2}$ тензора сопротивления, соответствующие таким ситуациям, когда магнитное поле параллельно ($\theta = 0$) или перпендикулярно ($\theta = \pi/2$) оси c. В результате имеем

$$\rho_{xx}/\rho_{xx}^{0} = \frac{1}{R_{xx}^{0}}\frac{\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^3\theta)\left[(1-R_{yx}^{0})^2/R_{xx}^{0} + R_{xx}^{0} + \mathrm{tg}\,\theta/R_{xx}^{\pi/2}\right]}{\left[(1-R_{yx}^{0})/R_{xx}^{0} + \mathrm{tg}\,\theta/R_{xx}^{\pi/2}\right]^2 + \cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta)}, \quad (7)$$

$$\rho_{yx}/\rho_{yx}^{0} = \frac{\cos\theta}{R_{yx}^{0}}\frac{\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta) - \left(R_{xx}^{0} + (R_{yx}^{0})^2/R_{xx}^{0} - R_{yx}^{0}/R_{xx}^{0}\right)\left[(1-R_{yx}^{0})/R_{xx}^{0} + \mathrm{tg}\,\theta/R_{xx}^{\pi/2}\right]}{\left[(1-R_{yx}^{0})/R_{xx}^{0} + \mathrm{tg}\,\theta/R_{xx}^{\pi/2}\right]^2 + \cos^2\theta(1+\mathrm{tg}^4\theta)}, \quad (8)$$

где $\rho_0 = B/cen_s$, $R_{ik}^{0,\pi/2} = \rho_{ik}^{0,\pi/2}/\rho_0$. Эти конечные соотношения и позволяют провести проверку рассматриваемой модели движения вихревых линий в слоистых сверхпроводниках.

Для этого, однако, необходимо учесть еще одно обстоятельство, связанное с тем, что вязкое движение вихрей, т.е. течение потока, возможно лишь в той области магнитных полей и температур, где число эффективных центров пиннинга (с энергией $U > kT$) достаточно мало. В металлооксидных ВТСП разброс центров пиннинга по энергии, как правило, довольно велик [8], поэтому объемную долю $p(B, T)$ неэффективных («выключенных» магнитным полем или температурой) центров пиннинга можно определить через функцию $F_{TB}(U)$ их распределения по энергиям:

$$p(B, T) = \int_0^{kT} F_{TB}(U)dU. \qquad (9)$$

В [3] показано, что при условиях $1 - T/T_c << 1$, $B >> B_{c1}$

$$p = \frac{1}{2}\left\{1 + f\left[\ln\left(\frac{bt}{(1-t)^{3/2}u_m}\right) - \frac{1}{2}\right]\right\},$$
$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-x^2)dx, \qquad (10)$$

где $t = T/T_c(0)$; $b = B/B_{c2}(0)$; $u_m = U_m/kT$; $T_c(0)$ — температура сверхпроводящего перехода при $B = 0$; $B_{c2}(0)$ — верхнее критическое поле при $T = 0$. Перколяционное движение вихревых линий при случайном расположении центров пиннинга возможно только при условии $p > p_c$, где p_c — параметр, определяющий порог перколяции. При двумерном течении вихревых линий можно считать [3] $p_c = 1/2$. Это условие определяет пороговое поле $b_c = 1{,}68u_m(1-t)^{3/2}/t$, соответствующее началу протекания магнитного потока. В меньших полях все компоненты тензора сопротивления равны нулю ($\rho_{ik} = 0$).

Согласно многочисленным экспериментам, холловский угол arctg (ρ_{yx}/ρ_{xx}) для ВТСП очень мал ($\lesssim 10^{-2}$) при любом значении угла θ. Это означает, что направление движения вихревых линий практически совпадает с холловским направлением, т.е. их скорость $\mathbf{v}_f$ параллельна плоскостям ab и перпендикулярна току. Это, в свою очередь, означает, что так называемый «собственный» пиннинг, присущий слоистым сверхпроводникам [9], не влияет на движение стрингов. Таким образом, эти перколяционные соображения следует учитывать только при рассмотрении движения кинков. Поскольку доля центров, эффективно пиннингующих кинки, определяется параллельной им составляющей магнитного поля, а последняя падает с ростом угла θ пропорционально $\cos\theta$, в выражении (10) следует произвести замену $b \to b\cos\theta$. Тем самым будет учтено возрастающее влияние пиннинга (уменьшение величины p) с увеличением угла θ.

