

А. А. Мартынюк, Н. В. Никитина

О КАЧЕСТВЕННОМ АНАЛИЗЕ ОДНОЙ МОДЕЛИ
ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail:center@inmech.kiev.ua*

Abstract. A construction of domain of attraction is considered as applied to problems on the transport machines. At that, the equations in variations are used.

Key words: domain of attraction, transport machine, equations in variations.

Введение.

Наличие области притяжения нулевого решения уравнений возмущенного движения гарантирует затухание возмущений с течением времени. Уравнение в вариациях определяет поле, в котором движется изображающая точка динамической системы. Решение этой задачи численным методом позволяет определить область притяжения, более близкую к действительной (в рамках рассматриваемой модели). Заметим, что графическая реализация построения области притяжения с помощью функции Ляпунова также осуществляется численно.

В работе рассмотрена модель, приведенная в [1], в которой имеет место нелинейная теория увода Г.Б.Пацейки [7]. Эта модель обсуждалась во многих работах (см. [1] и библиографию там). Вторая модель заднего хода автопоезда с двухосным прицепом приведена в [3]. Именно на этих простых моделях рассмотрено применение уравнений в вариациях для получения информации о существовании и «геометрии» области притяжения в моделях транспортных машин.

1. Постановка задачи.

Рассмотрим динамическую систему второго порядка (плоское движение машины, кинематическая схема автопоезда с двухосным прицепом), которая представлена двумя дифференциальными нелинейными уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = F(x), \quad x(t) \in R^2, \quad (1)$$

где $F(x)$ – гладкая функция, определенная на некотором подмножестве $D \subset R^2$. Введем в рассмотрение малое отклонение δx_i ($i = 1, 2$) в окрестности частных решений $\bar{x}_i(t)$ уравнений (1) $\delta x_i = x_i(t) - \bar{x}_i(t)$ ($i = 1, 2$). Примем δx_i в качестве новых координат. Для линейной системы $d\delta x / dt = A(\bar{x})\delta x$, $\delta x \in R^2$, где $A(\bar{x}) = \partial F / \partial x |_{x=\bar{x}}$, которая называется *системой уравнений в вариациях*, составим характеристическое уравнение $f(\lambda, \bar{x}) = 0$ матрицы $A(\bar{x})$. Характеристическое уравнение определяет поле характеристических показателей (ХП) на плоскости x_1, x_2 изображающей точки системы (1). Уравнения в вариациях известны в теории качественного анализа [8]. Примеры приложений этого подхода были связаны с проблемой бифуркаций (см. [4 – 6]). Поле определяет также окрестность положения равновесия системы (1) и может быть построено для любой области пребывания изображающей точки. Оно меняется с изменением параметров системы и может изменяться в соответствии с элементами управления системой. Для анализа решений системы в вариациях применяют критерий Гурвица или функции Ляпунова.

Заметим, что под областью притяжения нулевого решения подразумевается множество $D(x_1, x_2) \in R^2$, т.е.

$$D(x_1, x_2) : \lim_{t \rightarrow +\infty} x_1(t, x_{10}, x_{20}) = 0; \lim_{t \rightarrow +\infty} x_2(t, x_{10}, x_{20}) = 0, \quad (2)$$

где $x_1(t, x_{10}, x_{20}), x_2(t, x_{10}, x_{20})$ – решение системы (1).

2. Нелинейная модель теории увода.

Воспользуемся плоской моделью машины, которая характеризуется переменными ω, u [1]. Конфигурация машины описывается координатами x, y центра масс и курсовым углом \mathcal{G} при заданном угле θ поворота передней оси корпуса машины. Схема модели приведена на рис. 1. В проекциях на оси системы координат, неизменно связанными с корпусом, скорость центра масс $v_c = iv + ju$, уравнения движения имеют вид

$$m(dv/dt - \omega u) = F - Y_1 \sin \theta, m(du/dt + \omega v) = Y_1 \cos \theta + Y_2, Id\omega/dt = aY_1 \cos \theta - bY_2, \quad (3)$$

где $\omega = d\mathcal{G}/dt$ – угловая скорость поворота относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс; u – скорость поперечного перемещения центра масс машины. Здесь центр масс C находится на продольной оси машины; a, b – расстояния центра масс до передней и задней осей машины; m – масса; F – продольная сила, которая определяется вращательным моментом двигателя; I – момент инерции машины относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс; силы Y_1, Y_2 сопротивления уводу колесных осей являются известными функциями углов увода: $Y_i = Y_i(\delta_i)(i = 1, 2)$. Наиболее простым представлением является кубическая аппроксимация боковых реакций

$$Y_1 = k_1\delta_1 - k_1'\delta_1^3; Y_2 = k_2\delta_2 - k_2'\delta_2^3. \quad (4)$$

Коэффициенты аппроксимации удовлетворяют условиям $k_1a - k_2b \leq 0$, $k_1'a - k_2'b > 0$. Эти условия связаны с сохранением устойчивости прямолинейного движения машины.

