УДК 629.78

**А. П. САВЧУК, А. А. ФОКОВ**

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕКООПЕРИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ В ЗАДАЧАХ ОРБИТАЛЬНОГО СЕРВИСА

*Институт технической механики*
*Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,*
*ул. Лешко-Попеля, 15, г. Днепр, 49005, Украина; e-mail: oafokov@ukr.net*

Для вирішення завдань дослідження руху систем орбітального сервісу є необхідним врахування процесу обробки вимірювальної інформації про параметри об’єкта сервісу, який, як правило, є некооперованим, часто з невідомими характеристиками. Метою роботи є систематизація результатів досліджень, присвячених процесу обробки вимірювальної інформації про параметри некооперованих космічних об’єктів. З цією метою проведено аналіз публікацій щодо методів орбітального дистанційного визначення параметрів космічних об’єктів і параметрів їх руху. В результаті роботи дана характеристика розроблюваних методів. Виділено їх необхідні складові – первісна обробка даних безпосередніх вимірювань, вибір моделей руху центра мас об’єкту і руху навколо центра мас, оцінювання параметрів об’єкта і його руху, засноване на використанні результатів первісної обробки даних і прийнятих моделях динаміки. Сучасні методи орбітального дистанційного визначення параметрів об’єктів використовують в основному дані діапазонного зображення (range imaging). На виході первісної (сурогатної) обробки даних вимірювань отримують, як правило, положення так званих геометричного центра об’єкта та геометричних осей координат. При виборі моделі руху об’єкта сервісу в більшості випадків нехтують орбітальним рухом сервісного космічного апарата і об’єкта. Разом з тим намічається тенденція врахування орбітального руху в подальших дослідженнях. Серед алгоритмів оцінювання параметрів об’єктів орбітального сервісу найбільш часте використання отримали алгоритми на основі фільтрів Калмана різної модифікації. Поряд з цим застосовують й інші методи оцінювання. В даний час зусилля розробників розглянутих методів спрямовані на підвищення точності оцінювання параметрів об’єктів і скорочення часу обчислень. Наведений в роботі аналіз методів орбітального дистанційного визначення характеристик об’єктів сервісу може бути використаний для моделювання руху сервісного космічного апарату і об’єкта обслуговування, а також для оцінки характеристик процесу обробки вимірювальної інформації.

Для решения задач исследования движения систем орбитального сервиса необходим учет процесса обработки измерительной информации о параметрах объекта сервиса, который, как правило, является некооперированным, часто с неизвестными характеристиками. Целью работы является систематизация результатов исследований, посвященных процессу обработки измерительной информации о параметрах некооперированных космических объектов. С этой целью проведен анализ публикаций по методам орбитального дистанционного определения параметров космических объектов и параметров их движения. В результате работы дана характеристика разрабатываемых методов. Выделены их необходимые составляющие – первоначальная обработка данных непосредственных измерений, выбор моделей движения центра масс объекта и движения вокруг центра масс, оценивание параметров объекта и его движения, основанное на использовании результатов первоначальной обработки данных и принятых моделях динамики. Современные методы орбитального дистанционного определения параметров объектов используют в основном данные диапазонного изображения (range imaging). На выходе первоначальной (суррогатной) обработки данных измерений, как правило, получают расположения так называемых геометрического центра объекта и геометрических осей координат. При выборе модели движения объекта сервиса в большинстве случаев пренебрегают орбитальным движением сервисного космического аппарата и объекта. Вместе с тем намечается тенденция учета орбитального движения в дальнейших исследованиях. Среди алгоритмов оценивания параметров объектов орбитального сервиса наиболее частое использование получили алгоритмы на основе фильтров Калмана различной модификации. Наряду с этим применяют и другие методы оценивания. В настоящее время усилия разработчиков рассматриваемых методов направлены на повышение точности оценивания параметров объектов и сокращение времени вычислений. Приведенный в работе анализ методов орбитального дистанционного определения характеристик объектов сервиса может быть использован для моделирования движения сервисного космического аппарата и объекта обслуживания, а также для оценки характеристик процесса обработки измерительной информации.

The solution of orbital service system motion problems calls for considering the features of service object parameter measurement data processing. A service object is usually non-cooperative, if not with unknown characteristics. The goal of this work is to systematize the results of research into the processing of measurement data on the parameters of non-cooperative space objects. This paper analyzes available methods for orbital remote determination of space object parameters and motion. The key components of the methods considered are set off: direct-measurement data preprocessing, the choice of models of object center-of-mass and about-the-center-of-mass motion, and object parameter and motion estimation based on the results of the preprocessing and the adopted dynamics models. Modern methods for orbital remote determination of object parameters mainly use range imaging data. The output of the measurement data preprocessing (surrogate processing) is, as a rule, the positions of the so-called geometric center of the object and the body frame axes. In choosing the service object motion model, the orbital motion of the servicing spacecraft and the service object is for the most part neglected. At the same time, there is a tendency to the consideration of orbital motion in further studies. Among the methods of orbital service object parameter estimation, methods based on various modifications of the Kalman filter have seen the greatest use. Other estimation methods are used too. At present, the concentration of the developers of the methods considered is placed on improving the object parameter estimation accuracy and shortening the computation time. The analysis of the methods for orbital remote determination of service object characteristics presented in this paper may be used in simulating the motion of a servicing spacecraft and a service object and in estimating the characteristics of the measurement data processing procedure.

***Ключевые слова**: орбитальный сервис, некооперированный объект, параметры объекта, параметры движения, дистанционное определение.*

**Введение**. В статье приведен анализ методов дистанционного орбитального определения параметров некооперированных объектов сервиса, выполненный с точки зрения задач моделирования движения системы орбитального обслуживания. Под системой обслуживания понимаем здесь систему, состоящую из сервисного космического аппарата (СКА) и объекта обслуживания, который является некооперированным, часто с неизвестными характеристиками. В качестве некооперированных объектов чаще всего подразумеваются объекты космического мусора, соответственно под операциями орбитального сервиса (ОС) – операции увода объектов с орбиты. Известны методы [1], [2] бесконтактного и контактного удаления объектов космического мусора. Контактные методы при выполнении задачи удаления объекта с орбиты, как и при выполнении других задач орбитального сервиса, предполагают выполнение механического захвата объекта обслуживания. После завершения дальних и ближних маневров сближения с целевым объектом (далее по тексту – цель) СКА остается на безопасном расстоянии от, в общем случае, вращающегося целевого объекта. Затем начинается режим захвата, который может быть разделен согласно [3] на четыре фазы, первая из которых соответствует наблюдению и стадии планирования для получения информации о движении и физических свойствах целевого объекта, чтобы спланировать, например, как робот-манипулятор СКА должен захватить цель. Не предполагающие механического контакта бесконтактные методы воздействия на объект обслуживания [4], [5], [6] при выполнении задачи удаления объекта с орбиты, как и при выполнении, например, задачи предотвращения вращения объекта [7], также требуют получения информации о движении целевого объекта и его свойствах в реальном масштабе времени. Таким образом, корректное моделирование движения системы орбитального обслуживания должно включать в себя моделирование процесса получения и обработки информации о движении и физических свойствах объекта обслуживания. Приведенный ниже анализ методов орбитального дистанционного определения характеристик объектов космического сервиса может служить основой для моделирования процесса обработки информации в задаче моделирования движения СКА и объекта обслуживания.

