Физика низких температур, 1995, т. 21, № 7, с. 738–747 УДК 538.945

Сверхпроводящая фаза сильно неидеальной электронной жидкости

М. В. Ваврух, Н. М. Ваврух

Институт физики конденсированных систем НАН Украины, Украина, 290011, г. Львов, ул. Свенцицкого, 1

Статья поступила в редакцию 11 октября 1994 г., после переработки 8 декабря 1994 г.

Предложено простое модельное описание сверхпроводящего состояния сильно коррелированной однородной электронной жидкости. Математический аппарат основан на методе (u, v)-преобразования и базисном учете корреляционных эффектов. Доказано, что существование сверхпроводящей фазы обусловлено эффектами запаздывания, что приводит к эффективному притяжению между электронами, импульсы которых близки к импульсу Ферми. Исследованы характеристики сверхпроводящей фазы как функции параметра неидеальности.

Запропоновано простий модельний опис надпровідного стану сильно корельованої однорідної електронної рідини. Математичний апарат грунтується на методі (u, v)-перетворення та базисному врахуванні кореляційних ефектів. Доведено, що існування надпровідної фази зумовлено ефектами запізнення, що приводить до ефективного притягання між електронами, імпульси яких близькі до імпульсу Фермі. Досліджено характеристики надпровідної фази як функції параметра неідеальності.

1. Введение

Развитие теории высокотемпературных сверхпроводников связано с исследованием моделей, в которых реализуются нефононные механизмы сверхпроводимости. В работе [1] предложен многоэлектронный подход к описанию сверхпроводящей фазы систем, в состав которых входит сильно неидеальная вырожденная подсистема электронов проводимости, обеспечивающая ведущую роль корреляционного механизма и высокую температуру перехода T_c. Как известно, в области сильной неидеальности однородная электронная жидкость нестабильна: ее сжимаемость отрицательна, а функция диэлектрической проницаемости имеет отрицательную ветвь в области малых значений волновых векторов. В работах [2,3] отмечено, что это может служить причиной перехода в сверхпроводящее состояние. При этом стабильность физической системы в целом обеспечивается наличием ионной подсистемы. Модель однородной электронной жидкости играет роль статистического базиса при описании систем, рассмотренных в [1]. В связи с этим исследование сверхпроводящей фазы (СФ) этой модели имеет первостепенное значение. С другой стороны, эта задача не лишена самостоятельного интереса, поскольку электронная жидкость принадлежит к фундаментальным моделям статистической физики.

В основе предлагаемого в настоящей работе модельного описания сверхпроводящего состояния сильно коррелированной электронной жидкости лежит предположение о том, что активную роль в явлении сверхпроводимости играет подсистема электронов, волновые векторы которых принадлежат небольшой области $\delta(\mathbf{k})$ в окрестности поверхности Ферми. Подсистема электронов с волновыми векторами $\mathbf{k} \notin \delta(\mathbf{k})$ рассматривается как нормальная (парамагнитная). Она играет роль среды, формирующей состояние активной подсистемы.

2. Модельное описание сверхпроводящей фазы электронной жидкости

В качестве исходного представления используем вторичное квантование на базисе плоских волн. Пусть $a_{\mathbf{k},s}$ — оператор рождения электрона в состоянии с волновым вектором $\mathbf{k}$ и спином s. С целью разделения полного числа электронов в системе на подсистемы введем вместо $a_{\mathbf{k},s}$ ферми-операторы $\gamma_{\mathbf{k},s}$ и $\beta_{\mathbf{k},s}$ по правилу

$$a_{\mathbf{k},s} = \begin{cases} \gamma_{\mathbf{k},s} & \text{при } \mathbf{k} \notin \delta(\mathbf{k}), \\ \beta_{\mathbf{k},s} & \text{при } \mathbf{k} \in \delta(\mathbf{k}). \end{cases} \qquad (1)$$

Для сверхпроводящей подсистемы используем каноническое (u, v)- преобразование [4]

$$\beta_{2s\mathbf{k},s} = u_{\mathbf{k}}\alpha_{\mathbf{k},\frac{1}{2}-s} + 2sv_{\mathbf{k}}\alpha^{+}_{\mathbf{k},\frac{1}{2}+s}, \qquad (2)$$

$$u_{\mathbf{k}}^2 + v_{\mathbf{k}}^2 = 1,$$

© М. В. Ваврух, Н. М. Ваврух, 1995

представляя гамильтониан в терминах $\gamma_{\mathbf{k},s}$ и $\alpha_{\mathbf{k},\sigma}$. При этом $[\gamma_{\mathbf{k}_1,s}, \alpha^+_{\mathbf{k}_2,\sigma}]_+ = 0$, так как $\mathbf{k}_1 \neq \mathbf{k}_2$.

Рассмотрим статистическую сумму модели в большом каноническом ансамбле

$$Z(\mu) = \mathrm{Tr}\left\{\exp\left[-\frac{1}{T}(\hat{H} - \mu\hat{N})\right]\right\}, \qquad (3)$$

где $\hat{H}$ — гамильтониан; $\hat{N}$ — оператор числа частиц; μ — химический потенциал; T — температура. С целью использования перенормированной теории возмущений введем вспомогательный гамильтониан свободных квазичастиц

$$\hat{h} = \sum_{\mathbf{k},\sigma} E_{\mathbf{k}} \alpha^+_{\mathbf{k},\sigma}\alpha_{\mathbf{k},\sigma}\,, \qquad (4)$$

в котором $E_{\mathbf{k}}$ — неизвестная функция, определяемая в дальнейшем ($\sigma = 0; 1$).

Выделим гамильтониан базисной системы, состоящей из γ-подсистемы взаимодействующих электронов и свободных квазичастиц:

$$\hat{H}_R = \hat{H}_0 + \hat{V}_{\gamma\gamma}\,, \qquad (5)$$

$$\hat{H}_0 = \sum_{\mathbf{k},s} (\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu)\gamma^+_{\mathbf{k},s}\gamma_{\mathbf{k},s} + \hat{h}\,,$$

$$\hat{V}_{\gamma\gamma} = (2V)^{-1} \times$$

$$\times \sum_{\mathbf{q}\neq 0} V_{\mathbf{q}} \sum_{\substack{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2\\ s_1,s_2}} \gamma^+_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q},s_1}\gamma^+_{\mathbf{k}_2+\mathbf{q},s_2}\gamma_{\mathbf{k}_2,s_2}\gamma_{\mathbf{k}_1,s_1}\,.$$

