Физика низких температур, 1995, т. 21, № 3, с. 286–290 УДК 538.915

Акустический циклотронный резонанс и взаимодействие звука с фермижидкостными циклотронными волнами в металлах

Н. А. Зимбовская

Уральский горный институт, Россия, 620219, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Статья поступила в редакцию 31 августа 1994 г.

Показано, что в условиях акустического циклотронного резонанса в очень чистых образцах металлов может проявляться взаимодействие ультразвука с коротковолновыми продольными циклотронными волнами. Это приводит к смещению основного резонансного пика коэффициента ультразвукового поглощения и к появлению дополнительных пиков, обусловленных возбуждением фермижидкостных мод циклотронных волн. Обсуждаются возможности экспериментального наблюдения предсказанных явлений.

Показано, що в умовах акустичного циклотронного резонансу в дуже чистих зразках металів може виявитися взаємодія ультразвуку з короткохвильовими поздовжніми циклотронними хвилями. Це приводить до зміщення основного резонансного піка коефіцієнта ультразвукового поглинання і до виникнення додаткових піків, обумовлених збудженням фермірідинних мод циклотронних хвиль. Обговорюються можливості експериментального спостереження передбачених явищ.

Эффекты, обусловленные взаимодействием ультразвука с возбуждаемыми им электромагнитными волнами различных типов, хорошо известны в низкотемпературной акустике металлов. Установлено, в частности, что ультразвуковые волны, распространяющиеся перпендикулярно направлению сильного внешнего магнитного поля B с частотами ω, близкими к циклотронным частотам носителей тока, способны взаимодействовать с коротковолновыми циклотронными волнами [1–3]. Это взаимодействие может возникать при низких температурах в чистых образцах, когда эффективное время релаксации τ удовлетворяет условию $\omega\tau > 1$. Оно приводит к смещению пика поглощения ультразвука, соответствующего акустическому циклотронному резонансу, и появлению связанных волн.

Теория циклотронных волн в электронной жидкости металлов разработана достаточно подробно [4–9]. Основное внимание при этом уделялось изучению особенностей спектров волн, обусловленных фермижидкостным взаимодействием. Показано, что это взаимодействие приводит к изменениям дисперсионной зависимости частот циклотронных волн, существующих и в электронном газе, а также к возникновению ряда новых чисто фермижидкостных мод. Некоторые из них соответствуют волнам, распространяющимся перпендикулярно внешнему магнитному полю, и могут взаимодействовать с высокочастотными звуковыми волнами. Анализ возможных проявлений этого взаимодействия в условиях акустического циклотронного резонанса и является целью настоящей работы.

Приступая к решению поставленной задачи, необходимо прежде всего отметить, что сила, действующая на решетку со стороны носителей тока в высокочастотной области ($\omega\tau > 1$), обусловлена лишь вкладом от самосогласованного электромагнитного поля, сопровождающего звуковую волну, и от деформаций неоднородной части ионной плотности. Вклад, связанный с передачей импульса электронов рассеивателям, в этих условиях является малым, и его можно не учитывать. Выберем систему координат обычным образом (чтобы ось z была направлена вдоль поля B). Соответственно уравнение для амплитуды $u_{q\omega}$ звуковой волны, распространяющейся вдоль оси y, в выбранной системе координат (смещение решетки считается пропорциональным $\exp(-i\omega t + iqr)$) имеет вид

$$-\omega^2\rho_m u^{\alpha}_{q\omega} = -q^2\lambda_{\alpha y\beta y}\,u^{\beta}_{q\omega} - i\omega\,\frac{Q}{c}\left[\mathbf{u}_{q\omega}\times\mathbf{B}\right]_{\alpha} + \\ + QE^{\alpha}_{q\omega} + iq\,\overline{\Lambda_{\alpha y}(q)}\,. \qquad (1)$$

Здесь ρ_m, Q — плотности массы и заряда решетки; λ — тензор модулей упругости; $E_{q\omega}$ — амплитуда электрической напряженности самосогласованного электромагнитного поля, связанного со звуковой волной; $\overline{\Lambda(q)}$ — фурье-образ тензора плотности деформационного потенциала в разложении по пространственным переменным, усредненный с неравновесной частью электронной функции распределения g.

