УДК 629.78

А. И. МАСЛОВА

УПРОЩЕННАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПУЧКА ИОНОВ НА СФЕРУ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: maslova_anjyta@mail.ru, I_anjyta@bigmir.net

Ціль роботи – побудова спрощеної аналітичної моделі силового впливу пучка іонів на сферу. Розглянута задача актуальна в зв'язку з розробкою системи безконтактного способу відведення великих об'єктів космічного сміття за допомогою впливу на них пучка іонів, що випускається спеціальним космічним апаратом. У припущенні гауссового розподілу густини іонів в пучку побудовано вирази для визначення силового впливу іонів на тіло (ціль) в загальному випадку. Для цілі сферичної форми показано, що сила, яка передається цілі пучком іонів, лежить в площині, що утворена віссю симетрії пучка і радіус-вектором центру сфери відносно точки виходу пучка. Побудовано аналітичні оцінки сили, що передається сфері, в разі, коли центр сфери лежить на осі симетрії пучка. Створення спрощеної аналітичної моделі дозволяє краще зрозуміти закономірності впливу пучка на ціль, а також створює умови для синтезу законів управління рухом системи «активний супутник – ціль» і для аналітичних оцінок ефективності цих законів.

Цель работы – построение упрощенной аналитической модели силового воздействия пучка ионов на сферу. Рассматриваемая задача актуальна в связи с разработкой системы бесконтактного способа увода крупных объектов космического мусора посредством воздействия на них пучка ионов, испускаемых специальным космическим аппаратом. В предположении гауссового распределения плотности ионов в пучке построены выражения для определения силового воздействия на цель (твердое тело) в общем случае. Для цели сферической формы показано, что сила, передаваемая цели пучком ионов, лежит в плоскости, образованной осью симметрии пучка и радиус-вектором центра сферы относительно точки исхода пучка. Построены аналитические оценки силы, передаваемой сфере, в случае, когда центр сферы лежит на оси симметрии пучка. Создание упрощенной аналитической модели позволяет лучше понять закономерности воздействия пучка на цель, а также создает условия для синтеза законов управления движением системы «активный спутник – цель» и для аналитических оценок эффективности этих законов.

The aim of this paper is to construct a simplified analytical model of the force action of an ion beam on a sphere. The problem under consideration is topical in connection with the development of a contactless method for deorbiting large space debris objects by acting on them with an ion beam generated onboard a dedicated spacecraft. Assuming the Gaussian distribution of the ion density in the beam, expressions were constructed for determining the force action on the target (solid body) in the general case. For a spherical target, it was shown that the force transmitted by the ion beam to the target lies in the plane formed by the beam symmetry axis and the radius vector of the center of the sphere relative to the beam exit point. Analytical estimates were constructed for the force transmitted to a sphere in the case where the center of the sphere lies on the beam symmetry axis. This simplified analytical model offers a better insight into the features of beam-to-target force transfer and provides conditions for the synthesis of active satellite – target relative motion control laws and for analytical estimation of their efficiency.

Ключевые слова: *силовое воздействие ионного пучка, пучок ионов, сфера.*

Введение. На данный момент особо остро стоит проблема загрязнения космического пространства результатами деятельности человечества в космосе [1 – 3]. Отработавшие спутники, ступени ракет-носителей, обломки этих космических объектов представляют собой так называемый космический мусор. Постоянный рост плотности космического мусора на низких околоземных орбитах (НОО) привлекает все больше и больше внимания международного сообщества. Согласно руководящим принципам Комитета по использованию космического пространства в мирных целях по предупреждению образования космического мусора «Космические аппараты и орбитальные ступени ракет-носителей, которые завершили свои полетные операции на орбитах, проходящих через район НОО, должны быть уведены с орбиты контролируемым образом» [4]. Уже предложен ряд активных и пассивных систем по очистке околоземного пространства от космического мусора [5]. Одной из таких систем увода является система, заключающаяся в воздействии ионного луча, испускаемого специальным космическим аппаратом (пастухом), на уводимый объект (цель), предложенная в проекте LEOSWEEP [6, 7].

Для анализа законов управления движением в проекте LEOSWEEP, наряду с расчетными методами определения силы ионного пучка [8] требовалось создание упрощенной аналитической модели силового воздействия ионного пучка на цель. Построение такой модели является важной задачей, поскольку, с одной стороны, создает условия для синтеза законов управления движением и для аналитических оценок их эффективности, а с другой стороны, позволяет лучше понять закономерности воздействия пучка на цель.