Здесь $V_{\mathbf{q}} = 4\pi e^2 q^{-2}$ — фурье-образ потенциала кулоновского взаимодействия; V — объем системы; $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2/2m$. Таким образом,

$$\hat{H} - \mu\hat{N} = \hat{H}_R + \hat{H}_{\beta\beta} + \hat{V}_{\gamma\beta}\,, \qquad (6)$$

$$\hat{H}_{\beta\beta} = \sum_{\mathbf{k},s} (\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu)\,\beta^+_{\mathbf{k},s}\beta_{\mathbf{k},s} - \hat{h} + (2V)^{-1}\sum_{\mathbf{q}\neq 0} V_{\mathbf{q}} \sum_{\substack{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2\\ s_1,s_2}} \beta^+_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q},s_1}\beta^+_{\mathbf{k}_2+\mathbf{q},s_2}\beta_{\mathbf{k}_2,s_2}\beta_{\mathbf{k}_1,s_1}\,, \qquad (7)$$

а $\hat{V}_{\gamma\beta}$ описывает взаимодействие двух подсистем:

$$\hat{V}_{\gamma\beta} = V^{-1} \times$$

$$\times \sum_{\mathbf{q}\neq 0} V_{\mathbf{q}} \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2\\ s_1,s_2}} \beta^+_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q},s_1}\gamma^+_{\mathbf{k}_2+\mathbf{q},s_2}\beta_{\mathbf{k}_2,s_2}\gamma_{\mathbf{k}_1,s_1} + \hat{\rho}^{\gamma\gamma}_{\mathbf{q}}\hat{\rho}^{\beta\beta}_{-\mathbf{q}} + \left[\hat{\rho}^{\beta\beta}_{\mathbf{q}} + \hat{\rho}^{\gamma\gamma}_{\mathbf{q}}\right]\left[\hat{\rho}^{\beta\gamma}_{-\mathbf{q}} + \hat{\rho}^{\gamma\beta}_{-\mathbf{q}}\right] + \frac{1}{2}\left[\hat{\rho}^{\beta\gamma}_{\mathbf{q}}\hat{\rho}^{\beta\gamma}_{-\mathbf{q}} + \hat{\rho}^{\gamma\beta}_{\mathbf{q}}\hat{\rho}^{\gamma\beta}_{-\mathbf{q}}\right] \right\}. \qquad (8)$$

Ради удобства записи здесь использованы компоненты оператора электронной плотности

$$\hat{\rho}^{\gamma\gamma}_{\mathbf{q}} = \sum_{\mathbf{k},s} \gamma^+_{\mathbf{k}+\mathbf{q},s}\gamma_{\mathbf{k},s}\,,$$

$$\hat{\rho}^{\gamma\beta}_{\mathbf{q}} = \sum_{\mathbf{k},s} \gamma^+_{\mathbf{k}+\mathbf{q},s}\beta_{\mathbf{k},s}\,, \ldots. \qquad (9)$$

В формулах (7)–(9) операторы $\beta_{\mathbf{k},s}$ служат лишь удобными обозначениями, а независимыми являются $\alpha_{\mathbf{k},\sigma}$, в силу соотношения (2).

В статистическом операторе перейдем к представлению взаимодействия на основе гамильтониана $\hat{H}_0$ [5]:

$$\exp\left\{-\frac{1}{T}\left[\hat{H} - \mu\hat{N}\right]\right\} = \exp\left(-\frac{1}{T}\hat{H}_0\right)\hat{S}\,, \qquad (10)$$

$$\hat{S} = P\exp\left\{-\int_0^{\frac{1}{T}} \left[\hat{V}_{\gamma\gamma}(\tau) + \hat{H}_{\beta\beta}(\tau) + \hat{V}_{\gamma\beta}(\tau)\right] d\tau\right\},$$

где P — оператор хронологического упорядочения. Обобщая технику работ [6,7], перейдем к частотному представлению, вводя линейные комбинации

$$c_{\mathbf{k}}(\nu^*) = \int_0^{\frac{1}{T}} \psi^*_{\nu^*}(\tau)c_{\mathbf{k}}(\tau)\,d\tau\,, \qquad (11)$$

где $c_{\mathbf{k}} = \gamma_{\mathbf{k},s}$ либо $\alpha_{\mathbf{k},\sigma}$; $\psi_{\nu^*}(\tau) = T^{1/2}\exp(i\nu^*\tau)$, а $\nu^* = (2l+1)\pi T$ — фермиевские мацубаровские частоты, ($l = 0; 1; 2; \ldots$) [5]. В новом представлении

$$\hat{S} = P\left\{\hat{S}_\gamma(\nu)\hat{S}_{\gamma\beta}(\nu)\right\}, \quad \hat{S}_\gamma(\nu) = \exp\left(-\hat{V}_{\gamma\gamma}(\nu)\right), \quad \hat{S}_{\gamma\beta}(\nu) = \exp\left\{-\hat{H}_{\beta\beta}(\nu) - \hat{V}_{\gamma\beta}(\nu)\right\}, \tag{12}$$

а операторы $\hat{V}_{\gamma\gamma}(\nu)$, $\hat{H}_{\beta\beta}(\nu)$ и $\hat{V}_{\gamma\beta}(\nu)$ имеют следующий вид:

$$\hat{V}_{\gamma\gamma}(\nu) = T(2V)^{-1}\sum_{\substack{\mathbf{q}\neq 0\\ \nu}} V_{\mathbf{q}} \sum_{\substack{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2\\ s_1,s_2}} \sum_{\nu_1^*,\nu_2^*} \gamma^+_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q},s_1}(\nu_1^*-\nu)\gamma^+_{\mathbf{k}_2+\mathbf{q},s_2}(\nu_2^*+\nu)\gamma_{\mathbf{k}_2,s_2}(\nu_2^*)\gamma_{\mathbf{k}_1,s_1}(\nu_1^*),$$

$$\hat{H}_{\beta\beta}(\nu) = \sum_{\mathbf{k};\nu^*}\left\{(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\mu)\sum_s \beta^+_{\mathbf{k},s}(\nu^*)\beta_{\mathbf{k},s}(\nu^*) - E_{\mathbf{k}}\sum_\sigma \alpha^+_{\mathbf{k},\sigma}(\nu^*)\alpha_{\mathbf{k},\sigma}(\nu^*)\right\} + \hat{V}_{\beta\beta}(\nu),$$

$$\beta_{2s\mathbf{k},s}(\nu^*) = u_{\mathbf{k}}\alpha_{\mathbf{k},\frac{1}{2}-s}(\nu^*) + 2sv_{\mathbf{k}}\alpha^+_{\mathbf{k},\frac{1}{2}+s}(-\nu^*),$$

$$\hat{V}_{\gamma\beta}(\nu) = TV^{-1}\sum_{\substack{\mathbf{q}\neq 0\\ \nu}} V_{\mathbf{q}}\left\{\hat{\rho}^{\beta\beta}_x\hat{\rho}^{\gamma\gamma}_{-x} + \left(\hat{\rho}^{\beta\beta}_x + \hat{\rho}^{\gamma\gamma}_x\right)\left(\hat{\rho}^{\beta\gamma}_{-x} + \hat{\rho}^{\gamma\beta}_{-x}\right) + \frac{1}{2}\left(\hat{\rho}^{\beta\gamma}_x + \hat{\rho}^{\gamma\beta}_x\right)\left(\hat{\rho}^{\beta\gamma}_{-x} + \hat{\rho}^{\gamma\beta}_{-x}\right)\right\}, \tag{13}$$

$$\hat{\rho}^{\beta\gamma}_x \equiv \hat{\rho}^{\beta\gamma}_{\mathbf{q},\nu} = \sum_{\mathbf{k},s;\nu^*}\beta^+_{\mathbf{k}+\mathbf{q},s}(\nu^*+\nu)\gamma_{\mathbf{k},s}(\nu^*), \ldots.$$