Для получения полной информации об объекте необходимо проведение серии наблюдений за ним с целью определения следующих характеристик: параметры орбиты, параметры движения вокруг центра масс, параметры относительного движения объекта космического мусора и СКА, инерционные характеристики, форма, размеры и др.

В ряде публикаций, например в [8], [9] и [10], приведен обширный по числу анализируемых работ, но краткий по изложению сути обзор методов орбитального определения параметров некооперированных космических объектов. Здесь мы приводим более подробный анализ с кратким изложением процедур оценивания параметров, приведенных в последних публикациях по рассматриваемой теме. Ставя при этом задачу изложить суть методов с целью систематизации результатов исследований и дальнейшего их использования для учета процесса обработки информации в задачах моделирования движения сервисного космического аппарата и объекта обслуживания.

**Определение параметров орбиты**. На этапе дальнего сближения СКА с целевым некооперированным объектом актуальна задача определения параметров его орбиты. При их определении в первом приближении пренебрегают влиянием всех возмущающих воздействий. Известные методы определения параметров орбиты в задаче двух тел предполагают проведение итерационных вычислений, что сопряжено со значительными затратами времени и ограничивает возможности их применения в бортовом исполнении. В [11] предложены приближенные соотношения, позволяющие вычислять значения элементов орбиты по конечным формулам, что сокращает продолжительность расчетов в несколько раз. Показано, что расчетные погрешности, обусловленные приближенностью соотношений, не превышают 0,5 %.

В работе [12] для задачи определения орбит целевых космических объектов рассматривается возможность применения входящего в систему ориентации СКА звездного датчика, который представляет собой высокоточный оптический сенсор и электронный блок обработки. Показано, что при заданной точности исходных данных точность предварительного определения орбиты тем выше, чем больше расстояние до объекта.

**Оценка параметров движения и инерционных параметров целевых объектов**. Методы определения инерционных параметров и параметров движения некооперированных объектов ОС предполагают наличие трех составляющих. Во-первых – данных непосредственных измерений и их первоначальной обработки. Во-вторых – моделей движения центра масс объекта и движения объекта вокруг его центра масс. В-третьих – алгоритмов оценивания параметров объекта и его движения на основе использования результатов первоначальной обработки данных измерений и принятых моделей движения.

**Данные измерений и их первоначальная обработка**. Современные орбитальные методы дистанционного определения положения, формы и инерционных параметров объектов используют в основном данные так называемого диапазонного изображения (range imaging) [13], [14], под которым понимают наименование ряда методов, используемых для получения двумерного изображения с указанием расстояний (глубин) от точки наблюдения до точек на поверхности объекта. Диапазонное изображение обычно ассоциируется с конкретным типом сенсорного устройства, которое называют диапазонной камерой (сенсором). Диапазонные камеры могут работать на основе различных методов, например:

– стерео-триангуляции;

– структурированного освещения;

– времени пролета (time-of-flight). Лазерные время-пролетные камеры с ПЗС-матрицей высокой чувствительности и быстрым стробированием позволяют оценивать глубину с высоким разрешением. Короткий лазерный импульс освещает сцену, затвор камеры открывается на сотни пикосекунд.

Трехмерная сцена вычисляется по серии двумерных изображений, которые регистрируются при увеличении задержки между импульсом лазера и открытием затвора.

При наличии априорной информации о форме объекта возможно использование монокулярной видеокамеры.

На выходе измерений методами диапазонного изображения получают облако точек поверхности объекта. Далее производится первоначальная (грубая, суррогатная) обработка данных измерений. Рассмотрим примеры обработки данных, приведенные в последних по времени публикациях [8], [10], [15] – [20]. Предварительно опишем используемые системы координат (с. к.):

– $Ex_ey_ez_e$ – геоцентрическая, будем обозначать ее как с. к. $E$;

– $Lx_ly_lz_l$ – локально–вертикальная, локально–горизонтальная система координат Эйлера–Хилла, с. к. $L$. Начало с. к. $L$ – в центре масс (ц. м.) СКА;

– $Sx_sy_sz_s$ – связанная с СКА, начало – в ц. м. СКА, с. к. $S$;

– $Mx_my_mz_m$ – сенсорная система координат, с. к. $M$. Положение по отношению к с. к. $S$ считается известным;

– $Tx_ty_tz_t$ – связанная с объектом ОС, начало – в ц. м. объекта, с. к. $T$;

– $Gx_gy_gz_g$ – связанная с объектом ОС, начало расположено в точке $G$ так называемого геометрического (суррогатного) центра объекта, с. к. $G$.

Если оси связанных систем совпадают с главными центральными осями или параллельны им, то в обозначении систем координат будет присутствовать верхний индекс "$^{pr}$", например, с. к. $T^{pr}$. Матрицы перехода между системами координат обозначим литерой $A$ с индексами, например, $A_S^T$ – матрица перехода от с. к. $S$ к с. к. $T$. Радиус-вектор с началом в некоторой системе координат обозначим литерой $r$ с нижним индексом, соответствующим этой системе, например определенный в с. к. $E$ радиус-вектор обозначим $r_e$. Обозначение радиус-вектора некоторой точки дополним соответствующим нижним индексом, например $r_{sG}$ – радиус-вектор точки $G$ в с. к. $S$. Введенные системы координат и обозначения радиус-векторов показаны на рисунке 1. В обозначении вектора-столбца будем использовать верхний индекс, соответствующий системе, в которой определены компоненты вектора. Примем также, что нижний индекс "$n$" в обозначении переменной соотносит ее с $n$-ным элементом облака, $n = 1,2,\ldots,N$, а индекс "$k$" – с $k$-тым измерением, $k = 1,2,\ldots,K$, в момент времени $t_k$, $N$ – число элементов облака точек, $K$ – число измерений.