Анализ литературы показал, что достаточно большое количество работ посвящено изучению параметров ионных движков и характеристик потока испускаемых ионов (см., например, [9, 10]). Однако попытки найти публикации, посвященные результатам аналитических оценок силы, передаваемой твердому телу от луча ионов, не принесла положительного результата. По-видимому, это связано с новизной постановки задачи. В статье приведены результаты построения упрощенной модели сил ионного пучка, действующих на сферическую цель. В силу громоздкости интегралов по поверхности сферы в общем случае аналитическое вычисление силы не представляется возможным. В качестве первого этапа рассмотрен случай, когда цель (сфера) лежит на оси пучка.

Постановка задачи. Рассматривается упрощенная модель ионного пучка, в которой предполагается, что ионы движутся внутри конуса с углом полураствора α_0, а их концентрация имеет гауссово распределение [11]. Прямую, совпадающую с вершиной конуса, будем называть осью симметрии пучка или осью пучка. В пучок ионов помещено тело сферической формы радиусом R. В зависимости от размера сферы и положения ее относительно точки исхода пучка (вершины конуса, которым моделируется пучок) сфера может находиться полностью в пучке или выходить из пучка ионов.

Предполагается, что ионы пучка полностью передают свой импульс телу, т. е. рассматривается диффузная модель взаимодействия ионов с поверхностью цели. Тогда, сила $d\vec{F}$, действующая на элементарную площадку ds цели, определяется выражением

$$d\vec{F} = nm\vec{V}\left(\vec{V}\cdot\vec{e}_{ren}\right)ds = \vec{f}ds\,, \tag{1}$$

где n – концентрация ионов; m – масса ионов ($n\cdot m$ – плотность плазмы); $\vec{V}$ – средняя скорость ионов; $\vec{e}_{ren}$ – единичная нормаль элементарной площадки ds, направленная в центр сферы («внутренняя» нормаль ds); величину $\vec{f}$ назовем плотностью силы.

Концентрация ионов n в произвольной точке пространства (заданной радиус-вектором $\vec{r}$ относительно точки исхода пучка) описывается выражением [11]

$$n = \frac{n_0 R_0^2}{z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \exp\left(-3\frac{r^2 - z^2}{z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0}\right),$$

где n_0 – средняя плотность пучка; R_0 – радиус площадки в плазменной трубке, которая содержит 95 % массового потока пучка ионов, или начальный радиус пучка (можно принять равным радиусу выхода пучка из двигателя); z – проекция $\vec{r}$ на ось симметрии пучка.

Отметим, что такое выражение для n предполагает удаленность рассматриваемой точки от точки выхода пучка, $R_0 / z << 1$.

Скорость ионов определяется выражением [11]

$$\vec{V} = u_0 \frac{\vec{r}}{(\vec{r} \cdot \vec{e}_z)},$$

где u_0 – начальная скорость движения ионов; $\vec{e}_z$ – орт оси пучка. Предполагается, что для гиперзвукового пучка ионов аксиальная (вдоль оси пучка) компонента скорости является постоянной.

Необходимо построить модель силового воздействия потока ионов на сферическую цель.

Общие выражения для определения силы ионного пучка, действующего на цель произвольной формы. Подставляя выражения для n и $\vec{V}$ в выражение (1) для элементарной силы, можно записать

$$d\vec{F} = \frac{n_0 R_0^2 u_0^2 m}{z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \exp\left(-3 \frac{r^2 - z^2}{z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \right) \frac{r^2}{z^2} \vec{e}_r (\vec{e}_r, \vec{e}_{ren}) ds,$$

где $\vec{e}_r$ – орт $\vec{r}$.

