Физика низких температур, 1996, т. 22, № 10, с. 1107–1112

Фонон-риплонные резонансы в двумерном электронном кристалле над жидким гелием

В. Е. Сивоконь, В. В. Доценко, Ю. З. Ковдря. В. Н. Григорьев

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail:kovdrja@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 9 апреля 1996 г., после переработки 15 мая 1996 г.

В области температур 70–600 мК экспериментально исследованы электрон-риплонные колебания в вигнеровском кристалле на поверхности жидкого гелия при концентрации зарядов $1{,}3\cdot10^9$ см$^{-2}$. Частота и ширина линий резонансов, отвечающих возбуждению связанных мод, измерены в интервале частот 1 –20 МГц. Температурная зависимость положения резонансных частот находится в хорошем согласии с теоретическими расчетами.

В області температур 70–600 мК експериментально досліджено електрон-риплонні коливання у вігнеровському кристалі на поверхні рідкого гелію з концентрацією $1{,}3\cdot10^9$ см$^{-2}$. Частота та ширина ліній резонансів, які відповідають збудженню зв'язаних мод, виміряно в інтервалі частот 1–20 МГц.Температурна залежність положення резонансних частот добре узгоджується з теоретичними розрахунками.

Кристаллизация электронов на фоне положительного заряда, предсказанная Вигнером [1], впервые была обнаружена Граймсом и Адамсом [2] в системе электронов, локализованных над поверхностью жидкого гелия. Граймс и Адамс зарегистрировали вигнеровский кристалл по появлению при понижении температуры резонансных особенностей в отклике электронной системы на радиочастотное электрическое поле, приложенное параллельно поверхности жидкого гелия. Положение двух из наблюдаемых резонансов свидетельствовало о появлении стоячих капиллярных волн в соответствии с работами [3,4], в которых проблема возбуждения капиллярных волн электронной решеткой проанализирована в аспекте возможных методов обнаружения вигнеровской кристаллизации. Соответствующее этому процессу положение резонансных частот определяется выражением

$$\omega = (\alpha/\rho)^{1/2} g^{3/2}, \qquad (1)$$

где α и ρ -- коэффициент поверхностного натяжения и плотность жидкого гелия; g — вектор обратной решетки. Для треугольной решетки, в которую кристаллизуется двумерный слой поверхностных электронов

$$g = \frac{8\pi^2 n_s}{3^{1/2}} b, \quad (b = 1,3,4,7,9...), \qquad (2)$$

где n_s — поверхностная концентрация электронов. Кроме резонансов, описываемых (1) при волновых векторах g, которые соответствуют $b = 3$ и 4 (2), Граймс и Адамс наблюдали два резонанса при более низких частотах. Эти резонансы, как было показано Фишером, Гальпериным и Платцманом [5], соответствуют возбуждению связанных фонон-риплонных колебаний в системе электронный кристалл — поверхность жидкости. В теории [5] при решении задачи о спектре связанных колебаний проводилось условное разделение колебаний на «быстрые» и «медленные». По «быстрым» проводилось усреднение, что приводило к появлению фактора Дебая—Валлера $F_g = \exp(-2W)$, где $W = g^2\langle u_f^2\rangle/4$, $\langle u_f^2\rangle$ — величина среднеквадратичных смещений электронов в узлах кристаллической решетки, а «медленные» представляли собой колебания плазменного типа с перенормированной вследствие электрон-риплонного взаимодействия эффективной массой электронов. Используя в качестве подгоночного параметра значение волнового вектора, условно разделяющего «быстрые» и «медленные» моды, авторы вычислили фактор Дебая—Валлера, что позволило количественно сравнить теоретические и экспериментальные значения резонансных частот. Теоретически структура связанных фонон-риплонных мод рассматривалась Монархой [6,7], а также Монархой и

