Физика низких температур, 1995, т. 21, № 8, с. 830–832 УДК 537.6

Магнитострикционные эффекты в ограниченных магнетиках при спиновой переориентации

Н. М. Лавриненко, Е. П. Стефановский

Донецкий физико-технический институт НАН Украины, Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72

Статья поступила в редакцию 6 марта 1995 г.

Показано, что в условиях спин-переориентационного фазового перехода в ряде случаев равновесное состояние ограниченных магнетиков является пространственно-неоднородным. Рассмотрены стрикционные эффекты, приводящие к спонтанной деформации цилиндрического изгиба тонкой плоскопараллельной пластины тетрагонального ферромагнетика.

Виявлено що в умовах спін-переорієнтаційного фазового переходу у ряді випадків рівноважний стан обмежених магнетиків є просторово-неоднорідним. Розглянуто стрикційні ефекти, які приводять до спонтанної деформації циліндричного згину тонкої плоскопаралельної пластини тетрагонального феромагнетика.

Как известно, при описании пространственно-неоднородных деформаций твердых тел необходимо учитывать зависимость плотности энергии w не только от тензора дисторсии $u_{\alpha\beta} = \partial u_\alpha / \partial x_\beta$, но и от производных более высокого порядка от вектора смещений $u_{\alpha,\beta\gamma} = \partial^2 u_\alpha / \partial x_\beta \partial x_\gamma$. Учет этих производных дает возможность описать такие эффекты, как дисперсию скорости звука [1,2] и деформацию тонкого пограничного слоя вблизи свободной поверхности [3,4]. В кристаллах определенной симметрии учет слагаемых, пропорциональных $u_{\alpha,\beta\gamma}$, приводит к неустойчивости пространственно-однородного состояния образцов конечных размеров, что проявляется, например, в спонтанной деформации кручения тонкого монокристаллического стержня или в деформации цилиндрического изгиба тонкой монокристаллической пластины [5].

В настоящей работе рассмотрен эффект иной природы, а именно, показано, что в ограниченных магнетиках в рамках обычного квадратичного гамильтониана без привлечения высших производных от вектора смещения может реализоваться пространственно-неоднородное основное состояние. Речь идет о том, что при определенных значениях параметров в тонкой ферромагнитной пластине начинают играть существенную роль эффекты неоднородной стрикции, сводящиеся к спонтанной деформации цилиндрического изгиба.

Проиллюстрируем это утверждение на примере тонкой плоскопараллельной пластины тетрагонального ферромагнетика. Нормаль к плоскости пластины n направлена вдоль декартовой оси z. Толщина пластины h намного больше межатомного расстояния (что позволяет использовать континуальный подход), но значительно меньше размеров пластины в двух других направлениях (декартовы оси x, y расположены в плоскости пластины). Свободную энергию тетрагонального ферромагнетика можно представить в виде [6]

$$W = \int_V dV\, w\,, \tag{1}$$

где V — объем пространства, занятого пластиной;

$$w = \frac{1}{2} bM_z^2 + \frac{1}{4}\beta M_z^4 - \frac{1}{2}\lambda_{11} M_z^2(u_{xx} + u_{yy}) - \frac{1}{2}\lambda_{31} M_z^2 u_{zz} + \lambda_{44} M_z(M_x u_{xz} + M_y u_{yz}) +$$

$$+ \frac{1}{2}\lambda_{66}(M_x^2 u_{xx} + M_y^2 u_{yy} + 2M_x M_y u_{xy}) + \frac{1}{2} C(u_{xx} + u_{yy})^2 + \frac{1}{2} C_{33} u_{zz}^2 +$$

$$+ C_{13} u_{zz}(u_{xx} + u_{yy}) + \frac{1}{2} C_{44}(u_{xz}^2 + u_{yz}^2) + \frac{1}{2} C_{66}[(u_{xx} - u_{yy})^2 + 4u_{xy}^2]\,. \tag{2}$$

Упругие граничные условия для свободного образца сводятся к

$$\sigma_{ik}\, n_k = 0 \tag{3}$$

© Н. М. Лавриненко, Е. П. Стефановский, 1995

(σ_{ik} — тензор упругих напряжений), а обычные граничные условия для вектора намагниченности **M** выполняются тождественно, как это будет следовать из дальнейшего рассмотрения.