Предположим, что на площадку квадрата со стороной R_0, расположенную на выходе из двигателя, действует сила, равная реактивной силе двигателя $F_{dv} = |\vec{F}_{dv}| = n_0 u_0^2 m R_0^2$ (данное предположение получено из условия, что суммарная сила пучка, передаваемая телу, на который падает весь пучок, почти равна силе двигателя). Тогда для плотности силы можно записать

$$\vec{f} = \begin{cases} 0, \text{ если } (\vec{e}_r, \vec{e}_{ren}) < 0; \\ \dfrac{F_{dv}}{z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \exp\left(-3 \dfrac{r^2 - z^2}{z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \right) \dfrac{r^2}{z^2} \vec{e}_r (\vec{e}_r, \vec{e}_{ren}), \text{ если } (\vec{e}_r, \vec{e}_{ren}) > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Суммарная сила $\vec{F}$, действующая на цель, вычисляется интегрированием по поверхности цели S

$$\vec{F} = \int_S \delta \vec{f}(\vec{r}) ds, \quad \delta = \begin{cases} 1, \text{ при } \operatorname{arctg}(\sqrt{r^2 / z^2 - 1}) \le \alpha_0, \\ 0, \text{ при } \operatorname{arctg}(\sqrt{r^2 / z^2 - 1}) > \alpha_0, \end{cases} \quad (3)$$

где δ – коэффициент, описывающий выход части поверхности цели из пучка; $\vec{f}(\vec{r})$ – плотность силы пучка в точке, заданной радиус-вектором $\vec{r}$.

Системы координат. Рассмотрим следующие правые прямоугольные системы координат (СК) (рис. 1):

а) $O_p xyz$ – СК, связанная с ионным пучком; начало СК находится в точке O_p, совпадающей с центром выхода пучка с космического аппарата (КА); ось

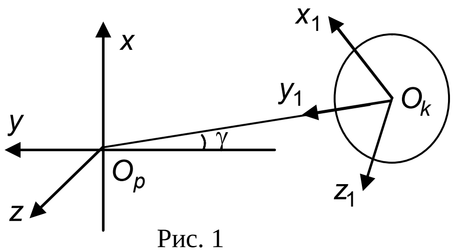

Рис. 1

$O_p y$ направлена по оси симметрии пучка в сторону движения КА; ось $O_p x$ лежит в некоторой фиксированной плоскости (например, плоскости орбиты) и близка к заданному направлению (например, к местной вертикали); ось $O_p z$ дополняет систему до правой;

б) $O_k x_1 y_1 z_1$ – СК, связанная с центром сферы; начало СК находится в точке O_k, совпадающей с центром сферы; ось $O_k y_1$ направлена из O_k в O_p; ось $O_k x_1$ лежит в плоскости, образованной $O_k y_1$ и $O_p y$, и угол между $O_k x_1$ и $O_p y$ – острый; ось $O_k z_1$ дополняет систему до правой.

Ориентация $O_k x_1 y_1 z_1$ в $O_p xyz$ определяется двумя углами: углом β (угол между Ox и проекцией Ox_1 на плоскость Oxz) и углом γ (угол между осью симметрии пучка и направлением на центр цели). На рис. 2 показано изменение ориентации при переходе от $O_p xyz$ к $O_k x_1 y_1 z_1$ двумя последовательными поворотами в предположении, что начала координат перенесены в общую точку O.

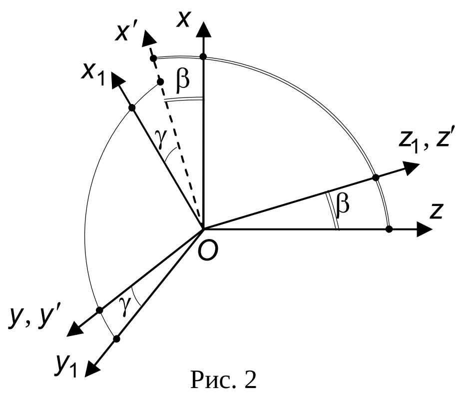

Рис. 2

Первый поворот осуществляется относительно оси Oy на угол β, получаем промежуточную систему координат $Ox'y'z'$. Второй поворот относительно оси $Oz' = Oz$ на угол γ до совпадения $Oy = Oy'$ с Oy_1 (рис. 2).

Тогда связь между ортами $O_p xyz$ и $O_k x_1 y_1 z_1$ задается соотношениями

$$\vec{e}_{x_1} = \vec{e}_x \cos\beta\cos\gamma + \vec{e}_y \sin\gamma - \vec{e}_z \sin\beta\cos\gamma;$$
$$\vec{e}_{y_1} = -\vec{e}_x \cos\beta\sin\gamma + \vec{e}_y \cos\gamma + \vec{e}_z \sin\beta\sin\gamma;$$
$$\vec{e}_{z_1} = \vec{e}_x \sin\beta + \vec{e}_z \cos\beta;$$

где $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ – орты $O_p xyz$; $\vec{e}_{x_1}$, $\vec{e}_{y_1}$, $\vec{e}_{z_1}$ – орты $O_k x_1 y_1 z_1$.