© В. Е. Сивоконь, В. В. Доценко, Ю. З. Ковдря. В. Н. Григорьев, 1996

Шикиным [8]. В [8], как и в [5], использовалось разделение электронных колебаний на «быстрые» и «медленные», но пороговая частота, выше которой проводилось усреднение по быстрым модам, и величина среднеквадратичных смещений определялись в рамках самосогласованного подхода, что позволило получить результат, не содержащий подгоночных параметров. Согласно оценкам, теория [8] должна количественно описывать частоты резонансов вблизи температуры плавления кристалла, а при низких температурах применение теории ограничено ввиду возможного нарушения условий, использовавшихся в расчете. Самосогласованный подход использовался Намаизавой [9] при вычислении факторов Дебая—Валлера электронного кристалла. Полученные численные результаты качественно согласуются с расчетами [5], выполненными при учете экспериментальных данных [2]. Коно [10] рассчитывал факторы Дебая—Валлера вигнеровского кристалла, основываясь на самосогласованном подходе [9] и используя феноменологическое выражение для скорости поперечного звука. Спектр связанных колебаний электронного кристалла вычислялся Эгулузом, Марадудиным и Эллиотом [11] в общем виде с использованием методов квантовой теории поля без разделения колебаний на «медленные» и «быстрые». Авторы считают, что в общем случае вместо фактора Дебая—Валлера должна использоваться экспонента, показатель которой выражается через корреляционные функции смещений электронов, и вопрос о возможности количественного согласования теории [5] с экспериментом не вполне ясен.

В этой связи представляет интерес экспериментальное исследование резонансных явлений в двумерном электронном кристалле и сравнение экспериментальных данных с теорией в широком температурном интервале.

Начало экспериментальному исследованию фонон-риплонных резонансов в вигнеровском кристалле было положено работой [2]. Исследовался кристалл при одной концентрации зарядов в узком температурном интервале вблизи температуры плавления. Резонансные особенности в поглощении энергии, связанные с появлением электронного кристалла, наблюдались на одной частоте в работе [12]. Связанные фонон-риплонные резонансы экспериментально исследовались в работе [10] в температурном интервале 0,45–0,9 K при различных концентрациях электронов в интервале от $5\cdot10^8$ до $1{,}2\cdot10^9$ см$^{-2}$. Измеренные значения резонансных частот связанных колебаний были заметно меньше величин, которые следуют из теории [5] при учете самосогласованного расчета факторов Дебая—Валлера [9,10]. В работе [13] электрон-риплонные резонансы в электронном кристалле использовались для определения коэффициентов поверхностного натяжения слабых растворов ^{3}He–^{4}He (с концентрацией 10^{-6}–10^{-8}) в температурном интервале 60–600 мК. При этом рассматривались возбуждения решеткой капиллярных волн с большими волновыми векторами, совпадающими с векторами обратной решетки электронного кристалла (1).

Однако имеющихся экспериментальных данных недостаточно для решения вопроса о том, в какой мере существующие теоретические модели применимы для количественного описания связанных фонон-риплонных колебаний в вигнеровском кристалле. Между тем резонансы в электрон-риплонной системе кроме уточнения представлений о динамике электронного кристалла на поверхности гелия могут стать уникальным инструментом для экспериментального изучения кинетических свойств поверхности жидкого гелия, поскольку ширина таких резонансов непосредственно связана с характером поверхностных кинетических процессов. Теоретически поведение электронного кристалла с учетом диссипативных процессов на поверхности жидкого гелия рассмотрено в [6,7].

В настоящей работе в широком температурном интервале (70–600 мК) исследованы характеристики спектра фонон-риплонных колебаний двумерного электронного кристалла с плотностью частиц $1{,}3\cdot10^9$см$^{-2}$ (температура плавления 0,8 K) в интервале частот 1–20 МГц. Измерения проводились в ячейке круговой геометрии с емкостной связью между измерительными электродами и слоем электронов. Расстояние между пластинами конденсатора, в зазоре которого находился слой электронов, составляло 2 мм; высота слоя жидкого гелия по отношению к нижнему электроду была равна 1,2 мм; различие в высоте жидкости вдоль электрода не превышало 2%. Диаметр электронного «пятна» составлял 27 мм. Ячейка и измерительная схема подробно описаны и проанализированы в [14]. Измерялась частотная зависимость отклика ячейки (амплитуда и фаза) на высокочастотный сигнал с амплитудой 1 мВ. Амплитуда входного сигнала измерялась на выходе генератора, а сигнал, подаваемый на ячейку, как следует из расчетов, был примерно в 1,7 раза меньше. При температуре 70 мК были проведены аналогичные измерения с амплитудой сигнала 0,5 мВ. Сравнение данных, полученных при различных уровнях сигнала, позволяет сделать вывод, что отклик изучаемой электронной системы при амплитуде 1 мВ близок к линейному.