При этом $\nu = 2l\pi T$ — бозевские мацубаровские частоты ($l = 0; 1; \ldots$); $\hat{V}_{\beta\beta}(\nu)$ формально получается из $\hat{V}_{\gamma\gamma}(\nu)$ при замене всех $\gamma_{\mathbf{k},s}(\nu^*)$ на соответствующие $\beta_{\mathbf{k},s}(\nu^*)$.

3. Базисная система и теория возмущений

Используя модельную систему с гамильтонианом $\hat{H}_R$ в качестве базисной, представим $Z(\mu)$ в виде двух сомножителей

$$Z(\mu) = Z_R(\mu)\langle\hat{S}_{\gamma\beta}(\nu)\rangle_R. \tag{14}$$

Здесь

$$Z_R(\mu) = \mathrm{Tr}\left\{\exp\left[-\frac{1}{T}\hat{H}_R\right]\right\} =$$

$$= \mathrm{Tr}\left\{\exp\left[-\frac{1}{T}\hat{H}_0\right]P\hat{S}_\gamma(\nu)\right\} = \exp\left[-\frac{1}{T}\Omega_R(\mu)\right] \tag{15}$$

— статистическая сумма базисной системы; $\langle\hat{X}\rangle_R$ обозначает статистическое среднее оператора $\hat{X}$ по состояниям базисной системы. При этом

$$\Omega_R(\mu) = \Omega_\gamma(\mu) + \Omega_h(\mu) \tag{16}$$

— термодинамический потенциал базисной системы, в котором

$$\Omega_h(\mu) = -T\sum_{\mathbf{k},\sigma}\ln\left[1 + \exp\left(-\frac{1}{T}E_{\mathbf{k}}\right)\right] \tag{17}$$

— термодинамический потенциал квазичастиц; слагаемое $\Omega_\gamma(\mu)$ — аналогичная величина для парамагнитной γ-подсистемы. Как и другие термодинамические характеристики этой подсистемы, она может быть рассчитана методами, используемыми в теории электронной жидкости.

В соответствии с предположением о том, что область $\delta(\mathbf{k})$ составляет небольшую часть сферы Ферми, при расчете среднего

$$\langle\hat{S}_{\gamma\beta}(\nu)\rangle_R = Z_R^{-1}(\mu)\times$$

$$\times\,\mathrm{Tr}\left\{\exp\left[-\frac{1}{T}\hat{H}_0\right]P\hat{S}_\gamma(\nu)\hat{S}_{\gamma\beta}(\nu)\right\} =$$

$$= \langle P\hat{S}_\gamma(\nu)\rangle^{-1}_{H_0}\langle P\hat{S}_\gamma(\nu)\hat{S}_{\gamma\beta}(\nu)\rangle_{H_0} = \exp\left\{-\frac{1}{T}\Omega_{\gamma\beta}(\mu)\right\} \tag{18}$$

используем теорию возмущений, разлагая $\hat{S}_{\gamma\beta}(\nu)$ в степенной ряд и усредняя почленно. Представляя затем результат в экспонентной форме, имеем

$$\Omega_{\gamma\beta}(\mu) = -T\sum_{t\geq 1}(-1)^{-t}(t!)^{-1}\left\langle\left[\hat{H}_{\beta\beta}(\nu) + \hat{V}_{\gamma\beta}(\nu)\right]^t\right\rangle^c_R. \tag{19}$$

Здесь использованы следующие кумулянтные средние:

$$\langle\hat{X}\rangle^c_R = \langle P\hat{S}_\gamma(\nu)\rangle^{-1}_{H_0}\langle P\hat{S}_\gamma(\nu)\hat{X}\rangle_{H_0},$$
$$\langle\hat{X}^2\rangle^c_R = \langle P\hat{S}_\gamma(\nu)\rangle^{-1}_{H_0}\langle P\hat{S}_\gamma(\nu)\hat{X}^2\rangle_{H_0} - [\langle\hat{X}\rangle^c_R]^2, \ldots. \tag{20}$$

Средние, фигурирующие в (19), определяются корреляционными функциями базисной системы. Простейшие из них построены на операторах электронной плотности подсистем ($r \geq 2$):

$$\mu_r^{\gamma\cdots\gamma}(x_1, \ldots, x_r|\,\mu) = T\langle \hat{\rho}_{x_1}^{\gamma\gamma}\hat{\rho}_{x_2}^{\gamma\gamma}\ldots\hat{\rho}_{x_r}^{\gamma\gamma}\rangle_R^c\,,$$
$$\mu_r^{\beta\cdots\beta}(x_1, \ldots, x_r|\,\mu) = T\langle \hat{\rho}_{x_1}^{\beta\beta}\ldots\hat{\rho}_{x_r}^{\beta\beta}\rangle_R^c = T\langle P\,\{\hat{\rho}_{x_1}^{\beta\beta}\ldots\hat{\rho}_{x_r}^{\beta\beta}\}\rangle_{H_0}^c\,. \tag{21}$$

Корреляционные функции γ-подсистемы $\mu_r^{\gamma\cdots\gamma}(x_1, \ldots, x_r|\,\mu)$ близки к соответствующим функциям электронной жидкости в парамагнитной фазе [8]. Функции β-подсистемы по своей структуре близки к аналогичным функциям модели невзаимодействующих фермионов [6,9]. В конечном итоге расчет функций (21) сводится к нахождению средних от произведений операторов $\gamma_{\mathbf{k},s}(\nu^*)$ либо $\alpha_{\mathbf{k},\sigma}(\nu^*)$:

$$-\langle P\,\{\gamma_{\mathbf{k}_1,s_1}(\nu_1^*)\,\gamma^+_{\mathbf{k}_2,s_2}(\nu_2^*)\}\rangle_{H_0} = G^{\gamma}_{\mathbf{k}_1,s_1}(\nu_1^*)\,\delta_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2}\delta_{s_1,s_2}\delta_{\nu_1^*,\nu_2^*}\,,$$
$$-\langle P\,\{\alpha_{\mathbf{k}_1,\sigma_1}(\nu_1^*)\,\alpha^+_{\mathbf{k}_2,\sigma_2}(\nu_2^*)\}\rangle_{H_0} = G^{\alpha}_{\mathbf{k}_1,\sigma_1}(\nu_1^*)\,\delta_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2}\delta_{\sigma_1,\sigma_2}\delta_{\nu_1^*,\nu_2^*}\,, \tag{22}$$

