

Оценка стадий усталостного повреждения сталеы в концентраторах напряжений с учетом кинетики неупругого деформирования

А. И. Новиков, Г. В. Цыбанев

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Рассмотрено применение разработанной авторами модели предельного исчерпания циклической пластичности для определения стадий усталостного повреждения элементов конструкций в упругоэластической постановке и кинетики напряженно-деформированного состояния в условиях концентрации напряжений. Представлены ее определяющие уравнения. Основное отличие полученных по модели решений от известных заключается в использовании диаграмм циклического деформирования в зависимости от числа циклов нагружения, что достигается введением в пластическую часть уравнения Осгуда–Рамберга функции, которая отображает изменение неупругих деформаций в зависимости от наработки на различных уровнях амплитуды напряжений. На основании экспериментальных данных, полученных при симметричном растяжении–сжатии гладких образцов, выполнена конкретизация параметров функций. Полученные результаты используются также при разработке подхода к расчету долговечности элементов конструкции при наличии градиента напряжений в упругоэластической постановке. С помощью подхода определена усталостная долговечность цилиндрических образцов с концентраторами напряжений. Для этого по предложенной модели пошагово определяются повреждения тонких слоев материала с необходимой величиной их дискретизации. Для определения кинетики упругоэластического напряженно-деформированного состояния в минимальном сечении образца предложена гибридная численно-аналитическая схема расчета с применением метода конечных элементов в опорных точках и весовых функций. Для учета изменения численного решения от изменения упругоэластических свойств с ростом числа циклов нагружения на разных уровнях амплитуды напряжения решение методом конечных элементов приводится к нормированному виду, в котором оно используется при нахождении уравнений равновесия. Это позволяет определить кинетику эпюр упругоэластического напряженно-деформированного состояния, усталостного повреждения образцов с концентратором напряжений и долговечность материала с нестабилизированным циклическим деформированием. Долговечность стадий усталостного повреждения образцов с концентраторами напряжений определяется по критерию зарождения и развития короткой трещины заданного размера. Сравнение экспериментальных данных по долговечности сталеы 45 и 1Х2М с рассчитанными показывает хорошее их согласование.

Ключевые слова: долговечность, концентрация напряжений, упругоэластические решения, кинетика усталостного повреждения, неупругие деформации, стадии усталости, аналитическая модель.

Введение. Причиной разрушения многих элементов конструкций в эксплуатации является усталость материалов в зонах повышенных напряжений, обусловленных, прежде всего, различными геометрическими переходами – концентраторами напряжений. Вопросу прогнозирования циклической долговечности материалов при наличии концентраторов напряжений посвящено значительное количество работ [1–10] и др. Однако его нельзя считать окончательно решенным, так как многие предложенные решения невозможно распространить на все материалы, условия нагружения и особенности концентраторов. Специфика кинетики усталостного повреждения различных материалов – зарождение и рост усталостных трещин – оказывает влияние на его изменение при различных уровнях градиента напряжений и деформаций, характеризующих геометрический концентратор напряжений. Традиционно при исследовании влияния концентрации напряжений на усталостную долговечность материалов используются усталостные характеристики гладких образцов.

Для материалов, проявляющих неупругое поведение при многоциклового усталости, при определении напряженно-деформированного состояния (НДС) в концентраторе напряжений используют упругопластическое решение, при оценке циклической долговечности – деформационные или энергетические критерии [1, 2, 6–8] и критерии механики повреждения [10]. В настоящее время для прогнозирования усталостной долговечности элементов с градиентом изменения НДС используют нелокальные подходы вместо локальных для осреднения параметров в зоне высоких напряжений [4, 5, 9]. Также рассматриваются решения с применением механики коротких трещин [3], с учетом барьеров для их торможения и степени упрочнения материала [11]. В то же время различные металлические материалы в процессе циклического нагружения могут упрочняться, разупрочняться, иметь сложную кинетику изменения неупругих деформаций [12, 13], что влияет на кинетику НДС в концентраторе напряжений. Кроме того, уровень и кинетика циклических неупругих деформаций обусловлены зарождением и ростом поверхностных коротких усталостных трещин при испытании гладких образцов [14–16], что может быть использовано в расчетных моделях для описания зарождения и роста трещин в концентраторах напряжений.

Ввиду того что реальные элементы конструкций в большинстве случаев работают в условиях неоднородного НДС, возникает задача определения долговечности в таких условиях, так как она значительно отличается от долговечности, полученной для однородного НДС [1]. При упругопластическом решении таких задач используются стабилизированные величины неупругих или пластических деформаций, что с учетом рассматриваемых закономерностей изменения неупругих деформаций в процессе усталости материалов искажает картину НДС. Разработанная модель предельного исчерпания циклической пластичности (ПИЦП) позволяет предложить новый метод расчета долговечности и НДС в условиях изгиба и концентрации напряжений с учетом кинетики и взаимосвязи перераспределения неупругих деформаций и напряжений в слоях материала, диаграмма циклического деформирования которого изменяется с увеличением усталостного повреждения [17–19]. Хотя в настоящее время и существуют приближения аналитического решения задачи о перераспределении напряжений с наработкой при циклическом изгибе для циклически нестабильного материала, они слишком сложные для практического использования. В современных пакетах метода конечных элементов (МКЭ) реализовано известное уравнение Чабоча [20, 21], однако для его использования в расчетах кинетики НДС при циклическом нагружении необходимо знать большое количество параметров, которые не всегда можно определить. Поэтому использование разработанной модели для построения кривых усталости на разных стадиях зарождения и роста трещины, расчета кинетики НДС и повреждения материала в условиях неоднородного НДС позволяет повысить надежность прогноза усталостной долговечности элементов конструкций и может быть новым инструментом для решения подобных задач.