© Н. А. Зимбовская, 1995

Для удобства дальнейших вычислений перейдем к цилиндрическим координатам $p_\perp$, p_z, Ф и разложим $g(p_\perp, p_z, \Phi)$ в ряд Фурье по углу Ф. Фурье-компоненты $g_l(p_\perp, p_z)$ могут быть определены из уравнения

$$-i\omega g_l^e(p_\perp, p_z) + \left(il\Omega + 1/\tau\right) g_l(p_\perp, p_z) + \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\left[ev_l^\alpha(-q, p_\perp, p_z) E_{q\omega}^\alpha + l\Omega q \Lambda_l^{y\alpha}(-q, p_\perp, p_z) u_{q\omega}^\alpha\right] = 0, \tag{2}$$

где Ω — циклотронная частота; f_0 — фермиевская функция распределения с энергией ε; $v(-q)$ — фурье-компонента скорости электронов в разложении по пространственным переменным; l — номер гармоники в преобразовании по углу Ф; функция $g_l^e(p_\perp, p_z)$ связана с $g(p_\perp, p_z)$ уравнением

$$g_l(p_\perp, p_z) = g_l^e(p_\perp, p_z) - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \sum_{l' p_\perp' p_z'} \varphi_{ll'}\left(q, p_\perp, p_z, p_\perp', p_z'\right) g_{l'}^e(p_\perp, p_z). \tag{3}$$

Величины $\varphi_{ll'}(q, p_\perp, p_z, p_\perp', p_z')$ в (3) представляют собой фурье-компоненты не зависящей от спина части функции, описывающей фермижидкостное взаимодействие $\varphi(p, p')$ в разложении по пространственным переменным и углам Ф, Ф′.

Основные качественные особенности рассматриваемых явлений можно понять в рамках простой модели металла с изотропным законом дисперсии электронов проводимости. При этом для $\varphi_{ll'}(q, p_\perp, p_z, p_\perp', p_z')$ может быть использовано известное разложение [11]:

$$\varphi_{ll'}(q, p_\perp, p_z, p_\perp', p_z') = \frac{\pi^2 \hbar^3}{m p_0} \sum_{j=0} \sum_{|m|\le j} C_{jm} A_j P_j^{|m|}\left(\frac{p_z}{p_0}\right) P_j^{|m|}\left(\frac{p_z'}{p_0}\right) J_{l-m}\left(\frac{cqp_\perp}{|e|B}\right) J_{l'-m}\left(\frac{cqp_\perp'}{|e|B}\right). \tag{4}$$

Здесь $C_{jm} = (2j+1)(j-|m|)!/(j+|m|)!$; $P_j^{|m|}(p_z/p_0)$ — присоединенные полиномы Лежандра; $J_{l-m}(cqp_\perp/|e|B)$ — функции Бесселя; m и p_0 — эффективная масса и фермиевский импульс электронов. Аналогичное разложение может быть использовано и для фурье-образов компонент тензора деформационного потенциала:

$$\Lambda_l^{y\alpha}(-q, p_\perp, p_z) = \sum_{j=0} \sum_{|m|\le j} C_{jm} \Lambda_{jm}^{y\alpha} P_j^{|m|}\left(\frac{p_z}{p_0}\right) J_{l-m}\left(\frac{cqp_\perp}{|e|B}\right). \tag{5}$$

Воспользовавшись разложениями (4), (5), можно преобразовать кинетическое уравнение (2) в систему линейных уравнений для моментов электронной функции распределения I_{jm}, определяемых соотношениями

$$I_{jm} = \sum_{l p_\perp p_z} g_l^e(p_\perp, p_z) P_j^{|m|}\left(\frac{p_z}{p_0}\right) J_{l-m}\left(\frac{cqp_\perp}{|e|B}\right). \tag{6}$$