где

$$G^{\gamma}_{\mathbf{k},s}(\nu^*) = \left\{i\nu^* - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \mu\right\}^{-1}\,,\quad G^{\alpha}_{\mathbf{k},\sigma}(\nu^*) = \left\{i\nu^* - E_{\mathbf{k}}\right\}^{-1} \tag{23}$$

— спектральные представления одночастичных функций Грина системы с гамильтонианом $\hat{H}_0$. В качестве примера приведем парную корреляционную функцию β-подсистемы:

$$\mu_2^{\beta\beta}(x, -x|\,\mu) =$$
$$= 2\sum_{\mathbf{k}}\left\{\left(1 - n^{\alpha}_{\mathbf{k}} - n^{\alpha}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\right)\left(u_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + v_{\mathbf{k}}u_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\right)\left[u_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(i\nu + E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})^{-1} + v_{\mathbf{k}}u_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(-i\nu + E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})^{-1}\right] +\right.$$
$$\left. + \left(n^{\alpha}_{\mathbf{k}} - n^{\alpha}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\right)\left(v_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - u_{\mathbf{k}}u_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\right)\left[u_{\mathbf{k}}u_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(i\nu + E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})^{-1} - v_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(-i\nu + E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})^{-1}\right]\right\}. \tag{24}$$

Здесь

$$n^{\alpha}_{\mathbf{k}} = T\sum_{\nu^*} G^{\alpha}_{\mathbf{k},\sigma}(\nu^*) = \left\{1 + \exp\left(\frac{1}{T}E_{\mathbf{k}}\right)\right\}^{-1}\,. \tag{25}$$

Функций (21) достаточно для того, чтобы учесть вклады оператора $\hat{H}_{\beta\beta}(\nu)$ и первого слагаемого оператора $\hat{V}_{\gamma\beta}(\nu)$. Учет других слагаемых требует корреляционных функций более сложного вида, построенных также на операторах $\hat{\rho}_x^{\gamma\beta}$, $\hat{\rho}_x^{\beta\gamma}$ и описывающих эффекты обмена между двумя подсистемами. Отметим важную особенность теории возмущений по степеням оператора $\hat{V}_{\gamma\beta}(\nu)$: диаграммы высшего порядка объединяются с диаграммами низшего, вследствие чего возникают нелокальное экранирование кулоновского взаимодействия и собственноэнергетические вклады для β-электронов. Например, вклад оператора взаимодействия β-электронов в первом порядке и вклад оператора $TV^{-1}\sum_x V_{\mathbf{q}}\hat{\rho}_x^{\gamma\gamma}\hat{\rho}_{-x}^{\beta\beta}$ во втором порядке теории возмущений в сумме приводят к следующему результату:

$$\Delta\Omega_1(\mu) = V^{-1}\sum_{\mathbf{k}_1\neq\mathbf{k}_2}\left\{\left(\tilde{u}_{\mathbf{k}_1}\tilde{u}_{\mathbf{k}_2} - \tilde{v}_{\mathbf{k}_1}\tilde{v}_{\mathbf{k}_2}\right)\left(v_{\mathbf{k}_1}v_{\mathbf{k}_2} - u_{\mathbf{k}_1}u_{\mathbf{k}_2}\right)V_+(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) - \left(u_{\mathbf{k}_1}u_{\mathbf{k}_2} + v_{\mathbf{k}_1}v_{\mathbf{k}_2}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\tilde{u}_{\mathbf{k}_1}\tilde{v}_{\mathbf{k}_2} + \tilde{v}_{\mathbf{k}_1}\tilde{u}_{\mathbf{k}_2}\right)V_-(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)\right\} - V^{-2}\sum_{\mathbf{q}}V_{\mathbf{q}}^2\sum_{\mathbf{k}}\left\{\left[\tilde{v}_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}}\left(1 - n^{\alpha}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\right) + \tilde{u}_{\mathbf{k}}u_{\mathbf{k}}n^{\alpha}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\right]\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) +\right.$$
$$\left. + \left[\tilde{v}_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}}n^{\alpha}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + \tilde{u}_{\mathbf{k}}u_{\mathbf{k}}\left(1 - n^{\alpha}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}\right)\right]\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})\right\}, \tag{26}$$

где

$$\tilde{u}_{\mathbf{k}} \equiv u_{\mathbf{k}} n^{\alpha}_{\mathbf{k}} , \quad \tilde{v}_{\mathbf{k}} \equiv v_{\mathbf{k}} (1 - n^{\alpha}_{\mathbf{k}}) ,$$

$$V_{\pm}(\mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2) \equiv V_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2} \times$$

$$\times \left\{ 1 - V^{-1} V_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2} \mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 | E_{\mathbf{k}_1} \pm E_{\mathbf{k}_2}) \right\} , \tag{27}$$

$$\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q} \,|E) \equiv \mu_2^{\gamma\gamma}(x, -x| \,\mu) \quad \text{при} \quad i\nu \to E .$$

4. Уравнения для коэффициентных функций

Термодинамический потенциал системы $\Omega(\mu) = -T \ln Z(\mu)$ является функционалом от $E_{\mathbf{k}}$, $v_{\mathbf{k}}$ и $u_{\mathbf{k}}$. При учете всех диаграмм теории возмущений он инвариантен относительно выбора этих функций (при $u_{\mathbf{k}}^2 + v_{\mathbf{k}}^2 = 1$):

$$\frac{\delta\Omega(\mu)}{\delta v_{\mathbf{k}}} = 0 , \quad \frac{\delta\Omega(\mu)}{\delta E_{\mathbf{k}}} = 0 . \tag{28}$$

Поскольку практически реализуется лишь приближенный учет диаграмм теории возмущений, уравнения (28) являются условиями экстремума для термодинамического потенциала, определяющими неизвестные функции $E_{\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{k}}$.

