

Комплексное оценивание прочностных свойств конструкционных сталей на основе анализа параметров зеренно-фазовой структуры

М. Б. Гитман,^{а,1} А. В. Ключев,^а В. Ю. Столбов,^а И. М. Гитман^б

^а Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

^б Университет Шеффилда, Шеффилд, Великобритания

¹ gmb@pstu.ru

Разработана методика, позволяющая с помощью анализа зеренно-фазовой структуры функционального материала оценить его эксплуатационные свойства, в частности прочностные. Методика основана на применении лингвистической переменной в процессе комплексного оценивания. Приведен пример определения прочностных характеристик арматурной стали, подверженной специальной термообработке для получения необходимой зеренно-фазовой структуры.

Ключевые слова: зеренно-фазовая структура, микрошлиф, прочностные свойства, теория нечетких множеств, твердость материала, ударная вязкость.

Введение. В настоящее время в технике резко возросла роль так называемых “функциональных материалов” [1], различающихся заданным комплексом эксплуатационных характеристик (прочность, пластичность, термостойкость и т.п.), формируемым в результате применения новых технологий получения материала и/или специальных технологий его дальнейшей физико-механической обработки. Однако при этом возрастает необходимость разработки новых средств автоматизированного анализа сложных зеренно-фазовых структур на мезо-или микромасштабных уровнях, отвечающих за формирование требуемого комплекса свойств на макроуровне [2].

Задача анализа микроструктуры материалов на основании снимков микрошлифов и изображений, полученных с помощью атомно-силовой микроскопии, сканирующих зондовых микроскопов, рентгеновской топографии или других способов, является очень актуальной, так как ее решение обуславливает развитие автоматизированных методов контроля, что способствует разработке новых перспективных методов изготовления функциональных материалов и прогнозирования их эксплуатационных характеристик [3].

Цель данной работы заключается в разработке эффективной методики комплексного оценивания эксплуатационных характеристик, с помощью которой можно будет оценивать конечные прочностные свойства материалов без использования модели материала или эмпирических соотношений, подобных закону Холла–Петча [4, 5]. По сути, предлагаемая методика не предполагает задание конкретного вида аппроксимирующей функции и способа приближения к результату в виде, например, метода наименьших квадратов, а позволяет оценивать искомые величины с помощью установления нечетких отношений между параметрами зеренно-фазовой структуры и эксплуатационными характеристиками материала.

Постановка задачи комплексного оценивания. Пусть задана цифровая фотография микрошлифа исследуемого функционального материала. Анализируя фотографию, можно выделить основные параметры зеренно-фазовой структуры, к которым можно отнести: параметры фазового состояния, например объемные доли фаз, а также параметры зеренной структуры, например средний размер зерна, коэффициент вариации размера зерна, степень анизотропии зерен, объемная доля зерен и т.п.

Количество выбранных параметров зеренно-фазовой структуры обозначим переменной k .

Исходя из анализа параметров зеренно-фазовой структуры функционального материала оценим его эксплуатационные характеристики, в частности прочностные. Будем считать, что количество параметров, характеризующих требуемый комплекс эксплуатационных свойств функционального материала, равно r . Очевидно, что каждый комплекс эксплуатационных характеристик зависит от некоторого неизвестного заранее набора параметров зеренно-фазовой структуры материала. Поэтому необходимо разработать общую методику, позволяющую устанавливать искомые отношения по ограниченному набору экспериментальных данных. Это, в свою очередь, требует разработки автоматизированной системы анализа параметров зеренно-фазовой структуры по фотографии микрошлифа и методики комплексного оценивания эксплуатационных свойств исследуемого материала.

Анализ параметров зеренно-фазовой структуры материала. В рамках задачи анализа микроструктуры развиваются методы сегментации изображений. Сегментация является важной при анализе снимка микроструктуры, так как позволяет найти границы между зернами, выделяя зерна как объекты для дальнейшего анализа. Активно развиваются нелинейные методы анализа градиентов функции яркости изображения, подобные методу Ли или Превитта [6, 7], непрерывной сегментации [8], пороговой кластеризации [9–11], сегментации по водоразделам [12–14], а также фрактальные методы [15].