Эта система имеет вид

$$I_{jm} + W_{jm}^\alpha E_{q\omega}^\alpha + \sum_{j'=0} \sum_{|m'|\le j'} C_{j'm'} b_{jj'}^{mm'}\left[A_{j'} I_{j'm'} + iq\eta \Lambda_{j'm'}^{y\alpha} u_{q\omega}^\alpha\right] = 0, \tag{7}$$

где введены обозначения

$$b_{jj'}^{mm'} = -\frac{1}{2} \sum_l \int_{-1}^{1} dx \frac{l\Omega}{\omega + i/\tau - l\Omega} P_j^{|m|}(x) P_{j'}^{|m'|}(x) J_{l-m}\left(qR\sqrt{1-x^2}\right) J_{l-m'}\left(qR\sqrt{1-x^2}\right); \tag{8}$$

$$W_{jm} = -\frac{ie}{2}\eta \sum_l \int_{-1}^{1} dx \frac{v_l^{\alpha}(-q)}{\omega + i/\tau - l\Omega} P_j^{|m|}(x) J_{l-m}\left(qR\sqrt{1-x^2}\right); \quad (9)$$

R — радиус циклотронной орбиты; η — плотность состояний на поверхности Ферми; $x = p_z/p_0$; компоненты вектора $v_l(-q, p_\perp, p_z)$ соответственно равны [10,11]

$$v_l^x(-q) = -\frac{ip_0}{2m} P_1^1(x)\left[J_{l+1}\left(qR\sqrt{1-x^2}\right) - J_{l-1}\left(qR\sqrt{1-x^2}\right)\right];$$

$$v_l^y(-q) = \frac{1}{2}\frac{p_0}{m} P_1^1(x)\left[J_{l+1}\left(qR\sqrt{1-x^2}\right) + J_{l+1}\left(qR\sqrt{1-x^2}\right)\right]; \quad (10)$$

$$v_l^z(-q) = \frac{p_0}{m} P_1(x) J_l\left(qR\sqrt{1-x^2}\right).$$

Стандартная процедура совместного решения уравнений (1) и (7) и уравнений Максвелла приводит к замкнутому уравнению для амплитуды смещения решетки, которое является исходным при вычислении электронной перенормировки модулей упругости и коэффициента поглощения звука. В рассматриваемых условиях ($\omega\tau > 1$, $q \perp B$) данное уравнение применимо для описания акустического циклотронного резонанса, геометрических осцилляций, а также взаимодействия звука с коротковолновыми циклотронными волнами.

В области акустического циклотронного резонанса выполняется неравенство $qR >> 1$, что позволяет использовать соответствующую асимптотику для функций Бесселя в выражениях (8), (9) для величин $b_{jj'}^{mm'}$ и W_{jm}. Рассмотрим сначала случай продольных звуковых волн ($u_{q\omega} \parallel q \parallel y$). Ограничиваясь учетом слагаемых с $j \le 2$ в разложениях (4), (5), можно получить следующее выражение для резонансного вклада в электронную добавку к волновому вектору звуковой волны в окрестности циклотронного резонанса ($\omega = n\Omega$):

$$\Delta q_r = \frac{N^2 q}{\rho_m s_{\parallel}^2}\frac{1}{\eta}\frac{\omega}{4qR}\left(\frac{1}{\omega - \omega_1 + i/\tau} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4}\frac{L^2}{\omega - \omega_2 + i/\tau} + \frac{9}{8}\frac{L^2}{\omega - \omega_3 + i/\tau}\right). \quad (11)$$

