Физика низких температур, 1995, т. 21, № 9, с. 891–898 УДК 538.941; 538.945

О возможности сверхтекучести в системе поверхностных электронов, спаренных с дырками подложки

С. И. Шевченко, С. В. Терентьев, Ю. З. Ковдря

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail:shevchenko@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 22 декабря 1994 г., после переработки 18 мая 1995 г.

Предложена новая двумерная бозе-система — поверхностные электроны над пленкой сверхтекучего гелия (или отвердевших водорода или неона), спаренные с дырками подложки. Рассмотрен случай малой концентрации, при которой размер электрон-дырочных пар много меньше среднего расстояния между ними. Найдена энергия связи электрон-дырочной пары и ее размер. Дана оценка температуры перехода T_c в сверхтекучее состояние. Установлены условия, при которых температура кристаллизации T_m ниже T_c, а также условия отсутствия кристаллизации вплоть до нулевой температуры. Рассмотрен вопрос о локализации пар примесями и неровностями подложки. Найдена величина плотности примесей, ниже которой локализация пар существенно не влияет на фазовое состояние системы. Предложены эксперименты по обнаружению рассмотренных явлений.

Запропоновано нову двовимірну бозе-систему — поверхневі електрони над плівкою надплинного гелію (або затверділих водню або неону), спарені з дірками підкладки. Розглянуто випадок малої концентрації, коли розмір електрон-діркових пар значно менше середньої відстані між ними. Знайдено енергію зв'язку електрон-діркової пари та її розмір. Дано оцінку температури переходу T_c у надплинний стан. Встановлено умови, за яких температура кристалізації T_m нижче T_c, а також умови відсутності кристалізації аж до нульової температури. Розглянуто питання про локалізацію пар домішками та нерівностями підкладки. Знайдено величину густини домішок, нижче якої локалізація суттєво не впливає на фазовий стан системи. Запропоновано експерименти по виявленню розглянутих явищ.

Поверхностные электроны (ПЭ), локализованные над жидким гелием и отвердевшими водородом и неоном, уже в течение двух десятков лет являются объектом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований [1]. В последнее время значительный интерес привлекают исследования свойств ПЭ, локализованных над тонкими слоями (пленками) указанных веществ (см., например, [2]). Хотя обычно параметры, характеризующие систему ПЭ, в существенной мере определяются свойствами вещества, над которыми они локализованы, для достаточно тонких пленок гелия, водорода и неона многие свойства ПЭ диктуются не пленкой, а подложкой, которую она покрывает. В частности, поскольку диэлектрическая восприимчивость подложки как правило намного превосходит восприимчивость пленки, именно подложка определяет энергию связи электрона с поверхностью пленки.

Изменения свойств ПЭ могут быть еще более радикальными в случае, когда электроны локализованы над пленкой гелия, водорода или неона, покрывающей вещество, содержащее дырочные носители заряда, например проводник с дырочной проводимостью [3]. Система поверхностных электронов над диэлектрической пленкой, покрывающей подложку с дырочной проводимостью, во многом аналогична структуре, состоящей из двумерных проводящих слоев с электронной и дырочной проводимостью, разделенных тонкой диэлектрической прослойкой. В настоящее время с помощью новых технологий такие структуры успешно создаются и исследуются во многих лабораториях [4-7]. Значительный интерес к этим структурам обусловлен, в частности, возможностью обнаружения в них весьма необычного механизма сверхпроводимости, предсказанного в [8,9], — конденсаторной сверхпроводимости [10]. В результате спаривания пространственно разделенных электронов и дырок может произойти переход в сверхтекучее состояние, при котором сверхток в электронном проводнике сопровождается равным ему и противоположно направленным сверхтоком в дырочном проводнике — реализуется конденсаторная сверхпроводимость.

Важными характеристиками связанных электрон-дырочных пар являются энергия связи пар и средний размер пар. Расчет энергии связи пространственно разделенных электронов и дырок был недавно выполнен в ряде работ (см., напри-

© С. И. Шевченко, С. В. Терентьев, Ю. З. Ковдря, 1995

мер, [11–13]). Однако в [11–13] авторы не учитывали наличие диэлектрического слоя, разделяющего области с электронной и дырочной проводимостью.