Принято согласно [1], что двухстепенная модель машины (ω, u) при сверхкритических скоростях движется по некоторым круговым траекториям. Принято также, что поперечные скорости центров колес значительно меньше продольных: $|u + a\omega| \ll v$, $|u - b\omega| \ll v$ ($v = \text{const}$). Поэтому имеем

$$\delta_1 = \theta - \frac{u + a\omega}{v}; \delta_2 = \frac{-u + b\omega}{v}. \quad (5)$$

Введем обозначения $X = \omega, Y = u$. Рассмотрим стационарное движение машины ($v = \text{const}$). Подставляя выражение (5) в (4), из уравнений системы (3) при $\theta = 0$ получим уравнения возмущенного движения:

$$\begin{aligned} dX/dt &= a_{11}X + a_{12}Y + K_{111}^1X^3 + 3K_{112}^1X^2Y + 3K_{122}^1XY^2 + K_{222}^1Y^3; \\ dY/dt &= a_{21}X + a_{22}Y + K_{111}^2X^3 + 3K_{112}^2X^2Y + 3K_{122}^2XY^2 + K_{222}^2Y^3 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left(a_{11} = -\frac{k_1a^2 + k_2b^2}{Iv}; a_{12} = -\frac{k_1a - k_2b}{Iv}; a_{21} = -v - \frac{k_1a - k_2b}{mv}; a_{22} = -\frac{k_1 + k_2}{mv}; \right.$$

$$K_{111}^1 = \frac{k_1'a^4 + k_2'b^4}{Iv^3}; K_{112}^1 = \frac{k_1'a^3 - k_2'b^3}{Iv^3}; K_{122}^1 = \frac{k_1'a^2 + k_2'b^2}{Iv^3}; K_{222}^1 = \frac{k_1'a - k_2'b}{Iv^3};$$

$$\left. K_{111}^2 = \frac{k_1'a^3 - k_2'b^3}{mv^3}; K_{112}^2 = \frac{k_1'a^2 + k_2'b^2}{mv^3}; K_{122}^2 = \frac{k_1'a - k_2'b}{mv^3}; K_{222}^2 = \frac{k_1' + k_2'}{mv^3} \right).$$

Уравнениям возмущенного движения (6) соответствует следующая система уравнений в вариациях:

$$d\delta X / dt = A_1(\bar{X}, \bar{Y})\delta X + B_1(\bar{X}, \bar{Y})\delta Y, d\delta Y / dt = A_2(\bar{X}, \bar{Y})\delta Y + B_2(\bar{X}, \bar{Y})\delta X, \quad (7)$$

где

$$A_1(\bar{X}, \bar{Y}) = a_{11} + 3K_{111}^1 \bar{X}^2 + 3K_{122}^1 \bar{Y}^2 + 6K_{112}^1 \bar{X}\bar{Y};$$

$$A_2(\bar{X}, \bar{Y}) = a_{22} + 3K_{222}^2 \bar{Y}^2 + 3K_{112}^2 \bar{X}^2 + 6K_{122}^2 \bar{X}\bar{Y};$$

$$B_1(\bar{X}, \bar{Y}) = a_{12} + 3K_{222}^1 \bar{Y}^2 + 3K_{112}^1 \bar{X}^2 + 6K_{122}^1 \bar{X}\bar{Y};$$

$$B_2(\bar{X}, \bar{Y}) = a_{21} + 3K_{111}^2 \bar{X}^2 + 3K_{122}^2 \bar{Y}^2 + 6K_{112}^2 \bar{X}\bar{Y}.$$

Характеристическое уравнение системы в вариациях (7) имеет вид

$$\lambda^2 - \lambda(A_1(\bar{X}, \bar{Y}) + A_2(\bar{X}, \bar{Y})) + (A_1(\bar{X}, \bar{Y})A_2(\bar{X}, \bar{Y}) - B_1(\bar{X}, \bar{Y})B_2(\bar{X}, \bar{Y})) = 0. \quad (8)$$