Здесь $s_{\parallel} = (\lambda_{yyyy}/\rho_m)^{1/2}$; ω_1, ω_2, ω_3 представляют собой частоты трех ветвей коротковолновых продольных циклотронных волн, с которыми в рассматриваемой геометрии может взаимодействовать звуковая волна. При этом ω_1 соответствует решению дисперсионного уравнения, существующего и в газе электронов. В пренебрежении рассеянием спектр этой ветви вблизи частоты $n\Omega$ имеет вид [12]

$$\omega_1 = n\Omega\left(1 + \frac{1}{2qR}\right). \quad (12)$$

Данная волна может существовать при выполнении условия $\omega\tau > qR$. При справедливости более сильного неравенства $|A_2|\omega\tau > qR$ в металле могут распространяться фермижидкостные циклотронные волны. Частоты $\omega_{2,3}$ в (11) соответствуют продольным ветвям таких волн, спектры которых в коротковолновой области в окрестности частоты $n\Omega$ описываются выражениями [10]

$$\omega_2 = n\Omega\left(1 + \frac{5}{8}\frac{A_2}{1+A_2}\frac{1}{qR}\right), \quad (13)$$

$$\omega_3 = n\Omega\left(1 + \frac{15}{16}\frac{A_2}{1+A_2}\frac{1}{qR}\right). \quad (14)$$

Как видно из (11), именно частоты циклотронных волн являются резонансными.

При выполнении условия $|A_2|\omega\tau > qR$, когда звуковая волна может возбуждать все три продольные циклотронные моды, вблизи каждой частоты $\omega = n\Omega$ будут существовать три максимума поглощения при частотах ω_1, ω_2, ω_3. Наиболее высокий пик, дальше всего отодвинутый от $n\Omega$, соответствует возбуждению звуком волны (12). Высота двух других пиков, соответствующих возбуждению фермижидкостных мод (13), (14), определяется величиной параметра L. Этот параметр в принятых приближениях ($j \le 2$) выражается через коэффициенты разложения (5) для компоненты деформационного потенциала Λ_{yy} с $j = 2$. Если воспользоваться для деформационного потенциала приближением

$$\Lambda_{\alpha\beta}(p) = \Lambda_{\alpha\beta}^0 + \Lambda_1 \Pi_{\alpha\beta}(p), \quad (15)$$

где тензор $\Lambda^0_{\alpha\beta}$ не зависит от импульса электронов на поверхности Ферми, а $\Pi_{\alpha\beta}(p)$ представляет собой тензор плотности потока импульса, то величина L будет пропорциональна безразмерной константе Λ_1 ($L = \Lambda_1/(1 + A_2)$).

В хороших металлах $\Lambda_1 \approx 0{,}1$, т.е. высоты пиков поглощения, обусловленных возбуждением фермижидкостных мод (13) и (14), могут составлять несколько процентов от высоты основного пика, связанного с возбуждением волны (12). При $qR/|A_2| > \omega\tau > qR$ сдвиг резонансных частот относительно $n\Omega$ во втором и третьем слагаемых правой части (11) уже не проявляется. В этих условиях вместо трех максимумов поглощения, соответствующих трем продольным циклотронным волнам, должен наблюдаться один пик, расположенный при $\omega = \omega_1$. И наконец, при $\omega\tau < qR$ сдвиг резонанса относительно $n\Omega$ вообще исчезает, и все три пика в коэффициенте поглощения звука сливаются в один максимум при частоте $n\Omega$. В этом случае, пренебрегая L^2 по сравнению с единицей, можно получить для коэффициента поглощения выражение, согласующееся с результатом [13] при переходе к модели свободных электронов.

