

## Персистентный ток в баллистическом кольце с квантовой точкой

М. В. Москалец \*

Статья поступила в редакцию 25 февраля 1997 г., после переработки 31 марта 1997 г.

Рассмотрено влияние температуры и величины химического потенциала на резонансный персистентный ток в баллистическом кольце с квантовой точкой, находящемся в контакте с резервуаром электронов.

Розглянуто вплив температури та величини хімічного потенціалу на резонансний персистентний струм у балістичному кільці, що містить квантову точку і знаходиться у контакті з резервуаром електронів.

PACS: 73.20.Dx, 73.40.Gk, 73.90.+f

В недавних экспериментах [1] сообщалось об одновременном измерении амплитуды и фазы коэффициента прохождения электрона через потенциальный барьер при резонансном туннелировании. С этой целью использовался интерферометр (мезоскопическое кольцо, пронизанное магнитным потоком  $\Phi$ ), одно из плечей которого содержало квантовую точку (КТ). Изменялись осцилляции кондактанса кольца в магнитном поле  $G(\Phi)$  (осцилляции Ааронова–Бома (АБ) с периодом  $\Phi_0 = h/e$ ). Прикладывая потенциал  $V_p$  к КТ, добивались выполнения условий резонансного туннелирования  $E_F = E_n + V_p$  (где  $E_F$  — фермиевская энергия электронов в кольце;  $E_n$  — уровень энергии электронов в КТ). При этом кондактанс  $G$  системы резко возрастал (наблюдались резонансные пики на зависимости  $G(V_p)$ ). Сдвиг фазы  $\delta\phi$  АБ-осцилляций кондактанса  $G(\Phi)$ , как ожидалось, должен зависеть от изменения фазы волновой функции электрона при туннелировании через КТ. Экспериментально наблюдалось довольно резкое изменение (на  $\pi$ ) фазы АБ-осцилляций в пределах одного резонансного пика.

Теоретическое рассмотрение [2–5] показало, что требование симметрии  $G(\Phi) = G(-\Phi)$  [6] ограничивает возможные значения сдвига фазы колебаний:  $\delta\phi = 0$  или  $\delta\phi = \pi$ . На основании этого в работе [3] сделано заключение о принципиальной невозможности прямого измерения фазы коэффициента прохождения в двухзондовых интерфе-

ренционных экспериментах. Следует отметить, что в работе [4] предсказывается нарушение указанной симметрии в условиях нелинейного отклика ( $V \neq 0$ ) и зависимость фазы АБ-осцилляций от относительного положения резонансного уровня.

Однако положение резонансного уровня влияет на амплитуду АБ-осцилляций. Наблюдаемое изменение фазы осцилляций на  $\pi$  обусловлено обращением в нуль и изменением знака амплитуды первой гармоники [3,5] при прохождении уровня  $E_n$  через резонанс. Обращение в нуль амплитуды первой гармоники приводит к тому, что зависимость  $G(\Phi)$  становится периодичной по магнитному потоку с периодом  $\Phi_0/2$  [3,5], что подтверждается наблюдениями в [3].

Известно [7,8], что амплитуда термодинамической равновесного (персистентного) тока зависит от прозрачности потенциального барьера, имеющегося в кольце. Поэтому в условиях резонансного туннелирования амплитуда тока должна существенно возрастать. Это было впервые показано в работе [9] для изолированного кольца, содержащего квантовую точку. В настоящей работе рассмотрены АБ-осцилляции персистентного тока в таком кольце, соединенном с резервуаром электронов, поддерживающим заданным уровень химического потенциала. Рассмотрено также влияние на ток температуры и положения химического потенциала относительно уровней энергии электронов в кольце.

\* Адрес для переписки: 310020, Украина, г. Харьков, пр. Ильича, 93а, кв. 48

Как известно, в явлениях переноса в квантовых точках существенную роль играет эффект кулоновской блокады, обусловленный электростатическим взаимодействием заряженных частиц [10,11]. Этот эффект определяет расстояние между уровнями энергии электронов в КТ и, следовательно, расстояние между резонансными пиками. Однако особенности отдельного резонансного пика могут быть описаны в рамках одночастичного приближения [3,6], которое мы и будем использовать в настоящей работе.