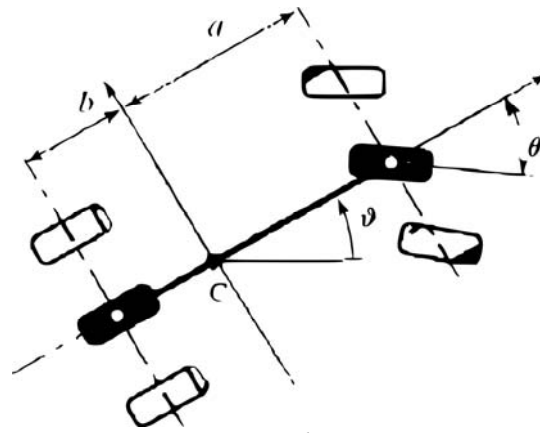


Рис. 1

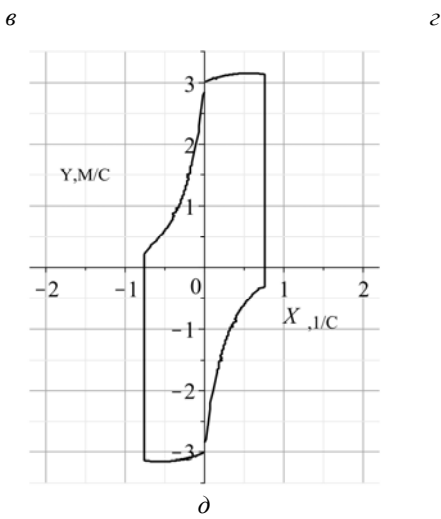
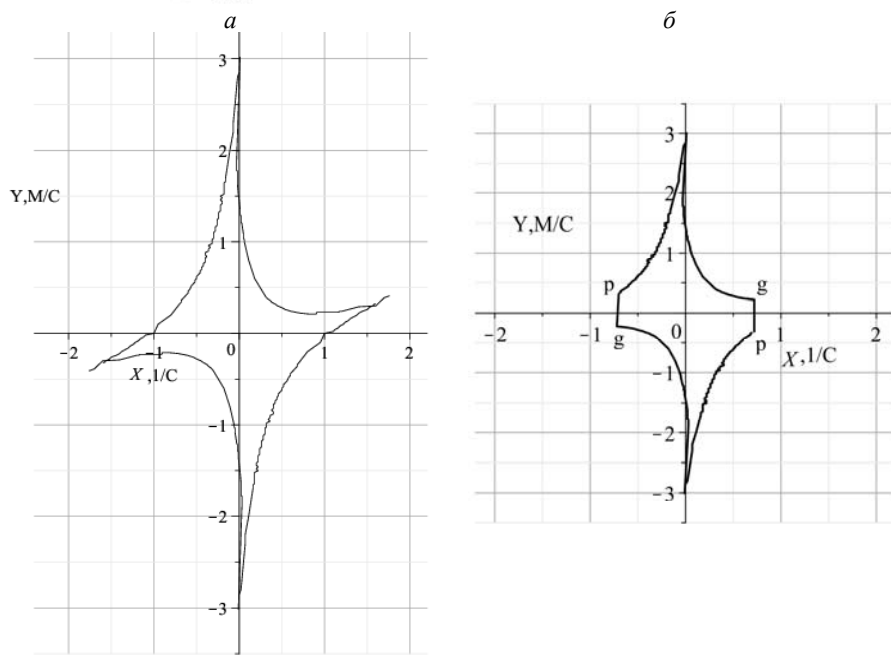
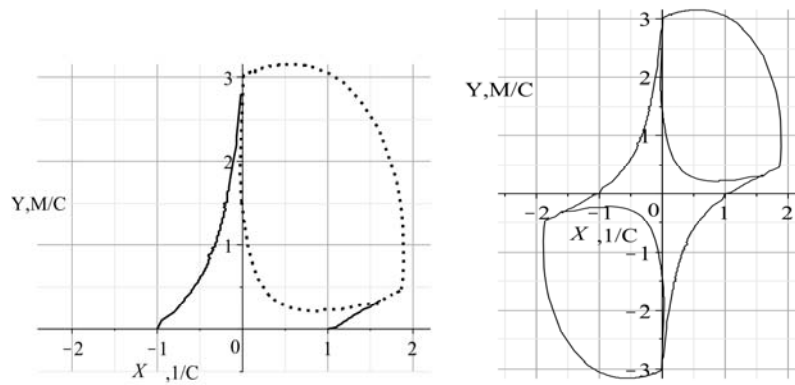
Далее принимаем следующие значения параметров [1]: $k_1 = 57300 \text{ н}$; $k_2 = k_1$; $k_1' = 837500 \text{ н}$; $k_2' = k_1'$; $m = 2527 \text{ кг}$; $J = 6550 \text{ кг/м}^2$; $a = 1,37 \text{ м}$; $b = 1,86 \text{ м}$; $V = 20 \text{ м/с}$. Точка $O(0,0)$ имеет ХП $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$ (ХП определяется из формулы (8) при $X = 0$, $Y = 0$).