Наконец, надо отразить приведенные выше перколяционные соображения в выражениях для компонент сопротивления. Для этого достаточно умножить выражения (7), (8) на перколяционный множитель [3]

$$P(\theta) = \begin{cases} 0, & p(\theta) < p_c, \\ \dfrac{p(\theta) - p_c}{1 - p_c}, & p(\theta) > p_c, \end{cases} \qquad (11)$$

для вычисления которого надо задать лишь один свободный параметр u_m — среднее значение приведенного потенциала пиннинга кинков (согласно [3], для $YBa_2Cu_3O_7$ $u_m = 0{,}1 - 1$ при $t \sim 1$).

Для сравнения результатов рассмотренной выше модели с экспериментальными по исследованию эффекта Холла в $YBa_2Cu_3O_7$ [10] мы провели численные расчеты угловой зависимости $\rho_{yx}(\theta)$ с помощью соотношения (8), дополненного перколяционным множителем (11). При этом было необходимо задать такие численные значения входящих в (8), (10) параметров, которые бы соответствовали экспериментальной ситуации работы [10]. В соответствии с этим были выбраны значения параметров, приведенные в таблице.

Результаты численного расчета угловых зависимостей $\rho_{yx}(\theta)$ в магнитных полях $B = 3$; 4; 5 Тл представлены на рис. 1. Для сравнения на рис. 2 показаны соответствующие зависимости, построенные на основе экспериментальных данных работы [10]. Можно отметить качественное согласие приведенных зависимостей: удовлетворительно воспроизводятся не только общая форма соответствующих кривых, включая изменение знака отношения $\rho_{yx}(\theta)/\rho_{yx}^0$ для $B = 5$ Тл, но и абсолютные значения соответствующих экстремальных значений этого отношения. Таким образом, можно полагать, что рассмотренная модель дает качественно правильное описание процесса движения вихрей в слоистых сверхпроводниках в наклонном магнитном поле (за исключением, естественно, той, сравнительно узкой, области углов $\theta \approx \pi/2$, где происходит так называемый *lock-in-переход* [13]).

Таблица

Значения параметров, использованные в численных расчетах

Параметр	Работа [10]	Численный расчет
Температура T	84 K	$t = T/T_c(0) = 0{,}9^a$
Магнитное поле B	$0 < B < 10$ Тл	$0 < b = B/B_{c2}(0) < 0{,}1^b$
Потенциал пиннинга U_m	–	$u_m = U_m/kT = 0{,}425^c$
	$B = 3$ Тл	
Магнитное поле B	3 Тл	$b = B/B_{c2}(0) = 0{,}03^b$
Сопротивление ρ_0	–	1 мкОм·см^d
Холловское сопротивление ρ_{yx}^0	$\approx -0{,}01$ мкОм·см	$R_{yx}^0 = \rho_{yx}^0/\rho_0 = -0{,}01$
Продольное сопротивление ρ_{xx}^0	$\sim 10^2 \lvert \rho_{yx}^0 \rvert$ ($\approx 0{,}5$ мкОм·см)^e	$R_{xx}^0 = \rho_{xx}^0/\rho_0 = 0{,}5$
Продольное сопротивление $\rho_{xx}^{\pi/2}$	–	$R_{xx}^{\pi/2} = \rho_{xx}^{\pi/2}/\rho_0 = 1$
	$B = 4$ Тл	
Магнитное поле B	4 Тл	$b = B/B_{c2}(0) = 0{,}04^b$
Сопротивление ρ_0	–	1,35 мкОм·см^d
Холловское сопротивление ρ_{yx}^0	$\approx -0{,}05$ мкОм·см	$R_{yx}^0 = \rho_{yx}^0/\rho_0 = -0{,}04$
Продольное сопротивление ρ_{xx}^0	$\sim 10^2 \lvert \rho_{yx}^0 \rvert$ ($\approx 0{,}8$ мкОм·см)^e	$R_{xx}^0 = \rho_{xx}^0/\rho_0 = 0{,}6$
Продольное сопротивление $\rho_{xx}^{\pi/2}$	–	$R_{xx}^{\pi/2} = \rho_{xx}^{\pi/2}/\rho_0 = 1$
	$B = 5$ Тл	
Магнитное поле B	5 Тл	$b = B/B_{c2}(0) = 0{,}05^b$
Сопротивление ρ_0	–	1,7 мкОм·см^d
Холловское сопротивление ρ_{yx}^0	$\approx +0{,}04$ мкОм·см	$R_{yx}^0 = \rho_{yx}^0/\rho_0 = 0{,}04$
Продольное сопротивление ρ_{xx}^0	$\sim 10^2 \lvert \rho_{yx}^0 \rvert$ ($\approx 1{,}25$ мкОм·см)^e	$R_{xx}^0 = \rho_{xx}^0/\rho_0 = 0{,}75$
Продольное сопротивление $\rho_{xx}^{\pi/2}$	–	$R_{xx}^{\pi/2} = \rho_{xx}^{\pi/2}/\rho_0 = 1$