Рассмотрим одномерное баллистическое кольцо длиной  $L$  ( $L \ll L_\phi$ , где  $L_\phi$  — длина сояа фазы электрона), внутрь которого помещен соленоид с магнитным потоком  $\Phi$ . Ось  $0x$  направим вдоль периметра кольца. Квантовую точку представим следующим потенциалом:

$$U(x) = \frac{\hbar^2}{m^*} \Omega \left( \delta(x) + \delta(x-a) \right) + V_p \Theta(x) \Theta(a-x). \quad (1)$$

Здесь  $V_p$  — потенциал КТ относительно остальной части кольца;  $m^*$  — эффективная масса электрона. Для кольца, находящегося в контакте с резервуаром электронов с химическим потенциалом  $E_F$  и температурой  $T$ , выражение для персистентного тока  $I = -\delta\omega/\delta\Phi$  ( $\omega$  — термодинамический потенциал электронной системы кольца, спин электронов не учитываем) может быть записано в следующем виде:

$$I = - \sum_l f_0 \left( \frac{E_l - E_F}{T} \right) \frac{\partial E_l}{\partial \Phi}. \quad (2)$$

Здесь  $f_0(E/T)$  — фермиевская функция распределения; индекс  $l$  нумерует уровни энергии электрона в кольце и в КТ. Для определения уровней  $E_l$  воспользуемся методом трансфер-матрицы [7], приводящим к простому уравнению на собственные значения волнового вектора  $k$  электрона:

$$\text{Re} \left( T_k^{-1} \exp(-ik(L-a)) \right) = \cos \left( 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right), \quad (3)$$

где  $T_k$  — коэффициент прохождения свободного электрона через потенциальный барьер (1).

В пределе  $\Omega \rightarrow \infty$  спектр состоит из двух частей, соответствующих нахождению электрона в потенциальных ямах (с бесконечно высокими стенками) с размером  $a$  и  $L-a$  соответственно. При отличной от нуля вероятности туннелирования положение уровней становится зависящим от величины магнитного потока, и в кольце появляется ток. Из выражения (2) следует, что величина тока пропорциональна величине изменения поло-

жения энергетического уровня  $\delta E_0$  при изменении магнитного потока. В общем случае  $\delta E_0 \approx 1/\Omega^2$ . Однако при резонансе ( $E_m = E_n + V_{p0}$ , где  $E_m$  — уровень энергии электрона в кольце) величина  $\delta E_0$  существенно возрастает:  $\delta E_0 \approx 1/\Omega$ , что обусловлено образованием резонансного дублета:

$$E_{1,2} = E_m - \frac{\delta V_p}{2} - \frac{B_0}{2B'_0} - \frac{\Delta_m A'_0}{2\pi B'_0} \pm \delta E_0 D(\delta V_p, \Phi), \quad (4)$$

$$D = \left\{ \frac{\pi \Delta_m^{-1}}{8|B'_0|} \left( B(\delta V_p) + \frac{\Delta_m A'_0}{\pi} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \cos(\theta_{nm}(\Phi)) + \text{sgn}(B'_0) A(\delta V_p) \right) \right\}^{1/2}.$$

Здесь  $\delta V_p = (V_{p0} - V_p)$ ;  $E_m = (\hbar k_m)^2 / (2m^*)$ ;  $k_m = \pi m / (L-a)$ ;  $\Delta_m = 2E_m/m$  — расстояние между уровнями энергии электрона в кольце вблизи  $E_m$ ;  $\delta E_0 = (2\Delta_m / (\pi|B'_0|))^{1/2}$ ;  $\theta_{nm}(\Phi) = \pi(n+m) + \pi + 2\pi\Phi/\Phi_0$  — изменение фазы волновой функции электрона при обходе вдоль кольца в резонансе. Величины  $A$  и  $B$  определены следующим образом:  $\tau(E) = A(E) + iB(E)$ , где  $\tau(E) = T_k^{-1}$ ;  $E = (\hbar k)^2 / (2m^*) = E_m - V_p$ . Вблизи резонанса ( $V_p = V_{p0}$ ) использовано разложение  $\tau(\delta V_p) = \tau_0 + \tau'_0 \delta V_p$ , где штрих обозначает дифференцирование по энергии. Для потенциала (1) величины  $A$  и  $B$  имеют вид  $A_0 = (-1)^n$ ;  $B_0 = (-1)^n 2\Omega/k_m$ ;  $A'_0 = (-1)^n a\Omega/E_n$ ;  $B'_0 = (-1)^n a\Omega^2/(k_m E_n)$ . Выражение (4) получено в предположении  $\delta E_0 \ll \Delta_m$ , что накладывает ограничение на параметры единичного  $\delta$ -функционального барьера (см. (1)):