На рис. 2 приведена область в окрестности нуля, в которой ХП имеют отрицательную действительную часть. Приведенная на рис. 2, а часть поля в окрестности нуля при $Y \geq 0$, в которой имеют место устойчивые узловые ХП и комплексно-сопряженные с действительной отрицательной частью. Поле, заключенное точечной границей, содержит ХП с периодической составляющей (ХП комплексно-сопряженные с отрицательной действительной частью). Покажем, что это поле ХП в окрестности нуля обладает кососимметрией. Приведем условие кососимметрии поля двухмерной системы вида (1) [2]

$$F_1(-X, Y) = -F_1(X, -Y); F_2(-X, Y) = -F_2(X, -Y). \quad (9)$$

Вторая часть поля достраивается в силу условий кососимметрии (9) (рис. 2, б). Приведенное поле (рис. 2, б) не является областью притяжения системы (6). Но это поле содержит область притяжения.

Выделим область ХП с устойчивыми узловыми точками (рис. 2, в). Предположим, что система (6) содержит, кроме особой точки $O(0,0)$, другие особые точки. Они не позволяют принять области (рис. 2, б, 2, в) в виде областей притяжения. Численно (с помощью уравнений (6)) определим границу притягивающей области (рис. 2, з). Начальные возмущения на границе справа gp и слева pg порождают траектории, стремящиеся к нулю. Назовем область (рис. 2, з) достаточной областью притяжения.



Следующий этап построения области притяжения состоит во включении комплексно-сопряженных точек с отрицательной действительной частью, которые расширят достаточную область притяжения. Суммарная область притяжения имеет вид (рис. 2, д). Она построена на основе уравнений в вариациях (7). Решения системы (6), имеющие начало в области (рис. 2, д), удовлетворяют условию (2). В зависимости от шага сетки можно с определенной степенью точности представить область притяжения к нулю либо оценить эту область.

3. Математическая модель автопоезда с двухосным прицепом [3].

Рассмотрим кинематическую схему автопоезда с двухосным прицепом [3], которая представлена двумя дифференциальными нелинейными уравнениями относительно угла поворота передней оси прицепа и угла поворота дышла прицепа. С учетом указанных в [3] допущений кинематическая модель поведения внутренних координат (угла поворота дышла в сцепном устройстве и угла поворота передней оси прицепа без рассмотрения внешних степеней подвижности) представлена системой двух уравнений:

$$dx_1 / dt = F_1(x_1, x_2, x_3) \quad \text{и} \quad dx_2 / dt = F_2(x_1, x_2, x_3), \quad (10)$$

где $F_1 = -a_1 \sin x_1 \cos x_2 \cos x_3 - a_2 \sin x_1 \sin x_2 \sin x_3 + a_3 \sin x_2 \cos x_3 - a_4 \cos x_2 \sin x_3$,

$F_2 = -a_3 \sin x_2 \cos x_3 + a_4 \cos x_2 \sin x_3 - a_5 \sin x_3$.

Здесь $x_1 = \varphi_{HH}$ (рис. 3 [3]) – угол «дышло-прицеп» передней оси прицепа;

$x_2 = \varphi_H$ – угол «тягач – дышло» в сцепном устройстве;

$x_3 = \varphi_L$ – угол «тягач – колесо» в передней оси тягача.