Базой для разработки модели ПИЦП [17–19] служили многочисленные экспериментальные данные по усталости конструкционных материалов, полученные в отделе усталости и термоусталости материалов Института проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины. Обработка результатов исследований неупругого поведения сталей и сплавов при многоциклового нагружении в случае если неупругие деформации малы и не превышают упругих, позволила найти дальнейшее их применение для прогноза усталостной долговечности элементов конструкций.

Целью данной работы является использование модели ПИЦП [17–19] для оценки стадий усталостного повреждения элементов конструкций с градиентом напряжений в упругопластической постановке и кинетики НДС в условиях концентрации напряжений для материалов с циклически нестабильным деформированием. При этом входная информация для расчета НДС и долговечности таких режимов пред-

ставляется данными, полученным в условиях одноосного симметричного циклического нагружения гладких образцов.

Описание расчетной модели. Основные положения модели ПИЦП предложены и описаны ранее [17–19]. В модели не требуется применять гипотезу суммирования усталостных повреждений при расчете долговечности, поскольку повреждение материала рассматривается как непрерывное упрочнение (разупрочнение) до исчерпания ресурса пластичности материала, в результате чего наступает его предельное состояние – разрушение.

Для описания процесса упрочнения (разупрочнения) материала, что выражается в изменении текущего значения циклического предела текучести, введем функцию исчерпания пластичности. Последняя представляет собой зависимость, описывающую поцикловое изменение циклического предела текучести от начального значения $\sigma_{т,0}$ до критического $\sigma_{т,cr}$, по достижении которого наступает предельное состояние. Текущее значение циклического предела текучести на $(i+1)$ -м полуцикле через производную функции исчерпания пластичности запишем как

$$\sigma_{т,i+1} = \sigma_{т,i} + \frac{df(\varepsilon_{ine})}{d\varepsilon_{ine}} \left(\pm 1 - \frac{df(\varepsilon_{ine})}{d\varepsilon_{ine}} \right)^{-1} \Bigg|_{\varepsilon_{ine,i}} \varepsilon_{ine,i}, \quad (1)$$

где $\sigma_{т,i+1}$, $\sigma_{т,i}$ – циклический предел текучести в $(i+1)$ -м и i -м полуцикле нагружения соответственно, причем $i \in 0, \dots, 2N$, N – число циклов до разрушения при заданной амплитуде циклического напряжения σ_a ; $f(\varepsilon_{ine})$ – функция исчерпания пластичности; ε_{ine} , $\varepsilon_{ine,i}$ – амплитуда неупругой деформации и ее значение в i -м цикле нагружения; верхний знак “+” используется для упрочняющегося материала, нижний “–” – для разупрочняющегося [17].

По зависимости (1) определяют прирост циклического предела текучести в каждом полуцикле нагружения в рекуррентной форме. Интегрируя дифференциальное уравнение, построенное на основе (1), получаем уравнение кривой усталости, составленное для предельного состояния материала при циклическом нагружении [17]:

$$N = \frac{1}{2} \int_{\sigma_{т,0}}^{\sigma_{т,cr}} \left(\pm \left(\frac{df(\varepsilon_{ine})}{d\varepsilon_{ine}} \right)^{-1} - 1 \right) \frac{d\sigma_{т}}{\varepsilon_{ine}}, \quad (2)$$

где $\sigma_{т}$, $\sigma_{т,0}$, $\sigma_{т,cr}$ – текущее, исходное и критическое значения циклического предела текучести.

Конкретизация модели. Для конкретизации уравнений (1) и (2) необходимо задаться видом функции исчерпания пластичности и уравнением диаграммы циклического деформирования, в которых учитывается накопление усталостных повреждений вследствие исчерпания пластичности (далее такую диаграмму будем называть полной). Принимаем, что функция исчерпания пластичности определяется некоторой степенной функцией, значение которой зависит от неупругой деформации:

$$f(\varepsilon_{ine}) = b(\varepsilon_{ine})^a, \quad (3)$$

где a , b – показатели нелинейности и пропорциональности соответственно.

Для аналитического описания полной диаграммы циклического деформирования используем уравнение Осгуда–Рамберга на стадии стабилизации неупругого деформирования с модифицированной частью, которая отвечает за изменение не-

упругих деформаций с увеличением повреждения D_ε , вызванного наработкой, [17, 18]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_a(\sigma_a, D_\varepsilon) &= \varepsilon_e(\sigma_a) + \varepsilon_{ine}(\sigma_a, D_\varepsilon) = \varepsilon_e(\sigma_a) + \varepsilon_{ine,s}(\sigma_a) f(\sigma_a, D_\varepsilon) = \\ &= \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K}\right)^{1/n} (L_0(\sigma_a) + D_\varepsilon(L_K(\sigma_a) - L_0(\sigma_a))), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\varepsilon_a(\sigma_a, D_\varepsilon)$, $\varepsilon_e(\sigma_a)$, $\varepsilon_{ine}(\sigma_a, D_\varepsilon)$ – функции, описывающие амплитуду полной, упругой и неупругой составляющей полной диаграммы циклического деформирования соответственно; $\varepsilon_{ine,s}(\sigma_a)$ – функция неупругих деформаций от σ_a на стадии их стабилизации; $f(\sigma_a, D_\varepsilon)$ – функция, учитывающая изменение неупругой деформации при циклической деградации материала с повреждением D_ε ; K , n – коэффициенты на стадии стабилизации неупругой деформации; $L_0(\sigma_a)$, $L_K(\sigma_a)$ – нормированные относительно стабилизированной диаграммы циклического деформирования $\varepsilon_{ine,s}(\sigma_a)$ функции неупругой деформации, которые отвечают начальному состоянию материала и его предельному повреждению соответственно,