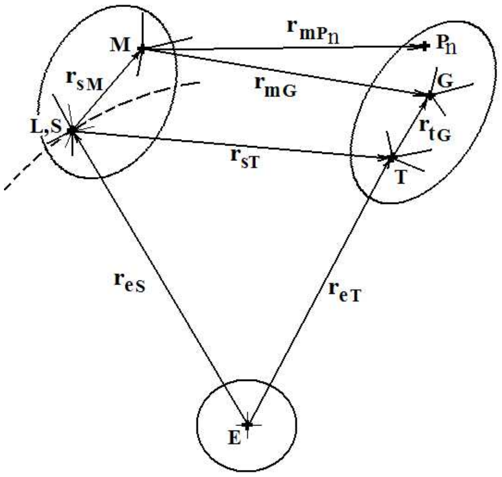

Рис. 1

В работах [15], [16], [21], представлена процедура оценки параметров движения, формы и инерционных характеристик орбитальных объектов с использованием видеосенсоров. Первоначальная обработка данных измерений (кинематический синтез данных) выглядит следующим образом. Предполагается, что сенсорные данные поступают от группировки диапазонных камер, таких как лазерные время-пролетные или стереокамеры. Понятие группировки становится ясным из рисунка 2, приведенного в [16]. Выходные данные камер позволяют представить целевой объект зашумленным облаком точек. Поиск геометрического центра этого облака дает приблизительную оценку положения цели в пространстве. Проводится дискретизация пространства вокселями, элементами объема, которым приписывается значение скорректированного количества точек облака, чтобы свести к минимуму влияние смещения центра. Вычисляются положение $r_{mG}$ геометрического центра тяжести изображения, вторые геометрические моменты $J_{\alpha\beta}$ (аналогичные моментам инерции твердого тела), которые собираются в матрицу $J$ (аналогичной матрице тензора инерции):

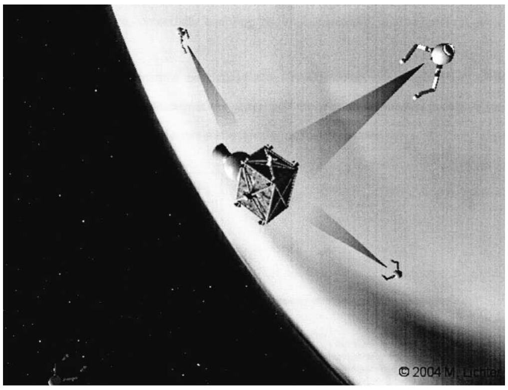


Рис. 2

$$r_{mG} = \left(\sum g_n \cdot r_{m,n}\right) / \sum g_n \,,\; J_{\alpha\alpha} = \sum g_n [(r^{\beta}_{m,n} - r^{\beta}_{mG})^2 + (r^{\gamma}_{m,n} - r^{\gamma}_{mG})^2]\,,$$

$$J_{\alpha\beta} = J_{\beta\alpha} = -\sum g_n [(r^{\alpha}_{m,n} - r^{\alpha}_{mG}) \cdot (r^{\beta}_{m,n} - r^{\beta}_{mG})]\,,$$

$$J = \{J_{\alpha\beta}\} = R_m \Lambda \cdot R'_m \,, \qquad (1),$$

где $g_n$ – значение $n$-го воксела; $r_{m,n}$ – его положение; $\alpha, \beta, \gamma$ – здесь и далее возможные четные перестановки символов $x, y, z$; символ ’ обозначает транспонирование. В представлении (1) $\Lambda$ – диагональная матрица собственных значений $J$, а $R_m$ – матрица собственных векторов. Это вычисление определяет главные геометрические оси воксельного изображения, матрица $R_m$ является матрицей поворота этих осей по отношению к с. к. $M$. Вычисленные положение $r_{mG}$ и матрица поворота $R_m = A^G_M$, которой ставится в соответствие единичный кватернион поворота $q_m$, являются выходными данными кинематического синтеза данных по [15].

В работе [9] исследуется метод оценки движения и идентификация модели свободно движущейся цели в пространстве, основанный на данных диапазонного изображения. Вращение $R_{m,k}$ и поступательное перемещение $\Delta r_k$, которые соответствуют точкам данных $r_{m,n,k}$ относительно облака данных $r_{m,n,k-1}$, удовлетворяют соотношениям (с. к. $M$ принята за инерциальную):

$$r_{m,n,k} = R_{m,k}\, r_{m,n,k-1} + \Delta r_k + \eta_{k-1,k}\,,$$

где $\eta_{k-1,k}$ – шум измерения. Оценки $R_{m,k}$ и $\Delta r_k$ для данного временного шага находят путем минимизации ошибки совпадения $\varepsilon$:

$$[R_{m,k}, \Delta r_k] = \arg \min_{[R_{m,k}, \Delta r_k]} \varepsilon\,, \quad \varepsilon = \sum_n \left\| r_{m,n,k} - R_{m,k}\, r_{m,n,k-1} - \Delta r_k \right\|^2, \qquad (2)$$

где $\|\circ\|$ – евклидова норма. Задача (2) представляет собой линейную задачу наименьших квадратов. В [9] рассмотрен вариант решения, где повороты представлены единичными кватернионами $q_{m,k}$.

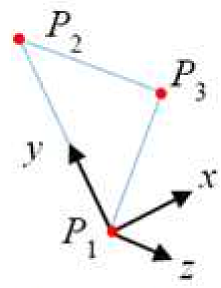


Рис. 3

В работе [17] предположено, что известно K измерений, которые обеспечиваются оптической системой и ее процессором, следующих величин: положения $r_{mG,k}$ геометрического центра целевого объекта ОС, его скорости $v_{mG,k}$, ориентации тела $A_M^G$, угловой скорости $\omega$ вращения цели, заданной в с. к. $M$. Система с. к. $M$ принята за инерциальную. Обработка данных с датчиков обычно обеспечивает измерение только положения, а $v_{mG,k}$ и $\omega^m$ должны быть получены численным дифференцированием.

В работе [8] описан метод прогнозирования положения и ориентации цели в виде ступени ракеты при маневре близкого сближения. Используется камера времени пролета. В алгоритме метода используется априорное знание формы (3D-модели) цели. Например, о форме ступени ракеты в виде цилиндра с периферийными элементами. Производится дискретизация облака точек на подмножества, извлекается вектор нормали к каждому из них и применяется алгоритм [22] оценивания продольной оси цилиндра. Подобным образом оцениваются другие характеристики цилиндра и элементов. На основании полученных характеристик определяются положения объекта $r_{mG}$ и его ориентация $R_m$. При отслеживании положения объекта по нескольким кадрам те подмножества точек, которые появляются или покидают наблюдаемое облако из-за ограниченности поля зрения и обструкции, отбрасываются. Для извлечения вектора перемещения $\Delta r_k$ и матрицы поворота $R_{m,k}$ применяется итерационный алгоритм ближайших точек (Iterative Closest Point) [23], согласно которому расстояния между точками облака данных и 3D-моделью сводятся к минимуму. Алгоритм часто используется в режиме реального времени.

