

## Математическое прогнозирование прочности аблирующих полимерных однородных композитов в трансверсальном направлении и при сдвиге вдоль и поперек волокон

Н. К. Кучер<sup>a,1</sup>, А. А. Самусенко<sup>b,2</sup>

<sup>a</sup> Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

<sup>b</sup> ГП “Конструкторское бюро “Южное” им. М. К. Янгеля”, Днепр, Украина

<sup>1</sup> kucher@ipp.kiev.ua

<sup>2</sup> info@yuzhnoye.com

Исследуется эффективность прогнозирования характеристик прочности аблирующих полимерных однородных углепластиков при повышенных температурах исходя из свойств неармированной матрицы и пучка волокон в процессе термоокислительной деструкции при различных видах напряженного состояния. Характеристики упругости и параметры прочности трансверсально-изотропного углепластика, а также его составляющие (эпоксидная матрица и углеродные волокна типа T700) определяли согласно регламентирующему документам Украины при малых скоростях нагрева с последующей выдержкой образцов при фиксированной температуре, когда можно пренебречь инерционными эффектами. Показано, что изменение плотностей аблирующих неармированной матрицы и пучка волокон при повышенных температурах достаточно хорошо описывается моделями многофазных сред на основе модифицированной интегральной показательной функции. Анализируется возможность оценки предельных напряжений трансверсально-изотропного композита при повышенных температурах на основе механики многофазных сред с учетом тепломеханических характеристик аблирующей полимерной матрицы и пучка углеродных волокон. Предполагается, что задача тепломассопереноса может быть решена отдельно от связанной задачи термомеханики аблирующих материалов, так как механические напряжения не влияют на ее параметры. Установлено, что в результате расчета предельных напряжений на основе гипотезы о полной герметичности поверхностей между фазами или в предположении малости давления в порах определяют нижнюю и верхнюю границы изменения прочности композита при различном виде напряженного состояния. В частности, прочность однородного композита при растяжении в трансверсальном направлении и при сдвиге вдоль и поперек волокон хорошо коррелирует с полученными авторами и другими исследователями экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** аблация, однородный полимерный композит, оценка прочности в главных направлениях, высокие температуры.

**Введение.** В последнее время полимерные композиционные материалы все чаще используются при изготовлении жидкостных ракет. Однако наибольшее распространение они получили при производстве ракетных двигателей на твердом топливе, что позволило значительно улучшить их параметры и уменьшить пассивную массу конструкции [1, 2]. Стремление максимально использовать прочностные ресурсы материала приводит к необходимости его работы при напряжениях, близких к разрушающим. При высоких температурах в полимерных композитах происходят процессы, называемые “абляцией”. Как отмечалось в [3–6], процессы аблации композиционных материалов являются процессами “физических и химических превращений, происходящих под действием высоких температур”. Изменение структуры материала приводит к существенному изменению его механических и теплофизических характеристик [3–7].

Отметим, что аблирующие материалы широко используются также при создании тепловой защиты конструкций. Они выдерживают высокую температуру, способствуют равномерному ее распределению по поверхности изделия, имеют малую удельную плотность и просты в применении.

Для описания деформирования и прочности аблирующих полимерных композиционных материалов при высоких температурах, представляющих собой многофазные системы, которые взаимодействуют между собой в процессе деформирования, используются модели механики многофазных сред [3, 8].

Предполагается [3, 8], что при комнатной температуре композиционный материал состоит из двух фаз: армирующего волокна и полимерной матрицы. При высоких температурах в полимерной матрице происходят процессы аблации согласно механизму пиролиза с появлением двух новых фаз: газовая представляет собой газообразные продукты терморазложения полимера, пиролитическая – твердые продукты (кокс). Армирующие волокна также подвергаются аблации. Кроме исходной аморфной фазы при высоких температурах в них появляется еще одна твердая фаза, которую называют “кристаллической”. Принятая схема структурообразования при аблации [3] базируется на гипотезе о том, что все фазы волокон и матрицы существуют одновременно в каждом элементарном объеме композита. Считается, что при нагревании изменяется только соотношение объемных фаз композита.

Вывод связанный разрешающей системы уравнений термомеханики многофазных сред с превращениями для аблирующих композиционных материалов представлен в работах [3, 8]. При этом задача тепломассопереноса решается отдельно от задачи деформирования, так как механические напряжения не влияют на параметры внутреннего тепломассопереноса.

В ряде работ, например [3, 9], было показано, что изменение плотности неармированной эпоксидной матрицы и пучка углеродных волокон хорошо описывается модифицированной интегральной показательной функцией  $Ei_1(y)$  [10].