В настоящей работе исследована возможность конденсаторной сверхпроводимости в системе поверхностных электронов, спаренных с дырками подложки. Вычислена энергия связи электронов с дырками, причем при расчете использован как факт наличия диэлектрической прослойки между электронами и дырками, так и то, что диэлектрическая восприимчивость прослойки (гелия, водорода или неона) существенно меньше единицы. Найден размер электрон-дырочных пар в случае достаточно малой их концентрации, при которой размер пары много меньше среднего расстояния между парами. Дана оценка температуры появления конденсаторной сверхпроводимости T_c и установлены условия, при которых температура кристаллизации T_m меньше T_c, а также условия отсутствия кристаллизации вплоть до нулевой температуры. Наконец, предложены эксперименты по обнаружению эффектов, связанных со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок как в нормальном, так и сверхтекучем состоянии.

Итак, рассмотрим систему, состоящую из поверхностных электронов (область с диэлектрической проницаемостью ε_1 на рис. 1), тонкой диэлектрической пленки (с ε_2) и подложки с дырочной проводимостью (с ε_3).

При решении уравнения Шредингера для отдельной электрон-дырочной пары воспользуемся

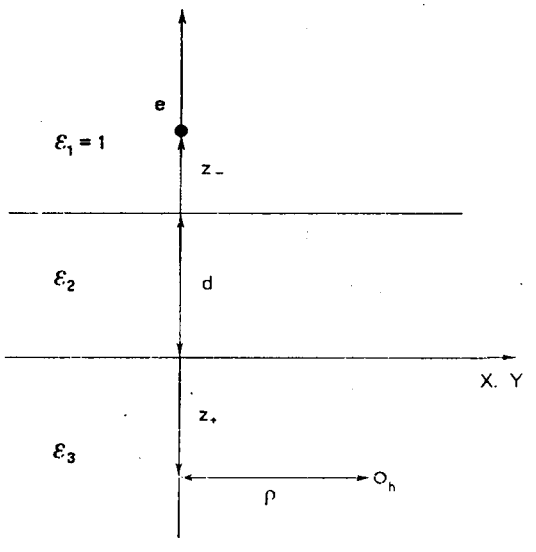

Рис. 1. Схематическое изображение спаривающихся электрона (●) и дырки (○).

тем, что диэлектрическая проницаемость пленки близка к единице, т.е. $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll 1$ (например, проницаемость ^{4}He $\varepsilon = 1{,}0572$). Потенциал, создаваемый заряженной частицей в трехслойной среде, может быть при этом разложен по малому параметру $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$. Решив уравнение Пуассона, найдем, что для частицы, находящейся в среде с ε_1, точное выражение для потенциала в той же среде имеет вид

$$\varphi_1(\rho, z) = \frac{e}{\varepsilon_1\sqrt{\rho^2 + (z - z_-)^2}} +$$

$$+ \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + [2(n+1)d + z + z_-]^2}} -$$

$$- \frac{e(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)} \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (2nd + z + z_-)^2}}, \quad (1)$$

где

$$\beta = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}.$$

Поле, создаваемое этой же частицей в среде с диэлектрической проницаемостью ε_3, равно

$$\varphi_3(\rho, z) = \frac{4\varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (2nd + z + z_-)^2}}. \quad (2)$$

Координаты z_- и z отсчитываются от границы сред с ε_1 и ε_2; вектор $\vec{\rho}$ лежит в плоскости XY; d — толщина пленки диэлектрика. Потенциал частицы, находящейся в среде с ε_3, получается из (1) с помощью замен $\varepsilon_1 \longleftrightarrow \varepsilon_3$ и $z_- \to z_+$.

В рассматриваемой системе величина β является малым параметром. Это позволяет в выражениях для потенциалов электрона и дырки опустить слагаемые, содержащие β в любой степени, т.е. из всей суммы оставить слагаемое с $n = 0$. Кроме того, множитель $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ перед знаком суммы в (1) мал. Поэтому в выражении для потенциала дырки содержащее этот множитель слагаемое можно опустить. В случае электрона аналогичное слагаемое следует, вообще говоря, оставить ввиду возможной малости его знаменателя.

Уравнение Шредингера для электрона и дырки в однородном электрическом поле, нормальном к плоскости структуры, имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m_+}\Delta_+\psi-\frac{\hbar^2}{2m_-}\Delta_-\psi+$$

$$+\left(eE_1z_--\frac{e^2\Lambda_1}{z_-}-\frac{e^2\Lambda_2}{d+z_-}\right)\psi+\left(e\frac{E_1}{\varepsilon_3}z_++\frac{e^2\Lambda_h}{z_+}\right)\psi-$$

$$-e^2\Lambda_{eh}\left((z_++z_-+d)^2+\rho^2\right)^{1/2}\psi=\varepsilon\psi\,, \quad (3)$$

где

$$\Lambda_1=\frac{\varepsilon_2-1}{4(\varepsilon_2+1)};\quad \Lambda_2=\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2}{4(\varepsilon_3+\varepsilon_2)};$$

$$\Lambda_h=\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2}{4\varepsilon_3(\varepsilon_2+\varepsilon_3)};\quad \Lambda_{eh}=\frac{4\varepsilon_2}{(\varepsilon_2+1)(\varepsilon_2+\varepsilon_3)}.$$

Здесь m_+ и m_- — массы дырки и электрона соответственно; E_1 — напряженность электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε_1 (в вакууме); Δ_+, Δ_- — операторы Лапласа, действующие соответственно на дырочные и электронные переменные.