[a] Из расчета $T_c(0) = 91$ K. [b] Для $\mathbf{B} \| \hat{\mathbf{z}}$ (кинки) $B_{c2}(0) \approx 100$ Тл. [c] Исходя из экспериментального значения порога резистивного состояния $B_c \approx 2{,}5$ Тл ($b_c \approx 0{,}025$) и значения $t = 0{,}9$. [d] Из расчета $n \approx 2 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$ [11]. [e] В работе [10] не приведены данные о величине ρ_{xx}^0. Поэтому в расчетах использовано типичное значение отношения $\rho_{xx}^0/\lvert\rho_{yx}^0\rvert \approx 10^2$ (см., например, [12]) и принято $\rho_{xx}^0(B = 3\text{ Тл}) = 0{,}5$ мкОм·см; численные значения ρ_{xx}^0 при бо́льших полях найдены с помощью соотношения

Трехмерный анизотропный сверхпроводник

Для описания свойств слоистых сверхпроводников при температурах близких к T_c часто используют модель трехмерного анизотропного сверхпроводника, в которой его слоистая структура учитывается лишь через анизотропию различных физических параметров: электронной массы, длины когерентности, лондоновской глубины проникновения и т.д. В этой модели вводят параметр анизотропии $\gamma = (m_c/m_{ab})^{1/2}$, где m_c и m_{ab} — электронная масса вдоль оси c и в плоскости ab соответственно.

В рассматриваемой модели вихревые линии прямолинейны и имеют абрикосовскую структуру. В анизотропной модели вязкость, определяющая движение вихрей, становится анизотропной и зависящей от угла θ наклона вихревых линий. Так, продольная вязкость становится различной для движения вихрей вдоль и перпендикулярно оси [4]:

$$\eta_{ll}^{c}(\theta) = \Gamma(\theta)\eta_{ll}(0), \quad \eta_{ll}^{ab}(\theta) = \eta_{ll}(0)/\Gamma(\theta), \qquad (12)$$

где $\Gamma(\theta) = (\cos^2\theta + \gamma^{-2}\sin^2\theta)^{1/2}$.