Отметим, что при термогравиметрическом анализе кривые пучка углеродных волокон [3] смещаются вправо по шкале температуры примерно на 50...150°C относительно аналогичных кривых эпоксидной матрицы. При этом имеет место хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными. Как следует из представленных ниже результатов, возникающие напряжения в аблирующих материалах под действием приложенных нагрузок зависят от температуры и скорости нагрева.

Ранее [9] рассмотрена возможность расчета характеристик упругости однородного композита и параметров прочности при высоких температурах в условиях действия растягивающих и сжимающих усилий в направлении армирования.

Целью настоящей работы является анализ эффективности математического прогнозирования параметров прочности аблирующих полимерных однородных углепластиков в трансверсальном направлении и при сдвиге вдоль и поперек волокон.

**Деформирование и прочность эпоксидной матрицы при высоких температурах.** Чтобы конкретизировать соотношения между эффективными характеристиками матрицы и соответствующими характеристиками фаз, необходимо решить локальную задачу механики на ячейке периодичности [3]. Исходя из гипотез о центральной симметрии фаз пористого аблирующего материала и квазистатичности процессов движения с помощью метода усреднения внутренних теплофизических и механических характеристик получим выражение между осредненными деформациями  $\varepsilon_{mkl}$  ( $k, l = 1, 2, 3$ ) и напряжениями  $\sigma_{mkl}$  матрицы при высоких температурах:

$$\varepsilon_{mkl} = \frac{(1 + \nu_m)\sigma_{mkl}}{E_m} - \frac{\nu_m}{E_m}\sigma_{mkl}\delta_{kl} + f_m p\delta_{kl} + \varepsilon_m^0\delta_{kl}, \quad (1)$$

где  $E_m$ ,  $\nu_m$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона ( $\nu_m = \text{const}$ ) матрицы;  $f_m$  – коэффициент межфазного взаимодействия;  $p$  – давление в порах;  $\varepsilon_m^0$  – эффективная тепловая деформация;  $\delta_{kl}$  – символ Кронекера. Эти величины определяются по соотношениям

$$E_m = E_b^0 \tilde{a}_m; \quad f_m = \frac{\varphi_g}{E_b^0} \left[ \frac{1}{a_0(S_p^2 - S_b^2) + m_p(1 - S_p^2)} - \frac{1}{\tilde{a}_m} \right]; \quad m_p = \frac{E_p}{E_b^0};$$

$$\tilde{a}_m = \left[ \frac{S_b}{a_0(S_p^2 - S_b^2) + m_p(1 - S_p^2)} + \frac{S_p - S_b}{a_0(S_p^2) + m_p(1 - S_p^2)} + \frac{1 - S_p}{m_p} \right]^{-1};$$

$$S_b = \varphi_g^{1/3}; \quad S_p = (1 - \varphi_p)^{1/3}; \quad a_0 = \exp(-\alpha_m \Delta \hat{\theta});$$

$$\Delta \hat{\theta} = \Delta \theta - P \int_0^t \exp[-Q(t - \tau)] \Delta \theta(\tau) d\tau; \quad \Delta \theta = \theta - \theta_0;$$

$$\varepsilon_m^0 = \alpha_b \varphi_b (\theta - \theta_0) + \alpha_p \int_0^t (\theta(t) - \theta_0(\tau)) \dot{\varphi}_p d\tau - \beta_p \varphi_p, \quad (2)$$

где  $E_b^0$ ,  $E_p$  – начальный модуль Юнга полимерной и текущий модуль Юнга пиролитической фаз матрицы;  $\tilde{a}_m$  – функция, описывающая изменение модуля Юнга матрицы в зависимости от температуры и скорости нагрева;  $\varphi_b$ ,  $\varphi_p$ ,  $\varphi_g$  – полимерная, пиролитическая и газовая фазы матрицы соответственно;  $\theta_0$ ,  $\theta$  – начальная и текущая температура среды;  $\alpha_b$ ,  $\alpha_p$ ,  $\beta_p$  – коэффициенты линейного термического расширения фаз и химической усадки матрицы.

Константы материала [3]  $\alpha_m$ ,  $P$ ,  $Q$  определяются исходя из наилучшего соответствия между расчетными и экспериментальными данными, описывающими изменение модуля Юнга матрицы при постоянных скоростях нагрева. Для линейной зависимости температуры  $\theta(t) = kt + \theta_0$  от времени  $t$  коэффициент  $\alpha_m = 4,395 \cdot 10^{-6}$  К. Параметры  $P = 1,56 \text{ с}^{-1}$  и  $Q = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  считаются одинаковыми для всех аблирующих материалов.