Уравнение (1) может быть решено в случае разделения переменных z_-, z_+ и ρ. Ниже мы убедимся, что эти условия существенно зависят от величины приложенного электрического поля.

Как будет показано, электрон сильно прижат к поверхности пленки. Это означает, что выполняются неравенства $\langle z_-\rangle/d \ll 1$ и $\langle(\langle z_-\rangle - z_-)^2\rangle/d^2 \ll 1$, где $\langle z\rangle$ — квантовомеханическое среднее величины z. Потребуем, чтобы и дырка была сильно прижата полем к поверхности подложки. При этом $\langle z_+\rangle/d \ll 1$, $\langle(\langle z_+\rangle - z_+)^2\rangle/\langle z_+\rangle^2 \ll 1$. Ограничения на параметры системы, необходимые для выполнения этих неравенств, будут записаны ниже. Наконец, будем полагать, что справедливо неравенство $\langle\rho^2\rangle/d^2 \ll 1$ (ограничение на размер пары).

При выполнении перечисленных условий уравнение (3) распадается на систему уравнений (6)–(8). Энергия $\mathcal{E}$ является суммой четырех слагаемых:

$$\mathcal{E}=-\frac{e^2\Lambda_{eh}}{d}+\mathcal{E}_e+\mathcal{E}_h+\mathcal{E}_\rho\,, \quad (4)$$

где энергии $\mathcal{E}_e$, $\mathcal{E}_h$, $\mathcal{E}_\rho$ — собственные значения уравнений соответственно для электрона (6), дырки (7) и их относительного движения в плоскости раздела сред (8).

Искомая величина энергии связи электрона и дырки является разностью между энергией пары $\mathcal{E}$ и энергиями свободных электрона $\mathcal{E}_{ef}$ и дырки $\mathcal{E}_{hf}$:

$$\mathcal{E}_c=\mathcal{E}-\mathcal{E}_{ef}-\mathcal{E}_{hf}\,. \quad (5)$$

Под свободными мы понимаем частицы, удаленные друг от друга на бесконечность в плоскости раздела.

После разделения переменных движение электрона вдоль оси z описывается волновым уравнением

$$-\frac{\hbar^2}{2m_-}\frac{\partial^2\psi_e}{\partial z_-^2}+\left(eE_1z_--\frac{e^2\Lambda_1}{z_-}+\frac{e^2\Lambda_2}{d^2}z_--\right.$$

$$\left.-\frac{e^2\Lambda_2}{d}+\frac{e^2\Lambda_{eh}}{d^2}z_-\right)\psi_e=\mathcal{E}_e\psi_e\,. \quad (6)$$

Уравнение для свободного электрона следует из (6), если положить в нем $\Lambda_{eh}=0$.

Уравнение для дырки имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m_+}\frac{\partial^2\psi_h}{\partial z_+^2}+\left(e\frac{E_1}{\varepsilon_3}z_+-\frac{e^2\Lambda_h}{z_+}+\frac{e^2\Lambda_{eh}}{d^2}z_+\right)\psi_h=$$

$$=\mathcal{E}_h\psi_h\,. \quad (7)$$

Как и в случае электрона, чтобы получить уравнение для свободной дырки, необходимо в (7) положить $\Lambda_{eh}=0$. Граничным условием для уравнений (6) и (7) является обращение в нуль волновой функции частицы на границе среды, в которой она находится.

Относительное движение электрона и дырки в плоскости раздела описывается уравнением

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi_\rho+\frac{e^2\Lambda_{eh}}{2d^3}\rho^2\psi_\rho=\mathcal{E}_\rho\psi_\rho\,. \quad (8)$$

Здесь $m=m_-m_+/(m_-+m_+)$ — приведенная масса.