$$\begin{aligned} L_0(\sigma_a) &= L_{0,0} + \frac{L_{0,K} - L_{0,0}}{\sigma_K - \sigma_{-1}} (\sigma_a - \sigma_{-1}); \\ L_K(\sigma_a) &= L_{K,0} + \frac{L_{K,K} - L_{K,0}}{\sigma_K - \sigma_{-1}} (\sigma_a - \sigma_{-1}), \end{aligned} \quad (5)$$

где σ_K – критическое напряжение усталости, что соответствует N_K по кривой усталости; σ_{-1} – предел выносливости при симметричном цикле; $L_{0,0}$, $L_{0,K}$, $L_{K,0}$, $L_{K,K}$ – значения неупругой деформации, отвечающие начальному состоянию материала и его предельному повреждению, отнесенные к ее средней величине при уровнях нагружения σ_{-1} , σ_{-1} , σ_K и σ_K соответственно.

Согласно модели критерием предельного состояния материала является условие $\sigma_\tau = \sigma_{\tau,cr}$. В начале нагружения при $\sigma_\tau = \sigma_{\tau,0}$ повреждение $D_\varepsilon = 0$, по достижении предельного состояния $D_\varepsilon = 1$. Тогда D_ε можно определить как

$$D_\varepsilon = \frac{\sigma_\tau - \sigma_{\tau,0}}{\sigma_{\tau,cr} - \sigma_{\tau,0}}. \quad (6)$$

Располагая (4) и подставляя (6) в (1), получаем уравнение для определения циклического предела текучести в каждом полцикле нагружения. С учетом этого и зависимости (4) выражение (2) после упрощений примет вид

$$N(\sigma_a) = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\tau,cr} - \sigma_{\tau,0}}{L_K(\sigma_a) - L_0(\sigma_a)} \left(\pm \frac{(L_K(\sigma_a))^{1-a} - (L_0(\sigma_a))^{1-a}}{ab(1-a) \left(\frac{\sigma_a}{K}\right)^{a/n}} - \frac{\ln \frac{L_K(\sigma_a)}{L_0(\sigma_a)}}{\left(\frac{\sigma_a}{K}\right)^{1/n}} \right). \quad (7)$$

Уравнение (7) позволяет определить кривую усталости для принятого критерия предельного состояния материала при циклическом нагружении без учета интегральных зависимостей, что упрощает дальнейшие расчеты при определении параметров модели ПИЦП и ее последующем применении к решению задач усталости.

Определение параметров модели ПИЦП. Систему уравнений для определения параметров a и b функции исчерпания пластичности составляем с помощью (7) и условия о связи усталостных повреждений D_ε при относительной наработке $D_N = n/N$, равной 0,5, которая следует из условия нормирования при установлении модифицированной части уравнения полной циклической диаграммы деформирования (4) [17–19]. Так, если известна экспериментальная кривая усталости в виде $N(\sigma_a) = f(\sigma_a)$, то, используя полученное уравнение кривой усталости (7) согласно модели в виде $N(\sigma_a) = F(a, b, \sigma_a)$ и условию нормирования (значение функции $f(\sigma_a, D_\varepsilon) = 1$ при $D_N = 0,5$), получаем систему нелинейных уравнений по определению параметров a и b , составленную для напряжения σ_a , соответствующего многоциклового кривой усталости:

$$\begin{cases} f(\sigma_a) = F(a, b, \sigma_a); \\ D_\varepsilon|_{D_N=0,5} = \frac{1 - L_0(\sigma_a)}{L_K(\sigma_a) - L_0(\sigma_a)}. \end{cases} \quad (8)$$

После определения параметров модели, данная система используется для определения усталостной долговечности в условиях градиента напряжений цилиндрических образцов круглого сечения с концентраторами напряжений в виде круговой выточки с теоретическим коэффициентом концентрации $\alpha_\sigma = 3,35$ и $2,45$, изготовленных из циклически упрочняющейся стали 45 и разупрочняющейся стали 1X2M [22]. Образцы нагружали симметричным растяжением–сжатием, т.е. рассматривается симметричная задача – отсутствие изгибающего момента, свойства материала в условиях растяжения и сжатия одинаковые.

Статические и циклические характеристики исследуемых материалов. Основные механические характеристики и термообработка исследуемых материалов представлены в табл. 1. В табл. 2 приведены характеристики исследуемых материалов при циклическом нагружении.

Т а б л и ц а 1

Механические характеристики исследуемых материалов

Сталь	Термообработка	σ_T , МПа	σ_B , МПа	E , ГПа	δ , %	ψ , %
45	Нормализация при 840...860°C	316	580	209	25,6	47,4
1X2M	Состояние поставки	332	529	217	30,6	76,6

Примечание. σ_T – предел текучести; σ_B – предел прочности; E – модуль упругости первого рода; δ – относительное удлинение; ψ – относительное сужение.