Для определения порового давления  $p$  необходимо решить соответствующую задачу фильтрации. Однако в случае равномерного распределения давления в порах или при условии полной герметичности поверхности аблирующего материала можно получить аналитическое выражение для расчета порового давления [3]. При этом реальное значение  $p$  будет несколько заниженным из-за фильтрации газов в окружающую среду.

Заметим, что для линейной зависимости температуры от времени интеграл для вычисления  $\Delta \hat{\theta}$ , определяемый соотношением (2), вычисляется в квадратурах.

Пределы прочности фаз матрицы установить экспериментально достаточно сложно. Поэтому вводятся две гипотезы [3]: предел прочности полимерной фазы изменяется при нагреве пропорционально изменению модуля упругости  $E_b$ ; предел прочности пиролитической фазы постоянен при нагреве и равен соответствующему пределу прочности полимерной фазы. Тогда пределы прочности при растяжении, сжатии и сдвиге твердого каркаса можно представить в виде

$$\sigma_\gamma = \sigma_\gamma^0 a_1; \quad \gamma = T, C, S; \quad a_1 = (1 - S_b^2)^{-1} [a_0 (S_p^2 - S_b^2) + n_p (1 - S_p^2)]. \quad (3)$$

Для многоосного напряженного состояния матрицы при высоких температурах выберем критерий прочности в виде [3]

$$3 \left( \frac{Y_{m2}}{\sigma_s^0} \right)^2 + Y_{m+}^2 \left[ \frac{1}{(\sigma_T^0)^2} - \frac{1}{3(\sigma_C^0)^2} \right] + Y_{m-}^2 \left[ \frac{1}{(\sigma_C^0)^2} - \frac{1}{3(\sigma_S^0)^2} \right] = (h^0 a_1)^2, \quad (4)$$

где  $Y_{m2}$ ,  $Y_{m\pm}$  – соответствующие инварианты тензора  $\sigma_{mkl} + pN_0\delta_{kl}$ ,

$$Y_{m2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left( \sigma_{mkl} - \frac{1}{3} Y_{ml} \delta_{kl} \right) \left( \sigma_{mkl} - \frac{1}{3} Y_{ml} \delta_{kl} \right) \right]^{0.5}; \quad Y_{ml} = \sigma_{mkk}; \quad (5)$$

$$2Y_{m\pm} = |Y_{ml} + 3pN_0| \pm (Y_{ml} + 3pN_0);$$

$\delta_{kl}$  – символ Кронекера;  $\sigma_T^0$ ,  $\sigma_C^0$ ,  $\sigma_S^0$  – прочность изотропной эпоксидной матрицы при растяжении, сжатии и сдвиге в условиях комнатной температуры; по повторяющимся индексам предполагается суммирование. Кроме того, имеем

$$h^0 = 1 - \varphi_g^{2/3}; \quad N^0 = \varphi_g^{2/3} - \varphi_g. \quad (6)$$

Второй инвариант  $Y_{m2}$  можно записать в явном виде

$$Y_{2m} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{ml1} - \sigma_{m22})^2 + (\sigma_{m22} - \sigma_{m33})^2 + (\sigma_{m33} - \sigma_{ml1})^2 + 6(\sigma_{ml2}^2 + \sigma_{m23}^2 + \sigma_{ml3}^2)]^{0.5}. \quad (7)$$

Для случая одноосного растяжения материала вдоль оси  $0x_1$  при  $\sigma_{ml1} > 0$  и остальных  $\sigma_{mkl} = 0$  из (4) получим

$$\frac{1}{3} \left( \frac{\sigma_{ml1}}{\sigma_S^0} \right)^2 + (\sigma_{ml1} + 3N^0 p)^2 \left( \frac{1}{(\sigma_T^0)^2} - \frac{1}{(\sigma_C^0)^2} \right) = (h^0 a_1)^2. \quad (8)$$

Из представления (8) следует, что при одноосном растяжении условие разрушения матрицы определяется выражением

$$\sigma_{ml1} = \sigma_{mT} = \sigma_T^0 h_{mT} \quad \text{при} \quad \sigma_{ml1} > 0. \quad (9)$$

Введем обозначения при описании сжатия и сдвига:

$$\sigma_{mC} = \sigma_C^0 h_{mC}, \quad \sigma_{mS} = \sigma_S^0 h_{mS}, \quad (10)$$

где  $h_{mT}$ ,  $h_{mC}$ ,  $h_{mS}$  – коэффициенты изменения прочности матрицы при растяжении, сжатии и сдвиге,