$$t_n \ll \pi(a/L)^{1/2}. \quad (5)$$

где  $t_n = \pi n / (a\Omega)$  — модуль коэффициента туннелирования электронов с энергией  $E_n$ . Это случай слабой связи кольца и КТ, при котором в резонансе с уровнем  $E_n$  находится не более одного уровня  $E_m$ .

Подставляя (4) в (2), для потенциала (1) получаем следующее выражение для тока вблизи резонанса:

$$I_{nm} = \frac{\pi \delta E_0}{2\Phi_0} \times \frac{f_0[(E_2 - E_F)/T] - f_0[(E_1 - E_F)/T]}{D[\delta V_p, \Phi]} \sin[\theta_{nm}(\Phi)]. \quad (6)$$

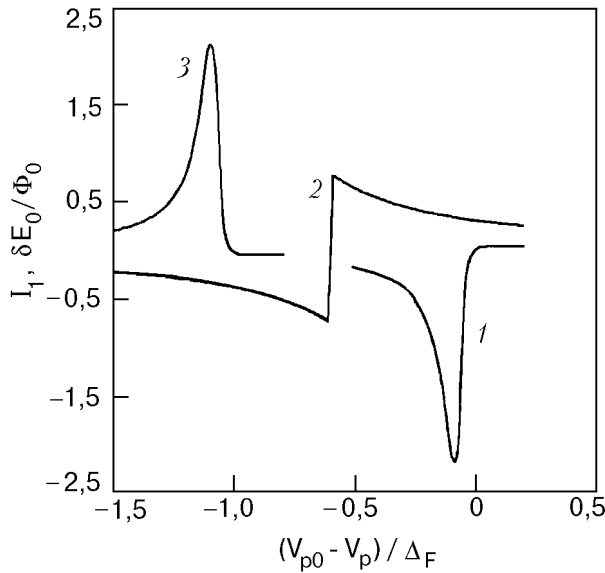


Рис. 1. Зависимость от потенциала квантовой точки амплитуды первой гармоники тока  $I_1$  при  $T=0$  для различных значений химического потенциала  $E_F$ :  $E_m$  (1);  $(E_{m+1} + E_m)/2$  (2);  $E_{m+1}$  (3). Ордината графика (2) увеличена в 5 раз. Значения параметров:  $t_F = 0,03$ ;  $L/a = 11$ ;  $\Delta_F = 0,02\epsilon_F$ ;  $E_n = E_m$ .

Из приведенного выражения видно, что основной вклад в ток  $I = \sum I_{nm}$  (суммирование проводится по всем парам уровней  $(n, m)$ , для которых выполняется условие  $E_m - E_n = V_p$ ) вносят резонансные уровни, расположенные вблизи уровня Ферми:  $|E_m - E_F| \approx T$ . Следовательно, при изменении потенциала квантовой точки  $V_p$  амплитуда тока в кольце будет резонансным образом возрастать при «прохождении» уровня квантовой точки  $(E_n + V_p)$  через уровень Ферми  $E_F$ , что согласуется с результатами работы [9].

Для последовательных пиков  $(n, m)$   $(n, m+1)$ ,  $(n+1, m)$  и т.п. амплитуда тока (6) изменяет знак на противоположный. Такое изменение знака является хорошо известным эффектом четности [7,12]. Поскольку при переходе от одного резонансного пика к другому полное число бесспиновых электронов в системе (кольцо плюс квантовая точка) изменяется на единицу, а ток фактически определяется верхним из занятых уровней в системе. Отметим, что в случае изолированного кольца, когда полное число частиц сохраняется, амплитуда тока не изменяет знак при переходе от одного резонансного пика к следующему [9].