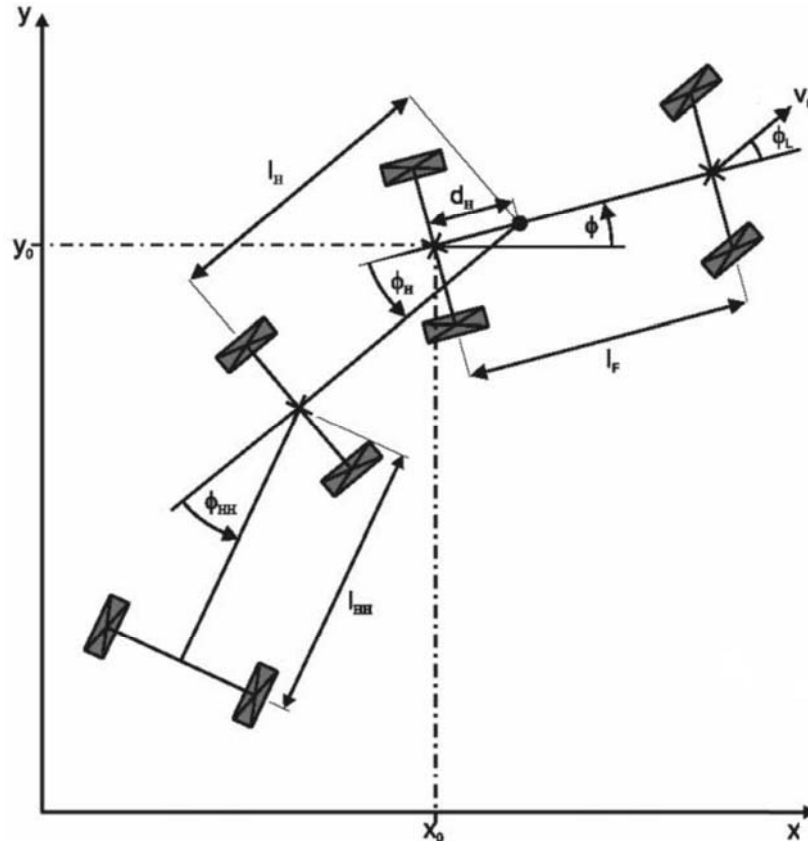


Рис. 3

Параметры модели: $a_1 = V_0 \frac{1}{l_{HH}}$, $a_2 = V_0 \frac{d_H}{l_F l_{HH}}$, $a_3 = V_0 \frac{1}{l_H}$, $a_4 = V_0 \frac{d_H}{l_F l_H}$, $a_5 = V_0 \frac{1}{l_F}$, где V_0 , м/с – скорость движения передней оси тягача; l_{HH} , м – расстояние между осями прицепа; d_H , м – смещение сцепного устройства вдоль оси тягача; l_H , м – длина дышла прицепа.

Поставим задачу качественного анализа областей притяжения и установление изменений положений особых притягивающих точек в связи с изменением угла поворота передней оси прицепа.

В работе [3] данная задача представлена в качестве нелинейной системы второго порядка. Приведем некоторые положения из работы [3], которые будут необходимы при изложении и обсуждении результатов данной работы.

1. Из постановки задачи [3]. «Задача системы регулирования – путем воздействия на систему рулевого управления тягача на основе информации с датчиков об углах передних осей тягача и прицепа, а также об угле в сцепном устройстве, исключить потерю управляемости автопоезда (задача стабилизации)».

2. «Недостатком данного метода, как и ЛОС (линеаризация обратной связи) по выходу, состоит в том, что асимптотическую устойчивость замкнутой системы удается получить в окрестности положения равновесия, размеры которого заранее не известны» (из выводов статьи [3]).

4. О неустойчивости заднего хода автопоезда.

Рассмотрим случай управления передним колесом тягача: $x_3 = 0$; тогда кинематические уравнения (10) упрощаются

$$dx_1 / dt = -a_1 \sin x_1 \cos x_2 + a_3 \sin x_2, dx_2 / dt = -a_3 \sin x_2. \quad (11)$$

В системе (11) при $V_0 < 0$ точка $(0, 0)$ – особая точка (неустойчивый узел). Система в вариациях, соответствующая системе (11), примет вид

$$d\delta x_1 / dt = -a_1 (\cos \bar{x}_1 \cos \bar{x}_2 \delta x_1 - \sin \bar{x}_1 \sin \bar{x}_2 \delta x_2) - a_3 \cos \bar{x}_2 \delta x_2, \\ d\delta x_2 / dt = -a_3 \cos \bar{x}_2 \delta x_2. \quad (12)$$

Характеристическое уравнение системы в вариациях (12) запишется так:

$$\lambda^2 + \lambda(a_1 \cos \bar{x}_1 \cos \bar{x}_2 + a_3 \cos \bar{x}_2) + a_1 a_3 \cos \bar{x}_1 \cos^2 \bar{x}_2 = 0. \quad (13)$$

В некоторой области, которая определяет значительную по размерам окрестность особой точки $(0, 0)$, корни характеристического уравнения (13) $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$. Построим поверхность в системе координат x_1, x_2, S . На двумерное пространство наложена сетка и в точках пересечения сетки определены точные значения ХП поля, по которому движется изображающая точка, соответствующая механической системе (автопоезду). Выпуклый характер поверхности связан со знаком величины $S = \lambda_1 + \lambda_2 > 0$ (рис. 4, а); на рис. 4, б приведено сечение поверхности при $x_1 = 0$ и следующих значениях параметров:

$$(V_0, l_F, l_{HH}, d_H, l_H) = (-1; 0,375; 0,26; 0,06; 0,18). \quad (14)$$

При $V_0 > 0$ (остальные параметры соответствуют (14)) корни характеристического уравнения отрицательны и образуют вогнутую поверхность, что соответствует ходу автопоезда вперед (знаки характеристических показателей – $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$).