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{mT} = h^0 a_1 \left[ \left( 1 - \Delta_T \frac{(\sigma_T^0)^2}{3(\sigma_S^0)^2} \right)^{0,5} - \Delta_T^{0,5} \left( 1 - \frac{(\sigma_T^0)^2}{3(\sigma_S^0)^2} \right)^{0,5} \right]; \\ h_{mC} = h^0 a_1 \left[ \left( 1 - \Delta_C \frac{(\sigma_C^0)^2}{3(\sigma_S^0)^2} \right)^{0,5} - \Delta_C^{0,5} \left( 1 - \frac{(\sigma_C^0)^2}{3(\sigma_S^0)^2} \right)^{0,5} \right]; \\ h_{mS} = h^0 a_1 (1 - \Delta_T)^{0,5}; \\ \Delta_T = \left( \frac{3N^0 p}{a_1 h^0} \right)^2 \left[ \frac{1}{(\sigma_T^0)^2} - \frac{1}{3(\sigma_S^0)^2} \right]; \\ \Delta_C = \left( \frac{3N^0 p}{a_1 h^0} \right)^2 \left[ \frac{1}{(\sigma_C^0)^2} - \frac{1}{3(\sigma_S^0)^2} \right]. \end{array} \right. \quad (11)$$

Как видно из соотношений (11), изменение предела прочности матрицы при растяжении, сжатии и сдвиге в случае нагрева обусловлено тремя причинами: изменением прочностных свойств полимерной фазы; увеличением пористости при термоокислительной деструкции (ТОД) и наличием порового давления в газообразных продуктах пиролиза.

При низком уровне порового давления ( $p \ll 1$ ) из (11) следует

$$h_{mT} = h_{mC} = h_{mS} = (h^0 a_1). \quad (12)$$

На рис. 1 приведены распределения функций, описывающих изменение относительной плотности эпоксидной матрицы при фиксированной скорости нагрева ( $\theta_0 = 0,1 \text{ К/с}$ ) от температуры при ТОД. Там же показаны распределения функции  $\tilde{a}_1$ , описывающей изменение прочности матрицы при растяжении, а также коэффициентов концентраций напряжений  $h_{mT}$ , вычисленных по соотношениям (11) и (12).

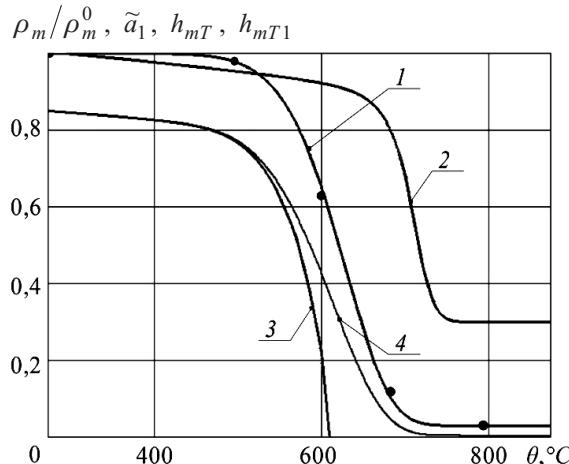


Рис. 1. Расчетная (линии) и экспериментальная [3] (точки) зависимость относительной плотности матрицы  $\rho_m / \rho_m^0$  (1), функции  $\tilde{a}_1$  (2), описывающей изменение прочности матрицы при растяжении, и коэффициентов  $h_{mT}$ , определяемых по соотношениям (11) (3) и (12) (4), от температуры в процессе ТОД.

Видно, что если поровое давление незначительно, функция  $h_{mT}$  (на рис. 1 кривая 4) с повышением температуры асимптотически стремится к малой, но отличной от нуля величине, а при общем подходе (кривая 3)  $h_{mT}$  резко уменьшается, как только начинается процесс абляции. Это значит, что для условий полной герметичности между фазами аблирующая матрица разрушается даже при отсутствии механических нагрузок вследствие давления газообразных продуктов пиролиза. В первом случае матрица теряет только часть своей прочности, оставаясь непрочным пористым материалом (это характерно, например, для кокса), во втором – разрушается при действии порового давления даже при отсутствии механических нагрузок. Аналогичные соотношения между функциями имеют место и при описании процессов сжатия или сдвига.