Даже с учетом диаграмм второго порядка теории возмущений относительно $\hat{V}_{\gamma\beta}(\nu)$, т.е. в приближении парных корреляционных функций базисной системы, условия (28) приводят к сложной системе существенно нелинейных интегральных уравнений, ядра которых построены на экранированных потенциалах $V_{\pm}(\mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2)$. Однако в области температур, низких по сравнению с T_c, когда $n^{\alpha}_{\mathbf{k}} << 1$, вклад слагаемого $V_{-}(\mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2)$ становится малым. Это позволяет упростить уравнения, заменяя $V_{-}(\mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2)$ на $V_{+}(\mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2)$. В этом приближении система уравнений приобретает традиционную форму:

$$u_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}} \equiv (2V)^{-1}(u_{\mathbf{k}}^2 - v_{\mathbf{k}}^2) \sum_{\mathbf{k}_1} u_{\mathbf{k}_1} v_{\mathbf{k}_1} (1 - 2n^{\alpha}_{\mathbf{k}_1}) Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) , \tag{29}$$

$$E_{\mathbf{k}} = (u_{\mathbf{k}}^2 - v_{\mathbf{k}}^2)\, \xi_{\mathbf{k}} + 2u_{\mathbf{k}} v_k V^{-1} \sum_{\mathbf{k}_1} u_{\mathbf{k}_1} v_{\mathbf{k}_1} (1 - 2n^{\alpha}_{\mathbf{k}_1}) Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) .$$

При этом

$$\xi_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu + (2V)^{-1} \sum_{\mathbf{q};\, s} n^{\gamma}_{\mathbf{k}+\mathbf{q},\, s} Q(\mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{q}) +$$

$$+ V^{-1} \sum_{\mathbf{k}_1} Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) \left[u_{\mathbf{k}_1} \tilde{u}_{\mathbf{k}_1} + v_{\mathbf{k}_1} \tilde{v}_{\mathbf{k}_1} \right] - (2V^2)^{-1} \sum_{\mathbf{q}} V_{\mathbf{q}}^2 \mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) + \ldots , \tag{30}$$

а в качестве ядра $Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ фигурирует экранированный потенциал, взятый с противоположным знаком, т.е. $Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1) = -V_{+}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$, определяемый запаздывающей корреляционной функцией $\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 | E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}_1})$ (в формуле (30) $n^{\gamma}_{\mathbf{k},\, s}$ — распределение электронов по импульсам в γ-подсистеме). Если k и k_1 близки к k_F, то $E_{\mathbf{k}}$, $E_{\mathbf{k}_1}$ — минимальны, вследствие чего эта функция близка к статическому пределу парной корреляционной функции модели электронной жидкости в парамагнитной фазе $\mu(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 | 0)$. Поскольку функция статической диэлектрической проницаемости имеет отрицательную ветвь при достаточно большом значении параметра неидеальности

$$r_s = a_0^{-1} \left(\frac{3V}{4\pi N} \right)^{1/3}$$

(a_0 — радиус Бора; N/V — плотность частиц), в окрестности сферы Ферми ядро $Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ принимает положительные значения. Если же k и k_1 значительно отличаются от k_F, то $Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1)$ становится отрицательным даже при больших r_s, так как $\mu(\mathbf{q}|E)$ является монотонно убывающей функцией $|E|$. Таким образом, эффекты запаздывания играют здесь определяющую роль, а критерием возникновения СФ (в пределе бесконечно малой области $\delta(\mathbf{k})$) служит условие

$$V^{-1}V_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}\mu(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2|E_{\mathbf{k}_1}+E_{\mathbf{k}_2})\geq 1$$

$$\text{при } k_1\approx k_2\approx k_F\,, \qquad (31)$$

где $\mu(\mathbf{q}|E)$ — запаздывающая парная корреляционная функция электронной жидкости в парамагнитной фазе.

Рассмотрим возможность существования нетривиальных решений системы (29)–(30), предполагая сферическую симметрию области $\delta(\mathbf{k})$:

$$k_F-\delta_1\leq k\leq k_F+\delta_2\,. \qquad (32)$$

Используем стандартную подстановку, вводя новые функции C_k, ξ_k:

$$v_{\mathbf{k}}^2=\frac{1}{2}\left\{1-\xi_k\left[C_k^2+\xi_k^2\right]^{-1/2}\right\},$$
$$E_{\mathbf{k}}=\left[C_k^2+\xi_k^2\right]^{1/2}. \qquad (33)$$

Функции C_k и ξ_k удовлетворяют системе одномерных существенно нелинейных интегральных уравнений:

$$C_k-\int_{k_F-\delta_1}^{k_F+\delta_2}k_1^2q(k,k_1|[C_k,\xi_k])C_{k_1}\Phi(C_{k_1},\xi_{k_1})\,dk_1=0\,,$$
$$\xi_k+\int_{k_F-\delta_1}^{k_F+\delta_2}k_1^2q(k,k_1|[C_k,\xi_k])\xi_{k_1}\Phi(C_{k_1},\xi_{k_1})\,dk_1=\widetilde{E}_k\,. \qquad (34)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\Phi(C_k,\xi_k)\equiv\left\{C_k^2+\xi_k^2\right\}^{-1/2}\operatorname{th}\left\{\frac{1}{2T}\left[C_k^2+\xi_k^2\right]^{1/2}\right\},$$

$$q(k,k_1|[C_k,\xi_k])=(8\pi^2)^{-1}\int_{-1}^{+1}Q(\mathbf{k},\mathbf{k}_1)\,dt\,, \qquad (35)$$

$$\widetilde{E}_k\equiv\varepsilon_{\mathbf{k}}-\mu+(2V)^{-1}\sum_{\mathbf{k}_1}Q(\mathbf{k},\mathbf{k}_1)\Big[1+\sum_s n^{\gamma}_{\mathbf{k}_1,s}\Big]-$$
$$-(2V^2)^{-1}\sum_{\mathbf{q}}V_{\mathbf{q}}^2\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E_{\mathbf{k}}+E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})+\ldots\,,$$

где t — косинус угла между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_1$. Ядро $q(k,k_1|[C_k,\xi_k])$ является функционалом от неизвестных C_k и ξ_k, однако общий характер его хорошо иллюстрирует ядро нулевого приближения $q_0(k,k_1)\equiv q(k,k_1|[C_k,\xi_k])$ при $C_k=0$, $\xi_k=\xi_k^{(p)}$,

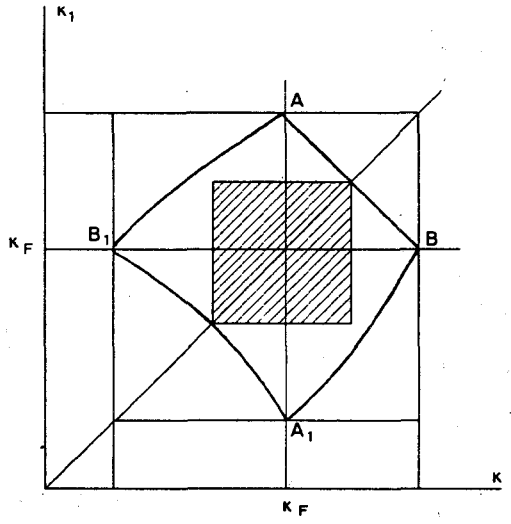

Рис. 1. Схематическое изображение кривой $q_0(k,k_1)=0$.