Параметры кривых усталости получены для двулогарифмического аппроксимирующего уравнения. Индекс “–Г” в табл. 2 относится к пределу выносливости (граница перехода от многоциклового области усталости в гигацикловую), индекс “К” – к критическому напряжению усталости (граница перехода от многоциклового области усталости к малоциклового). Для всех кривых усталости предел выносливости определяется на базе испытаний $N_0 = 2 \cdot 10^6$ цикл. В табл. 3 приведены коэффициенты стабилизированных диаграмм циклического деформирования $\varepsilon_{ine,s}(\sigma_a)$, которые описываются уравнением (4). Там же представлены значения неупругих деформаций, соответствующих двум уравнениям предельного напряжения для многоциклового

Т а б л и ц а 2

Характеристики кривых усталости гладких и надрезанных образцов исследуемых сталей

Сталь	Образец	σ_{-1} , МПа	σ_K , МПа	A	B	R	m
45	Гладкий	264,6	323,4	50,837	-18,386	-0,946	13
	$\alpha_\sigma = 2,45$	136,4	289,6	16,753	-4,897	-0,952	19
	$\alpha_\sigma = 3,35$	125,2	271,9	16,287	-4,760	-0,909	19
1X2M	Гладкий	270,5	333,6	49,059	-17,584	-0,913	9
	$\alpha_\sigma = 2,45$	85,2	236,2	13,285	-3,618	-0,852	17
	$\alpha_\sigma = 3,35$	110,3	290,9	14,072	-3,805	-0,932	16

Примечание. A, B – коэффициенты для двулогарифмического аппроксимирующего уравнения; R – коэффициент корреляции; m – количество образцов.

Т а б л и ц а 3

Параметры экспериментальных стабилизированных диаграмм циклического деформирования

Сталь	K	n	$\varepsilon_{ine}(\sigma_{-1}) \cdot 10^4$	$\varepsilon_{ine}(\sigma_K) \cdot 10^3$
45	574,151	0,082292	0,816018	0,934825
1X2M	564,484	0,073052	0,423248	0,746608

кривой усталости, а именно: для критического напряжения усталости и предела выносливости.

Расчетное определение кривых усталости при концентрации напряжений по разработанной модели. Для численной оценки кинетики усталостного повреждения и НДС сталей с последующим расчетным определением кривых усталости образцов с концентраторами напряжений использовали модель ПИЦП. Выражение (7) можно применять непосредственно для нахождения числа циклов до разрушения при регулярном режиме нагружения. В случае если в исследуемом объекте присутствует градиент напряжений, при расчете долговечности и кинетики НДС необходимо использовать систему уравнений, построенную на основе выражений (1)–(6) с учетом реального НДС, которое зависит от повреждения, полученного вследствие циклической наработки.

Интегральные условия равновесия при растяжении образца круглого сечения радиусом $r = d/2$ в общем и упрощенном виде записываются соответственно так:

$$\iint_F \sigma_{xx}(y) dy = N_x; \quad \int_0^{d/2} r \sigma_{xx}(r) dr = \frac{N_x}{2\pi}, \quad (9)$$

где σ_{xx} – напряжение вдоль оси x ; N_x – растягивающая сила, соответствующая заданному номинальному напряжению σ_n в минимальном сечении образца с концентратором, найденному по упругой диаграмме деформирования без учета концентрации напряжений,

$$N_x = F \sigma_n = \frac{\pi d^2}{4} \sigma_n. \quad (10)$$

Уравнение (9) с учетом (10) преобразуется к виду

$$\int_0^{d/2} r \sigma_{xx}(r) dr = \frac{d^2 \sigma_n}{8}. \quad (11)$$

Ниже приведены общеизвестные, но необходимые при дальнейших выкладках уравнения для нахождения компонент тензора напряжений и интенсивности деформаций в упругой постановке. Так, согласно методам теории упругости октаэдрические деформация ε_0 и напряжение σ_0 , интенсивности деформаций ε_{int} и напряжений σ_{int} , а также компоненты тензора деформаций ε_{ij} и напряжений σ_{ij} определяются соответственно следующим образом:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}); \quad (12)$$

$$\sigma_0 = \frac{E}{1-2\mu} \varepsilon_0 = \frac{E}{1-2\mu} \frac{\theta}{3} = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}); \quad (13)$$

$$\varepsilon_{int} = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\mu)} \left((\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right)^{1/2}; \quad (14)$$

$$\sigma_{int} = G \varepsilon_{int} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} ((\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))^{1/2}; \quad (15)$$

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0 = 2G(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \varepsilon_0); \quad (16)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \quad (17)$$

где G – модуль сдвига; δ_{ij} – символ Кронекера; θ – объемная деформация; μ – коэффициент Пуассона.