В работе [10], где исследуется задача прогнозирования движения для некооперированного объекта, первоначальная обработка информации выглядит следующим образом. Средствами стереовидения получают векторы $r_{m1}$, $r_{m2}$, $r_{m3}$ точек $P_1$, $P_2$, $P_3$ поверхности объекта ОС. Как показано на рисунке 3 (приведенном в [10]), связанная с объектом с. к. $G$ строится с центром в точке $G \equiv P_1$, где ось $y$ направлена вдоль $P_1P_2$, ось $z$ – вдоль векторного произведения $P_1P_3 \times P_1P_2$. Тогда положение объекта может быть задано положением с. к. $G$. Матрицу поворота получают как $R_m = A_M^G = [e_x^m, e_y^m, e_z^m]'$, где $e^m$ – орты с. к. $G$, записанные в с. к. $M$.

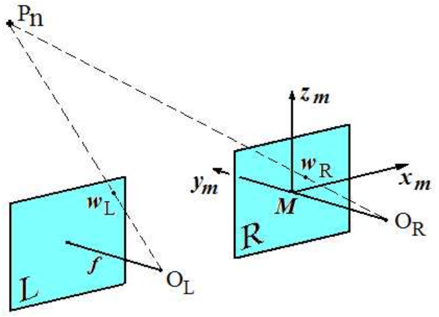


Рис. 4

В статье [18] представлены алгоритмы для определения состояния объекта, в частности для оценки матрицы тензора инерции неизвестного космического объекта, по результатам стереоскопических измерений. Данные измерений предоставляются двумя видеокамерами, как показано на приведенном в [18] рисунке 4. На рисунке обозначено: R и L – картинные плоскости правой и левой видеокамер соответственно; $f$ – фокусное расстояние, $O_R$ и $O_L$ – центры проецирования; $w_R$ и $w_L$ – центральные проекции $n$-й характерной точки $P_n$ поверхности объекта на картинные плоскости камер. Данные измерений собираются в векторы наблюдения

$$Z_n = [W_{R,n}, W_{L,n}, d_n, \dot{W}_{R,n}, \dot{W}_{L,n}], \qquad (3)$$

где $W_{F,n} = [w_{F,n,1}, w_{F,n,2}]$, $d_n = w_{L,n,1} - w_{R,n,1}$, $\dot{W}_{F,n} = [\dot{w}_{F,n,1}, \dot{w}_{F,n,2}]$, индекс F принимает значения R и L; $w_{F,n,1}$ и $w_{F,n,2}$ – проекции точки $w_{F,n}$ на оси картинной плоскости. Значения производных $\dot{w}$ находят численным дифференцированием.

В [19] представлены и обсуждаются классические методы, применяемые в задаче восстановления трехмерной геометрической информации по двумерному изображению в контексте использования монокулярной камеры. Основное предположение к ее решению – наличие априорной трехмерной модели объекта. Например, возможно определение положения и ориентации для известного объекта по контуру его изображения на картинной плоскости видеокамеры (см. иллюстрационный рисунок 5).

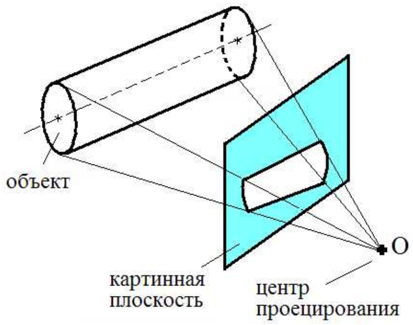


Рис. 5

Таким образом, можно заключить, что выходными данными первоначальной обработки измерений, как правило, являются положение так называемого геометрического центра цели $r_{mG}$ или положения $r_{m,n}$ некоторых ее характерных точек и ориентация $R_m = A_M^G$, определенные в сенсорной системе координат, а также их производные, полученные численным дифференцированием. В работе [18] при использовании стереоскопических измерений выходными данными являются векторы (3), составленные из координат $w_{F,n,1}$, $w_{F,n,2}$ центральных проекций наблюдаемых точек объекта и их численно определяемых производных.

**Используемые модели движения объекта сервиса**. Второй составляющей методов определения инерционных параметров и параметров движения некооперированных объектов ОС является выбор моделей движения центра масс объекта и движения объекта вокруг его центра масс. Расположение с. к. $M$ относительно СКА считается известным и к тому же, как правило, неизменным, поэтому без ограничения общности считают, что начала с. к. $M$ и с. к. $S$ совпадают.

В большинстве случаев в задачах определения параметров объекта сервиса пренебрегают орбитальным движением СКА и объекта, с. к. $M$ рассматривают как инерциальную, внешние воздействия считают пренебрежимо малыми, и тогда движение объекта рассматривают как движение свободного твердого тела. Вращение представляют, как правило, с использованием единичных кватернионов, что упрощает уравнения. Кроме того, единичный кватернион имеет только одно ограничение на норму, которое намного проще обеспечить, чем ортонормированность матриц поворота. Углы Эйлера, как правило, не используются из-за возможной сингулярности кинематических соотношений.

Тогда вращательное движение объекта описывается в с. к. $T$ динамическими уравнениями Эйлера

$$I\dot{\omega} - \omega \times I\omega = 0 \tag{4}$$

и кинематическими соотношениями

$$\dot{q} = \frac{1}{2}Q\omega, \qquad Q = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где $I$ – тензор инерции целевого объекта, $\omega$ – его угловая скорость относительно СКА, $0$ – нулевой вектор, $q$ – единичный кватернион поворота, соответствующий матрице $A_S^T$, $q_0$ – скалярная часть кватерниона, $q_1$, $q_2$ и $q_3$ – компоненты его векторной части $q_v$.

Поступательное движение описывается соотношением

$$\dot{v} = \ddot{\rho} = 0\,, \tag{6}$$

где $v$ – скорость движения центра масс объекта, $\rho \equiv r_{mT}$.

В некоторых работах, например в [18], учитывают орбитальное движение элементов системы обслуживания, а в [20] предусмотрен учет орбитального движения в направлениях дальнейших исследований. Наиболее известная и используемая модель относительного поступательного движения объекта представлена Clohessy и Wiltshire [24]. Приближенные линейные уравнения модели позволяют воспользоваться простым описанием динамики, при этом введены некоторые ограничения. Для преодоления ограничений модели Clohessy–Wiltshire в [18] используется нелинеаризованная модель Gurfil и Kholshevnikov [25].