Форма и положение особенностей резонансного пика существенным образом зависят от положения уровня Ферми  $E_F$  относительно уровней энергии электронов в кольце (или, другими словами, от произведения  $k_F L$ ). На рис. 1 приведены

графики зависимости от  $V_p$  амплитуды первой (преобладающей по величине) гармоники тока  $I_1$  (для  $T=0$ ) при изменении  $E_F$  в интервале  $E_m < E_F < E_{m+1}$ .

В случае, когда уровень Ферми расположен посередине между уровнями энергии электронов в кольце  $E_F = (E_{m+1} + E_m)/2$ , амплитуда тока изменяет знак на противоположный в пределах одного резонансного пика. Это происходит при выполнении условия  $E_F = E_n + V_p$ , когда изменяется полное число электронов в системе. В данном случае ток вычисляется по формуле (2) с учетом решения уравнения (3). Обратим внимание на то, что в этом случае «резонансный пик» (расположенный при  $V_p = E_F - E_n$ ) находится вдали от резонанса уровней в кольце и в КТ (определяемого условием  $V_p = E_m - E_n$ ), поэтому величина тока мала (см. рис. 1). Однако зависимость тока от прозрачности потенциального барьера ( $I \approx 1/\Omega$ ) позволяет говорить нам о «резонансном» пике, поскольку величина нерезонансного тока  $I_{nr} \approx 1/\Omega^2$ . Отметим, что в данном случае характерная температура, при которой начинается уменьшение тока, та же, что и в чистом кольце:  $T \approx \Delta_F$  (где  $\Delta_F$  — расстояние между уровнями энергии электронов в кольце вблизи энергии Ферми), поскольку в области резонансного пика характерное расстояние между уровнями энергии электронов порядка  $\Delta_F$ .

Иная ситуация наблюдается при  $E_F = E_m$ . В данном случае величина тока определяется вкладом только двух (резонансных) уровней  $E_n$  и  $E_m$  (6). Амплитуда тока возрастает вплоть до резонанса:  $E_m = E_n + V_p$ . После этого резко падает до нуля, поскольку вклады уровней  $E_m$  и  $E_n$  в этом случае компенсируют друг друга. На рис. 2 приведена зависимость  $I_1(V_p)$  при  $T=0$ . Здесь же показано изменение вблизи резонанса модуля  $t$  и фазы  $\theta = \arctg(-B/A)$  коэффициента прохождения электрона  $T_k$  на уровне Ферми через потенциальный барьер (1) (в выражении для фазы  $\theta$  отброшено не зависящее от  $V_p$  слагаемое  $\pi n$ ). Положение максимума  $I_1$  математически обусловлено минимумом величины  $D(\delta V_p, \Phi)$  (см. (4), (6)). При  $L \gg a$  положение этого минимума определяется условием  $B(\delta V_p) = 0$ . Это же условие определяет положение максимума модуля и положение скачка фазы коэффициента прохождения  $T_k$ . Следует заметить, что в случае осцилляций магнитосопротивления в такой системе положение максимума амплитуды первой гармоники не совпадает с положением максимума коэффициента туннелирования (т.е. положением резонансного пика на зависимости  $G(V_p)$ ) [3,5].

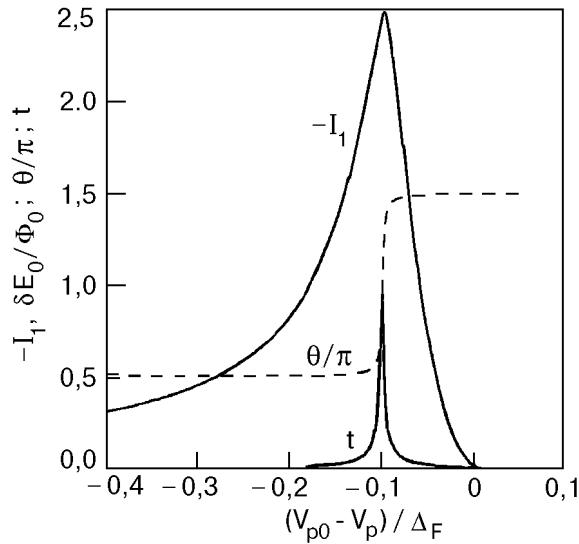


Рис. 2. Зависимость от потенциала квантовой точки амплитуды первой гармоники тока  $I_1$  при  $T = 0$  (в единицах  $\delta E_0/\Phi_0$ ), фазы  $\theta/\pi$  и модуля  $t$  коэффициента прохождения. Значения параметров:  $t_F = 0,03$ ;  $L/a = 11$ ;  $\Delta_F = 0,02\epsilon_F$ ;  $E_n = E_m = E_F$ .