Выражения для определения силы ионного пучка, передаваемой цели сферической формы. Выражения (2), (3) для определения силы ионного пучка, действующего на сферу, содержат величины r^2, z, $\vec{e}_r$, $\vec{e}_{ren}$, δ и ds. Найдем выражения для их определения.

Радиус-вектор $\vec{r}$ точки взаимодействия пучка с поверхностью относительно O_p найдем как сумму $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{R}$, где $\vec{r}_1$ – радиус-вектора центра сферы относительно O_p, $\vec{R}$ – радиус-вектор рассматриваемой точки сферы относительно центра сферы ($R = \left|\vec{R}\right|$). Тогда учитывая, что $\vec{r}_1 = O_pO_k = -r_1\vec{e}_{y_1}$, получим

$$r^2 = \left(\vec{r}_1 + \vec{R}\right)^2 = r_1^2 + 2(\vec{r}_1, \vec{R}) + R^2 = r_1^2 - 2r_1R\cos\gamma_1 + R^2 .$$

Ориентацию $\vec{R}$ в $O_kx_1y_1z_1$ опишем аналогично, как ориентацию O_ky_1 в O_pxyz, с помощью углов β_1 и γ_1 (рис. 3).

Для единичного вектора $\vec{e}_R = \vec{R}/R$ можно записать

$$\vec{e}_R = -\vec{e}_{x_1}\cos\beta_1\sin\gamma_1 + \vec{e}_{y_1}\cos\gamma_1 + \vec{e}_{z_1}\sin\gamma_1\sin\beta_1 .$$

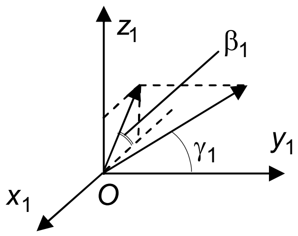

Рис. 3

Тогда легко видеть, что $\vec{r}\cdot\vec{e}_R = \vec{r}_1\cdot\vec{e}_R + \vec{R}\cdot\vec{e}_R = R - r_1\cos\gamma_1$.

Для определения величины $z = \left(\vec{r}, \vec{e}_y\right)$ найдем скалярное произведение

$$\vec{r}\cdot\vec{e}_y = \vec{r}_1\cdot\vec{e}_y + \vec{R}\cdot\vec{e}_y = -r_1\cos\gamma + R\left(\vec{e}_R\cdot\vec{e}_y\right) =$$
$$= -r_1\cos\gamma + R\cdot\left(\vec{e}_{x_1}\sin\gamma + \vec{e}_{y_1}\cos\gamma\right)\vec{e}_R$$

или

$$\vec{r}\cdot\vec{e}_y = -r_1\cos\gamma + R\left(-\cos\beta_1\sin\gamma_1\sin\gamma + \cos\gamma_1\cos\gamma\right).$$

Площадь элементарной площадки ds сферы представим как $ds = Rd\gamma_1\cdot R\sin\gamma_1 d\beta_1$, где $d\gamma_1, d\beta_1$ – бесконечно малые приращения углов γ_1, β_1 соответственно.

Пучок воздействует на ту сторону элементарной площадки сферы, где внутренняя нормаль $\vec{e}_{ren}$ имеет острый угол с направлением потока частиц,

$$(\vec{e}_r, \vec{e}_{ren}) > 0 . \qquad (4)$$

Условие (4) есть условие воздействия пучка на точку поверхности без учета выхода частей поверхности из пучка. Для сферы «внутренняя» единичная нормаль элементарной площадки $\vec{e}_{ren} = -\vec{e}_R$, тогда условие (4) можно записать как $\vec{r}\cdot(-\vec{e}_R) > 0$. Учитывая, что $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{R}$, это условие принимает вид

$$r_1\cdot(\vec{e}_{y_1}, \vec{e}_R) - R > 0 \quad \text{или} \quad \cos\gamma_1 > R/r_1 .$$

Следовательно, точки поверхности, на которых воздействует пучок, находятся в интервале $\gamma_1 \in [0, \gamma_{10}]$, где $\gamma_{10} = \arccos(R/r_1)$ (напомним, что γ_1 по определению меняется от 0 до π).