где $\xi_k^{(p)}$ соответствует функции ξ_k в нормальном (парамагнитном) состоянии. На рис. 1 схематически изображена кривая $q_0(k,k_1)=0$ при достаточно большом значении r_s (контур ABA_1B_1). Внутри контура $q_0(k,k_1)>0$, а вне его $q_0(k,k_1)<0$. Как видно из рисунка, нетривиальные решения первого из уравнений (29) возможны по крайней мере в заштрихованной области. Это уравнение гаммерштейнова типа. Существование и единственность его решений имеет место в силу положительности ядра, а также положительности и ограниченности функции $k^2C_k\Phi(C_k,\xi_k)$ [10].

Поскольку в СФ $C_k\neq 0$, второе из уравнений (29) допускает «линеаризацию», состоящую в замене

$$q(k,k_1|[C_k,\xi_k])\to q(k,k_1|[C_k,\xi_k^{(p)}])\,,$$
$$\Phi(C_k,\xi_k)\to\Phi(C_k,\xi_k^{(p)})\,. \qquad (36)$$

В этом приближении уравнение для ξ_k сводится к неоднородному интегральному уравнению Фредгольма второго рода с симметричным ядром:

$$y_k+\int_{k_F-\delta_1}^{k_F+\delta_2}K(k,k_1)y_{k_1}\,dk_1=\varphi_k\,, \qquad (37)$$

$$K(k,k_1)\equiv kk_1q(k,k_1|[C_k,\xi_k^{(p)}])\Phi^{1/2}(k)\Phi^{1/2}(k_1)\,,$$

$$y_k\equiv k\,\xi_k\Phi^{1/2}(k)\,,\quad \varphi_k\equiv k\widetilde{E}_k\Phi^{1/2}(k)\,,$$

а $\Phi(k)\equiv\Phi(C_k,\xi_k^{(p)})$. Как следует из теоремы Фредгольма [11], это уравнение обладает единственным нетривиальным решением, поскольку при

$K(k, k_1) \geq 0$ соответствующее однородное уравнение (при $\varphi_k = 0$) решения не имеет.

5. Свободная энергия сверхпроводящей фазы

Перейдем к переменным канонического ансамбля T, V, N и рассчитаем разность свободных энергий в сверхпроводящей и парамагнитной фазах, ограничиваясь условиями, в которых отклонение термодинамических функций от их значений в нормальном состоянии невелико. Представим термодинамический потенциал в виде суммы двух слагаемых

$$\Omega(\mu) = \Omega_p(\mu) + \Delta\Omega(\mu)\,, \qquad (38)$$

где $\Omega_p(\mu)$ — термодинамический потенциал модели в парамагнитном состоянии; $\Delta\Omega(\mu)$ обусловлено отклонением функций v_k и E_k от их «нормальных» значений $v_k^{(p)}$ и $E_k^{(p)}$. Химический потенциал СФ представим в виде: $\mu_s = \mu_p + \delta\mu$ (μ_p — химический потенциал в нормальном состоянии). Разлагая $\Omega(\mu)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $\mu = \mu_p$, из уравнения $N = -\frac{d}{d\mu}\Omega(\mu)$ находим, что

$$\delta\mu = -\left\{\frac{d^2}{d\mu_p^2}\Omega_p(\mu_p)\right\}^{-1}\frac{d}{d\mu_p}\Delta\Omega(\mu_p)\,. \qquad (39)$$

Разность свободных энергий сверхпроводящей $F_s = \Omega(\mu_s) + \mu_s N$ и нормальной $F_p = \Omega(\mu_p) + \mu_p N$ фаз представляется в виде

$$F_s - F_p = \Delta\Omega(\mu_p) + \frac{1}{2}(\delta\mu)^2\frac{d^2}{d\mu_p^2}\Omega_p(\mu_p) + \ldots\,. \qquad (40)$$

При больших значениях параметра неидеальности второе слагаемое (40) становится отрицательным, хотя является малым по абсолютной величине. В связи с этим достаточным условием существования СФ служит неравенство

$$F_s - F_p \leq \Delta\Omega(\mu_p) \simeq -\frac{1}{2}\sum_{\delta(k)}\left(1 - 2n_k^a\right) \times$$

$$\times\left[C_k^2 + \xi_k^2\right]^{-1/2}\left\{\left[C_k^2 + \xi_k^2\right]^{1/2} - |\xi_k|\right\}^2. \qquad (41)$$

Фигурирующие здесь функции C_k и ξ_k определяются решениями уравнений (29) при $\mu = \mu_p$.

6. Оценки и численные расчеты

Подход, используемый нами для описания активной подсистемы электронов, близок к подходу теории БКШ [12]. Это сходство можно использовать для получения аналитического решения для C_k и оценок характеристик модели. С целью упрощения задачи рассмотрим случай абсолютного нуля температуры, заменяя $q(k, k_1 | [C_k, \xi_k])$ в первом из уравнений (29) модельным ядром, получающимся при усреднении $q_0(k, k_1)$ по области $\delta(\mathbf{k})$:

$$q_0(\delta) = \delta^{-2}\int_{k_F-\delta_1}^{k_F+\delta_2}\int q_0(k_1, k_2)\,dk_1\,dk_2\,, \qquad (42)$$

где $\delta = \delta_1 + \delta_2$. Параметры δ_1 и δ_2 не будем считать независимыми, а определим условием

$$\xi^{(p)}_{k_F+\delta_2} = -\xi^{(p)}_{k_F-\delta_1} = \Delta\,. \qquad (43)$$

В этом приближении получаем модельное решение

$$C_k = C_0 = 2\Delta\left\{\exp(\rho^{-1}) - \exp(-\rho^{-1})\right\}^{-1} \qquad (44)$$

для $k \in \delta(\mathbf{k})$, в котором роль константы связи играет

$$\rho \equiv \rho(\delta) = q_0(\delta)N_F = q_0(\delta)\frac{k_F^2}{2\pi^2}\left\{\frac{d\xi_k^{(p)}}{dk}\right\}^{-1}\Bigg|_{k=k_F}. \qquad (45)$$

Для разности энергий фаз имеем

$$\Delta E = E_s - E_p = -2VN_F\Delta^2\left\{\exp(2\rho^{-1}) - 1\right\}^{-1}. \qquad (46)$$

Разлагая $\xi_k^{(p)}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $k = k_F$, в линейном приближении находим

$$\delta = 2\Delta\frac{d\xi_k^{(p)}}{dk}\quad\text{при}\quad k = k_F. \qquad (47)$$

Как видно из рис. 2, ΔE как функция параметра δ имеет минимум при $\delta^* \equiv \delta^*(r_s)$, что служит доказательством устойчивости СФ модели электронной жидкости.