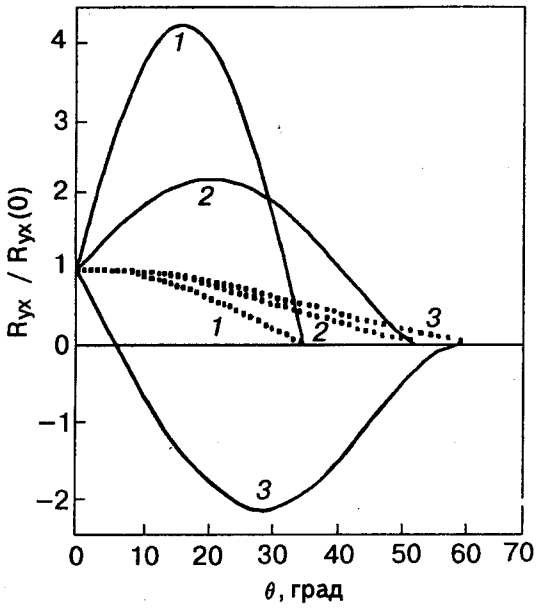

Рис. 1. Расчетные угловые зависимости холловского сопротивления ρ_{yx} в модели кинков и стрингов (сплошные кривые) и в модели трехмерной анизотропной среды (точечные кривые) при различных величинах приведенного поля b: 0,03 (*1*); 0,04 (*2*); 0,05 (*3*). Значения параметров расчета см. в таблице.

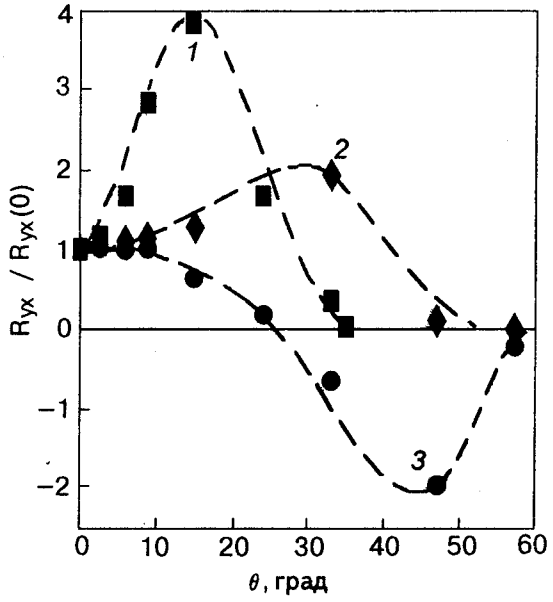

Рис. 2. Экспериментальные угловые зависимости холловского сопротивления ρ_{yx} монокристалла $YBa_2Cu_3O_7$ ($T_c \approx 91$ K) при $T = 84$ K в магнитных полях B, Тл: 3 (*1*); 4 (*2*); 5 (*3*).

Что касается поперечной вязкости, пропорциональной объему единичного участка вихревой линии, то в наклонном магнитном поле (или при токе параллельном плоскостям *ab*) она становится равной

$$\eta_{\perp}^{ab}(\theta) = \Gamma(\theta)\eta_{\perp}(0)\cos\theta. \tag{13}$$

Скорость $\mathbf{v}_f$ движения абрикосовских вихрей в модели анизотропной среды определяется уравнением $\mathbf{F} = 0$, в котором $\mathbf{F}$ — сила, действующая на участок вихревой линии единичной длины. Она имеет следующие составляющие [3]: сила Лоренца $\mathbf{F}_L = (\varphi/c)[\mathbf{j}\times\mathbf{k}]$; сила Магнуса $\mathbf{F}_M = (\varphi/c)[\mathbf{v}_f\times\mathbf{k}]$; сила продольной (направленной против скорости $\mathbf{v}_f$ движения вихря) вязкости $\mathbf{F}_{\parallel} = -[\eta_{\parallel}^{ab}(\theta)(v_{fx}\hat{\mathbf{x}} + v_{fy}\hat{\mathbf{y}}) + \eta_{\parallel}^{c}(\theta)v_{fz}\hat{\mathbf{z}}]$; сила поперечной (направленной вдоль токовой скорости $\mathbf{v}_s$ куперовских пар) вязкости $\mathbf{F}_{\perp} = -\eta_{\perp}^{ab}(\theta)\mathbf{v}_s$. Здесь $\mathbf{k} = (\hat{\mathbf{z}}\cos\theta + \hat{\mathbf{y}}\sin\theta)$.