Поскольку толщина пластины мала, из равенства (3) на двух сторонах пластины следует, что условия (3) выполняются во всем объеме образца.

Если при изменении температуры эффективная константа магнитной анизотропии ($b - \lambda_{44}^2 M_0^2 / C_{44}$) изменяет знак, то в легкоплоскостном ферромагнетике (**M** $\parallel 0x$) происходит ферроэластичный фазовый переход в состояние с отличной от нуля z-компонентой вектора намагниченности. Покажем, что в этом случае при определенных условиях система переходит в пространственно-неоднородное основное состояние.

Как известно [7], симметричная часть тензора дисторсии

$$u_{\alpha\beta} = 1/2(u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha})$$

определяет деформацию элемента объема, а антисимметричная часть

$$\omega_{\alpha\beta} = 1/2(u_{\alpha,\beta} - u_{\beta,\alpha}) = -\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\Phi_\gamma \ , \qquad (4)$$

$$\Phi_\gamma = (\mathrm{rot}\ \mathbf{u})_\gamma / 2 = -\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\omega_{\alpha\beta}/2$$

описывает поворот элемента объема. Здесь $\vec{\Phi}$ — аксиальный вектор, дуальный тензору $\omega_{\alpha\beta}$. В результате указанного фазового перехода элемент объема, жестко связанный с вектором намагниченности **M**, поворачивается на угол $\theta = \Phi_y = -\omega_{xz}$ вокруг оси y и на угол $\varphi = \Phi_x = \omega_{yz}$ вокруг оси x. Вектор намагниченности **M** при этом имеет компоненты

$$\begin{aligned} M_x &= M_0 \cos\theta \ , \\ M_y &= M_0 \sin\theta \sin\varphi \ , \\ M_z &= M_0 \sin\theta \cos\varphi \ . \end{aligned} \qquad (5)$$

Если ограничить рассмотрение слабонеоднородными деформациями, то достаточно положить, что углы θ и φ — медленно меняющиеся функции координат плоскости x и y. Тогда из условий (3) и определения (4) можно найти смещения

$$\begin{aligned} u_x &= -z(\theta + \nu \sin 2\theta \cos\varphi) \ , \\ u_y &= z(\varphi - \nu \sin^2\theta \sin 2\varphi) \ , \end{aligned} \qquad (6)$$

где параметр ν определен формулой

$$\nu = \lambda_{44} M_0^2 / 2C_{44} \ .$$

Зная u_x и u_y, мы можем найти все компоненты тензора деформации.

Поскольку θ и φ являются функциями только координат плоскости, рассматривая для простоты эффект, возникающий в плоскости (xz), получаем (интегрирование идет по поверхности S)

$$W = \int_S dx\, dy \times$$

$$\times \left[\frac{1}{2} b^* M_z^2 + \frac{1}{4}\beta^* M_z^4 + \lambda_{66}^* M_x^2 u_{xx} + \frac{1}{2} C_{11}^* u_{xx}^2 + \ldots\right], \qquad (7)$$

где

$$\begin{aligned} b^* &= h\left(b - \frac{\lambda_{44}^2 M_0^2}{C_{44}}\right) \ , \\ \beta^* &= h\left(\beta + \frac{2\lambda_{44}^2}{C_{44}} - \frac{\lambda_{31}^2}{2C_{33}}\right) \ , \\ \lambda_{66}^* &= h^2 \lambda_{66}/4 \ , \\ C_{11}^* &= \frac{h^3}{3}\left(C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}}\right) \ , \\ C_{11} &= C + C_{66} \ , \end{aligned} \qquad (8)$$

компонента тензора деформаций u_{xx} имеет вид

$$u_{xx} = -\frac{\partial\theta}{\partial x}(1 + 2\nu\cos 2\theta) \ . \qquad (9)$$