Модельное решение (44) использовано нами в качестве нулевого приближения при численном решении уравнений (29) методом итераций. Для $\mu^{\gamma\gamma}(q|E)$ использовано приближение локального поля

$$\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E) = \mu_0^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E)\left\{1 + V^{-1}V_{\mathbf{q}}\mu_0^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E)[1 - G(\mathbf{q})]\right\}^{-1}, \tag{48}$$

где $G(q)$ — поправка на локальное поле в статическом приближении, а запаздывающая парная корреляционная функция идеальной γ-подсистемы в пределе бесконечно малой области $\delta(\mathbf{k})$ (что соответствует «линеаризованной» теории) имеет следующий вид :

$$\mu_0^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E) = 3N(2\varepsilon_F)^{-1}\mu_0(q|E),$$

при $q \le 2$

$$2\mu_0(q|E) = 1 + \frac{E}{q} - 2\frac{E}{q}\ln\left[1 + \frac{q}{E}\left(1 - \frac{q}{2}\right)\right] + \frac{1}{q}\left[1 - \frac{q^2}{4} - E\left(1 + \frac{E}{q^2}\right)\right]\ln\left[\frac{E + q(1 + q/2}{E + q(1 - q/2)}\right]; \tag{49}$$

при $q > 2$

$$2\mu_0(q|E) = 1 + 2\frac{E}{q^2} + \frac{1}{q}\left[1 - \frac{1}{4}q^2 - E\left(1 + \frac{E}{q^2}\right)\right]\ln\left[\frac{E + q(1 + q/2}{E + q(q/2 - 1)}\right]. \tag{50}$$

Здесь $q \equiv |\mathbf{q}|k_F^{-1}$; $\varepsilon_F = \hbar^2 k_F^2/2m$. В пределе $E \to 0$ функция $\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E)$ совпадает со статическим пределом спектрального представления парной корреляционной функции «плотность – плотность», а

$$\varepsilon(\mathbf{q}|E) = \left\{1 - V^{-1}V_{\mathbf{q}}\mu^{\gamma\gamma}(\mathbf{q}|E)\right\}^{-1} \tag{51}$$

— со статической функцией диэлектрической проницаемости модели электронной жидкости. С целью упрощения расчетов использован только один вариационный параметр $\delta = \delta_1 + \delta_2$, определяемый из условия минимума $\Delta E = E_s - E_p$ при заданном r_s . Приближенный учет асимметрии формы C_k относительно точки $k = k_F$ выполнен на основе «золотого сечения» отрезка δ, при котором $\delta_1 = \frac{1}{2}\{\sqrt{5} - 1\}\delta$; $\delta_2 = \frac{1}{2}\{3 - \sqrt{5}\}\delta$. На рис. 3 представлены полученные решения C_k в случае абсолютного нуля температуры при нескольких значениях параметра неидеальности. Рисунок 4 иллюстрирует зависимость функции C_k от температуры (при $r_s = 10$) при фиксированном δ. Как видно из этого рисунка, при возрастании температуры C_k уменьшается равномерно во всей области $\delta(\mathbf{k})$, обращаясь в нуль при всех $\mathbf{k} \in \delta(\mathbf{k})$ при критической температуре T_c . Поэтому по-

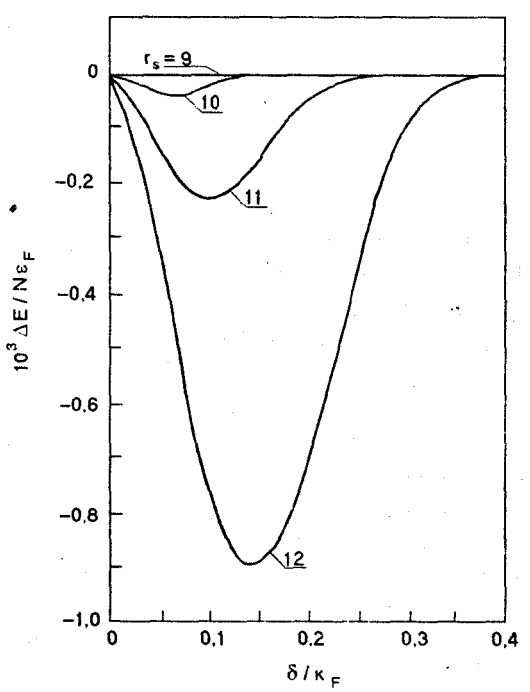

Рис. 2. $\Delta E = E_s - E_p$ как функция параметра δ.

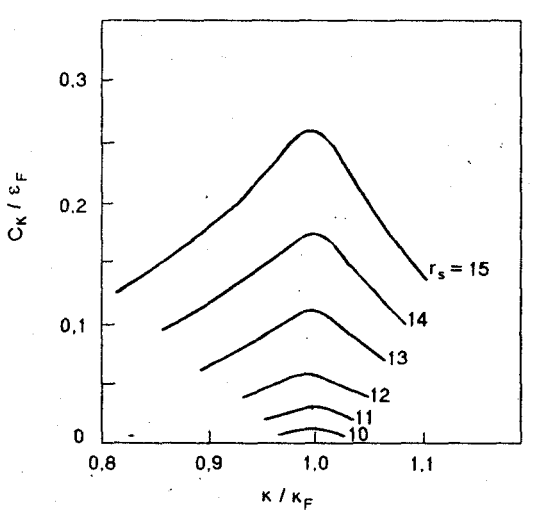

Рис. 3. Численное решение уравнения (34) при $T = 0$ в области $10 \le r_s \le 15$.

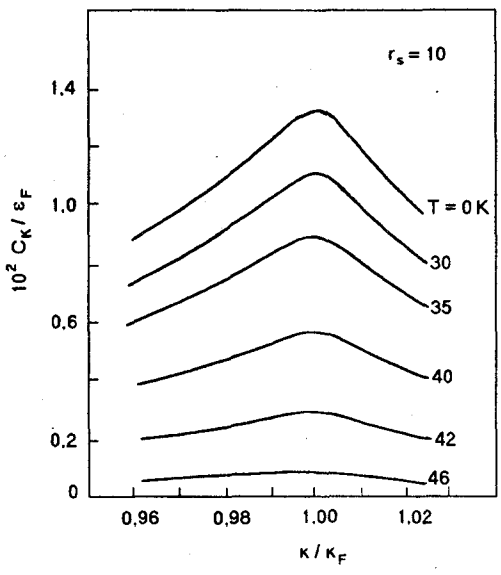

Рис. 4. Численное решение уравнения (34) при отличных от нуля температурах в случае $r_s = 10$.