Таким образом, рассматриваемый объект при движении задним ходом имеет область неустойчивости в окрестности нуля.

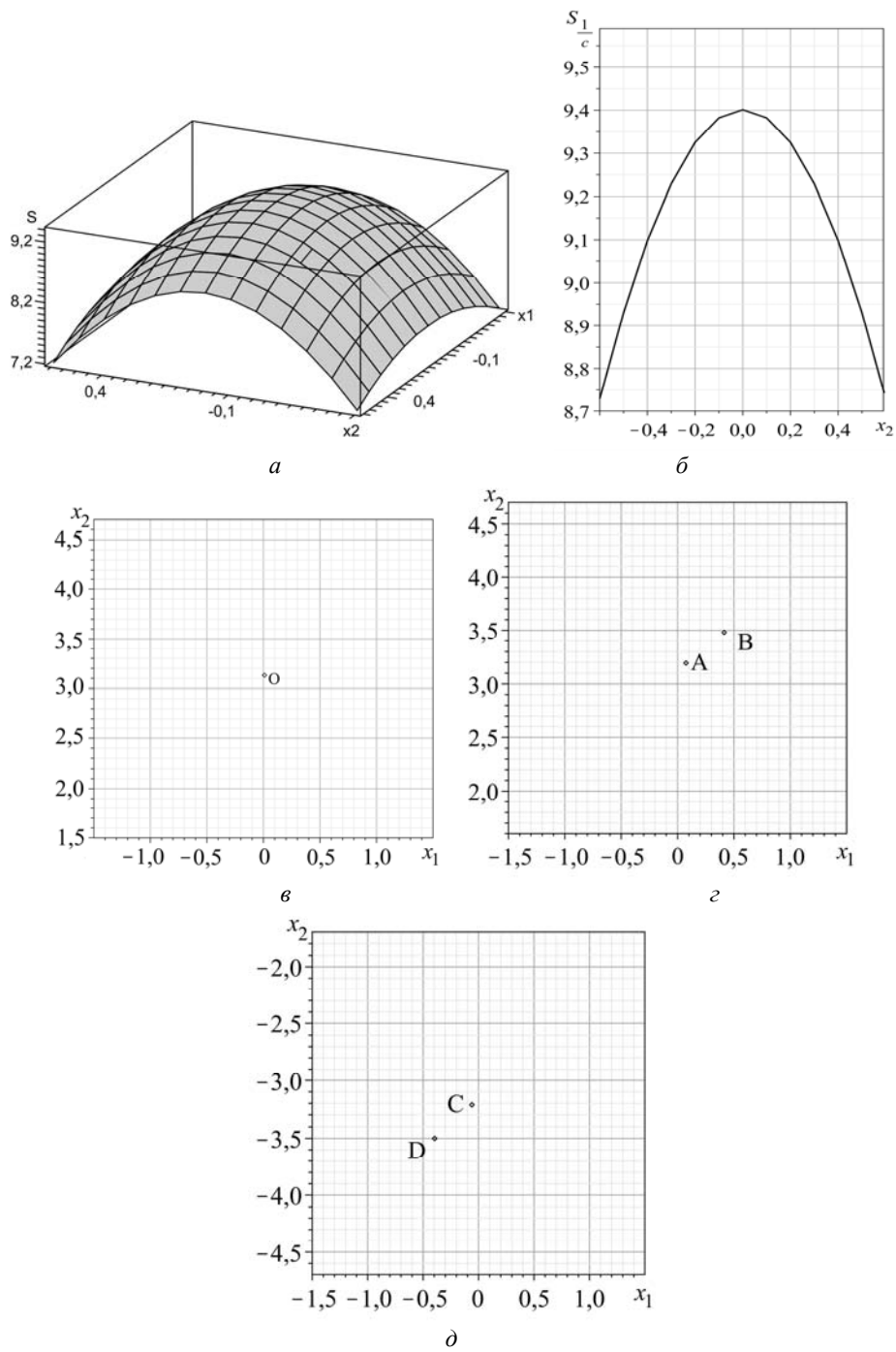


Рис. 4

Ближайшая устойчивая особая точка O имеет координаты $(x_1=0, x_2=\pi)$ и ХП $\lambda_1 = -3,846$; $\lambda_2 = -5,555$. Построим область притяжения к этой устойчивой точке: рис. 4, в $(-1,5 \leq x_1 \leq 1,5; 1,5 \leq x_2 \leq 4,7)$. Точка O совпадает с особой точкой O_1 ,