Тогда для плотности силы пучка $\vec{f}(\vec{r})$ можно записать

$$\vec{f}=\begin{cases}0, \text{ если } \cos\gamma_1<b;\\ -\dfrac{rF_{dv}\left(b-\cos\gamma_1\right)}{r_1^3\cos^4\gamma\,\mathrm{tg}^2\,\alpha_0}\dfrac{e^{3\mathrm{ctg}^2\alpha_0\left(1-\frac{1-2b\cos\gamma_1+b^2}{\left(1-b\left(\cos\gamma_1-\cos\beta_1\sin\gamma_1\,\mathrm{tg}\,\gamma\right)\right)^2\cos^2\gamma}\right)}}{\left(1-b\left(\cos\gamma_1-\cos\beta_1\sin\gamma_1\,\mathrm{tg}\,\gamma\right)\right)^4}\vec{e}_r, \text{ если } \cos\gamma_1\geq b,\end{cases}$$

где $b=R/r_1$, $\vec{e}_r=\dfrac{r_1}{r}\left(-\vec{e}_{x_1}b\cos\beta_1\sin\gamma_1+\vec{e}_{y_1}\left(b\cos\gamma_1-1\right)+\vec{e}_{z_1}b\sin\gamma_1\sin\beta_1\right)$.

Подставляя найденные выражения в (2), (3), получим

$$\vec{F}=-F_{dv}\left[JJ_x\vec{e}_{x_1}+JJ_y\vec{e}_{y_1}+JJ_z\vec{e}_{z_1}\right], \tag{5}$$

где

$$JJ_x=-\frac{b^3J_x}{\cos^4\gamma\cdot\mathrm{tg}^2\,\alpha_0};\quad JJ_y=\frac{b^2J_y}{\cos^4\gamma\cdot\mathrm{tg}^2\,\alpha_0};\quad JJ_z=\frac{b^3J_z}{\cos^4\gamma\cdot\mathrm{tg}^2\,\alpha_0}; \tag{6}$$

$$J_x=\int_0^{2\pi}\int_0^{\gamma_{10}}\delta\left(b-\cos\gamma_1\right)\cos\beta_1\sin^2\gamma_1\cdot g\left(\beta_1,\gamma_1,\gamma\right)d\gamma_1 d\beta_1;$$

$$J_y=\int_0^{2\pi}\int_0^{\gamma_{10}}\delta\left(b-\cos\gamma_1\right)\left(b\cos\gamma_1-1\right)\sin\gamma_1\cdot g\left(\beta_1,\gamma_1,\gamma\right)d\gamma_1 d\beta_1; \tag{7}$$

$$J_z=\int_0^{2\pi}\int_0^{\gamma_{10}}\delta\left(b-\cos\gamma_1\right)\sin\beta_1\sin^2\gamma_1\cdot g\left(\beta_1,\gamma_1,\gamma\right)d\gamma_1 d\beta_1;$$

$$\delta=\begin{cases}1, \text{если } 1-2b\cos\gamma_1+b^2-\left(1-b\left(\cos\gamma_1-\cos\beta_1\sin\gamma_1\,\mathrm{tg}\,\gamma\right)\right)^2\dfrac{\cos^2\gamma}{\cos^2\alpha_0}\leq 0;\\ 0, \text{если } 1-2b\cos\gamma_1+b^2-\left(1-b\left(\cos\gamma_1-\cos\beta_1\sin\gamma_1\,\mathrm{tg}\,\gamma\right)\right)^2\dfrac{\cos^2\gamma}{\cos^2\alpha_0}>0;\end{cases}$$

$$g\left(\beta_1,\gamma_1,\gamma\right)=\frac{e^{3\mathrm{ctg}^2\alpha_0\left(1-\frac{\left(1+b^2-2b\cos\gamma_1\right)}{\left(1-b\left(\cos\gamma_1-\cos\beta_1\sin\gamma_1\,\mathrm{tg}\,\gamma\right)\right)^2\cos^2\gamma}\right)}}{\left(1-b\left(\cos\gamma_1-\cos\beta_1\sin\gamma_1\,\mathrm{tg}\,\gamma\right)\right)^4}.$$

Поскольку интегрирование по β_1 проводится от 0 до 2π, легко видеть, что $J_z\equiv 0$. Действительно, поскольку функция $\delta\cdot g\left(\beta_1,\gamma_1,\gamma\right)$ – четная относительно β_1 ($\delta\cdot g\left(\beta_1,\gamma_1,\gamma\right)$ зависит только от $\cos\beta_1$), то интеграл $\int_0^{2\pi}g\left(\beta_1,\gamma_1,\gamma\right)\sin\beta_1 d\beta_1\equiv 0$.