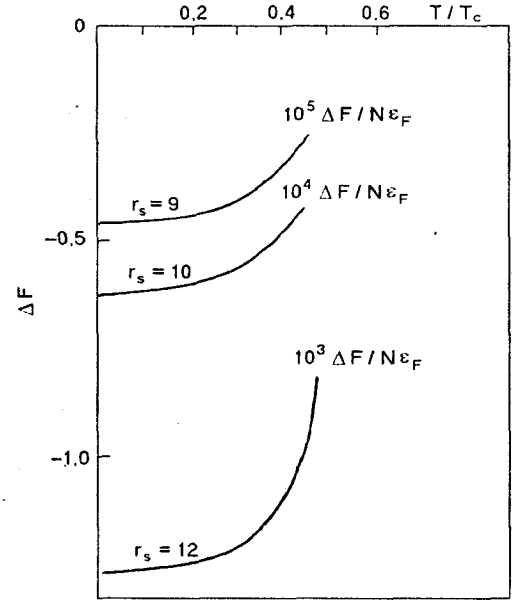

Рис. 5. Температурная зависимость разности свободных энергий фаз ΔF при $r_s = 9, 10, 12$.

следняя определяется, в полной аналогии с теорией БКШ, трансцендентным уравнением

$$\int_{k_F-\delta_1}^{k_F+\delta_2} k^2 q(k_F, k|[\xi_k^{(p)}])\,|\xi_k^{(p)}|^{-1}\,\mathrm{th}\left\{\frac{1}{2T_c}|\xi_k^{(p)}|\right\} = 1\,. \qquad (52)$$

Зависимость T_c от параметра неидеальности представлена в таблице.

Таблица

Температура сверхпроводящего перехода T_c как функция параметра неидеальности r_s

r_s	8	9	10	11	12	13	14	15
T_c, K	2,4	24,8	69,1	158,4	258,0	391,0	505,0	660,0

Разность свободных энергий $\Delta F = F_s - F_p$ в расчете на один электрон в системе в единицах ε_F при нескольких значениях r_s как функция переменной T/T_c представлена на рис. 5.

7. Заключение

Общеизвестно, что в очень широкой области параметра неидеальности ($r_s \lesssim 80$ [13]) в нормальном состоянии модели электронной жидкости реализуется парамагнитная фаза. Как показывают наши расчеты, в области сильной неидеальности ($r_s \gtrsim 6{,}5$ ...) энергетически выгодна СФ. Существование и особенности этой фазы обусловлены наличием сильных корреляций, вследствие чего эффективное взаимодействие электронов, импульсы которых принадлежат области вблизи поверхности Ферми, становится отрицательным. Это чисто корреляционный эффект, который невозможно учесть в обычном самосогласованном приближении.

Используемый нами вариант базисного подхода позволяет трактовать электронную жидкость как двухкомпонентную систему. Произведя достаточно строгий учет корреляций в нормальной компоненте, мы получили для сверхпроводящей компоненты при температурах, низких по сравнению с температурой фазового перехода T_c, физическую картину, соответствующую модели БКШ [12]. Расчет характеристик в области $0 \le T \le T_c$ будет представлен в отдельной работе. Особенность СФ модели электронной жидкости — сильная зависимость ее характеристик, в частности температуры сверхпроводящего перехода T_c, от значения параметра неидеальности r_s. Определяющую роль в формировании СФ играют эффекты запаздывания, приводящие к критерию (31). Отметим также некоторую ограниченность используемого здесь варианта базисного подхода, приспособленного для условий, в которых $\delta(\mathrm{k})$ составляет небольшую часть сферы Ферми. В этих условиях базисный подход дает простое и надежное доказательство существования СФ, что является основной целью данной работы. При очень больших значениях r_s разделение системы на две компоненты теряет

четкий смысл, а базисный подход становится неэффективным из-за необходимости суммирования рядов диаграмм теории возмущений для оператора $\hat{S}_{\gamma\beta}$. В таких условиях реализуется физическая картина, соответствующая однокомпонентной модели Боголюбова [14].

Модель электронной жидкости играет роль базисной системы при описании неоднородных систем в нормальном состоянии. На этом базируются различные варианты функционала электронной плотности (см. например, [15]). В частности, в работах [16,17] предложен способ получения функционала электронной плотности для свободной энергии, построенного с учетом многочастичных корреляционных функций базисной системы. Обобщая эту методику, можно построить аналогичный функционал для более реалистических моделей неоднородных электронных систем в СФ, что представляет интерес для многочастичной теории высокотемпературных сверхпроводников с преобладающим корреляционным механизмом.

Эта работа поддержана Государственным фондом фундаментальных исследований Государственного комитета Украины по вопросами науки и технологий.

1. И. Р. Юхновский, М. В. Ваврух, *ФНТ* **13**, 1225 (1987).
2. Ю. А. Успенский, *ЖЭТФ* **76**, 1620 (1979).
3. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, *УФН* **152**, вып. 4, 575 (1987).
4. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, *Новый метод в теории сверхпроводимости*, Изд-во АН СССР, Москва (1958).
5. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, Е. И. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
6. М. В. Ваврух, *УФЖ* **36**, 150 (1991).
7. M. Vavrukh and T. Krokhmalskii, *Phys. Status Solidi*, **B168**, 519 (1991).
8. М. В. Ваврух, *ТМФ* **50**, 438 (1982).
9. М. В. Ваврух, Т. Е. Крохмальский, *УФЖ* **32**, 621 (1987).
10. Ф. Трикоми, *Интегральные уравнения*, Изд-во иностр. лит., Москва (1960).
11. М. Л. Краснов, А. Н. Киселев, Г. Н. Макаренко, *Интегральные уравнения*, Наука, Москва (1976).
12. J. Bardeen, L. Cooper, J. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
13. D. M. Ceperley, B. J. Alder, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 566 (1980).
14. М. В. Ваврух, Н. М. Ваврух, *Докл. АН УССР*, сер. А, № 3, 62 (1990).
15. *Теория неоднородности электронного газа*, С. Лундквист, Н. Марч (ред.), Мир, Москва (1987).
16. M. Vavrukh and O. Baran, *Preprint IPCM-92-14-E*, Lviv (1992).
17. М. В. Ваврух, Н. М. Ваврух, *Препринт ІФКС-93-ЗУ*, Львів (1993).

The superconducting phase of highly non-ideal electron liquid

M. V. Vavrukh and N. M. Vavrukh

A simple model-based description of the superconducting state of a highly non-ideal homogeneous electron liquid is proposed. The mathematics of the work is based on (u, v)-transformation [1] and basic account of the correlation effects. It is proved that the existence of the superconducting phase is due to the retardation effects which results in effective attraction of electrons whose moments are close to the Fermi moment. The charateristics of the superconducting phase as a function of the non-ideality parameter have been studied.