Уравнение (6) легко решить в пределе сильных полей, когда можно пренебречь притяжением электрона к пленке (третье слагаемое в левой части (6)). В этом случае решением уравнения является функция Эйри (см., например, [15]). Энергия $\mathcal{E}_e$ принимает следующие значения:

$$\mathcal{E}_e(l)=-\frac{e^2\Lambda_2}{d}+\zeta_l\left(\frac{\hbar^2e^2}{2m_-}\right)^{1/3}E_-^{2/3}(d)\,,\ l=1,2,\ldots, \quad (9)$$

где

$$E_-(d)=E_1+\frac{e\Lambda_2}{d^2}+\frac{e\Lambda_{eh}}{d^2}. \quad (10)$$

Здесь $-\zeta_l$ — нули функции Эйри. Спектр свободного электрона также описываем выражением (7), но в выражении для E_- следует положить $\Lambda_{eh} = 0$.

Легко убедиться, что условие сильного прижатия электрона к пленке выполняется при

$$d >> \left(\frac{\hbar^2}{2m_- eE_-(d)}\right)^{1/3}. \qquad (11)$$

Численные оценки показывают, что в случае насыщенной гелиевой пленки последнее условие выполняется даже в отсутствие прижимающего поля для всех реально достижимых толщин пленки.

Обратимся теперь к решению уравнения (7), описывающего движение дырки вдоль оси z. При этом учтем качественное отличие в поведении рассмотренного выше поверхностного электрона и дырки подложки. Электрон прижимается к границе раздела как силами изображения, так и кулоновскими силами, обусловленными взаимодействием с дыркой. Поэтому при классическом рассмотрении электрон должен быть локализован непосредственно на поверхности пленки (т.е. его координата z_- должна равняться нулю). Учет квантовых эффектов делокализует электрон вдоль оси z, и его средняя координата $\langle z_- \rangle$ определяется путем решения уравнения Шредингера. В отличие от случая электрона, силы изображения отталкивают дырку от поверхности раздела, а взаимодействие с электроном и прижимающим электрическим полем приводит к притяжению дырки к поверхности. В результате при классическом описании дырка должна локализоваться на дне потенциальной ямы. Благодаря квантовым эффектам происходит делокализация дырки, однако при выполнении неравенства $\langle(\langle z_+\rangle - z_+)^2\rangle/\langle z_+\rangle^2 << 1$ среднюю координату дырки $\langle z_+ \rangle$ можно отождествить с точкой минимума действующего на дырку потенциала. Для координаты минимума из (7) получаем

$$z_{min} = \langle z_+ \rangle = \left(\frac{e\Lambda_h}{E_+}\right)^{1/2}, \qquad (12)$$

где

$$E_+ = \frac{E_1}{\varepsilon_3} + \frac{e\Lambda_{eh}}{d^2}. \qquad (13)$$

Поскольку z_{min} является функцией прижимающего электрического поля, это позволяет, изменяя величину последнего, добиться выполнения неравенства $\langle z_+ \rangle/d << 1$. Отметим, что в отсутствие прижимающего поля, когда дырка притягивается к поверхности лишь поверхностным электроном, это неравенство не выполняется, разделение переменных не происходит, и решение задачи в аналитическом виде не может быть получено.

Малое отклонение координаты дырки от z_{min} позволяет разложить действующий на дырку потенциал по степеням $z_+ - z_{min}$. Удерживая в разложении лишь квадратичные по этой разности члены, приходим к уравнению для гармонического осциллятора. Его собственные значения дают энергетический спектр дырки при ее движении вдоль оси z:

$$\varepsilon_{l_h}(l) = 2(\Lambda_h e^3 E_+)^{1/3} + (1 + 2l)\left(\frac{\hbar^4 eE_+^3}{m_+^2 \Lambda_h}\right)^{1/4}, \qquad (14)$$

$$l = 0, 1, \ldots$$

Спектр свободной дырки также описывается полученным выражением при условии $\Lambda_{eh} = 0$ (т.е. $E_+ = E_1/\varepsilon_3$).

С помощью волновой функции основного состояния дырки легко вычислить $\langle z_+ \rangle$ и $\langle(\langle z_+\rangle - z_+)^2\rangle$ и убедиться, что первая величина много меньше d, а вторая много меньше $\langle z_+ \rangle^2$ при условии, что поле E_+ удовлетворяет ограничениям

$$\frac{e\Lambda_h}{d^2} << E_+ << \frac{\Lambda_h^3 e^5 m_+}{\hbar^4}, \qquad (15)$$