В этом случае за инерциальную принята геоцентрическая с. к. $E$, также принято, что начала с. к. $L$ и с. к. $S$ совпадают. Ось $x$ с. к. $L$ направлена радиально от центра Земли к космическому аппарату, ось $z$ – по нормали к плоскости орбиты космического аппарата. Согласно модели [25] относительная поступательная динамика двух объектов на орбите описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{x} - 2\dot{\vartheta}\dot{y} - \ddot{\vartheta}y - \dot{\vartheta}^2 x = \mu \cdot (\rho_S + x)/(\rho_T)^3 + \mu/(\rho_S)^2 \\ &\ddot{y} - 2\dot{\vartheta}\dot{x} - \ddot{\vartheta}x - \dot{\vartheta}^2 y = -\mu \cdot y/(\rho_T)^3 \\ &\ddot{z} = \mu \cdot z/(\rho_T)^3 \end{aligned}\right\}, \qquad (7)$$

$$\rho_T = \sqrt{(\rho_S + x)^2 + y^2 + z^2}\ ,$$

где $\rho_S$ – фокальный параметр орбиты СКА, $x, y, z$ – компоненты вектора $\rho = r_{eS} - r_{eT}$ в с. к. $E$, $\dot{\vartheta}$ и $\ddot{\vartheta}$ – орбитальная угловая скорость и ускорение СКА, определяемые выражениями

$$\dot{\vartheta} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3(1-e^2)}(1+e\cos\vartheta)^2}\ , \quad \ddot{\vartheta} = \frac{-2\dot{\rho}_S\dot{\vartheta}}{\rho_S}\ ,$$

где $\mu$ – гравитационный параметр Земли, $a$ и $e$ – большая полуось и эксцентриситет орбиты,

Уравнения относительного углового движения согласно [26] могут быть выражены следующим образом:

$$I_S\dot{\omega} = I_S D I_T^{-1}(N_T - \omega_T \times I_T\omega_T) - I_S\omega_S \times \omega - (N_S - \omega_S \times I_S\omega_S)\ , \qquad (8)$$

где $\omega$ – записанный в с. к. $L$ вектор относительной угловой скорости целевого объекта, $\dot{\omega}$ – локальная производная вектора $\omega$, $I_S$ и $\omega_S$ – записанные в с. к. $L$ тензор инерции и вектор угловой скорости СКА, $I_T$ и $\omega_T$ – записанные в с. к. $T$ тензор инерции и вектор угловой скорости цели, $D = D(q)$ – матрица $A_T^L$ поворота от с. к. $T$ к с. к. $L$, $N_S$ и $N_T$ – внешние моменты, приложенные к объекту ОС и СКА соответственно.

Отметим, учитывая соотношение $\omega = D\omega_T - \omega_S$ и принимая равенство нулю внешних моментов, что уравнение (8) может быть представлено в виде

$$\dot{\omega} = f_1(\omega, \omega_S)\ .$$

Кинематика относительного вращательного движения определяется соотношениями (5).

**Оценивание параметров объекта и параметров его движения**

Третьей составляющей методов определения параметров движения и инерционных параметров некооперированных объектов ОС являются методы и алгоритмы их оценивания, основанные на использовании результатов первоначальной обработки данных измерений и моделей динамики.

**Отношения моментов инерции.** При использовании модели движения объекта ОС необходимо знание тензора инерции объекта и, соответственно, для случая некооперированного и неизвестного объекта необходима его оценка. Вопрос наблюдаемости тензора инерции объекта исследован в работе Tweddle и др. [27], где показано, что для случая отсутствия внешнего момента матрица тензора инерции наблюдается только с точностью до масштабного коэффициента, т. е. при свободном вращательном движении матрица тензора инерции не полностью наблюдаема. Имеются частные случаи ненаблюдаемости, например случай свободного движения сферического однородного объекта. Количество и распределение выборок данных также влияет на наблюдаемость. Это теоретически связано с теоремой выборки Найквиста (для хороших результатов оценивания требуется 10-кратное превосходство частоты измерений над частотой вращения). Если оценивание инерционных параметров необходимо для прогнозирования свободного вращательного движения и требования теоремы Найквиста выполнены, то можно использовать уравнения движения с определенными с точностью до коэффициента моментами инерции. Если инерционные параметры необходимы для прогнозирования движения под действием сил или моментов, то требуется дополнительная априорная информация и эвристика.

Так как в общем случае наблюдаются только две из трех степеней свободы, то для представления масштабированной матрицы тензора инерции достаточно двух параметров, или двух "отношений моментов инерции" (Ratios of Inertia). В то же время Aghili в [28] описал подход, где моменты инерции были параметризированы тремя величинами $p_x$, $p_y$, $p_z$ следующим образом:

$$p_\alpha = (I_{\beta\beta} - I_{\gamma\gamma}) / I_{\alpha\alpha} > -1,$$

где $\alpha, \beta, \gamma$ – возможные четные перестановки символов $x, y, z$; $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$ – главные центральные моменты инерции цели. При этом любой из введенных параметров можно выразить через два других.

Lichter [16] предложил параметризацию инерционных свойств величинами $\bar{I}_{xx}$, $\bar{I}_{yy}$, $\bar{I}_{zz}$ следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &\bar{I}_{xx} = |z_2| + |z_3|, \quad \bar{I}_{yy} = |z_1| + |z_3|, \quad \bar{I}_{zz} = |z_1| + |z_2|, \\ &\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = R_m(q) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(q_1 q_3 + q_2 q_0) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 q_0) \\ q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

где переменные $z$ являются наблюдаемыми величинами, а переменные $q$ – компонентами кватерниона вращения, оцениваемыми фильтром Калмана. Этот метод использует четыре переменные для представления двух степеней свободы.

В отличие от методов Aghili [28] и Lichter [16], Tweddle [27] предлагает параметризацию, используя натуральные логарифмы отношений моментов инерции. Этот подход использует только две величины $k_1$ и $k_2$ для двух степеней свободы:

$$k_1 = \ln(I_{xx} / I_{yy}), \; k_2 = \ln(I_{yy} / I_{zz}), \tag{10}$$

и масштабированную матрицу тензора инерции можно определить таким образом:

$$I = \mathrm{diag}(I_{xx} / I_{yy}, \; 1, \; I_{yy} / I_{zz}) = \mathrm{diag}(e^{k_1}, 1, e^{-k_2}).$$

**Использование фильтра Калмана.** Среди алгоритмов оценивания инерционных параметров и параметров движения некооперированных объектов ОС наиболее частое использование получили алгоритмы на основе фильтров Калмана различной модификации: базовый фильтр [29] для линейных систем; расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter), который использует разложение функций в ряды Тейлора с сохранением первого члена для нелинейных моделей динамики и измерений; беззапаховый (или нечуткий) фильтр Калмана (Unscented Kalman filter [30]), который распространяет линейный фильтр Калмана на случай, когда уравнения динамики и наблюдения системы не могут быть адекватно линеаризованы; итеративный расширенный фильтр Калмана, когда уравнение измерения существенно нелинейное [18]. Параметры движения непосредственно входят в вектор состояния моделей движения объекта. Для оценивания массо-инерционных свойств такие параметры, как моменты инерции, положение центра масс, также вводят в вектор состояния. Авторы публикаций по исследованию методов орбитального определения характеристик объектов предлагают различные представления вектора состояния и, соответственно, уравнений изменения вектора состояния (далее по тексту – уравнений состояния).