При решении задач количественного анализа микроструктуры (для сталей – количественной металлографии) активно используются разнообразные параметры зеренной структуры, такие как: площадь зерен, периметр границ, длины малой и большой оси зерна (среднее значение и разброс), приближенность к кругу, удлиненность, компактность и т.д. Автоматизация сегментации изображений позволяет получать эти параметры прямым способом, т.е. без применения известных методов ручной обработки, например метода секущих.

Кроме того, термомеханические свойства материала существенно зависят не только от параметров зеренной структуры, но и от фазового состава, а также наличия дислокационных субструктур внутри зерна. При интенсивной пластической деформации может образовываться устойчивая фрагментированная субструктура, стабилизируемая частицами вторичных карбидов [16]. Необходимо также учитывать влияние границ и тройных стыков [4]. Отметим, что автоматизация выявления этих особенностей на снимках позволит существенно уточнить прогноз свойств материалов.

Как следует из вышеизложенного, в настоящее время в количественной металлографии большое распространение получили интеллектуальные технологии, основанные на применении методов компьютерного распознавания образов и оказывающие эксперту помощь в принятии решений при анализе сложных микроструктур. В данной работе для решения задач классификации фаз и сегментации зерен использовалась автоматизированная система [17], позволяющая по цифровой фотографии микрошлифа вычислять параметры зеренно-фазовой структуры с заданной точностью.

Методика комплексного оценивания эксплуатационных свойств функционального материала. Для решения поставленной задачи построим нечеткие отношения S^i между параметрами зеренно-фазовой структуры и параметрами, характеризующими эксплуатационные свойства функционального материала [18–20].

Будем считать, что количество имеющихся экспериментов (микрошлифов и соответствующих каждому из них замеров эксплуатационных характеристик) равно l . Тогда имеем

$$S^i = A^i \times B^i, \quad i = 1, \dots, l, \quad (1)$$

где A^i – нечеткое множество, содержащее параметры зеренно-фазовой структуры для i -го эксперимента; B^i – нечеткое множество, содержащее эксплуатационные характеристики для i -го эксперимента; \times – декартово произведение нечетких множеств [20].

Отметим, что (1) представляет собой нечеткое отношение, которое выражается в виде прямоугольной матрицы [20], mn -й элемент которой является функцией принадлежности для пары (a_m, b_n) и определяется согласно правилам векторного произведения для нечетких множеств [20]; $m = 1, \dots, d$; $n = 1, \dots, w$.

Отметим, что общее количество пар элементов в нечетком множестве A^i равно значению d , а в нечетком множестве B^i – значению w , которые определяются так:

$$d = \sum_{i=1}^k p_i; \quad w = \sum_{i=1}^r t_i. \quad (2)$$

Таким образом, для каждого i -го эксперимента ($i = 1, \dots, l$) определено отношение связи S^i между нечеткими множествами A^i и B^i , общий вид которых можно представить следующим образом:

$$A^i = \left(\begin{array}{cccc} \text{ФКС} & , & M & , \dots , & \text{ОДЗ} \\ p_1\text{-пар элементов} & & p_2\text{-пар элементов} & & p_k\text{-пар элементов} \end{array} \right),$$

$$B^i = \left(\begin{array}{cccc} b_1 & , & b_2 & , \dots , & b_r \\ t_1\text{-пар элементов} & & t_2\text{-пар элементов} & & p_r\text{-пар элементов} \end{array} \right).$$

Произвольное множество, описывающее тестируемую зеренно-фазовую структуру функционального материала, обозначим A^T . Теперь связь между множеством A^T и индуцируемым им множеством B^T , описывающим эксплуатационные характеристики этого материала, можно определить так [20]:

$$B^T = A^T \circ S. \quad (3)$$

Здесь “ \circ ” – знак максиминного произведения, которое определяется как обычное произведение матриц [21], где вместо операции умножения вводится \min , а вместо операции сложения – \max .

Заметим, что

$$S = S^i. \quad (4)$$

Следует отметить, что B^T будет получено в виде нечеткого множества. Если нас интересует B^T в виде обычного множества, т.е. любая эксплуатационная характеристика должна быть представлена как однозначно определенная скалярная величина, необходимо для каждой характеристики решить задачу нахождения четкого представителя нечеткого числа [20]. Можно предложить несколько способов решения этой задачи, рассмотренных, например, в [20].