Таким образом, уравнение движения вихревых линий имеет в рассматриваемом случае следующий вид:

$$\eta_m[\mathbf{v}_s\times\mathbf{k}] - \eta_m[\mathbf{v}_f\times\mathbf{k}] - \left[\eta_{\parallel}^{ab}(\theta)(v_{fx}\hat{\mathbf{x}} + v_{fy}\hat{\mathbf{y}}) + \eta_{\parallel}^{c}(\theta)v_{fz}\hat{\mathbf{z}}\right] - \eta_{\perp}^{ab}(\theta)\mathbf{v}_s = 0. \tag{14}$$

Компоненты тензора сопротивления легко получить, вычисляя электрическое поле $\mathbf{E} = -(1/c)[\mathbf{v}_f\times\mathbf{B}] = -(B/c)[\mathbf{v}_f\times\mathbf{k}]$. В результате находим

$$\rho_{xx} = \left(\frac{B}{cen_s}\right)\frac{\Gamma(\theta)\,\eta_m(\eta_{\perp}\cos\theta + \eta_{\parallel})[\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta]}{\eta_m^2[\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta] + \Gamma^2(\theta)\,\eta_{\parallel}^2},$$

$$\rho_{yx} = \left(\frac{B\cos\theta}{cen_s}\right)\frac{\eta_m^2[\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta] - \Gamma^2(\theta)\,\eta_{\parallel}\eta_{\perp}\cos\theta}{\eta_m^2[\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta] + \Gamma^2(\theta)\,\eta_{\parallel}^2}. \tag{15}$$

Наконец, аналогично тому, как это было сделано в предыдущем разделе при исследовании модели кинков и стрингов, выразим коэффициенты вязкости $\eta_{\perp,\parallel}$ через компоненты $\rho_{ik}^{0,\pi/2}$ тензора со-

противления, соответствующие таким ситуациям, когда магнитное поле параллельно ($\theta = 0$) или перпендикулярно ($\theta = \pi/2$) оси c, после чего окончательные выражения для угловых зависимостей компонент тензора сопротивления в рассматриваемой модели принимают вид

$$\rho_{xx}/\rho^0_{xx} = \frac{1}{R^0_{xx}} \frac{\Gamma(\theta)\{[R^0_{xx} + (R^0_{yx})^2/R^0_{xx} - R^0_{yx}/R^0_{xx}]\cos\theta + (1 - R^0_{xx}/R^0_{yx})\}[\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta]}{\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta + [(1 - R^0_{yx}/R^0_{xx})]^2\Gamma^2(\theta)}, \quad (16)$$

$$\rho_{yx}/\rho^0_{yx} = \frac{\cos\theta}{R^0_{yx}} \frac{\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta - (1 - R^0_{xx}/R^0_{yx})[[R^0_{xx} + (R^0_{yx})^2/R^0_{xx} - R^0_{yx}/R^0_{xx}]\Gamma^2(\theta)\cos\theta}{\cos^2\theta + \Gamma^2(\theta)\sin^2\theta + [(1 - R^0_{yx})/R^0_{xx}]^2\Gamma^2(\theta)}, \quad (17)$$

$$\rho_{xz} = -\rho_{yx}\,\mathrm{tg}\,\theta, \quad (18)$$

где по-прежнему $R^{0,\pi/2}_{ik} = \rho^{0,\pi/2}_{ik}/\rho_0$.

Угловые зависимости $\rho_{yx}(\theta)$, найденные с помощью соотношения (17), представлены на рис. 1. В этих расчетах использовались те же самые значения параметров, которые фигурировали при анализе обсуждавшейся выше модели кинков и стрингов (см. таблицу). Видно, что результаты, предсказываемые двумя рассматриваемыми моделями, качественно различны: согласно одной из них (модель кинков и стрингов) изменение знака холловской проводимости ρ_{yx} с ростом θ возможно лишь при увеличении магнитного поля, тогда как в модели анизотропной среды этого можно ожидать, наоборот, при уменьшении поля. Поскольку эксперимент, как уже отмечалось, подтверждает первую из перечисленных возможностях, мы имеем основание отвергнуть вторую из рассмотренных моделей*.