На рис. 1 в качестве примера представлены частотные зависимости амплитуды сигнала на выходе измерительной линии при 78 и 192 мК . Отчетливо видны резонансные особенности, отвечающие установлению в ячейке стоячих волн электрон-риплонных колебаний. Для определения характеристик резонансов (частоты и ширины) экспериментальные данные (звездочки на рис.1) аппроксимировались суммой двух или трех лоренцовских кривых (сплошные линии). При низких температурах удается выделить три резонанса, один из которых имеет малую амплитуду и слабо различим. При более высоких температурах этот резонанс не виден. Возможно, он связан с возбуждением колебательных мод с угловой зависимостью, обусловленной некоторым перекосом ячейки, хотя более вероятно рассматривать это как проявление нелинейных особенностей в поведении вигнеровского кристалла. Два других резонанса отчетливо видны во всем интервале температур. При понижении температуры они смещаются в сторону низких частот и сужаются. На рис. 2 приведены температурные зависимости частот этих резонансов.

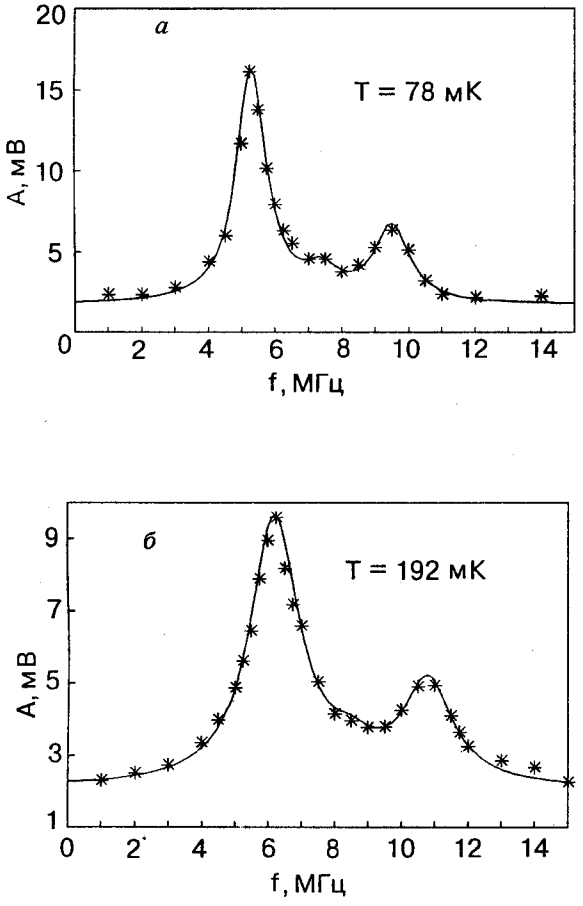

Рис. 1. Частотная зависимость амплитуды выходного сигнала при 78 мК (*а*) и 192 мК (*б*).

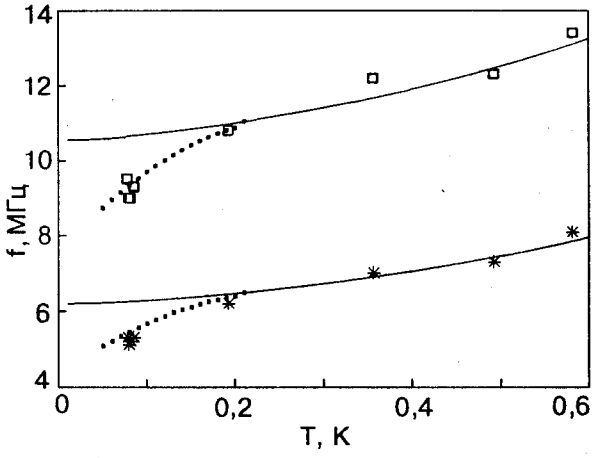

Рис. 2. Температурная зависимость резонансных частот, соответствующих волновым векторам q_1 (*) и q_2 (□) в (5). Сплошные линии — расчет по теории [8], пунктирные — аналогичный расчет с учетом влияния примеси ^{3}He.

Согласно [8], динамика низкочастотных колебаний электронного кристалла на поверхности жидкого гелия определяется параметром F_g, в который входит величина среднеквадратичных смещений электронов $\langle u_f^2 \rangle$ и от которого зависит коэффициент связи кристалла с риплонами [3,7]:

$$C_n = \frac{3n_s V_{g(n)}^2}{\alpha m \omega_n^2} \exp\left(-g_n^2 \langle u_f^2 \rangle / 2\right) \qquad (3)$$

где индексом n пронумерованы волновые векторы в (2) и соответственно частоты в (1), относящиеся к различным значениям b; m — масса электрона. Величина $V_{g(n)}$, характеризующая интенсивность электрон-риплонного взаимодействия, в пределе больших прижимающих полей $E_\perp$ близка к значению $eE_\perp$, где e — заряд электрона. При сравнении экспериментальных результатов с теорией использовано точное, с учетом поляризационного слагаемого, значение $V_{g(n)}$ [6]. В рамках этой теории было получено выражение для низкочастотных ветвей спектра связанных электрон-риплонных мод.