В работе [8] при отслеживании кинематики объекта ОС во время маневра близкого сближения без оценивания его инерционных параметров принято, что относительные линейная и угловая скорости объекта постоянны на интервале $\Delta t$ между измерениями ввиду его малости. Для предсказания положения используется расширенный фильтр Калмана с вектором состояния $x_s$ и вектором измерения $z_s$:

$$x_s = [\rho', v', q_0, q'_v, \omega', \rho'_f]', \quad z_s = [\rho', q_0, q'_v, \rho'_f]',$$

где $\rho_f \equiv r_{mP_f}$ – вектор положения характерной точки $P_f$ на поверхности объекта ОС. Уравнения состояния, записанные без "шумовых" составляющих, при принятых допущениях имеют вид:

$$x_{s,k+1} = h(x_{s,k}) = [(\rho_k + v_k \cdot \Delta t)', v'_k, q'_{0,k+1}, q'_{v,k+1}, \omega'_k, \rho'_f]',$$

$$\rho_f = [\Delta R_m(q_k, q_{k+1}) \cdot (\rho_{f,k} - \rho_k) + \rho_{k+1}]',$$

где компоненты кватерниона $q_{0,k+1}$ и $q_{v,k+1}$ получают следующим образом:

$$q_{0,k+1} = q_{0,k} \cos\varphi + q'_{0,k}\, \omega_k \|\omega_k\|^{-1} \sin\varphi,$$
$$q_{v,k+1} = q_{v,k} \cos\varphi + \|\omega_k\|^{-1} \cdot (\tilde{\omega}_k q_{v,k} - q_{0,k}\omega_k) \sin\varphi,$$

где $\varphi = \|\omega_k\| \cdot \Delta t / 2$, $\tilde{\omega}_k$ – кососимметрическая матрица вектора $\omega_k$. В [8] приведен алгоритм линеаризации нелинейной зависимости $h(x_s)$. В дальнейшем авторы предполагают оценить возможности представленных алгоритмов при их использовании в реальном масштабе времени.

Во многих случаях, учитывая независимость вращательного и поступательного движений целевого объекта, используют два фильтра: один – для оценки параметров поступательного движения и положения центра масс объекта, другой – для оценки параметров вращательного движения и параметров тензора инерции. Так, в работе [15], где используется модель поступательного движения (6), вектор состояния $x_{st}$, уравнения состояния и измерений для фильтра Калмана поступательного движения имеют вид:

$$x_{st} = [v', \rho', d']', \quad \dot{x}_{st} = [0', v', 0']', \quad z_{st} = r_{mG} = \rho + R_m d, \tag{11}$$

где, как и ранее, $v$ – скорость движения центра масс объекта, $\rho \equiv r_{mT}$ – положение центра масс объекта, $z_{st}$ – вектор измерения, $R_m$ – матрица поворота "суррогатных" измерений, $d \equiv r_{gT}^t$ – вектор смещения между геометрическим центром и центром масс объекта в связанной с целевым объектом с. к. $T$. Уравнения (11) линейны, применение базового фильтра Калмана обеспечивает хорошие результаты оценивания вектора состояния.

Для вращательного движения в [15] используется модель (4) – (5) и вектор состояния $x_{sr} = [\omega', q', I'_v, q'_d]'$, уравнения состояния и наблюдения для фильтра Калмана вращательного движения имеют вид:

$$\dot{\omega}_\alpha = \omega_\beta \omega_\gamma (I_{\beta\beta} - I_{\gamma\gamma}) / I_{\alpha\alpha}, \quad \dot{q} = Q\omega/2, \quad \dot{I}_v = 0, \quad \dot{q}_d = 0, \tag{12}$$

$$z_{sr} = q_\mathrm{m} = q \otimes q_\mathrm{d}, \tag{13}$$

где $\omega_\alpha$ – компонента псевдовектора угловой скорости $\omega$ объекта в с. к. $T^{pr}$, $I_v = [I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}]'$ – вектор диагональных элементов матрицы тензора инерции в с. к. $T^{pr}$, $q_d$ – кватернион поворота между с. к. $G$ и главными центральными осями инерции объекта (смещение вращения), $z_{sr}$ – вектор измерения. Оператор $\otimes$ используется для обозначения умножения кватернионов [31]. Вектор $I_v$ нормализуется в соответствии с (9). Уравнения (12) и (13) нелинейны, кватернионы и матрицы тензора инерции содержат ограничения на норму, и сумма любых двух компонент инерции согласно естественным физическим ограничениям должна быть больше третьей. Методы оценивания вращательных параметров, используемые в [15], включают в себя беззапаховый фильтр Калмана, а также ряд других методов.

В работе [18] (см. рис. 4) при оценивании параметров неизвестного космического объекта используется нелинейная модель динамики его относительного движения (7), (8), учитывающая орбитальное движение. В этом случае предлагается использовать итеративный расширенный фильтр Калмана. Вектор состояния и уравнения состояния имеют вид:

$$x_s = [\rho', v', q', \omega', \rho'_n, k_1, k_2]', \quad \rho_n = [x_n, y_n, z_n]',$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{\rho} = f_\rho(\rho, v), \quad \dot{v} = f_v(\rho, v), \quad \dot{q} = Q\omega/2, \quad \dot{\omega} = f_2(\omega, \omega_S), \\ \dot{\rho}_n = \omega \times \rho_n, \quad \dot{k}_1 = 0, \quad \dot{k}_2 = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{14}$$

где первые два уравнения (14) представляют собой уравнения (7) относительного поступательного движения двух объектов на орбите, записанные в нормальной форме, а $f_\rho(\rho, v)$ и $f_v(\rho, v)$ – соответствующие такой записи выражения, $\rho$ и $v$ – положение и скорость центра масс цели в с. к. $L$,

$\rho_n = r_{mP_n}$ – радиус-вектор характерной точки $P_n$ в с. к. $L$, $x_n, y_n, z_n$ – его компоненты, $k_1$, $k_2$ отношения моментов инерции (10).