Если график функции принадлежности описывается непрерывной неунимодальной функцией, то, на наш взгляд, наиболее объективный выбор этого представителя – аналог медианы [21] для случайных величин, который можно определить следующим образом:

$$\int_{a_i^{\min}}^{a_i^*} \mu_{A_i}(u) du = \int_{a_i^*}^{a_i^{\max}} \mu_{A_i}(u) du, \quad (5)$$

где A_i – нечеткое множество, соответствующее i -й эксплуатационной характеристике; a_i^* – четкий представитель нечеткого множества A_i ; a_i^{\min} – нижняя граница носителя нечеткого множества A_i ; a_i^{\max} – верхняя граница носителя нечеткого множества A_i ; $\mu_{A_i}(u)$ – функция принадлежности нечеткого множества A_i . Другими словами, в качестве четкого представителя нечеткого множества выбирается то значение его носителя, которое делит площадь под графиком функции принадлежности на две приблизительно равные части.

Если носитель нечеткого множества представляет собой дискретную величину, то определение четкого представителя нечеткого множества может быть осуществлено аналогично математическому ожиданию [21] для дискретных случайных величин:

$$a_i^* = \sum_{l=1}^r \left(\frac{\mu_{A_i}(a_i^l)}{\sum_{l=1}^r \mu_{A_i}(a_i^l)} \right) a_i^l, \quad (6)$$

где a_i^l – l -й элемент носителя нечеткого множества A_i ; $\mu_{A_i}(a_i^l)$ – функция принадлежности l -го элемента носителя нечеткого множества A_i ; r – количество пар в нечетком множестве A_i .

Если график функции принадлежности имеет ярко выраженный унимодальный характер, в качестве четкого представителя нечеткого множества можно выбрать то значение носителя, которое соответствует максимальному значению функции принадлежности:

$$a_i^* = (a_i^* \in S(A_i) | \mu_{A_i}(a_i^*) \geq \mu_{A_i}(a_i), a_i \in S(A_i)), \quad (7)$$

где $S(A_i)$ – носитель нечеткого множества A_i .

Пример оценивания прочностных свойств стали после термообработки. В качестве примера рассмотрим арматурную сталь с заданными прочностными характеристиками, полученную после термообработки по разным режимам в НИИ Наносталей при Магнитогорском государственном техническом университете [22]. Качественные и количественные характеристики формирующейся структуры выявляли с помощью исследовательского комплекса GLEEBLE 3500 с оптическим микроскопом Meiji Techno с применением системы компьютерного анализа изображений Thixomet PRO, а также сканирующего электронного микроскопа JSM 6490 LV. На рис. 1 и 2 приведены примеры зеренно-фазовой структуры стали при различных режимах термообработки. Видно, что образуются три фазы: ферритно-карбидная смесь (ФКС), мартенсит (М) и бейнит (Б), от объемных долей которых зависят прочностные свойства материала. Кроме фазового состава на эксплуатационные характеристики исследуемой стали сильное влияние оказывают параметры зеренной структуры (рис. 2). Видно, что форма и размеры зерен изменяются в широком диапазоне, что, несомненно, влияет на прочностные свойства стали. В качестве основных параметров зеренно-фазовой структуры выбраны: объем фаз – ФКС, Б, М, а также средний размер

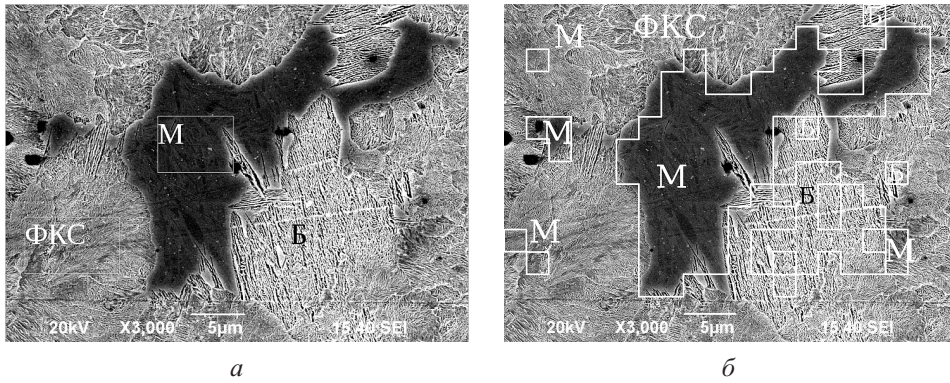


Рис. 1. Микроструктура стали после нагрева до 930°C, выдержки в течение 3 мин и охлаждения со скоростью 20 °C/c (*а* – результаты анализа, полученные экспертом, *б* – с помощью автоматизированной системы).