Расчеты выполняли при следующих значениях параметров [3]:  $\varphi_g^0 = 0,06$ ;  $\rho_b = 1200 \text{ кг}/\text{м}^3$ ;  $\rho_p = 2000 \text{ кг}/\text{м}^3$ ;  $E_{am}/R = 7500 \text{ К}$ ;  $\Gamma_m = 0,97$ ;  $J_m^0 = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$ ;  $\sigma_T^0 = 74 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_C^0 = 80 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_S^0 = 48 \text{ МПа}$ ;  $E_b^0 = 3,2 \text{ ГПа}$ ;  $m_p = 0,3$ ;  $n_p = 1,3$ ;  $\nu_m = 0,37$ .

**Механическое поведение армирующих углеродных волокон в процессе термоокислительной деструкции.** При нагреве пучка углеродных волокон на воздухе наблюдается также существенное изменение его плотности. Распределение плотности углеродных волокон вычисляется с помощью модифицированной интегральной показательной функции [10]. Однако уровень температур объемной абляции углеродных волокон значительно выше, чем эпоксидной матрицы. При этом, как и для полимерной матрицы, процессы ТОД волокон зависят от температуры и скорости нагрева.

Коэффициент, описывающий изменение модуля Юнга углеродных волокон  $E_f$  при нагреве с точностью до постоянного множителя, определяется соотношениями [3]

$$\begin{aligned} E_f &= E_f^0 \tilde{a}_f; \quad \tilde{a}_f = b_0 (S_l^2 - S_b^2) + (1 - S_l^2) n_l; \quad b_0 = \exp(-\alpha_f \Delta \theta); \\ n_l &= E_l / E_f^0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $n_l$  – отношение модулей упругости кристаллической и аморфной фаз.

Заметим, что

$$S_l = \left( 1 - \frac{\varphi_l}{\varphi_f^0} \right)^{1/3}, \quad S_a = \left( 1 - \frac{\varphi_f}{\varphi_f^0} \right)^{1/3}, \quad (14)$$

аналогичны функциям  $S_b$  и  $S_p$  для матриц в (2). Константы  $P$  и  $Q$  являются инвариантными для всех аблирующих материалов, а  $\alpha_f$  вычисляется из условий наилучшего соответствия между расчетными и экспериментальными данными. Распределение функции  $\tilde{a}_f$  при фиксированной скорости нагрева в зависимости от температуры представлено в [3], где отмечается хорошее согласование расчетных данных с экспериментальными.

Отметим, что аблирующие волокна в процессе ТОД согласно принятой модели являются изотропными упругими материалами. Соответствующие определяющие уравнения, описывающие их деформирование, представлены, например, в [3].

Согласно детерминистическому подходу [3] средняя прочность моноволокон  $\bar{\sigma}_f^0$  при температуре  $\theta_0$  связана со средней прочностью  $\bar{\sigma}_f$  при текущей температуре  $\theta$  соотношением

$$\bar{\sigma}_f^0 = \sigma_f^0 \left( \frac{d_f}{L_0} \right)^{\gamma/\beta} (\ln 2)^{1/\beta}, \quad \bar{\sigma}_f = \bar{\sigma}_f^0 \tilde{a}_f, \quad (15)$$

где  $L_0$  – некоторая стандартная длина волокон, как правило,  $L_0 = 10^{-2}$  м;  $d_f$  – диаметр отдельного волокна;  $\gamma$ ,  $\beta$  – параметры, характеризующие разброс прочностей отдельных моноволокон (для угольного волокна  $\gamma/\beta = 0,27$ ).

Из рассмотренных представлений следует, что изменение упругих и прочностных характеристик пучка волокон при нагреве в соответствии с принятой моделью деформирования описывается с точностью до постоянного множителя функцией  $\tilde{a}_f$ . Экспериментальные значения функции  $\tilde{a}_f$  определяются по изменению относительной прочности волокон при нагреве ( $\tilde{a}_f = \bar{\sigma}_f / \bar{\sigma}_f^0$ ), а теоретические – по формулам гравиметрического контроля для волокон с учетом соотношений (15). Постоянный множитель для функции  $\tilde{a}_f$  определяется из условия наилучшего соответствия между расчетными и экспериментальными данными.

**Расчет параметров прочности однона правленного композита в трансверсальном направлении и при поперечном сдвиге.** Предположим, что ось  $0x_1$  совпадает с направлением армирования, а ячейка периодичности композита состоит из линейно искривленного в плоскости  $0x_2x_3$  непрерывного моноволокна и полимерной матрицы. Тогда несущая способность такого элемента при растяжении в трансверсальном направлении определяется прочностью матрицы и соотношением жесткостей матрицы и волокон. При этом предельные напряжения при растяжении–сжатии или поперечном сдвиге определяются из условия разрушения матрицы, в которое следует подставить соответствующие коэффициенты концентрации напряжений.