Вблизи резонансного пика расстояние между уровнями дублета (4) осциллирует в магнитном поле с амплитудой

$$\delta E_0 = \Delta_F t_F (L/a\pi^2)^{1/2}, \quad (7)$$

где  $t_F$  — модуль коэффициента туннелирования через единичный потенциальный барьер (входящий в выражение (1)) для электронов с энергией  $E_n = E_F - V_p$ . Величина  $\delta E_0$  определяет характерную температуру в системе  $T_0 = \delta E_0$ . При  $T \geq T_0$  заселенности уровней  $E_n$  и  $E_m$  выравниваются, что приводит к уменьшению величины тока в резонансе (6), а также к более симметричной форме резонансной кривой. Отметим, что в рассматриваемом пределе слабой связи кольца и КТ выполняется условие  $t_F \ll 1$  и величина  $T_0 \ll \Delta_F$ .

При  $T > T_0$  зависимость  $I(\Phi)$  в максимуме резонансной кривой является синусоидальной. Амплитуда тока при этом равна  $I = \pi I_0 T_0 / (4T)$  (где  $I_0 = \delta E_0 / \Phi_0$ ). В области низких температур ( $T \ll T_0$ ) зависимость  $I(\Phi)$  отклоняется от синусоидальной. Однако первая гармоника тока  $I_1$  является преобладающей. Зависимость  $I_1$  от температуры может быть представлена в следующем виде:

$$I_1^{\max}(T) = \frac{I_1^{\max}(0)}{1 + (\pi T / T_0) \exp[-T_0 / (\pi T)]}, \quad (8)$$

где  $I_1^{\max}(0) \approx I_0 \pi / \sqrt{2}$ . Обратим внимание на степенной характер убывания тока с температурой в отличие от экспоненциального закона в случае баллистического кольца без потенциального барьера [7].

В настоящей работе в пределе слабой связи рассмотрено влияние температуры  $T$  и величины химического потенциала  $E_F$  резервуара электронов на резонансный персистентный ток  $I$  в баллистическом кольце, содержащем квантовую точку.

Показано, что фаза АБ-осцилляций тока в пределах одного резонансного пика сохраняется или изменяется на  $\pi$  в зависимости от положения уровня химического потенциала относительно уровней энергии электронов в кольце.

Показано также, что при совпадении  $E_F$  с одним из уровней энергии электронов в кольце температурная зависимость резонансного тока определяется малым по сравнению с расстоянием между уровнями энергии электронов вблизи энергии Ферми параметром  $\delta E_0$  — величиной расщепления резонансного дублета (4).

1. A. Yacoby, M. Heiblum, D. Mahalu, and H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4047 (1995).
2. A. Levy Yeyati and M. Büttiker, *Phys. Rev.* **B52**, R14360 (1995).
3. A. Yacoby, R. Schuster, and M. Heiblum, *Phys. Rev.* **B53**, 9583 (1996).
4. C. Bruder, R. Fazio, and H. Schoeller, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 114 (1996).
5. G. Hackenbroich and H. A. Weidenmüller, *Phys. Rev.* **B53**, 16379 (1996).
6. M. Büttiker, *IBM J. Res. Dev.* **32**, 317 (1988).
7. H. F. Cheung, Y. Gefen, E. K. Riedel, and W. H. Shih, *Phys. Rev.* **B37**, 6050 (1988).
8. A. O. Gogolin and N. V. Prokofiev, *Phys. Rev.* **B50**, 4921 (1994).
9. M. Büttiker and C. A. Stafford, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 495 (1996).
10. M. A. Kastner, *Rev. Mod. Phys.* **64**, 849 (1992).
11. D. V. Averin, A. N. Korotkov, and K. K. Likharev, *Phys. Rev.* **B44**, 6199 (1991).
12. A. A. Звягин, И. В. Криве, *ФНТ* **21**, 687 (1995).

## Persistent current in a ballistic ring with quantum dot

M. V. Moskalets

The influence of the temperature and chemical potential upon resonant persistent current in a ballistic ring with a quantum dot connected to an electron reservoir is considered.