Мы будем интересоваться цилиндрическим изгибом тонкой пластины. В этом случае угол θ является функцией только координаты x. Согласно (7), пластину можно рассматривать теперь как не обладающую толщиной и исследовать равновесную форму геометрической поверхности. Предполагая, что угол θ и его производная (рассматриваем слабонеоднородные деформации) малы (это всегда можно сделать, не удаляясь далеко от точки фазового перехода), вычислим вариацию выражения (7). Поскольку внешние силы, действующие на пластину, отсутствуют, элементарный расчет дает искомое уравнение равновесия:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{b^* M_0^2}{C_{11}^*(1 + 2\nu)^2}\theta = a\theta \ . \qquad (10)$$

При $a < 0$ ($b^* < 0$) решение уравнения (10) имеет вид

$$\theta = \tau |a|^{-1/2} \sin x|a|^{1/2} \ , \ a < 0 \ , \qquad (11)$$

где

$$\tau = \frac{\lambda_{66}^* M_0^2}{C_{11}^*(1 + 2\nu)} \approx \frac{1}{h} \ . \qquad (12)$$

При этом устойчивость слабонеоднородной фазы определяется неравенством

$$C_{11}^* > 0 \ , \qquad (13)$$

а энергия системы отрицательна и равна

$$W = -\frac{1}{2}\frac{\lambda_{66}^{*2} M_0^4}{C_{11}^*} S < 0 \ . \qquad (14)$$

Это значит, что при достаточно больших значениях λ_{66}^*, обеспечивающих жесткую связь вектора намагниченности с элементом объема кристалла, система перейдет в слабонеоднородное состояние.

Энергия пространственно-однородного основного состояния $\theta = \text{const}$, как легко видеть, есть

$$\theta^2 = -\frac{b^*}{\beta^* M_0^2 - 2b^*/3} \ , \qquad W = -\frac{V}{4}\frac{b^{*2} M_0^2}{\beta^* M_0^2 - 2b^*/3} \ . \qquad (15)$$

Сравнение полученного выражения для W с (14) показывает, что существует интервал значений параметров системы, при котором пространственно-однородное состояние становится энергетически невыгодным и на первый план выходят эффекты неоднородной стрикции.

Рассмотренный выше эффект неоднородной стрикции обусловлен объемными взаимодействиями, т.е. взаимодействиями, присущими и безграничным образцам. Однако то, что величина изгиба пластины стремится к нулю при $h \to \infty$, означает, что речь идет об эффекте, специфичном для образца конечных размеров.

В заключение отметим, что в более общем случае (2), когда угол φ отличен от нуля и зависит только от координаты y, наряду с (10) имеет место уравнение

$$\partial^2 \varphi / \partial y^2 = 0 \ ,$$

откуда следует

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \tau_1 \ ,$$

где константа $\tau_1 = \tau C_{12}^*/C_{11}^*$, а

$$C_{12}^* = h^3 (C_{66} - C + C_{13}^2 C_{33}^{-1})/3$$

значительно меньше по величине, чем τ. Это свидетельствует о том, что внутриплоскостные упругие константы значительно затрудняют возникновение M_y и изгиб пластины вдоль оси x.

Авторы благодарны Ю. А. Димашко за полезные дискуссии и обсуждение результатов работы.

1. Л. И. Седов, *Механика сплошной среды*, Наука, Москва (1970).
2. W. T. Koiter, *Proc. Koninklijke Nederlandse Akademie van Wterschapter* B67, 17, 30 (1964).
3. R. A. Toupin, *Archive for Rational Machanism and Analisis* 17, 85 (1964).
4. R. A. Toupin and D.Gazis, *Proc. of the 1st Int. Congr. on Lattice Dynamics*, Copenhagen (1963).
5. В. Г. Барьяхтар, И. М. Витебский, Д. А. Яблонский, *ФТТ* 27, 1452 (1985).
6. С. В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).

Magnetostriction effects in restricted magnetic materials under spin reorientation

N. M. Lavrinenko and E. P. Stefanovsky

It is shown that in some cases the stable state proves to be a spatial nonhomogeneous one under spin-reorientation phase transition. Special attention is given to magnetostriction effect responsible for spontaneous bending deformation of a thin plane-parallel plate of a tetragonal ferromagnet.