Согласно теории малых упругопластических деформаций ниже приведены уравнения для определения компонент тензора напряжений в упругопластической постановке. Интенсивность напряжений находится как нелинейная функция от интенсивности деформаций, т.е. в зависимости от диаграммы циклического деформирования:

$$\sigma_{int} = \Phi(\varepsilon_{int}) = \sigma_a(\varepsilon_{int}). \quad (18)$$

Тогда компоненты тензора напряжений определяются как

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0 = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{int}}{\varepsilon_{int}} \varepsilon_{ij}. \quad (19)$$

Очевидно, что в упругой постановке при замене номинального напряжения σ_n соотношением $K\sigma_n$ имеет место сходство полей деформаций $\varepsilon_{ij,e}$:

$$\frac{\{\varepsilon_{ij}\}_e(r, K\sigma_n)}{\{\varepsilon_{ij}\}_e(r, \sigma_n)} = K; \quad (20)$$

$$\frac{\{\varepsilon_{ij}\}_{ep}(r, K\sigma_n)}{\{\varepsilon_{ij}\}_{ep}(r, \sigma_n)} \neq K. \quad (21)$$

Также очевидно, что в упругопластической постановке соотношение подобия полей деформаций $\varepsilon_{ij,ep}$ (21) не выполняется, так как происходит упругое перераспределение напряжений.

При исследовании кинетики НДС элемента необходимо определить изменение упругопластических напряжений по сечению цилиндрического образца радиусом r с помощью МКЭ и уточнения уравнений равновесия для материала, упругопластические характеристики которого изменяются при накоплении усталостного повреждения.

Для учета изменения НДС в опасном сечении концентратора в зависимости от свойств материала за счет кинетики неупругих деформаций при увеличении числа циклов нагружения разработана численно-аналитическая схема. Она подобна схеме, использованной для циклического изгиба, но с учетом того, что в опасном сечении концентратора действует сложное напряженное состояние, аналитическое распределение деформаций неизвестно и соотношение (20) не выполняется.

Прежде всего, для заданной геометрии концентратора и ряда номинальных напряжений σ_n с помощью МКЭ определяются дискретные упругие $\varepsilon_{ij,e}(r)$ и упругопластические $\varepsilon_{ij,ep}(r, D_\varepsilon)$ поля компонент тензора деформаций для ряда дискретных значений $D_\varepsilon = \{0, 0,25, 0,5, 0,75, 1\}$ в виде функций от радиуса r опасного сечения концентратора напряжений:

$$\{\varepsilon_{ij}\}_e(r) = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{zy}\}_e; \quad (22)$$

$$\{\varepsilon_{ij}\}_{ep}(r) = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{zy}\}_{ep}. \quad (23)$$

Полученные поля компонент тензора деформаций $\varepsilon_{ij,e}(r)$ и $\varepsilon_{ij,ep}(r, D_\varepsilon)$ приводятся к нормированному виду

$$\overline{\{\varepsilon_{ij}\}_e}(r) = \frac{\{\varepsilon_{ij}\}_e(r)}{\max(\{\varepsilon_{ij}\}_e(r))}; \quad (24)$$

$$\overline{\{\varepsilon_{ij}\}_{ep}}(r) = \frac{\{\varepsilon_{ij}\}_{ep}(r)}{\max(\{\varepsilon_{ij}\}_{ep}(r))}. \quad (25)$$

Затем они аппроксимируются по r и D_ε , и по соотношению (14) определяются функции упругой $\varepsilon_{int,e}(r)$ и упругопластической $\varepsilon_{int,ep}(r, D_\varepsilon)$ нормированных интенсивностей деформации.

Нормирование (22), (23) необходимо для использования полученных функций в качестве весовых при определении кинетики полей НДС в концентраторах напряжений для материала с циклически нестабильным деформированием.

С использованием полученных функций $\varepsilon_{int,e}(r)$ и $\varepsilon_{int,ep}(r, D_\varepsilon)$ функции упругой $\sigma_{e,i}(r)$ и упругопластической $\sigma_{ep,i}(r)$ амплитуд напряжений вдоль ра-

диуса r в опасном сечении концентратора в зависимости от вводимых неизвестных коэффициентов K_e , K_{ep} определяются как

$$\sigma_{a,e}(r) = \sigma_{int,e}(r) = G \varepsilon_{int,e}(r) = \overline{\varepsilon_{int,e}(r)} K_e; \quad (26)$$

$$\sigma_{a,ep}(r) = \sigma_{int,ep}(r, D_\varepsilon) = \sigma_a(\varepsilon_{int,ep}(r, D_\varepsilon)) = \sigma_a(\overline{\varepsilon_{int,ep}(r, D_\varepsilon)}) K_{ep}, D_\varepsilon). \quad (27)$$

Неизвестные коэффициенты K_e и K_{ep} вычисляются из уравнения равновесия (11).

Так, если известно обратное уравнение полной диаграммы циклического деформирования $\varepsilon_a(\sigma_a, D_\varepsilon)$ в виде $\sigma_a(\varepsilon_a, D_\varepsilon)$, с помощью уравнений равновесия, записанных в упругой и упругопластической постановках в виде (11), учитывая текущее поле повреждений на i -м полуцикле нагружения $D_{\varepsilon,i}(r)$ вдоль радиуса цилиндрического образца r и что напряжения определяются как зависимости (26), (27), коэффициенты $K_{e,i}$ и $K_{ep,i}$ находятся из следующих уравнений:

$$\int_0^r r \overline{\varepsilon_{xx,e}(r)} K_{e,i} dr = \frac{r^2 \sigma_n}{2}; \quad (28)$$

$$\int_0^r r (\sigma_a(\overline{\varepsilon_{xx,ep}(r, D_{\varepsilon,i}(r))}) K_{ep,i}, D_{\varepsilon,i}(r)) dr = \frac{r^2 \sigma_n}{2}. \quad (29)$$

Численно решая уравнения (28), (29) относительно $K_{e,i}$ и $K_{ep,i}$ с учетом упругопластической диаграммы циклического деформирования и текущего поля повреждений на i -м полуцикле нагружения $D_{\varepsilon,i}(r)$, получаем соответствующее НДС.