Условия разрушения матрицы при чистом растяжении ( $\sigma_{u22} > 0$ , остальные  $\sigma_{ukl} = 0$ ), сжатии ( $\sigma_{u22} < 0$ ,  $\sigma_{ukl} = 0$ ) или поперечном сдвиге ( $\sigma_{u23} \neq 0$ ,  $\sigma_{ukl} = 0$ ) определяются из соотношений [3]

$$\sigma_{+2}^b = \sigma_T^0 h_{uT}, \quad \sigma_{-2}^b = \sigma_C^0 h_{uC}, \quad \sigma_{23}^b = \sigma_S^0 h_{uS}; \quad (16)$$

$$h_{uT} = h_{mT} / B_{m1}, \quad h_{uC} = h_{mC} / B_{m1}, \quad h_{uS} = h_{mS} / B_{m1}, \\ B_{m1} = B_{m1}(\theta, \Phi) = \tilde{a}_m(\theta) / \tilde{a}_5(\theta, \Phi). \quad (17)$$

Здесь  $B_{m1}$  – коэффициент концентрации напряжений матрицы при растяжении;  $\tilde{a}_5$  – функция, описывающая изменение упругих свойств композита в трансверсальном направлении [3, 9],  $\tilde{a}_5 = E_2 / E_b^0$ , где  $E_2$  – эффективный модуль упругости углепластика в направлении, перпендикулярном к армированию.

Достоверность предлагаемых моделей, как правило, оценивается при сравнении с результатами экспериментов. Однако, учитывая сложность исследования абляции при больших фиксированных значениях  $\theta_0$ , ограничиваются скоростью нагрева 0,1 К/с, что соответствует квазистатическим условиям нагрева, при которых можно пренебречь динамическими эффектами в процессе деформирования. Некоторые результаты по определению механических характеристик и параметров прочности полимерных композитов при высоких температурах приведены в [11, 12].

Для оценки предельных напряжений композита в трансверсальном направлении разработано несколько моделей разрушения [3]. Наиболее общая из них учитывает влияние порового давления при абляции, возникающие тепловые напряжения и микрорастескивание в композите [3]. При этом, как правило, используют аналитическое выражение для вычисления порового давления, соответствующего условиям полной герметизации поверхностей между фазами, когда нет фильтрующего движения газов. Вместе с тем более простая модель, в которой влиянием порового давления можно пренебречь ( $p \ll l$ ), дает вполне удовлетворительные результаты. Преиму-

щество первой модели состоит в более точном определении распределения напряжений в начале процесса аблации.

На рис. 2 приведено распределение прочности  $\sigma_{+2}^b$  эпоксидного углепластика при поперечном растяжении в случае нагрева со скоростью  $0,1 \text{ К/с}$  в процессе ТОД. Как видно, при угле разориентации волокон в композите  $\Phi = 4^\circ$  имеет место удовлетворительная корреляция расчетных и экспериментальных данных. При  $\theta > 300^\circ\text{C}$  процесс аблации практически завершен и происходит стабилизация предельных напряжений. Уточнить распределение предельных напряжений, на наш взгляд, можно путем решения соответствующей задачи фильтрации с учетом микронапряжений и тепловых деформаций в композите.

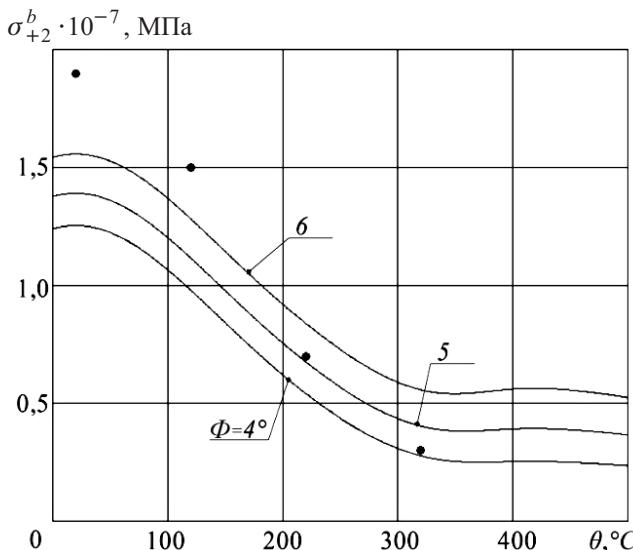


Рис. 2. Распределение прочности эпоксидного углепластика при поперечном растяжении  $\sigma_{+2}^b$  в случае  $\dot{\theta}_0 = 0,1 \text{ К/с}$  на воздухе. (Сплошные линии – решение задачи при  $p << 1$  для различных углов разориентации волокон; точки – результаты эксперимента [12].)