В приближении $C_1 >> C_2$, которое означает учет связывания риплонов только с самой низкочастотной фононной модой, и в пренебрежении эффектами затухания закон дисперсии низкочастотных колебаний имеет вид [8]

$$\omega_{s,p} = \frac{\omega_1^2 \omega_p^2(k)}{C_1 \omega_1^2 + \omega_p^2(k)}, \quad p = l, t. \qquad (4)$$

Индексы l и t относятся к продольной и поперечной поляризациям колебаний; $\omega_p(k)$ — спектр колебаний вигнеровского кристалла над идеально плоской поверхностью. При сравнении с экспериментом ограничимся рассмотрением продольных колебаний, спектр которых с учетом экранирующего действия электродов ячейки может быть представлен в виде

$$\omega_l^2 = \frac{4\pi n_s e^2 q_i \operatorname{sh} q_i d \operatorname{sh} q_i (H-d)}{m \quad \operatorname{sh} q_i H}, \qquad (5)$$

где H — расстояние между измерительным и прижимающим электродами ячейки; d — высота слоя жидкости над прижимающим электродом; q_i — волновой вектор плазменных колебаний, значение которого определяется из условия $J_1(q_i R) = 0$, соответствующего отсутствию тока через границы ячейки. Здесь $J_1(x)$ — функция Бесселя первого порядка; R — радиус электронного пятна.

Закон дисперсии высокочастотных колебаний имеет вид [8]

$$\omega_{f,p}^2 = \omega_\alpha^2 + \omega_p^2(k); \quad \omega_\alpha^2 = C_1 \omega_1^2. \qquad (6)$$

Как было показано в работе [8], использование этого закона дисперсии при вычислении среднеквадратичных смещений электрона позволяет получить самосогласованное решение для $\langle u_f^2 \rangle$ и ω_α

$$\langle u_f^2 \rangle = \frac{\langle u_0^2 \rangle + u_T^2 \ln [T/(\hbar \omega_1 B^{1/2})]}{1 - u_T^2 g_1^2/4},$$

$$\omega_\alpha^2 = B\omega_1^2 \exp(-g_1^2 \langle u_f^2 \rangle/2), \qquad (7)$$

где

$$B = 3n_s V_{g_1}^2 / \alpha m \omega_1^2; \quad u_T^2 = \frac{T}{2\pi m n_s c_t^2};$$

$$\langle u_0^2 \rangle = \frac{\hbar \omega_t(k_m)}{4\pi m n_s c_t^2} + \frac{\hbar k_m^2}{6\pi m n_s \omega_l(k_m)};$$

$$\omega_t(k_m) = c_t k_m; \quad k_m = (4\pi n_s)^{1/2},$$

c_t — скорость поперечного звука, при расчете она аппроксимировалась выражением [15]

$$c_t^2(T) = c_t^2(0)\left(1 - \frac{30{,}8T}{(\pi n_s)^{1/2} e^2}\right), \qquad (8)$$