По найденным $K_{e,i}$ и $K_{ep,i}$ и нормированным функциям $\overline{\varepsilon_{int,e}(r)}$ и $\overline{\varepsilon_{int,ep}(r, D_\varepsilon)}$ определяются функции упругого $\sigma_{e,i}(r)$ и упругопластического $\sigma_{ep,i}(r)$ полей напряжений вдоль радиуса r для текущего поля повреждений $D_{\varepsilon,i}(r)$:

$$\sigma_{e,i}(r) = \overline{\varepsilon_{int,e}(r)} K_{e,i}; \quad (30)$$

$$\sigma_{ep,i}(r) = \sigma_a(\overline{\varepsilon_{int,ep}(r, D_{\varepsilon,i}(r))}) K_{ep,i}, D_{\varepsilon,i}(r)). \quad (31)$$

Тогда с учетом уравнений (30) и (31) остаточные напряжения находятся по соотношению

$$\sigma_{r,i}(r) = \sigma_{ep,i}(r) - \sigma_{e,i}(r). \quad (32)$$

Описанная численно-аналитическая схема (22)–(32) позволяет определить кинетику НДС в условиях концентрации напряжений с использованием опорных решений, полученных с помощью МКЭ.

Как отмечалось выше, для применения подхода к концентрации напряжений были выбраны стали 45 и 1Х2М [22], поскольку для них известны экспериментальные данные, полученные в области многоциклового усталости, которые необходимы для наполнения модели: кривые усталости при симметричном растяжении–сжатии и сведения о кинетике неупругой деформации на уровнях напряжений, соответствующих кривой усталости.

Для расчета кинетики НДС и усталостной долговечности при концентрации напряжений предлагается численно-аналитическая схема. Суть схемы заключается в проведении расчета до наступления предельного состояния на глубине 0,2 мм (критерием предельного состояния является $D_\varepsilon = 1$). Для этого заданный брус разбивается на j равномерных интервалов по глубине (радиусу). Затем на i -м полуцикле нагружения для текущих повреждений $D_{i-1,j}$ на $(i-1)$ -м полуцикле нагружения путем аппроксимации определяется функция повреждений $D_{\varepsilon,i}(y)$ по глубине образца, далее по уравнениям (9)–(32) рассчитывается текущее НДС. Для последнего по уравнениям (1) и (4) вычисляются значения текущей неупругой деформации $\varepsilon_{i,j}$ и циклического предела текучести $\sigma_{i,j}$ на границах интервалов (количество точек – $j+1$) и текущее значение повреждения $D_{i,j}$ в этих точках. После этого выполняется следующая итерация численной процедуры.

С помощью предложенной процедуры определены кинетика эпюр упругопластического НДС и эпюр повреждения (рис. 1), а также построены кривые усталости при концентрации напряжений для исследуемых сталей (рис. 2).

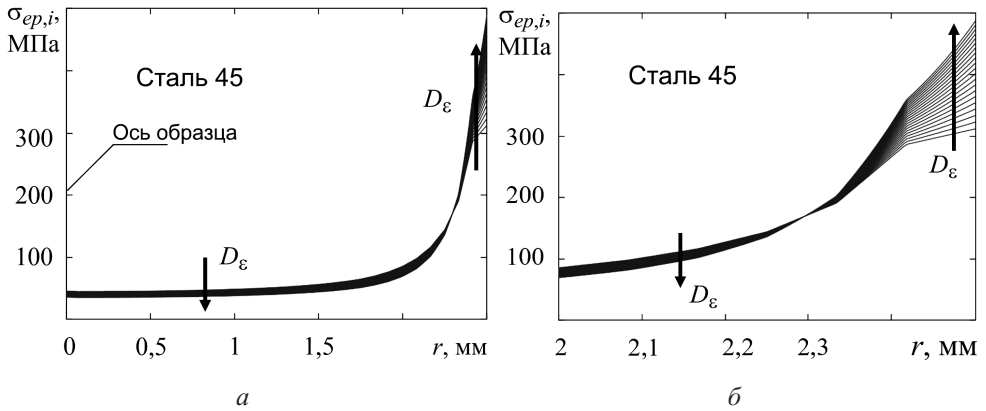
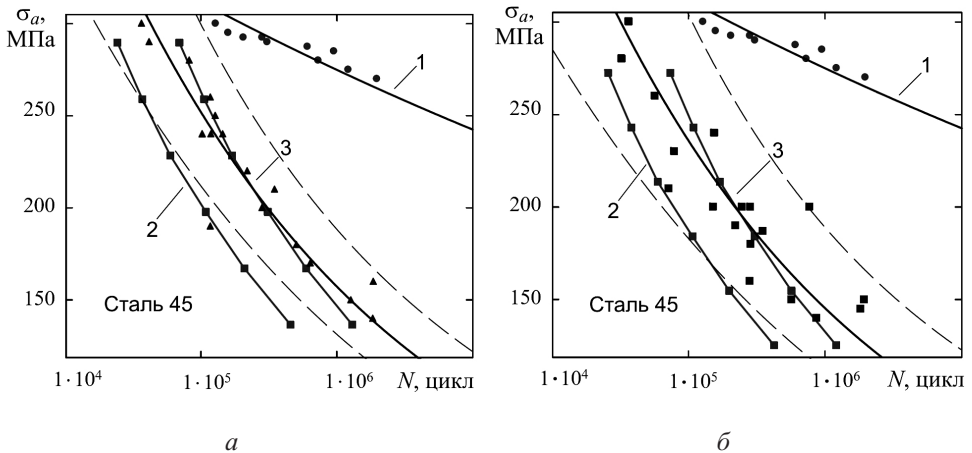


Рис. 1. Кинетика НДС при симметричном растяжении–сжатии цилиндрического образца с выточкой при $\alpha_\sigma = 2,45$ в зависимости от радиуса: a – общий вид кинетики эпюр упругопластических напряжений; b – увеличенная кинетика эпюр упругопластических напряжений в зоне концентрации. (Стрелками указано направление увеличения повреждения и соответственно число циклов нагружения.)



