Физика низких температур, 1997, т. 23, № 4, с. 425–427

Магнитный и электростатический эффекты Аронова—Бома в чистом мезоскопическом кольце

М. В. Москалец*

Статья поступила в редакцию 10 июля 1996 г., после переработки 30 июля 1996 г.

Рассмотрено влияние слабого скалярного потенциала на персистентный ток в одномерном баллистическом кольце. Показано, что амплитуда тока осциллирует при изменении величины потенциала.

Розглянуто вплив слабкого скалярного потенціалу на персистентний струм у одновимірному балістичному кільці. Показано, що амплітуда струму осцилює при зміненні величини потенціалу.

PACS: 74.50.+r

Создание устройств [1,2], размер которых L меньше длины фазовой когерентности электронов L_Φ при низких температурах, позволяет изучать явления, чувствительные к фазе волновой функции электронов, в частности эффект Аронова—Бома (АБ) [3] в твердом теле. Суть эффекта заключается во влиянии электромагнитного потенциала $A^\mu = (\varphi, A)$ на фазу волновой функции электрона в ситуации, когда силами, действующими на электрон, можно пренебречь. Этот эффект проявляется как в кинетических, так и в термодинамических свойствах несверхпроводящих двусвязных мезоскопических образцов.

В кинетике эффект АБ проявляется, например, в виде осцилляций магнитосопротивления проводящих колец в слабых магнитных полях [4–6] с периодом по потоку магнитного поля $\Phi_0 = h/e$.

В термодинамике эффект АБ приводит, в частности, к существованию персистентного (термодинамически равновесного) тока в мезоскопических кольцах при низких температурах, периодичного по магнитному потоку с периодом Φ_0 [7]. Впервые существование такого тока в реальных несверхпроводящих металлических одномерных кольцах теоретически было предсказано в работе [8]. Экспериментально эффект наблюдался как на ансамбле мезоскопических колец [9], так и на единичных кольцах [10,11]. Следует отметить, что в работе [11] для баллистического малоканального кольца наблюдалось хорошее согласие величины эффекта с предсказаниями теории.

Влияние скалярного потенциала (электростатический эффект АБ) на свойства мезоскопических образцов изучено значительно меньше, чем влияние магнитного поля («магнитный» эффект АБ). Экспериментально электростатический эффект АБ изучался на отдельных проводящих кольцах в [12,13]. Наличие скалярного потенциала φ приводит к дополнительному набегу фазы электронной волны: $\Delta\theta \simeq 2\pi e\varphi\tau_F/h$ (τ_F — время, в течение которого фермиевский электрон находится в области с потенциалом φ). При этом полагается, что с изменением величины φ должно наблюдаться изменение фазы осцилляций (например, магнитосопротивления) в магнитном поле на величину $\Delta\theta$. Однако в работах [12, 13] такой систематический фазовый сдвиг обнаружен не был. Следует отметить, что существование такого сдвига фазы для образца в форме кольца с двумя токовыми контактами противоречило бы требованию четности при изменении знака магнитного поля [14–16].

Целью настоящей работы является рассмотрение АБ-осцилляций термодинамических свойств баллистического одномерного кольца, обусловленных изменением величины векторного и скалярного потенциалов.

В качестве модели рассмотрим одномерное баллистическое кольцо длиной $L = 2\pi R$ ($L \ll L_\Phi$), часть которого длиной a (см. рис. 1) имеет потенциал φ. Внутрь кольца вставлен соленоид с магнитным потоком Ф. Ось x направим вдоль периметра кольца. Решая одномерное уравнение

* Адрес для переписки: Украина, 310020, г. Харьков, пр. Ильича, 93а, кв. 48

© М. В. Москалец, 1997

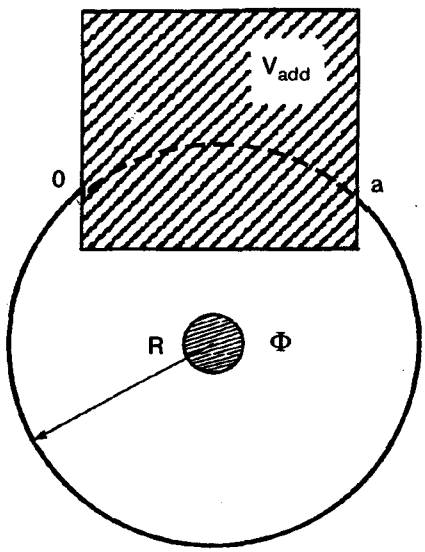

Рис. 1. Модель одномерного кольца, пронизанного магнитным потоком Ф. Металлическая пластина V_{add} индуцирует локальный потенциал φ.