Вектор и уравнения измерений имеют соответственно вид:

$$z_{s,n} = [w_{\mathrm{R},n,1}, w_{\mathrm{R},n,2}, w_{\mathrm{L},n,1}, w_{\mathrm{L},n,2}, \mathrm{d}_n, \dot{W}_{\mathrm{R},n}, \dot{W}_{\mathrm{L},n}, O_{3\times1}]',$$

$$\left.\begin{array}{l} w_{\mathrm{R},n,1} = x_n / y_n, \quad w_{\mathrm{R},n,2} = w_{\mathrm{L},n,2} = z_n / y_n, \quad w_{\mathrm{L},n,1} = (x_n - b) / y_n \\ d_n = (x_n - b - z_n) / y_n, \quad \dot{W}'_{\mathrm{F},n} = C_{\mathrm{F},n}[v' \omega']', \quad \mathrm{F} = \mathrm{R}, \mathrm{L} \end{array}\right\},$$

$$0 = \dot{\omega}_T - I_T^{-1}(\omega_T \times I_T \omega_T), \qquad (15)$$

где переменными $w$ обозначены координаты проекции наблюдаемой точки объекта ОС на картинную плоскость видеокамеры, $C_{\mathrm{F},n} = C_{\mathrm{F},n}(W_{\mathrm{F},n})$ – матрица, формируемая из элементов векторов $W_{\mathrm{F,n}}$, индекс $\mathrm{F}$ принимает значения $\mathrm{R}$, $\mathrm{L}$, $b$ – расстояние между объективами видеокамер. Уравнение (15) добавлено в виде псевдоизмерения с нулевым выходом для улучшения сходимости фильтра, дополнительные измерения при этом не производятся и представляют собой уравнения Эйлера вращательного движения целевого объекта.

**Использование других методов оценивания.** Наряду с фильтрами Калмана применяются другие методы оценивания. В работе [17] при оценивании параметров неизвестного свободно вращающегося объекта по результатам большого числа измерений с использованием оптических датчиков используют кинематические уравнения движения и закон сохранения момента количества движения. При оценивании поступательного движения с использованием уравнений движения геометрического центра строят задачу минимизации, решая которую методом наименьших квадратов находят оценки положения центра масс $\rho$ и его скорости $v$. При оценивании моментов инерции за основу берут соотношения для кинетического момента (приведенные к с. к. $G$) и, учитывая закон сохранения, сводят задачу к задаче минимизации с ограничениями в виде неравенств, которая может быть решена с использованием метода активных ограничений (active set method) для выпуклого квадратичного программирования [32].

В работе [9] при оценивании параметров движения и идентификации модели свободно движущейся цели начальное положение $\rho_0$ центра масс объекта и скорость $v$ его перемещения оценивают методом наименьших квадратов следующим образом:

$$[v, \rho_0] = \arg \min_{[v,\rho_0]} \varepsilon, \quad \varepsilon = \sum_{k=0}^{K} \left\| \rho_k - \Delta r_k - R_{m,k} \rho_{k-1} \right\|^2, \quad \rho_k = t_k v + \rho_0,$$

где матрицы поворота $R_{m,k}$ и перемещения $\Delta r_k$ для моментов времени $t_k$ и $t_{k-1}$ – результаты первоначальной обработки данных измерений.

Моменты инерции и начальную угловую скорость $\omega_0$ собирают в вектор $p = [I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}, \omega_0']'$, который методом последовательного квадратичного программирования находят как

$$p = \arg\min_p \varepsilon(p), \quad \varepsilon(p) = \sum_{k=0}^{K} \left\| q_{v,k}(p) - q_{vm,k} \right\|^2,$$

$$q_k(p) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \dot{q} dt, \; \dot{q} = \frac{1}{2} Q\omega, \; \omega_k = -\int_{t_{k-1}}^{t_k} I^{-1}(\omega \times I\omega) dt,$$

где $q_{v,k}$ и $q_{vm,k}$ – векторные части кватернионов $q_k$ и $q_{m,k}$, $q_{m,k}$ – кватернионы, соответствующие матрицам $R_{m,k}$.

Интересный, но громоздкий подход предложен в [10]. Громоздкость оправдывается целью обеспечить высокую точность оценивания параметров движения объекта в ущерб скорости проведения вычислений. Точность обеспечивается применением полуаналитического метода решения уравнений Эйлера углового движения. Выражение полуаналитического решения содержит такие динамические параметры, как моменты инерции, кинетический момент, кинетическую энергию и другие. Сходимость решения обеспечивается проведением предварительной грубой оценки параметров движения и инерции. В работе введены понятия набора параметров для прогнозирования движения центра масс целевого объекта и набора параметров для прогнозирования углового движения (ПУД) объекта. Для определения параметров ПУД, который представляет собой $11 \times 1$ вектор, строится оптимизационная задача, которая может быть решена с помощью метода перебора. Метод не гарантирует нахождения глобального минимума, отсюда необходимость предварительной грубой оценки параметров ПУД, которая также предложена в [10].

**Оценивание формы объекта.** По [15] задача определения формы объекта при его известной траектории сводится к классической задаче стохастического отображения. Для ее решения можно использовать методы, изложенные в [33], [34]. В [15] иллюстрируется упрощенный подход, который заключается в следующем. Для каждой выборки результатов измерений генерируется плотность распределения вероятности $p_{shape}(r)$, описывающая относительную вероятность существования поверхности объекта в точке $r$:

$$p_{shape}(r) = \sum_n \delta(r - r_n) * p_{sensor}(r), \tag{16}$$

где $p_{sensor}(r)$ – плотность распределения, описывающая распределение шума по каждой точке данных сенсора; $r_n$ – местоположение $n$-ной точки данных; $\delta(\circ)$ – дельта-функция Дирака; $*$ – оператор свертки. Оценка формы объекта собственно состоит в определении плотности распределения вероятности $p_{shape}(r)$. Вычисления (16) производятся для каждого момента наблюдений. Для более точной оценки предложено учесть результаты вычислений в предыдущих выборках. При этом, если возможно, оценка может быть инициализирована априорным знанием формы цели.

**Выводы.** В плане решения задач исследования движения систем орбитального сервиса систематизированы результаты публикаций, посвященных процессу обработки измерительной информации о параметрах некооперированных космических объектов. Дана характеристика методов определения инерционных параметров объектов и параметров их движения на конечном этапе сближения сервисного космического аппарата и объекта сервиса. Выделены необходимые составляющие методов определения параметров некооперированных объектов. А именно – первоначальная обработка данных непосредственных измерений, выбор моделей движения центра масс объекта и движения объекта вокруг его центра масс; оценивание параметров объекта и его движения, основанное на использовании результатов первоначальной обработки данных измерений и принятых моделях динамики. Усилия разработчиков методов орбитального определения характеристик некооперированных объектов направлены на повышение точности оценивания характеристик и сокращения времени  вычислений. На данный момент не разработан алгоритм определения положения, ориентации, инерционных характеристик и формы объекта, способный автономно функционировать в реальном масштабе времени [20]. Приведенный в работе анализ методов орбитального дистанционного определения характеристик объектов сервиса может быть использован для моделирования движения сервисного космического аппарата и объекта обслуживания, а также для оценки характеристик процесса обработки измерительной информации.