Тогда сила ионного пучка, действующего на сферу, в проекциях на оси $O_k x_1 y_1 z_1$ находится следующим образом

$$\vec{F}=-F_{dv}\left[JJ_x\vec{e}_{x_1}+JJ_y\vec{e}_{y_1}\right].$$

В зависимости от расширения пучка α_0 и отношения размера сферы (R) к расстоянию между центром сферы и точкой исхода пучка (r_1), имеют место три качественно отличных случая (рис. 4):

а) весь пучок падает на цель (сфера большая или расположена близко к пастуху);

б) цель полностью находится в пучке, но часть пучка падает за пределы цели (сфера маленькая или расположена далеко от пастуха);

в) часть цели выходит из пучка за счет смещения центра сферы относительно оси пучка.

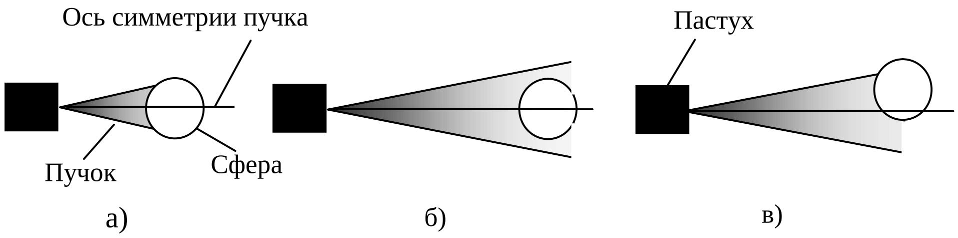

Рис. 4

Все три случая, представленные на рисунке 4, можно объединить, предположив, что основная сила будет направлена по радиус-вектору центра сферы относительно точки исхода пучка.

Зависимость минимального значения угла полураствора пучка α_0^{min} от величины $b = R/r_1$, при котором сфера полностью находится в пучке при γ =0, представлена на рис. 5. Как видим, для угла полураствора α_0 =7,5° (предполагаемом в LEOSWEEP) все сферы, находящиеся на расстоянии ближе чем $r_1 = 7{,}7R$, будут иметь части поверхностей, выходящие из пучка

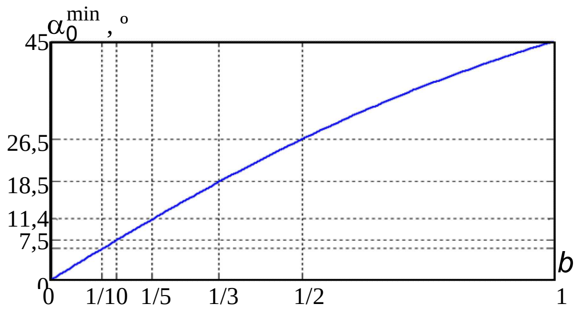

Рис. 5

Сила, действующая на сферу, центр которой находится на оси пучка (γ =0). Далее будем рассматривать величины «удельных» проекций – JJ_x, JJ_y (проекции JJ_x, JJ_y отнесенные к $-F_{dv}$).

Когда шар находится на оси потока плазмы (γ =0), выражения (7) значительно упрощаются

$$J_x^0 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\gamma_{10}} \delta \frac{(b-\cos\gamma_1)\cos\beta_1 \sin^2\gamma_1 \cdot e^{3\operatorname{ctg}^2\alpha_0\left(1-\frac{(1+b^2-2b\cos\gamma_1)}{(1-b\cos\gamma_1)^2}\right)}}{(1-b\cos\gamma_1)^4} d\gamma_1 d\beta_1;$$

$$J_y^0 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\gamma_{10}} \frac{(b-\cos\gamma_1)(b\cos\gamma_1-1)\sin\gamma_1 \cdot e^{3\operatorname{ctg}^2\alpha_0\left(1-\frac{(1+b^2-2b\cos\gamma_1)}{(1-b\cos\gamma_1)^2}\right)}}{(1-b\cos\gamma_1)^4} d\gamma_1 d\beta_1; \quad . \qquad (8)$$

где верхний индекс «0» означает величины J_x и J_y при γ =0.

Поскольку интегрирование по β_1 ведется от 0 до 2π, то $J_x^0 = 0$.