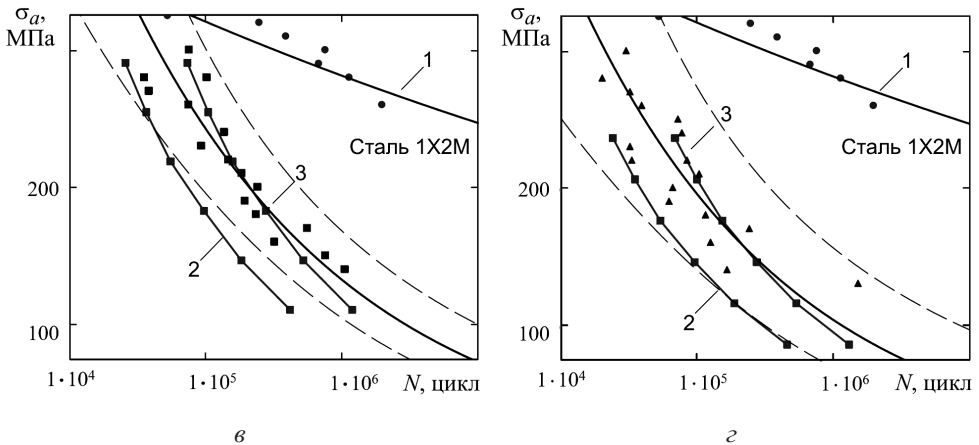


Рис. 2. Расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (точки) кривые усталости при симметричном нагружении и $\alpha_\sigma = 2,45$ (а, в), $3,35$ (б, г): 1 – для гладкого образца; 2 – по инициированию трещины для образца с выточкой; 3 – по зарождению трещины глубиной 0,2 мм для образца с выточкой; штриховые линии – границы рассеивания; точки – экспериментальные данные; кривые с точками – расчетные кривые по предложенной модели.

Сравнение экспериментальных кривых усталости с расчетными в условиях концентрации напряжений показывает их хорошее согласование (рис. 2). Максимальная погрешность в описании долговечности составляет 31% и наблюдается на уровне предела выносливости (базы испытаний). Для точки перехода от многоциклового к малоциклового области усталости (σ_K, N_K) максимальная ошибка в определении долговечности составляет 22%.

Полученные результаты свидетельствуют о работоспособности и преимуществах использования модели ПИЦП при расчетах практически важных задач усталости: расчет кинетики усталостного повреждения и постадийной долговечности конструктивных элементов с концентраторами напряжений.

Выводы

1. Описаны основные положения расчетной модели ПИЦП для определения усталостной долговечности до наступления предельного состояния конструкционных материалов в области многоциклового усталости. Модель позволяет определить как кинетику НДС, так и постадийную долговечность при концентрации напряжений по экспериментальным данным, полученным на гладких образцах при симметричном растяжении–сжатии в мягком режиме нагружения.

2. Разработана комбинированная численно-аналитическая методика решения задачи о распределении упругопластического НДС в условиях концентрации напряжений для материала, изменяющего упругопластические свойства с увеличением наработки, а следовательно, имеющего их разный уровень с удалением от поверхностного слоя при наличии градиента напряжений. Схема расчета позволяет решить задачу кинетики НДС по сечению, не прибегая на каждой итерации модели к трудоемким расчетам с помощью МКЭ. Решение базируется на полях деформаций опорных точек, полученных МКЭ и весовых функций.

3. Предложен способ определения неизвестных весовых функций при получении полей упругих и неупругих деформаций в расчетных опорных точках концентраторов напряжений: они вычисляются из уравнения равновесия сил в минимальном сечении концентратора в соответствующей постановке (упругой, упругопластической).

4. Разработанный подход реализован в программе расчета постадийной долговечности элементов с концентраторами напряжений. Показано хорошее согласование между экспериментальными и расчетными результатами.