значение $c_t^2(0) = 0{,}138 e^2 (\pi n_s)^{1/2}/m$ рассчитано для кристалла над идеально плоской поверхностью [16]. Вычисленные в рамках теории [8] температурные зависимости положений резонансов представлены на рис. 2 в виде сплошных линий. Резонансу с меньшей частотой соответствует волновой вектор q_1 в (5), резонансу с большей частотой — волновой вектор q_2. Как видно, имеется достаточно хорошее согласие экспериментальных и теоретических данных до температур примерно 0,2 K, что может свидетельствовать о применимости в этой области как самой теоретической модели, так и сделанных в ней предположений. В частности, с определенной долей уверенности можно сделать вывод о том, что формула (8) правильно описывает температурную зависимость скорости поперечного звука в рамках реализованных в эксперименте условий. При температуре ниже 0,2 K наблюдается отклонение экспериментальной зависимости от теоретических оценок в сторону меньших частот. Этот факт может оказаться существенным при развитии представлений о динамике двумерного электронного кристалла в области низких температур, в частности, для понимания роли электронных корреляций в транспорте электронов. Следует отметить, что отклонение экспериментальных значений от теоретических может быть связано с нарушением в области низких температур строгих неравенств ($\omega_\alpha >> \omega_t$; $C_1 >> C_2$), предполагаемых в теории. Если величина ω_α, изменяясь от $4{,}7 \cdot 10^9$ до $6 \cdot 10^9$ с$^{-1}$ при изменении температуры от 0,6 до 0,07 K, остается, по-видимому, достаточно большой по сравнению с $\omega_t = 1{,}9 \cdot 10^8$ с$^{-1}$, то отношение C_1/C_2, равное при температуре 0,6 K примерно 20 ($C_1 \cong 580$, $C_2 \cong 29$), уменьшается при $T = 0{,}07$ K до 7 ($C_1 \cong 970$, $C_2 \cong 140$), что, возможно, недостаточно для соблюдения строгого неравенства. Следует также отметить хорошее согласие между значениями факторов Дебая—Валлера, вычисленными в рамках [8,9]. Значения W при температурах 0,07 и 0,42 K, рассчитанные в рамках [8], составляют соответственно 0,12 и 0,26, в то время как эти величины, полученные при экстраполяции графических данных, приведенных в [9], равны 0,15 и 0,3.

Следует указать также на возможную альтернативную причину расхождения наших экспериментальных данных с теоретическими при температурах ниже 0,2 K. Она связана с влиянием примеси ^{3}He на коэффициент поверхностного натяжения, а следовательно, на закон дисперсии риплонов. В эксперименте использовался гелий технической чистоты, не подвергавшийся дополнительной очистке. Содержание примеси ^{3}He в ^{4}He, получаемом из

природных источников, лежит в интервале $5\cdot10^{-8}-5\cdot10^{-7}$ [17]. Учет влияния примеси ^{3}He приводит к уменьшению рассчитанных резонансных частот при температурах ниже 0,2 К (пунктирные линии на рис. 2), что хорошо согласуется с экспериментом. При расчете использовалась температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения [13] для концентрации примеси $5{,}5\cdot10^{-7}$.

Хорошее согласие экспериментальных и теоретических данных, обнаруженное в настоящей работе, находится в противоречии с результатами работы [10], в которой измеренные частоты электрон-риплонных резонансов в электронном кристалле с такой же концентрацией зарядов и при таких же температурах, как в настоящей работе, заметно отличаются от значений, следующих из теоретических оценок. Однако расчет факторов Дебая—Валлера в рамках используемого нами самосогласованного подхода [8] приводит к значениям, практически совпадающим с приведенными в работе [10]. По-видимому, причина различия экспериментальных и теоретических данных в [10] лежит не в неточности теоретической модели, а в особенностях измерений. Резонансы в [10] изучались при использовании импульсного сигнала с амплитудой 10–100 мВ. Результаты наших исследований влияния величины измерительного сигнала на поведение вигнеровского кристалла показали, что даже при аплитуде сигнала меньше 10 мВ наблюдается существенно нелинейное поведение кристалла, при котором резонансные особенности смещаются в область более низких частот. Вполне возможно, что более низкие по сравнению с теоретическими частоты резонансов в [10] связаны именно с нелинейным воздействием на электронный кристалл в процессе измерений.

На рис. 3 приведена температурная зависимость полуширины наблюдаемых резонансов. Видно, что ширина резонансов уменьшается почти линейно с понижением температуры. Можно отметить два возможных механизма, определяющих ширину линий электрон-риплонных резонансов в вигнеровском кристалле. Первый из них обусловлен рассеянием электронов на риплонах, которое при достаточно низких температурах ограничивает величину подвижности электронов в кристалле [14]. Второй механизм связан с затуханием капиллярных волн, возбуждаемых электронной решеткой при движении вигнеровского кристалла в электрическом поле. Имеющейся информации о подвижности электронного кристалла недостаточно для оценки их вклада в ширину электрон-риплонного резонанса. Экспериментальные данные о подвижности кристалла плохо согласуются между собой. Так, по данным [18] подвижность кристалла резко возрастает при температурах ниже 0,2 К, в то время как недавно в [19] было обнаружено, что подвижность, определенная по величине продольной проводимости в малых магнитных полях, слабо уменьшается с понижением температуры. Экспериментальные данные о затухании капиллярных волн нам не известны. Поэтому вопрос о ширине электрон-риплонных резонансов нуждается в подробном рассмотрении и будет обсуждаться в дальнейшем.