Учитывая (6) и (8), для проекции JJ_y^0 можно записать

$$JJ_y^0 = -2\pi b^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha_0 \int_0^{\gamma_{10}} \delta \frac{(b-\cos\gamma_1)\sin\gamma_1 \cdot e^{-3\operatorname{ctg}^2\alpha_0 \frac{b^2\sin^2\gamma_1}{(1-b\cos\gamma_1)^2}}}{(1-b\cos\gamma_1)^3} d\gamma_1 . \qquad (9)$$

Поскольку $\frac{de^{y(x)}}{dx} = e^{y(x)} \frac{dy(x)}{dx}$ (где $y(x)$ – некоторая функция переменной x), легко видеть, что интеграл (9) можно записать в виде

$$JJ_y^0 = -\frac{\pi}{3} \int_0^{\gamma_{10}} \delta \frac{d\left(e^{-3\operatorname{ctg}^2\alpha_0 \frac{b^2\sin^2\gamma_1}{(1-b\cos\gamma_1)^2}}\right)}{d\gamma_1} .$$

Для сферы, находящейся полностью в потоке, интегрирование проводится до $\gamma_{10} = \arccos b$, тогда

$$JJ_y^0 = -\frac{\pi}{3} e^{-3\operatorname{ctg}^2\alpha_0 \frac{b^2\sin^2\gamma_1}{(1-b\cos\gamma_1)^2}} \Bigg|_0^{\arccos b} = -\frac{\pi}{3}\left(e^{-3\operatorname{ctg}^2\alpha_0 \frac{b^2}{(1-b^2)}} - 1\right).$$

Если части поверхности сферы выходят из пучка, то интегрирование по γ_1 необходимо проводить до γ_{10}, соответствующего углу расширения пучка α_0 (рис. 6), и JJ_y^0 находится следующим образом

$$JJ_y^0 = -\frac{\pi}{3}\left(e^{-3\operatorname{ctg}^2\alpha_0 \frac{b^2\sin^2\gamma_{10}}{(1-b\cos\gamma_{10})^2}} - 1\right).$$

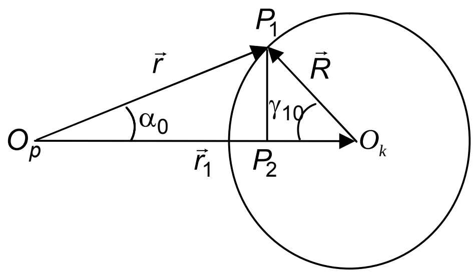

Рис. 6

Из треугольника $O_pP_1O_k$ легко видеть, что $b\sin\gamma_{10} = \frac{P_1P_2}{r_1}$, тогда после преобразований получим, что $-3\operatorname{ctg}^2\alpha_0 \frac{b^2\sin^2\gamma_{10}}{(1-b\cos\gamma_{10})^2} = -3$. Т. е. «удельная» проекция силы JJ_y^0, действующей на сферу, центр которой лежит на оси пучка и весь пучок падает на поверхность сферы, определяется следующим образом

$$JJ_y^0 = -\frac{\pi}{3}\left(e^{-3} - 1\right).$$

Тогда

$$JJ_y^0 = \begin{cases} -\dfrac{\pi}{3}\left(e^{-3\operatorname{ctg}^2\alpha_0 \frac{b^2}{\left(1-b^2\right)}} - 1\right), & \text{если сфера полностью в пучке,} \\ -\dfrac{\pi}{3}\left(e^{-3} - 1\right) \approx 0{,}995, & \text{если сфера выходит из пучка}. \end{cases} \qquad (10)$$

На рис. 7 представлены значения JJ_y^0 для α_0 =7,5°, полученные численным интегрированием исходных выражений (6), (7) и по аналитической зависимости (10). Как видно из рисунка, результаты хорошо совпадают.