В рамках изложенной схемы вычислений можно наряду с акустическим циклотронным резонансом учитывать и геометрические осцилляции. Для этого в разложениях величин $b^{mm'}_{jj'}$, W_{jm} по степеням $(qR)^{-1}$ нужно сохранить не только первый, но и второй неисчезающий член. Это приведет к появлению в первом слагаемом (11) дополнительного множителя

$$1 + \frac{(-1)^n}{(\pi qR)^{1/2}} \cos\left(2qR - 3\pi/4\right), \qquad (16)$$

который и описывает накладывающиеся на циклотронные резонансы геометрические осцилляции в дисперсии и поглощении звука. Следует отметить, что сомножители, подобные (16), должны, строго говоря, появиться и в остальных слагаемых (11). Кроме того, осциллирующие добавки порядка $(qR)^{-3/2}$ имеются в выражениях для частот циклотронных волн ω_1, ω_2, ω_3. Однако вследствие малости величин L^2 и $(qR)^{-1}$ эти поправки могут не учитываться.

Поперечная волна, поляризованная в выбранной системе координат вдоль оси x, может взаимодействовать с поперечными коротковолновыми циклотронными волнами, распространяющимися вдоль оси y. Аналогично тому, как это было сделано в случае продольного звука, можно получить следующее выражение для резонансного вклада в Δq вблизи частоты $n\Omega$:

$$\Delta q_r = \frac{3\pi}{2\rho_m s_\perp^2}\frac{\omega^2}{c^2q^2}\frac{\omega_p^2N^2e^2}{c^2q^3(1-4\pi\kappa)}\frac{\omega}{\omega-\omega_1^*+i/\tau} +$$

$$+\frac{3}{8qR}\frac{qN^2}{\rho_m s_\perp^2}\frac{\omega^2}{\omega_p^2}\frac{L^2}{\eta}\frac{\omega}{\omega-\omega_2^*+i/\tau}, \qquad (17)$$

где κ — статическая парамагнитная восприимчивость электронов; $\omega_p^2 = 4\pi Ne^2/m$; $s_\perp = (\lambda_{xyxy}/\rho_m)^{1/2}$; частоты ω_1^*, ω_2^* соответствуют поперечным циклотронным волнам. При этом

$$\omega_1^* = n\Omega\left[1 + \frac{3}{4qR}\left(\frac{\omega_p^2}{c^2q^2(1-4\pi\kappa)} - \frac{A_1}{1+A_1}\right)\right], \qquad (18)$$

а ω_2^* представляет собой частоту фермижидкостной моды, условием существования которой является выполнение очень жесткого неравенства $|A_2|\omega\tau > (qR)^3$ [10]:

$$\omega_2^* = n\Omega\left[1 + \frac{15}{4}\frac{A_2}{1+A_2}\left(\frac{\omega}{qv_F}\right)^3\frac{1}{qR}\right]. \qquad (19)$$

В хороших металлах, где $N \approx 10^{22}$, соотношение $\omega_p^2/c^2q^2 >> 1$ выполняется во всей достижимой в настоящее время области частот ультразвука, поэтому величина $L^2c^4q^4/\omega_p^4$ очень мала по сравнению с единицей. При $L \approx 1$ и $\omega/2\pi \approx 10^9$ Гц порядок величины $L^2c^4q^4/\omega_p^4$ составляет 10^{-4}. На основании этого можно пренебречь вторым слагаемым в (17) по сравнению с первым. Это означает, что взаимодействие звука с фермижидкостной модой (19) очень слабое по сравнению с взаимодействием с волной (18) и не оказывает существенного влияния на дисперсию и поглощение звука, даже если выполнены условия ее существования.

Таким образом, в данном случае резонансной является частота поперечной циклотронной волны необыкновенного типа ω_1^*. Для того чтобы проявился сдвиг резонанса относительно частоты $n\Omega$, необходимо выполнение условия $\omega\tau > qRc^2q^2/\omega_p^2$. Благодаря тому что $c^2q^2/\omega_p^2 << 1$, это условие является менее жестким, чем условие для сдвига резонанса в случае продольного звука.