Перейдем теперь к решению уравнения (8), описывающего относительное движение электрона и дырки в плоскости XY. Уравнение (8) является уравнением двумерного линейного осциллятора. Его собственные значения равны

$$\varepsilon_\rho(l_x, l_y) = (1 + l_x + l_y)\left(\frac{\hbar^2 e^2 \Lambda_{eh}}{md^3}\right)^{1/2}, \qquad (16)$$

$$l_x, l_y = 0, 1, \ldots$$

С помощью волновой функции основного состояния находим характерный размер пары в плоскости раздела сред:

$$\langle \rho^2 \rangle = \left(\frac{\hbar^2}{mde^2\Lambda_{eh}}\right)^{1/2} d^2. \qquad (17)$$

Приведем численные оценки найденных величин для $d = 5 \cdot 10^{-6}$ см, $E_1 = 10^4$ В/см. С помощью (9) находим, что энергия возбуждения электрона из основного состояния с $l = 1$ в состояние с $l = 2$ составляет $\Delta\varepsilon_e = 110$ К. Расстояние между энергетическими уровнями в спектре дырки составляет

$\Delta\mathcal{E}_h = 40$ K (см. (14)). Для относительного движения электрона и дырки из (16) следует $\Delta\mathcal{E}_\rho = 4{,}2$ K. Энергия связи электрон-дырочной пары 37 K. Размер пары в основном состоянии (см. 17) $(\langle\rho^2\rangle)^{1/2} = 2\cdot10^{-6}$ см.

В области температур ниже 0,1 K при толщинах пленок $d < 10^{-6}$ см энергия связи пары значительно больше энергии ее теплового движения, а движение электронов и дырок, нормальное к границе, и их относительное движение в плоскости XY отвечают основному состоянию.

Образовавшийся бозе-газ электрон-дырочных пар при достаточно низких температурах может перейти в сверхтекучую фазу, в которой сверхток поверхностных электронов сопровождается равным ему и противоположно направленным сверхтоком дырок подложки. Поскольку пары совершают лишь двумерное движение вдоль поверхности подложки, переход в сверхтекучее состояние, как и в других двумерных системах, будет осуществляться по механизму Березинского—Костерлица—Таулесса, а температура перехода T_c должна удовлетворять известному соотношению:

$$T_c = \frac{\pi}{2}\frac{\hbar^2 n_s(T_c)}{M}. \qquad (18)$$

Здесь $n_s(T)$ — сверхтекучая плотность бозе-газа электрон-дырочных пар; $M = m_- + m_+$ — масса пары.

При оценке температуры сверхтекучего перехода по этой формуле для слабо неидеального бозе-газа электрон-дырочных пар величину n_s с хорошей степенью точности можно считать равной полной плотности пар n. В результате для $n = 10^{10}$см$^{-2}$ при массе пары M порядка массы свободного электрона получаем $T_c \approx 0{,}1$ K.

Обсуждая вопрос о переходе бозе-газа в сверхтекучее состояние, мы пренебрегали возможностью кристаллизации этого газа при достаточно низких температурах. Проблема кристаллизации вырожденного бозе-газа еще не решена в общем виде, и критерий кристаллизации может быть сформулирован лишь на уровне оценок.

Если пренебречь квантовыми эффектами и предположить, что плавление кристалла, образованного связанными электрон-дырочными парами, который естественно назвать дипольным кристаллом, происходит по механизму Костерлица—Таулесса (т.е. путем диссоциации в точке плавления дислокационных пар с антипараллельными векторами Бюргерса), то температура плавления T_m должна удовлетворять уравнению

$$T_m = \frac{b^2\mu(T_m)(\mu(T_m) + \lambda(T_m))}{4\pi(2\mu(T_m) + \lambda(T_m))}. \qquad (19)$$

Здесь μ, λ — коэффициенты Ламе дипольного кристалла; b — постоянная решетки этого кристалла. Для оценки температуры T_m пренебрегаем зависимостью коэффициентов Ламе от температуры и используем выражения для μ и λ при $T = 0$. Последние удобно записать через поперечную C_t и продольную C_l скорости звука. После подстановки в (19) соответствующих значений μ и λ, вычисленных в гармоническом приближении, температура плавления дипольного кристалла записывается в виде

$$T_m = \frac{e^2 n^{1/2}}{\pi 2^{3/2} 3^{1/4}}\left(\frac{C_t}{C_0}\right)^2\left(1 - \left(\frac{C_t}{C_l}\right)^2\right). \qquad (20)$$

Здесь $C_0^2 = e^2/\mu b$.