Резюме

Розроблено модель граничного вичерпання циклічної пластичності для визначення стадій утомного пошкодження елементів конструкцій в пружно-пластичній постановці і кінетики напружено-деформованого стану в умовах концентрації напружень. Описано її визначальні рівняння. Основна відмінність отриманих за моделлю розв'язків від відомих полягає у використанні діаграм циклічного деформування в залежності від числа циклів навантаження, що досягається введенням у пластичну частину рівняння Осгуда–Рамберга функції, яка відображає зміну непружних деформацій в залежності від напруження на різних рівнях амплітуди напружень. На основі експериментальних даних, отриманих при симетричному розтязі–стиску гладких зразків, проведено конкретизацію параметрів функцій. Отримані результати використано також при розробці підходу до розрахунку довговічності елементів конструкцій за наявності градієнта напружень у пружно-пластичній постановці. За допомогою підходу визначено утомну довговічність циліндричних зразків із концентраторами напружень. Із цією метою за запропонованою моделлю покроково визначаються пошкодження тонких шарів матеріалу з необхідною величиною їх дискретизації. Для визначення кінетики пружно-пластичного напружено-деформованого стану в мінімальному перерізі зразка запропоновано гібридну чисельно-аналітичну схему розрахунку з використанням методу скінченних елементів у опорних точках і вагових функцій. Для урахування зміни чисельного розв'язку від зміни пружно-пластичних властивостей з ростом числа циклів навантаження на різних рівнях амплітуди напруження розв'язок методом скінченних елементів приводиться до нормованого виду, в якому він використовується при розв'язанні рівнянь рівноваги. Це дозволяє визначити кінетику епюр пружно-пластичного напружено-деформованого стану, утомного пошкодження зразків із концентратором напружень і довговічність матеріалів із нестабілізованим циклічним деформуванням. Довговічність стадій утомного пошкодження зразків із концентраторами напружень визначається за критерієм зародження і розвитком короткої тріщини заданого розміру. Порівняння експериментальних довговічностей сталей 45 і 1X2M із розрахунковими показує хорошу їх узгодженість.

1. Трощенко В. Т. Усталость металлов при неоднородном напряженном состоянии. Киев: Ин-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2011. 129 с.
2. Фомичев П. А. Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщ. 3. Учет градиента напряжений и деформаций. *Пробл. прочности*. 2000. № 4. С. 12–21.
3. Larrosa N. O., Navarro A., and Chaves V. Calculating fatigue limits of notched components of arbitrary size and shape with cracks growing in mode I. *Int. J. Fatigue*. 2015. **74**. P. 142–155.
4. Tovo R. and Livieri P. An implicit gradient application to fatigue of complex structures. *Eng. Fract. Mech.* 2008. **75**, No. 7. P. 1804–1814.
5. Szabó B., Actis R., and Rusk D. Predictors of fatigue damage accumulation in the neighborhood of small notches. *Int. J. Fatigue*. 2016. **92**. P. 52–60.
6. Krzyżak D. and Łagoda T. Fatigue life estimation of notched elements with use of non-local volumetric method. *Int. J. Fatigue*. 2014. **61**. P. 59–66.

7. Fatemi A., Zeng Z., and Plaseied A. Fatigue behavior and life predictions of notched specimens made of QT and forged microalloyed steels. *Int. J. Fatigue*. 2004. **26**, No. 6. P. 663–672.
8. Molski K. and Glinka G. A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root. *Mater. Sci. Eng.* 1981. **50**, No. 1. P. 93–100.
9. Santus C., Taylor D., and Benedetti M. Determination of the fatigue critical distance according to the Line and the Point Methods with rounded V-notched specimen. *Int. J. Fatigue*. 2018. **106**. P. 208–218.
10. Shen F., Voyiadjis G. Z., Hu W., and Meng Q. Analysis on the fatigue damage evolution of notched specimens with consideration of cyclic plasticity. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 2015. **38**, No. 10. P. 1194–1208.
11. Chapetti M. D., Katsura N., Tagawa T., and Miyata T. Static strengthening and fatigue blunt-notch sensitivity in low-carbon steels. *Int. J. Fatigue*. 2001. **23**, No. 3. P. 207–214.
12. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. Киев: Наук. думка, 1979. 174 с.
13. Polák J., Klesnil M., and Lucáš P. High cycle plastic stress-strain response of metals. *Mater. Sci. Eng.* 1974. **15**, Nos. 2–3. P. 231–237.
14. Трощенко В. Т., Драган В. И. Исследование закономерностей неупругого деформирования и усталостного разрушения металлов при кручении. *Пробл. прочности*. 1982. № 5. С. 3–10.
15. Polák J. and Zezulka P. Short crack growth and fatigue life in austenitic-ferritic duplex stainless steel. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 2005. **28**, No. 10. P. 923–935.
16. Jiša D., Liškutin P., Kruml T., and Polák J. Small fatigue growth in aluminium alloy EN-AW 6082/T6. *Int. J. Fatigue*. 2010. **32**, No. 12. P. 1913–1920.
17. Цыбаньов Г. В., Новіков А. І. Оцінювання втомного пошкодження і залишкового ресурсу матеріалу за моделлю граничного вичерпання пластичності. *Вісн. Терн. держ. техн. ун-ту*. 2009. № 3. С. 53–65.
18. Цыбанев Г. В., Новиков А. И. Предельное исчерпание локальной пластичности как критерий зарождения усталостной трещины. *Пробл. прочности*. 2010. № 1. С. 135–143.
19. Tsyban'ov G. V. and Novikov A. I. Ultimate hardening/softening model of material for fatigue crack initiation onset and determination of its parameters. *Int. J. Fatigue*. 2012. **39**. P. 15–24.
20. Chaboche J. L. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratcheting effects. *Int. J. Plasticity*. 1991. **7**, No. 7. P. 661–678.
21. Chaboche J. L. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. *Int. J. Plasticity*. 1986. **2**, No. 2. P. 149–188.
22. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А., Мищенко Ю. Д. Исследование усталостной прочности образцов с концентраторами напряжений с учетом неупругих циклических деформаций. *Пробл. прочности*. 1978. № 4. С. 13–16.

Поступила 03. 07. 2018