Заключение

Итак, сравнение результатов расчета угловой зависимости холловского сопротивления в рамках двух моделей — «жестких» вихрей со ступенчатой структурой (модель кинков и стрингов) и трехмерной анизотропной среды (скейлинговая модель) — с экспериментами по исследованию эффекта Холла в $YBa_2Cu_3O_7$ при $T \approx 84$ K в наклонных полях до 10 Тл свидетельствует в пользу первой из этих моделей.

К сожалению, за исключением работы [10], нам не известны экспериментальные исследования со слоистыми сверхпроводниками, в которых измерялись бы угловые зависимости холловского сопротивления (тем более, одновременно с угловыми зависимостями продольного сопротивления). Поэтому для более детального сравнения результатов работы с экспериментом необходимо проведение соответствующих экспериментальных исследований.

Настоящая работа выполнена в рамках программы, поддержанной Международным научным фондом (грант № 95000), а также МНФ и Правительством РФ (грант № 95300).

1. L. N. Bulaevskii, *Int. J. Mod. Phys.* **B4**, 1849 (1990).
2. W. K. Kwok, U. Welp, V. M. Vinokur, S. Fleshler, J. Downey, and G. W. Crabtree, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 390 (1991).
3. E. Z. Meilikhov and R. M. Farzetdinova, *Physica* **C210**, 473 (1993).
4. G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, *Vortices in high temperature superconductors*, Preprint ETH-TH/93-9, Argonne Nat. Lab. (1993).
5. S. Spielman, B. Parks, J. Orenstein, D. N. Nemeth, F. Ludwig, J. Clarke, P. Merchant, and D. J. Lew, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1537 (1994).
6. P. Nozieres and W. F. Vinen, *Philos. Mag.* **14**, 667 (1966).
7. J. R. Clem and M. W. Coffey, *Phys. Rev.* **B42**, 6209 (1990).
8. A. Gurevich, *Phys. Rev.* **B42**, 4857 (1990).
9. M. Tachiki and S. Takahashi, *Solid State Commun.* **70**, 291 (1989).
10. J. M. Harris, N. P. Ong, and Y. F. Yan, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1455 (1993).

* Отметим, что авторы экспериментальной работы [10] (которая служит нам основой для выбора расчетной модели) предложили в ней качественную модель кинков и стрингов, однако под влиянием критики [14] отказались от первоначальной точки зрения и стали утверждать [15], что их результаты лучше согласуются с моделью анизотропной среды. О степени этого «согласия» можно судить с помощью графиков рис. 1,*в* из их работы [15], где сравниваются экспериментальные и расчетные (полученные с помощью модели анизотропной среды) магнитополевые зависимости холловской проводимости σ_{yx} YBCO, из которых видно, что расчетные и экспериментальные данные отличаются друг от друга (по абсолютной величине) на порядок.

11. Y. J. Uemura, A. Keren, L. P. Le, G. M. Luke, W. D. Wu, Y. Kubo, T. Manako, Y. Shimakawa, M. Subrama, J. L. Cobb, and J. T. Markert, *Nature* **364**, 605 (1993).
12. T. R. Chien, T. W. Jing, N. P. Ong, and Z. Z. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3075 (1991).
13. D. Feinberg and A. M. Ettouhami, *Int. J. Mod. Phys.* **B7**, 2085 (1993).
14. V. B. Geshkenbein and A. I. Larkin, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 609 (1994).
15. J. M. Harris, N. P. Ong, and Y. F. Yan, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 610 (1994).

Hall effect in layered superconductors at tilted magnetic field

E. Z. Meilikhov and R. M. Farzetdinova

In the frameworks of two models — «rigid» vortices with a stepped configuration (a kink–string model) and three-dimensional anisotropic medium (a scaling model) the angular dependences of resistivity tensor components are calculated for layered superconductors at tilted magnetic field with taking into account the percolative character of their movement in a medium with a nonuniform pinning. The comparison of the numerical calculations with the experimental investigations of the Hall resistivity angular dependences in $YBa_2Cu_3O_7$ single crystals at $T \approx 84$ K and tilted magnetic field up to 10 T favours the validity of the first model.