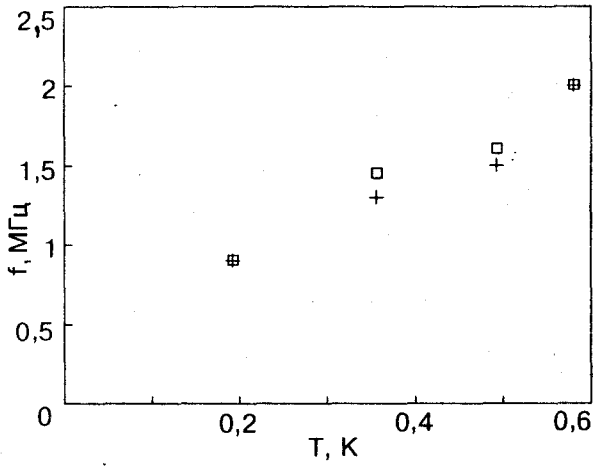

Рис. 3. Температурная зависимость полуширины резонансных линий, соответствующих q_1 (+) и q_2 (□).

Таким образом, в настоящей работе изучены фонон-риплонные моды вигнеровского кристалла на поверхности жидкого гелия. Показано, что частоты и ширины резонансов, соответствующих связанным колебаниям в электрон-риплонной системе, уменьшаются с понижением температуры. Полученные данные для положений резонансов в области температур выше 0,2 К хорошо согласуются с теоретическим описанием динамики электронного кристалла с учетом деформационных явлений на поверхности жидкости, возникающих в результате локализации электронов, которая сопровождает вигнеровскую кристаллизацию. Отклонение положений резонансов от теоретических значений в области температур ниже 0,2 К может быть обусловлено влиянием примеси ^{3}He.

Авторы признательны Ю. П. Монархе и С. С. Соколову за обсуждение результатов работы.

1. E. P. Wigner, *Phys.Rev.* **46**, 1002 (1934).
2. C. C. Grimes and G. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 795 (1979).
3. В. Б. Шикин, *Письма в ЖЭТФ* **19**, 647 (1974).
4. Ю. П. Монарха, В. Б. Шикин, *ЖЭТФ* **68**, 1423 (1975).
5. D. S. Fisher, B. L. Halperin, and P. M Platzman, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 798 (1979).

6. Ю. П. Монарха, *ФНТ* **6**, 685 (1980).
7. Ю. П. Монарха, *ФНТ* **7**, 692 (1981).
8. Ю. П. Монарха, В. Б. Шикин, *ФНТ* **9**, 913 (1983).
9. H. Namaizawa, *Solid State Commun.* **34**, 607 (1980).
10. K. Kono, *J. Phys. Soc. Jpn.* **56**, 1111 (1987).
11. A. G. Eguiluz, A. A. Maradudin, and R. J. Elliot, *Phys. Rev.* **B24**, 197 (1981).
12. Б. Н. Есельсон, А. С. Рыбалко, С. С. Соколов, *ФНТ* **5**, 1130 (1980).
13. G. Deville, *J. Low Temp. Phys.* **72**, 135 (1988).
14. В. Е. Сивоконь, В. В. Доценко, С. С. Соколов, Ю. З. Ковдря, В. Н. Григорьев, *ФНТ* **22** ,715 (1996).
15. R. H. Morf, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 931 (1979).
16. L. Bonsall and A. A. Maradudin, *Phys. Rev.* **B15**, 1959 (1977).
17. Б. Н. Есельсон, В. Н. Григорьев, В. Г. Иванцов, Э. Я. Рудавский, Д. Г. Саникидзе, И. А. Сербин, *Растворы квантовых жидкостей* ^{3}He–^{4}He, Наука, Москва (1973).
18. R. Mehrotra, B. M. Guenin, and A. J. Dahm , *Phys. Rev. Lett.* **48**, 641 (1982).
19. K. Shirahama, S. Ito, H. Suto and K. Kono, *J. Low Temp. Phys.* **101**, 439 (1995).

Phonon-ripplon resonances in two-dimensional electron crystal over liquid helium

V. E. Sivokon', V. V. Dotsenko, Yu. Z. Kovdrya, and V. N. Grigor'ev

Electron-ripplon oscillations in Wigner crystal with charge density $1{,}3\cdot10^9$ см$^{-2}$ over liquid helium were studied in the temperature range 70–600 mK at frequencies 1–20 MHz. Frequency and linewidths of the resonances due to excitation of the phonon-ripplon modes are measured. The temperature dependence of resonant frequency is in a good agreement with the theoretical one.