Шредингера для невзаимодействующих электронов с потенциальной энергией

$$V(x) = \begin{cases} e\varphi\,, & 0 < x < a \\ 0\,, & a < x < L \end{cases} \qquad (1)$$

и циклическими граничными условиями

$$\Psi(0) = \Psi(L); \qquad \frac{d\Psi}{dx}(0) = \frac{d\Psi}{dx}(L)\,,$$

получаем уравнение на собственные значения импульса электрона $p = \hbar k$

$$\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) - \cos\left(k(L-a) + k'a\right) + \\ + \frac{(k-k')^2}{2kk'}\sin\left(k(L-a)\right)\sin(k'a) = 0\,, \qquad (2)$$

где $\hbar k = (2mE)^{1/2}$, $\hbar k' = [2m(E - e\varphi)]^{1/2}$. Далее будем полагать потенциал слабым: $(e\varphi/E)^2 << 1$. В этом случае отражением электронов от потенциальной ступеньки можно пренебречь и спектр электронов $E = p^2/2m$ может быть легко найден:

$$E_{\pm n} = \frac{h^2}{2mL^2}\left(n \pm \frac{\Phi}{\Phi_0} - \frac{\delta_n}{2\pi}\right)^2, \; n = 0, 1, 2... \qquad (3)$$

Здесь δ_n — фаза рассеяния «вперед» для электронов на уровне n. Для слабого потенциала (1)

$$\delta_n = -2\pi\frac{e\varphi}{\Delta_n}\frac{a}{L}\,, \qquad (4)$$

где $\Delta_n = \hbar v_n/L$ — расстояние между уровнями электронов (при $\Phi = 0\,, \varphi = 0$) вблизи уровня n ($n >> 1$); $v_n = \hbar k_n/m$ — скорость электрона.

Отметим, что спектр (3) справедлив не только для кольца с потенциалом (1), но и для кольца с произвольным потенциалом, рассеивающим только «вперед»: амплитуда рассеяния $t = \exp(i\delta(p))$. Это легко показать методом трансфер-матрицы (см., например, [17]).

Используя спектр (3), вычислим осциллирующую часть термодинамического потенциала $\tilde{\Omega}$ кольца, находящегося в контакте с резервуаром электронов (спин электронов не учитываем; $L >> \lambda_F$):

$$\tilde{\Omega} = 2T \times \\ \times \sum_{q=1}^{\infty} \cos\left(2\pi q\Phi/\Phi_0\right) \frac{\cos\left[2\pi q(L/\lambda_F + \delta_F/2\pi)\right]}{q\,\mathrm{sh}\,(qT/T^*)}\,. \qquad (5)$$

Здесь $T^* = \Delta_F/(2\pi^2)$; $\lambda_F = h/(2m\mu)^{1/2}$; μ — химический потенциал резервуара электронов. Индекс «F» означает, что величина определяется на уровне Ферми. Дифференцируя (5) по магнитному потоку Ф и учитывая выражение (4), для экспериментально измеряемой величины — персистентного тока $I = -\partial\tilde{\Omega}/\partial\Phi$ — получаем

$$I = \frac{2}{\pi} I_0 \frac{T}{T^*} \sum_{q=1}^{\infty} \sin\left(\frac{2\pi q\Phi}{\Phi_0}\right) \frac{\cos\left[2\pi q(L/\lambda_F - \varphi/\varphi_0)\right]}{\mathrm{sh}\,(qT/T^*)}\,. \qquad (6)$$

Здесь $I_0 = ev_F/L$; $e\varphi_0 = \Delta_n L/a$. Выражения, аналогичные (6) при $\varphi = 0$, были получены для тонкостенного цилиндра [18] и одномерного кольца [17].