которая имеет координаты $(x_1 = 0, x_2 = -\pi)$. На рис. 3 поворот прицепа по часовой стрелке на угол $x_2 = \pi$ порождает особую точку O ; поворот прицепа против часовой стрелки на угол $x_2 = -\pi$ порождает особую точку O_1 .

Нижняя граница этой области является разделяющей (сепаратрисой) между притягивающей областью и неустойчивой областью в окрестности нуля. Справа и слева от этой области находятся седловые точки, снизу и сверху – неустойчивые узловые. Здесь и далее применяется сетка с размером $0,1 \times 0,1$.

5. Поиск области стабилизирующей задний ход автопоезда на плоскости x_1, x_2 при $x_3 \neq 0$.

Рассмотрим систему в вариациях, которая соответствует системе (11):

$$\begin{aligned} d\delta x_1 / dt &= -a_1(\cos \bar{x}_1 \cos \bar{x}_2 \delta x_1 - \sin \bar{x}_1 \sin \bar{x}_2 \delta x_2) \cos x_3 - \\ &- a_2(\cos \bar{x}_1 \sin \bar{x}_2 \delta x_1 + \sin \bar{x}_1 \cos \bar{x}_2 \delta x_2) \sin x_3 + a_3 \cos \bar{x}_2 \delta x_2 \cos x_3; \\ d\delta x_2 / dt &= -a_3 \cos \bar{x}_2 \delta x_2 \cos x_3 - a_4 \sin \bar{x}_2 \delta x_2 \sin x_3 \end{aligned} \quad (15)$$

и характеристическое уравнение системы (15)

$$\begin{aligned} \lambda^2 + \lambda(a_1 \cos \bar{x}_1 \cos \bar{x}_2 \cos x_3 + a_2 \cos \bar{x}_1 \sin \bar{x}_2 \sin x_3 + a_3 \cos \bar{x}_2 \cos x_3 + a_4 \sin \bar{x}_2 \sin x_3) + \\ + (a_1 \cos \bar{x}_1 \cos \bar{x}_2 \cos x_3 + a_2 \cos \bar{x}_1 \sin \bar{x}_2 \sin x_3) * (a_3 \cos \bar{x}_2 \cos x_3 + a_4 \sin \bar{x}_2 \sin x_3) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Исследование уравнения (16) показало, что на плоскости x_1, x_2 имеют место области, в которых корни характеристического уравнения $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$. Примем угол поворота передней оси тягача $x_3 = \pm x_{30}$. Особые точки при $x_3 \neq 0$ находятся из уравнений $F_1(x_1, x_2, x_3) = 0$, $F_2(x_1, x_2, x_3) = 0$. Устойчивые особые точки $A(0,07; 3,206)$, $C(-0,076; -3,206)$ возникают при $x_{30} = \pm 0,1$ (рис. 4, з, д).

Устойчивая особая точка $B(0,402; 3,493)$ имеет ХП $\lambda_1 = -3,010$; $\lambda_2 = -4,724$ при $x_{30} = 0,5$. Точка $D(-0,402; -3,493)$ соответствует $x_{30} = -0,5$ (рис. 4, з, д). ХП любой точки находится при помощи характеристического уравнения (16), значений координат точки \bar{x}_1 , \bar{x}_2 и угла поворота передней оси тягача x_{30} .

На рис. 4, з приведена область притяжения к особым устойчивым точкам A , B ($-1,5 \leq x_1 \leq 1,5$; $1,7 \leq x_2 \leq 4,7$). На рис. 4, д приведена область притяжения к особым устойчивым точкам C , D_1 ($-1,5 \leq x_1 \leq 1,5$; $-4,7 \leq x_2 \leq -1,7$). Как видно из рис. 4, з, д, координаты особых точек изменяются в зависимости от x_{30} . При размере сетки $0,1 \times 0,1$ величина и области не изменяются.