Поперечный звук, поляризованный вдоль оси z, может взаимодействовать с циклотронными волнами обыкновенного типа. В работе [10] показано, что существуют три ветви волн обыкновенного типа в электронной жидкости. Две из них являются фермижидкостными модами, а третья представляет собой обыкновенную циклотронную волну, которая существует и в газе электронов. Ее спектр в рассматриваемом коротковолновом пределе

$qR >> 1$ совпадает со спектром необыкновенной волны (18). Как и в случае поперечного звука, поляризованного вдоль оси x, оказывается, что взаимодействие звука с фермижидкостными модами слабое и вносит очень малый вклад в дисперсию и поглощение звука.

Таким образом, при достаточно больших значениях параметра $\omega\tau$ ($\omega\tau > qR$ для случая продольного и $\omega\tau > qRc^2q^2/\omega_p^2$ для случая поперечного звука), когда возможно возбуждение звуком циклотронных волн в системе электронов, максимум поглощения, соответствующий акустическому циклотронному резонансу, будет сдвинут относительно $n\Omega$. Резонансными частотами будут частоты возбужденных звуком данной поляризации ветвей циклотронных волн.

Фермижидкостное взаимодействие в системе электронов может привести к заметным изменениям дисперсии и коэффициента поглощения звука только для продольных звуковых волн. В этом случае в окрестности каждой из частот $n\Omega$ могут обнаруживаться дополнительные максимумы поглощения, соответствующие возбуждению продольных фермижидкостных мод циклотронных волн. Экспериментальное наблюдение этих дополнительных пиков связано со значительными трудностями, так как возможность их проявления возникает лишь при выполнении неравенства $|A_2|\omega\tau > qR$, причем в области акустического циклотронного резонанса в хороших металлах параметр qR имеет порядок 10^3.

Однако в современных условиях уже существует возможность достижения значений параметра $\omega\tau \gtrsim 10^3$. В то же время малость значения фермижидкостной константы A_2 ($|A_2| \approx 10^{-2}$) экспериментально установлена лишь для щелочных металлов и не следует из каких-либо принципиальных соображений. В металлах, для которых соответствующий фермижидкостный параметр принимает значение порядка 10^{-1}, при современном уровне развития экспериментальной техники уже существует возможность наблюдения описанных в данной работе явлений.

1. P. M. Platzman and E. N. Foo, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1568 (1971).
2. Э. А. Канер, В. Л. Фалько, В. Я. Ямпольский, *ЖЭТФ* **71**, 2389 (1976).
3. Н. А. Зимбовская, В. И. Окулов, *ФНТ* **2**, 1427 (1976).
4. В. П. Силин, *ЖЭТФ* **54**, 1016 (1968).
5. P. M. Platzman, W. M. Walsch, and E. N. Foo, *Phys. Rev.* **172**, 689 (1968).
6. S. C. Ying and J. J. Quinn, *Phys. Rev.* **180**, 193 (1969).
7. S. C. Ying and J. J. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1007 (1968).
8. K. Saermark and J. Lebech, *Phys. Status Solidi* **B79**, 723 (1977).
9. В. П. Силин, *ФММ* **29**, 681 (1970).
10. Е. А. Памятных, *Автореф. канд. дисс.*, УрГУ, Свердловск, (1974).
11. Н. П. Зырянова, В. И. Окулов, В. П. Силин, в кн.: *Проблемы физики твердого тела*, УНЦ АН СССР, Свердловск, (1975).
12. E. A. Kaner and V. G. Skobov, *Adv. Phys.* **17**, 605 (1968).
13. J. Mertsching, *Phys. Status Solidi* **37**, 465 (1970).

Acoustic cyclotron resonance and interaction of sound with Fermi-liquid cyclotron waves in metals

N. A. Zimbovskaya

It is shown that under high-frequency acoustic cyclotron resonance in pure metals the ultrasound can interact with the short-wave longitudinal cyclotron waves that results in the resonance attenuation peak shift and the appearance of additional peaks due to Fermi-liquid cyclotron waves. The possibility is discussed of observing experimentally the above phenomena.