Значение скоростей C_t и C_l можно найти, используя сходство в поведении рассматриваемой электрон-дырочной системы и поверхностных электронов над пленкой гелия, покрывающей металлическую подложку. Воспользовавшись (1) и (2), найдем, что потенциал взаимодействия электрон-дырочных пар на расстояниях r, больших по сравнению с размером пары, имеет вид

$$U(r) = \frac{e^2 d^2}{r^3}\frac{8}{9}\eta,$$

где

$$\eta = \frac{\varepsilon_3^2 - 1{,}25\varepsilon_3 + 2{,}5}{\varepsilon_3^2 + \varepsilon_3}. \qquad (21)$$

С другой стороны, потенциал взаимодействия двух электронов над гелиевой пленкой, которая покрывает металлическую подложку,

$$V(r) = e^2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{(r^2 + (2d)^2)^{1/2}}\right) \approx \frac{2e^2d^2}{r^3}. \qquad (22)$$

Последнее выражение (22) справедливо для $r >> d$.

Таким образом, над металлической подложкой взаимодействие поверхностных электронов на далеких расстояниях является дипольным, так же как и взаимодействие электрон-дырочных пар. Одинаковые законы взаимодействия позволяют воспользоваться (с тривиальной перенормировкой) выражениями для C_t и C_l, полученными в [16] для вигнеровского кристалла, образованного поверхностными электронами на пленке, покрывающей металлическую подложку. В случае малой плотности ($nd^2 << 1$)

$$\frac{C_l}{C_0} = 3{,}54d(\pi n)^{1/2}, \quad \frac{C_t}{C_0} = 1{,}07d(\pi n)^{1/2}. \qquad (23)$$

Численные коэффициенты, записанные нами с точностью до второго знака включительно, получены в [16] при вычислении решеточных сумм. В результате получаем следующее выражение для температуры плавления рассматриваемой системы электрон-дырочных пар:

$$T_m = 6{,}19\cdot 10^{-2}\eta e^2 d^2 n^{3/2}. \qquad (24)$$

Очевидно, сверхтекучая электрон-дырочная фаза реализуется при $T_m < T_c$. Воспользовавшись выражением (17) для T_c и заменив в нем сверхтекучую плотность n_s на полную плотность n, а массу электрон-дырочной пары M на массу свободного электрона m, получаем

$$\frac{25a_B}{\eta n^{1/2}d^2} \geq 1, \qquad (25)$$

где $a_B = \hbar^2/(me^2)$.

Из (25) следует, что для $\varepsilon_3 \gg 1$ и $d = 10^{-6}$ см сверхтекучая фаза реализуется при плотностях $n < 2\cdot 10^{10}$ см$^{-2}$. Отметим, что величина критической плотности n_c, при превышении которой кристаллизация электрон-дырочных пар произойдет прежде, чем пары перейдут в сверхтекучее состояние, существенно зависит от толщины пленки ($n_c \sim d^{-4}$). Поэтому даже небольшое уменьшение толщины d приводит к значительному увеличению критической плотности n_c, а значит, и температуры сверхтекучего перехода T_c. Так, при концентрации пар $n = 10^{10}$ см$^{-2}$ из (18) имеем $T_c = 0{,}11$ K. При той же концентрации и толщине пленки $d = 10^{-6}$ см из (24) получаем $T_m = 0{,}10$ K, а при $d = 5\cdot 10^{-7}$ см температура $T_m = 0{,}025$ K. Отметим также, что выражение для температуры кристаллизации (24) дает оценку сверху. Ясно, что не учтенные нами квантовые и тепловые явления, приводящие к уменьшению коэффициентов Ламе, могут только снизить температуру кристаллизации и тем самым облегчить возможность наблюдения сверхтекучей электрон-дырочной фазы.

Из полученной оценки для температуры плавления (24) следует, что при любой конечной плотности электрон-дырочных пар n должна происходить их кристаллизация ($T_m \sim n^{3/2}$). Между тем при малых плотностях n неучтенные нами квантовые эффекты могут привести к весьма значительному уменьшению температуры кристаллизации вплоть до обращения в нуль.

Для оценки вклада квантовых эффектов следует сравнить среднюю кинетическую энергию пар с их средней энергией взаимодействия. По критерию плавления Линдемана [17,18], жидкая фаза реализуется при условии, что отношение средней кинетической энергии K к потенциальной U превосходит некоторую критическую величину γ и электрон-дырочные пары не должны кристаллизоваться вплоть до нулевой температуры, если $K > \gamma U$, т.е.

$$K = \frac{\hbar^2 n}{2M} > \gamma U = \gamma e^2 d^2 n^{3/2}\frac{8}{9}\eta. \qquad (26)$$