Изображающая точка, попадая в окрестность особой притягивающей точки, стабилизируется в области притяжения и в самой точке. Попадание в притягивающую окрестность связано с законом управления из [3]. Недостающую информацию о границе области притяжения представлено в данной работе при помощи уравнений в вариациях. Приведены особые устойчивые точки и построены области притяжения к ним. Эта процедура связана с топологией пространства, которое порождено исходной системой.

Таким образом, качественные результаты при построении областей притяжения в задаче движения автопоезда задним ходом следующие. Особая притягивающая точка $O(x_1 = 0, x_2 = \pi)$ совпадает с особой точкой $O_1(x_1 = 0, x_2 = -\pi)$ и образует область притяжения, которая не находится в нуле (рис. 4, в). При $x_3 = \pm x_{30}$ происходит смещение особых точек вправо и влево относительно оси прицепа (рис. 4, з, д). Это

порождает маятниковый эффект при движении прицепа. Управление этим движением может привести к стабилизации.

Управление заднего хода автопоезда не является проблемой данного анализа. Здесь рассмотрен процесс построения областей притяжения, влияние величины и знака x_{30} на расположение особых точек. Именно области притяжения и расположение особых притягивающих точек влияют на поворот прицепа автопоезда (по ходу часовой стрелки либо против ее хода).

Заключение.

Модели из [1, 3] являются весьма простыми двумерными задачами. Области притяжения, построенные с помощью функций Ляпунова, несут достаточный характер и требуют привлечения численной реализации. Возможность строить область притяжения с помощью лишь численного подхода связана, как показано выше, с уравнениями в вариациях. Поле точек с устойчивыми ХП для модели, которая представлена системой (7), не является областью притяжения. В этом случае точки, связанные с нулем, влияют на притяжение к нулю. Особые точки системы уравнений играют значительную роль. Здесь все особые точки (в первой задаче) не определены. Поэтому не все устойчивые точки входят в область притяжения, а лишь те, которые удовлетворяют условию (2). Достаточная область состоит из узловых притягивающихся к нулю точек. Предложено расширение достаточной области притяжения в силу поля ХП с комплексной составляющей и отрицательной действительной частью, что увеличивает область притяжения на конечную величину (рис. 2, д).

В работе приведен пример построения поля, в котором существует изображающая точка, моделирующая кинематику системы (10). Поле строится с помощью уравнений в вариациях. Показана зависимость параметров области притяжения от управления, входившего в уравнения в вариациях. Область притяжения сдвинута относительно нуля (рис. 4, в, г, д). Согласно этой модели поле притяжения образуется узловыми точками.

Новый результат состоит в приложении уравнений в вариациях к задаче плоского движения транспортной машины и к задаче стабилизации заднего хода автопоезда. В первом случае область притяжения более полно представлена по сравнению с достаточной. Во второй задаче области притяжения добавлены к исследованию в работе [3]. Приведенный подход построения областей притяжения может быть полезен в прикладных задачах.

РЕЗЮМЕ. Розглянуто побудову області тяжіння в задачах транспортних машин з допомогою рівнянь у варіаціях.

1. Лобас Л. Г., Вербицкий В. Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин. К.: Наук. думка, 1990. – 232 с.
2. Никитина Н.В. Нелинейные системы со сложным и хаотическим поведением траекторий. – К.: Феникс, 2012. – 235 с.
3. Скляренко Е.Г., Шумахер В. Стабилизация заднего хода автопоезда с двухостным прицепом методом линеаризации обратной связью по состоянию // Вестник национального технического университета «ХПИ»: сб. науч. тр. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2010. – Вып. 28: Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. – С. 275 – 278.
4. Martynyuk A.A., Nikitina N.V. Bifurcations and Multi-Stability of Vibrations of Three-Dimensional System // Int.Appl.Mech. – 2015. – 51, N 2.– P. 540 – 541.
5. Martynyuk A.A., Nikitina N.V. Bifurcation and Synchronization of Two Coupled Generators // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 2. – P. 369 – 379.
6. Nikitina N.V. Analysis of Mechanisms of Stability Loss of an Orbit in Mathematical Models of Three-Dimensional Systems // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 6. – P. 716 – 726.
7. Pacejka H.B. Tyre factors and vehicle handling // Delft Univ. Technol. – 1978. – 52, N 108. – 31 p.
8. Shilnikov L.P., Shilnikov A.L., Turaev D.V., Chua L.O. Methods of Qualitative Theory in Nonlinear Dynamics. Part I. – Singapore: World Scientific, 1998. – 416 p.

Поступила 10.02.2017

Утверждена в печать 10.10.2017