Расчеты выполняли при следующих значениях параметров:  $\varphi_f^0 = 0,5$ ;  $\Gamma_f = 1$ ;  $E_{af} = 6,5 \cdot 10^3 \text{ К}$ ;  $\rho_f^0 = 1800 \text{ кг/м}^3$ ;  $J_f^0 = 540 \text{ кг/(м}^3 \cdot \text{с)}$ ;  $\alpha_f = 293 \cdot 10^{-10} \text{ К}$ ;  $E_f^0 = 250 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $\nu_f = 0,3$ ;  $m_l = 1,3$ . Используемые характеристики матрицы приведены выше.

Аналогичные расчеты были проведены для определения прочности при сжатии в поперечном направлении. И в этом случае можно говорить об удовлетворительном соответствии между расчетными и экспериментальными данными по определению разрушающих напряжений  $\sigma_{-2}^b$ .

**Расчет предельных напряжений при сдвиге вдоль волокон.** Условие разрушения композита при сдвиге вдоль волокон определяется соотношениями

$$\sigma_{12}^b = \sigma_S^0 h_{12}; \quad h_{12} = h_{mS} / B_{m3}; \quad B_{m3} = B_{m3}(\theta, \Phi) = \tilde{a}_m(\theta) / \tilde{a}_3(\theta, \Phi). \quad (18)$$

Как следует из представлений (18), температурные зависимости прочности при сдвиге вдоль волокон определяются соотношениями, которые описываются функциями  $\tilde{a}_m$  и  $\tilde{a}_3$  [3, 9].

На рис. 3 представлены зависимости прочности  $\sigma_{12}^b$  от температуры  $\theta$ , полученные по формулам (18), для эпоксидного однонаправленного углепластика. Как видно, при  $\Phi = 4^\circ$  имеет место хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными при оценке предельных напряжений при сдвиге вдоль волокон. Отметим, что с увеличением значения  $\Phi$ , как и порового давления, расчетная прочность композита уменьшается. Поэтому в предположении малости порового давления ( $p \ll 1$ ) за счет увеличения угла разориентации волокон  $\Phi$  удается добиться хорошего согласования расчетных данных с экспериментальными.

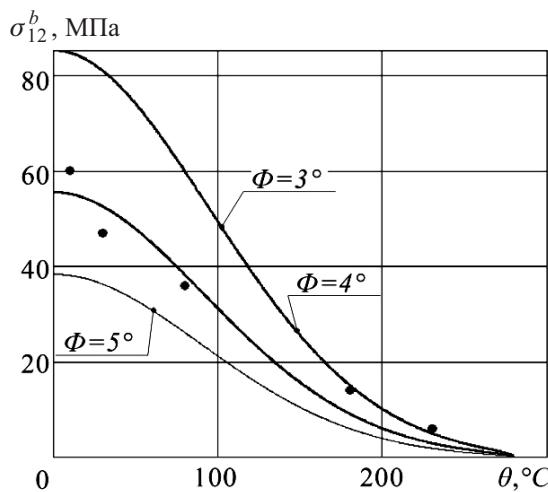


Рис. 3. Распределение прочности углепластика  $\sigma_{12}^b$  при сдвиге вдоль волокон в зависимости от температуры при нагреве со скоростью 0,1 К/с на воздухе. (Сплошные линии – расчетные данные, точки – экспериментальные.)

Полученные распределения напряжений в рамках модели линейного трансверсально-изотропного тела свидетельствуют о достаточной эффективности прогнозирования температурных зависимостей предельных напряжений в однонаправленном композите на основе механических характеристик аблирующих волокон и эпоксидной матрицы.

Используемые при этом коэффициенты концентрации напряжений неармированной матрицы и волокон обусловлены наличием тепловых деформаций и межфазного взаимодействия в уравнениях состояния композита.

## Выводы

1. Прогнозирование предельных напряжений трансверсально-изотропного полимерного композита при высоких температурах достаточно эффективно описывается на основе механики многофазных сред с учетом механических характеристик аблирующих матрицы и пучка упрочняющих волокон.

2. Задача тепломассопереноса может быть решена отдельно от связанный задачи термомеханики аблирующих материалов, так как механические напряжения не влияют на параметры внутреннего тепломассопереноса. После определения давления в порах  $p$ , концентрации фаз  $\varphi_f$ ,  $\varphi_b$  и температуры  $\theta$  задача деформирования решается в квадратурах.