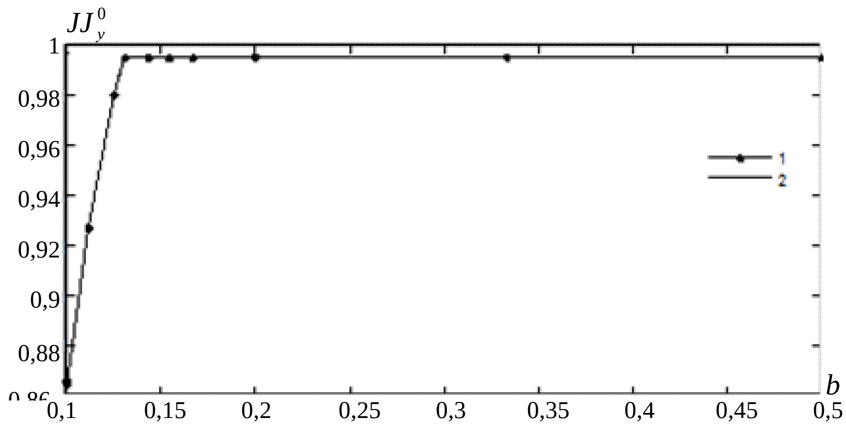

Рис. 7

Как видим, в случае, когда весь пучок падает на сферу, можно считать, что сила, передаваемая сфере, равна силе двигателя и направлена строго по оси пучка.

Выводы. В предположении гауссового распределения плотности в пучке ионов построены выражения для определения силового воздействия пучка на сферическую цель. Показано, что сила, передаваемая сферической цели, лежит в плоскости, образованной осью симметрии пучка и радиус-вектором центра шара $\vec{r}_1$ относительно точки выхода пучка.

Если центр сферы расположен на оси пучка, то, в силу симметрии, подынтегральное выражение для силы значительно упрощается. Получено приближенное аналитическое выражение, которое с погрешностью не более 1,1 % описывает силу.

В дальнейшем будет построена упрощенная модель силового воздействия пучка ионов при отклонении центра сферы от оси пучка.

Работа выполнена при поддержке 7th Framework Programme for Research and Technological Development, проект LEOSWEEP (Improving Low Earth Orbit Security With Enhanced Electric Propulsion), № 607457.

1. *Liou J. C., Johnson N. L.* A sensitivity study of the effectiveness of active debris removal in LEO. Acta Astronautica. 2009. Vol. 64, № 2. P. 236–243.
2. *Jakhu R. S., Nyampong Y. M., Sgobba T.* Regulatory framework and organization for space debris removal and on orbit servicing of satellites. Journal of Space Safety Engineering. 2017. Vol. 4, Issues 3. P. 129–137.
3. *Pearson J., Carroll J., Levin E., Oldson J.* EDDE: ElectroDynamic Debris Eliminator For Active Debris Removal [Электронный ресурс] : International Conference on Orbital Debris Removal (December 8-10, 2009). URL: http://www.star-tech-inc.com/papers/edde_for_debris_conference.pdf.
4. Сайт Организации Объединенных Наций. Руководящие принципы Комитета по использованию космического пространства в мирных целях по предупреждению образования космического мусора [Электронный ресурс]. URL: http://www.un.org/ru/documents/decl_conv/conventions/space_debris.shtml.
5. Сайт Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля» Борьба с космическим мусором. Активные и пассивные системы [Электронный ресурс]. URL: http://www.yuzhnoye.com/technique/innovative-technologies/space-debris/.
6. LEOSWEEP [Электронный ресурс] : Improving Low Earth Orbit Security With Enhanced Electric Propulsion. URL: http://www.leosweep.upm.es.
7. *Бомбарделли К., Алпатов А. П., Пироженко А. В. и др*. Проект «Космического пастуха» с ионным лучом. Идеи и задачи. Космічна наука і технологія. 2014. Т. 20, № 2. С. 55–60.
8. *Alpatov A., Cichocki F., Fokov A., Khoroshylov S., Merino M., Zakrzhevskii A.* Determination of the force transmitted by anion thruster plasma plume to an orbital object. Acta Astronautica Acta Astronautica. 2016. № 119. P. 241–251.
9. *Cichocki F., Merino M., Ahedo E.* Modeling and Simulation of EP Plasma Plume Expansion into Vacuum, 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, AIAA Propulsion and Energy Forum, 2014, № 3828, 17 p.
10. *Beal B. E., Gallimore A., Haas J. M., Hargus W. A.* Plasma properties in the plume of a hall thruster cluster. Journal of Propulsion and Power. November–December 2004. Vol. 20, No. 6. P. 985–991.
11. *Bombardelli C.* [Электронный ресурс]: Ion beam technology for space debris mitigation. URL: http://sdg.aero.upm.es/PUBLICATIONS/PDF/2017/Bombardelli_VKI_LS_IBS.pdf

Получено 15.01.2018,
в окончательном варианте 22.02.2018