Таким образом, персистентный ток в кольце осциллирует при изменении как магнитного потока, так и величины электростатического потенциала. Наличие этих осцилляций связано с изменением положения уровней квантования E_n относительно уровня химического потенциала μ.

Следует отметить, что наличие как потенциала $\varphi(x)$, рассеивающего только «вперед», так и магнитного потока Ф, фактически может быть учтено путем внесения соответствующих изменений в граничные условия [19]. Это хорошо видно из уравнения на собственные значения импульса электрона в кольце

$$k_n L = 2\pi n + 2\pi\Phi/\Phi_0 - \delta(k_n)\,.$$

Однако в отличие от магнитного вклада электростатическая добавка зависит от импульса электрона и изменяет знак при изменении знака k_n. Последнее обстоятельство является причиной того, что осциллирующая часть термодинамического

потенциала содержит два множителя, описывающих магнитные и электростатические осцилляции соответственно.

В работе показано, что осцилляции термодинамических характеристик одномерного баллистического кольца, обусловленные электростатическим и магнитным эффектами Аронова—Бома, являются независимыми: модулируя амплитуду друг друга, они не оказывают влияния на фазу. Такое поведение обусловлено качественно различным влиянием векторного и скалярного потенциалов на спектр (3) электронов в кольце.

1. Y. Imry, *Physics of Mesoscopic Systems: Directions in Condensed Matter Physics*, G. Grinstein and G. Mazenco (eds.), World Scientific, Singapore (1986), p. 101.
2. S. Washburn and R. A. Webb, *Adv. Phys.* **35**, 375 (1986).
3. Y. Aharonov and D. Bohm, *Phys. Rev.* **115**, 484 (1959).
4. R. A. Webb, S. Washburn, C. P. Umbach, and R. B. Laibowitz, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2696 (1985).
5. V. Chandrasekhar, M. J. Rooks, S. Wind, and D. E. Prober, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1610 (1985).
6. S. Datta, M. R. Mellock, S. Bandyopadhyay, R. Noren, M. Vazrir, M. Miller, and R. Reifenberger, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2344 (1985).
7. А. А. Звягин, И. В. Криве, *ФНТ* **21**, 687 (1995).
8. M. Büttiker, Y. Imry, and R. Landauer, *Phys. Lett.* **96A**, 365 (1983).
9. L. P. Levy, G. Dolan, J. Dunsmuir, and H. Bouchiat, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2074 (1990).
10. V. Chandrasekhar, R. A. Webb, M. J. Brady, M. B. Ketchen, W. J. Gallagher, and A. Kleinsasser, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3578 (1991).
11. D. Mailly, C. Chapelier, and A. Benoit, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2020 (1993).
12. S. Washburn, H. Schmid, D. Kern, and R. A. Webb, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1791 (1987).
13. P. G. N. de Vergar, G. Timp, P. M. Mankiewich, R. Behringer, and J. Cunningham, *Phys. Rev.* **B40**, 3491 (1989).
14. M. Büttiker, *IBM J. Res. Dev.* **32**, 317 (1988).
15. C. J. B. Ford, A. B. Fowler, J. M. Hong, C. M. Knoedler, S. E. Laux, J. J. Wainer, and S. Washburn, *Sur. Sci.* **229**, 307 (1990).
16. A. Levy Yeyati and M. Büttiker, *Phys. Rev.* **B52**, R14360 (1995).
17. H. F. Cheung, Y. Gefen, E. K. Riedel, and W. H. Shih, *Phys. Rev.* **B37**, 6050 (1988).
18. И. О. Кулик, *Письма в ЖЭТФ* **11**, 407 (1970).
19. N. Byers and C. N. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 46 (1961).

Magnetic and electrostatic Aharonov-Bohm effects in a pure mesoscopic ring

M. V. Moskalets

The effect of a weak scalar potential on the persistent current in a one-dimensional pure ring is considered. It is shown, that the amplitude of the current oscillates with a change in the potential.