3. Расчет предельных напряжений в предположении полной герметичности поверхностей между фазами в случае отсутствия фильтрации газов или на основе гипотезы о малости порового давления ( $p \ll 1$ ) позволяет определить нижнюю и

верхнюю границы изменения прочностей однонаправленного композита при различных видах напряженного состояния.

4. Данные расчета прочности композита при растяжении, сжатии и сдвиге достаточно хорошо коррелируют с экспериментом. Наиболее общая модель, учитывавшая гипотезу о полной герметичности поверхностей между фазами, лучше описывает предельные напряжения в начале процесса абляции, более простая ( $p << 1$ ) – по завершении процесса структурообразования.

## Резюме

Досліжується ефективність прогнозування характеристик міцності аблуючих полімерних односпрамованих вуглепластиків за підвищених температур на основі властивостей неармованої матриці і пучка волокон у процесі термоокисної деструкції за різних видів напруженого стану. Характеристики пружності і параметри міцності трансверсально-ізотропного вуглепластика та його складові (епоксидна матриця і вуглецеві волокна типу T700) визначали згідно з регламентуючими документами України за малих швидкостей нагрівання з подальшою витримкою зразків при фіксованій температурі, коли можна знештукати інерційними ефектами. Показано, що зміна питомої густини аблуючих неармованої матриці і пучка волокон за підвищених температур достатньо добре описується моделями багатофазних середовищ на основі модифікованої інтегральної показникової функції. Аналізується можливість оцінки граничних напружень трансверсально-ізотропного композита за підвищених температур на основі механіки багатофазних середовищ з урахуванням тепломеханічних характеристик аблуючої полімерної матриці і пучка вуглецевих волокон. Припускається, що задача масопереносу може бути розв'язана окремо від зв'язаної задачі термомеханіки аблуючих матеріалів, оскільки механічні напруження не впливають на її параметри. Установлено, що в результаті розрахунку граничних напружень на основі гіпотези про повну герметичність поверхонь між фазами або за припущення малості тиску в порах визначають нижню і верхню границі зміни міцності композита за різного виду напруженого стану. Зокрема, міцність однонаправленого композита при розтягуванні у трансверсальному напрямі та при зсуви вздовж і поперек волокон добре корелює з отриманими авторами й іншими дослідниками експериментальними даними.

- Кондратьев А. В., Коваленко В. А. Обзор и анализ мировых тенденций и проблем расширения применения в агрегатах ракетно-космической техники полимерных композиционных материалов. *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов*. 2011. Вып. 3 (67). С. 7–18.
- Дегтярев А. В. Ракетная техника. Проблемы и перспективы. Избранные научно-технические публикации. Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2014. 420 с.
- Dimitrienko Yu. I. Termomechanics of Composite Structures under High Temperatures. Dordrecht: Springer, 1990. 368 p.
- Composite Materials Handbook. Vol. 2: Polymer Matrix Composites: Materials Properties. Mil-HDBK-17-2F. US Department of Defense, 2002. 529 p.
- Winya N., Chanrapao S., and Kiriratnikom C. Ablation, mechanical and thermal properties of fiber/phenolic matrix composites. *Int. J. Chem. Molec. Nucl. Mater. Metall. Eng.*. 2012. **6**, No. 9. P. 875–878.
- Winya N., Boonpan A., and Prapunkarn K. Study of factors affecting the ablation rate of phenolic resin/fiber class. *Int. J. Chem. Eng. Appl.* 2013. **4**, No. 4. P. 234–237.

7. Kershaw D., Still R. H., and Bashford V. G. Development and characterization of ablative materials used for rocket motors. 2017 Third Asian Conference on Defence Technology (ACDT), January 18–20, 2017. Phuket, Tailand. DOI: 10.1109/ACDT.2017.7886168.
8. Гринфельд М. А. Методы механики сплошных сред в теории фазовых превращений. М.: Наука, 1990. 312 с.
9. Кучер Н. К., Самусенко А. А. Оценка характеристики упругости и параметров прочности односторонних полимерных композитов при высоких температурах. *Пробл. прочности.* 2017. № 3. С. 136–148.
10. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. М.: ГИФМЛ, 1963. 358 с.
11. Разрушение конструкций из композитных материалов. Под ред. В. П. Тамужа, В. Д. Протасова. Рига: Зиннатне, 1986. 264 с.
12. Данильчук Е. Л., Кучер Н. К., Кушнарев А. П. и др. Деформирование и прочность односторонних углепластиков при повышенных температурах. *Пробл. прочности.* 2015. № 4. С. 75–81.

Поступила 27. 06. 2018