Сравнивая накладываемые на n условия (25) и (26), обнаруживаем, что они отличаются лишь численным множителем, не зависящим от параметров системы. Поэтому если обозначить через n_{c0} критическую плотность, ниже которой кристаллизация пар не происходит даже при $T = 0$, то отношение n_c к n_{c0} оказывается универсальной величиной:

$$\frac{n_c}{n_{c0}} = (58{,}7\gamma)^2. \qquad (27)$$

Соотношение между плотностью пар n и критическими плотностями n_{c0} и n_c определяет вид фазовой диаграммы системы. При $n < n_{c0}$ электрон-дырочные пары по мере снижения температуры непременно переходят в сверхтекучее состояние и сверхтекучая фаза сохраняется вплоть до $T = 0$. При $n_c > n > n_{c0}$ сверхтекучесть пар имеет место в интервале температур

$$T_c > T > T_m. \qquad (28)$$

Наконец, при $n > n_c$ сверхтекучесть электрон-дырочных пар не реализуется.

Оценки (26) и (27) носят лишь качественный характер, так как универсальность критерия плавления Линдемана и универсальность величины γ не доказаны.

Приведенные оценки показывают, что уменьшением плотности пар нетрудно добиться выполнения условия $T_m < T_c$. Необходимо, однако, иметь в виду, что при очень малых плотностях могут стать существенными эффекты локализации электрон-дырочных пар примесями или неровностями подложки, а также неровностями пленки в случае пленок водорода или неона. В общих чертах характер влияния случайного потенциала на фазовую диаграмму рассматриваемых систем состоит в следующем. При самых малых плотностях электрон-дырочных пар они конденсируются в областях локального минимума случайного потенциала. С ростом плотности пар размеры занимаемых

ими областей разрастаются и становятся существенными переходы между соседними локализованными состояниями. Дальнейшее увеличение плотности пар приводит к расходимости длины локализации и переходу системы из диэлектрической фазы в сверхтекучую.

Построение полной количественной теории влияния примесей и неровностей подложки на фазовую диаграмму является весьма сложной задачей, к которой мы надеемся вернуться в самое близкое время. Здесь же мы лишь кратко обсудим вопрос о локализации электрон-дырочных пар возле примесных центров или неровностей в пределе самых малых плотностей пар.

Предположим, что в твердой пленке, разделяющей электроны и подложку, имеется небольшое количество нейтральных примесей. Благодаря пространственному разделению электронов и дырок пары создают в окружающем пространстве электрическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{R})$. Это поле поляризует примесь, и энергия взаимодействия пары с некоторым примесным центром может быть записана в виде

$$U_{\text{imp}} = -\frac{\alpha}{2} E^2(\mathbf{R} - \mathbf{R}_{\text{imp}}), \qquad (29)$$

где α — диэлектрическая поляризуемость примеси. Потенциал U_{imp} создает в окрестности примеси потенциальную яму малой глубины. Ввиду двумерности задачи в яме сколь угодно малой глубины возникнет связанное состояние [15], т.е. пара будет локализоваться возле примесного центра. В случае, когда примесь расположена в середине пленки, длина локализации дается выражением

$$\lambda \propto d \exp\left\{\frac{\hbar^2}{2M}\frac{1}{\left|\int U_{\text{imp}}(R) R\, dR\right|}\right\} = d \exp\left\{\frac{a_B d^2}{4\alpha}\right\}. \qquad (30)$$

Отсюда следует, что если длина локализации λ меньше среднего расстояния между электрон-дырочными парами $n^{-1/2}$ и плотность примесей n_{imp} превосходит плотность пар n, то каждая пара локализуется возле какого-то из примесных центров. В результате система пар будет находиться в диэлектрическом, а не сверхтекучем состоянии. Таким образом, для существования сверхтекучей фазы имеется ограничение на плотность электрон-дырочных пар снизу: $n \gtrsim \lambda^{-2}$. Если плотность примесей очень мала ($n_{\text{imp}} \ll n$), то при $n < \lambda^{-2}$ возле каждого примесного центра может локализоваться больше одной пары, однако кулоновское отталкивание одноименных компонентов пар будет препятствовать накоплению возле примесей значительного количества пар. Поэтому следует ожидать, что при $n_{\text{imp}} \ll n$ сверхтекучие свойства системы сохранятся.

Приведем теперь оценку длины локализации, обусловленной неровностями подложки. При наличии на поверхности пленки неровности с характерными размерами a в плоскости структуры длина локализации λ будет порядка $a \exp\{\hbar^2/2ma^2|U_0|\}$, где $U_0 < 0$ порядка энергии взаимодействия пары с этой неровностью. Очевидно, при одновременном наличии как примесей, так и неровностей подложки плотность, ниже которой отсутствует сверхтекучая фаза, определяется меньшей из двух длин локализации.