1. *Алпатов А. П.* Космический мусор: аспекты проблемы. Техническая механика. 2018. № 1. С. 30–47.
2. *Трушляков В. И., Юткин Е. А.* Обзор существующих разработок средств спуска крупногабаритного космического мусора как операции обслуживания аппаратов на орбите. Омский научный вестник. 2015. № 3 (143). С. 50–56.
3. *Fehse W.* Automated rendezvous and docking of spacecraft. Cambridge : University Press. 2003. P. 486.
4. *Kitamura S., Hayakawa Y., Kawamoto S.* A reorbiter for GEO large space debris using ion beam irradiation. Proceedings of 32-nd International Electric Propulsion Conference. Wiesbaden, Germany, 2011. P. 13.
5. *Lavagna M., Benvenuto R., De Luca L., Maggi F., Tadini P., Graziano M.* Contactless active debris removal: the hybrid propulsion alternative. Proceedings of 5-th European Conference for Aerospace Sciences. Munich, 2013. P. 33.
6. *Bombardelli C., Pelaez J.* Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal, Journal of Guidance, Control and Dynamics. 2011. Vol. 34, № 3. P. 916–920.
7. *Clerc X., Retat I.* Astrium vision on space debris removal. Proceedings of 63rd International Astronautical Congress. Naples, Italy, 2012. P. 1–5.
8. *Martinez H. G., Giorgi G., Eissfeller B.* Pose estimation and tracking of non-cooperative rocket bodies using Time-of-Flight cameras. Acta Astronautica. 2017. Vol. 139. P. 165–175.
9. *Hillenbrand U., Lampariello R.* Motion and parameter estimation of a free-floating space object from range data for motion prediction. Proc. of the 8th Int. Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Spaces. 2005. 26 p.
10. *Zhou B-Z., Cai G-P., Liu Y-M., Liu P.* Motion Prediction of a Non-Cooperative Space Target. Advances in Space Research. 2017. Vol. 61, № 1. P. 207–222.
11. *Соколов Н. Л.* Метод определения орбитальных параметров космического мусора бортовыми средствами космического аппарата. Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 77 (2014), URL: http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=52950 (дата обращения 28.07.2018).
12. *Трещалин А. П.* Применение оптико-электронной аппаратуры космических аппаратов для предварительного определения параметров орбит околоземных объектов. Труды МФТИ. 2012. т. 4, № 3. С. 122 – 131.
13. Range imaging [Електронний ресурс] // Вікіпедія: вільна енциклопедія. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Range_imaging (дата звернення:21.04.2018).
14. Діапазонне зображення [Електронний ресурс] // Вікіпедія: вільна енциклопедія. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Діапазонне_зображення (дата звернення:24.08.2018).
15. *Lichter M. D., Dubowsky S.* Estimation of state, shape, and inertial parameters of space objects from sequences of range images. Intelligent Robots and Computer Vision XXI: Algorithms, Techniques, and Active Vision, Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. 2003. Vol. 5267, P. 194–205.
16. *Lichter M. D.* Shape, Motion, and Inertial Parameter Estimation of Space Objects using Teams of Cooperative Vision Sensors. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2005. 160 p.

17. *Benninghoff H., Boge T.* Rendezvous involving a non-cooperative, tumbling target - estimation of moments of inertia and center of mass of an unknown target. Conference: International Symposium on Space Flight Dynamics. Munich, Vol. 25. 2015.
18. *Pesce V., Lavagna M., Bevilacqua R.* Stereovision-based pose and inertia estimation of unknown and uncooperative space objects. Advances in Space Research. 2017. Vol. 59. P. 236–251.
19. *Doignon C.* An Introduction to Model-Based Pose Estimation and 3-D Tracking Techniques. Scene Reconstruction, Pose Estimation and Tracking. Vienna. Austria. 2007. P. 359–382.
20. *Bercovici B., McMahon J.* Point Cloud Processing using Modified Rodrigues Parameters for Relative Navigation. Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2017. P. 1–8.
21. *Lichter M. D., Dubowsky S.* State, Shape, and Parameter Estimation of Space Objects from Range Images. Proceedings of the 2004 IEEE. International Conference on Robotics & Automation. New Orleans, LA. 2004. P. 2974–2979.
22. *Fischler M. A., Bolles R. C.* Random Sample Consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography, Commun. ACM 24. 1981. P. 381–395.
23. *Besl P. J., McKay N. D.* A method for registration of 3-D shapes. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1992. Vol. 14, № 2. P. 239–256.
24. *Clohessy W. H., Wiltshire R. S.* Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous. Journal of the Aerospace Sciences. 1960. Vol. 27, № 9. P. 653–678.
25. *Gurfil P., Kholshevnikov K.V.* Manifolds and metrics in the relative spacecraft motion problem. J. Guid. Control Dynamic. 2006. Vol. 29. P. 1004–1010.
26. *Segal S., Gurfil P.* Effect of kinematic rotation-translation coupling on relative spacecraft translational dynamics. J Guid Control Dynamic. 2009. Vol. 32. P.1045–1050.
27. *Tweddle B. E., Saenz-Otero A., Leonard J. J., Miller D. W.* Factor graph modeling of rigid-body dynamics for localization, mapping, and parameter estimation of a spinning object in space. Journal of Field Robotics. Vol. 32, № 6. P. 897–933.
28. *Aghili F.* A Prediction and Motion-Planning Scheme for Visually Guided Robotic Capturing of Free-Floating Tumbling Objects With Uncertain Dynamics. IEEE Transactions On Robotics. 2012. Vol. 28, № 3. P. 634-649.
29. *Brown R. G., Hwang P. Y. C.* Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, 2nd Ed., New York: John Wiley & Sons, 1992. 512 p.
30. *Julier S. J., Uhlmann J. K.* A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems. Proceedings of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, Orlando, Florida. 1997. P. 182–193.
31. *Sidi M. J.* Spacecraft Dynamics and Control: a Practical Engineering Approach. New York: Cambridge University Press. 1997. 428 p.
32. *Nocedal W., Wright S. J.* Numerical Optimization. Springer Series in Operations Research. Springer, New York, 1999. 651 p.
33. *Smith R. C., Cheeseman P.* On the Representation and Estimation of Spatial Uncertainty. International. Journal of Robotics Research. 1987. Vol. 5, № 4. P. 56–68.
34. *Sujan V., Dubowsky S.* Visually Built Task Models for Robot Teams in Unstructured Environments. Proceedings of 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2002). Washington D.C., May 11-15, 2002. Vol. 2. P. 1782–1787.

Получено 20.09.2018,
в окончательном варианте 19.12.2018