Кратко обсудим возможные эксперименты по обнаружению эффектов, связанных со спариванием электронов и дырок. Одним из доказательств существования связанных электрон-дырочных пар было бы наблюдение поглощения, обусловленного межуровневыми переходами этих пар. Для таких состояний, являющихся осцилляторными, соответствующие частоты поглощения определяются выражением (16). Исследование этого поглощения может также позволить получить сведения о кинетических свойствах пар. Если с помощью градиента электрического поля возбудить плазменные колебания, то можно измерять в локальной области модуляции поглощения, обусловленные межуровневыми переходами. Вариации поглощения будут пропорциональны изменению плотности пар в данной локальной области. Таким образом, можно будет определять ширину линий плазменного резонанса и по ее величине измерять время релаксации τ, определяющее кинетические свойства пар при их движении вдоль поверхности раздела.

Закон дисперсии плазменных колебаний для дипольных систем рассматривался, в частности, в [19], а метод определения времени релаксации электронных систем по ширине линий плазменного резонанса использовался в работе [20]. При переходе в сверхтекучее состояние время τ для дипольной системы должно иметь особенность, поэтому такие эксперименты могут дать сведения о появлении сверхтекучести в системе электрон-дырочных пар.

Наконец, используя методики, аналогичные методикам, применяющимся для измерения проводимости ПЭ в случае, когда концентрация электронов в двумерном слое не равняется концентрации дырок, можно изучать увлечение пар свободными носителями в больших дрейфовых полях. Это, по-видимому, должно приводить к особенностям на вольт-амперных и плазменных характеристиках избыточных зарядов.

Настоящая работа частично финансирована грантом № U2D000 Международного научного фонда.

1. В. Б. Шикин, Ю. П. Монарха, *Двумерные заряженные системы в гелии*, Физматгиз, Москва (1989).
2. Ю. З. Ковдря, Ф. Ф. Менде, В. А. Николаенко, *ФНТ* **10**, 1129 (1984).
3. Ю. З. Ковдря, С. И. Шевченко, *Тез. докл. XV Пекаровского совещания по теории полупроводников*, Донецк (1992).
4. J. E. Golub, K. Kash, J. P. Harbison, and L. T. Florez, *Phys. Rev.* **B41**, 8564 (1990).
5. T. Fukuzawa, E. E. Mendez, and J. M. Hong, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3066 (1990).
6. U. Sivan, P. M. Solomon, and H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **68**,1196 (1992).
7. П. Г. Баранов, И. В. Машков, Н. Г. Романов, К. Гордон, Ф. Лаваллар, Р. Планель, Письма в *ЖЭТФ* **60**, 429 (1994).
8. С. И. Шевченко, *ФНТ* **2**, 505 (1976).
9. Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, *ЖЭТФ* **71**, 738 (1976).
10. S. I. Shevchenko, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3242 (1994).
11. G. Duggan and H. I. Ralph, *Phys. Rev.* **B35**, 4152 (1987).
12. S. V. Branis and K. K. Bajaj, *Phys. Rev.* **B45**, 6271 (1992).
13. V. E. H. Laheld, F. B. Pedersen, and P. C. Hemmer, *Phys. Rev.* **B48**, 4659 (1993).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
15. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
16. F. M. Peeters, *Phys. Rev.* **B30**, 159 (1984).
17. F. Lindeman, *Z. Phys.* **11**, 609 (1910).
18. P. M. Platzman and H. Fukuyama, *Phys. Rev.* **B10**, 3150 (1974).
19. Ю. П. Монарха, *ФНТ* **3**, 1459 (1977).
20. C. C. Grimes and G. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 145 (1976).

On possibility of superfluidity in the system of surface electrons paired with substrate holes

S. I. Shevchenko, S. V. Terentyev, and Yu. Z. Kovdrya

A new $2D$ system which consists of surface electrons on superfluid helium (also hydrogen or neon) film which are paired with the substrate holes is proposed. The case of low concentration when the size of the electron-hole pair is much smaller than the average distance between them is considered. The coupling energy and size of the electron-hole pair are obtained. The temperature of the superfluid transition T_c is estimated. The conditions when crystallization temperature T_m is smaller than T_c and crystallization is absent down to zero are determined. The question about localization of the pairs by impurities and irregularities of the substrate is considered. The density of impurities below which localization of the pairs does not essentially affect the phase state of the system is obtained. The experiments to detect the analyzed phenomena are proposed.