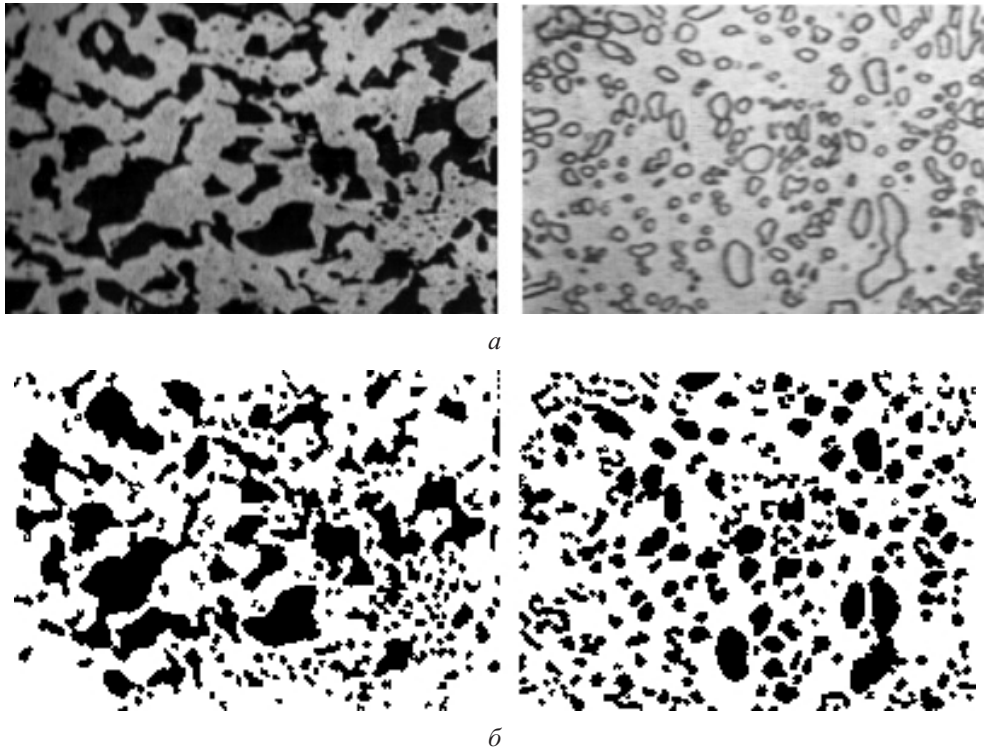


Рис. 2. Входные фотографии микрошлифов (*а*) и зерна, идентифицированные с помощью автоматизированной системы (*б*).

зерна, коэффициент вариации его размера, степень анизотропии и объемная доля зерен. Вычисление параметров зеренно-фазовой структуры проводилось с помощью автоматизированной системы [17].

В качестве эксплуатационных характеристик исследуемого функционального материала выбраны твердость по Виккерсу (HV_{30}) и ударная вязкость (KC). При этом измерения твердости по Виккерсу при нагрузке 30 кг проводились на универсальном твердомере третьего поколения Emco Test M4C075G3 с камерой высокого разрешения.

Результаты обработки экспериментальных данных анализа зеренно-фазовой структуры и эксплуатационных характеристик исследуемой стали для семи образцов, полученных при различных режимах обработки (скоростях охлаждения), приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Данные анализа зеренно-фазовой структуры и эксплуатационных характеристик исследуемой стали

№ образца	Скорость охлаждения, °С/с	Параметры зеренной структуры (размеры зерна, мкм)	Параметры фазового состава, %	Твердость материала HV_{30}	Ударная вязкость KC , Дж/см ²
1	10	Средний размер зерна: 0.10 Коэффициент вариации размера зерна: 0.11 Степень анизотропии: 0.98 Объемное содержание зерен: 0.87	ФКС: 100	400	54.3
2	20	Средний размер зерна: 0.10 Коэффициент вариации размера зерна: 0.07 Степень анизотропии: 1.14 Объемное содержание зерен: 0.26	ФКС: 60 Бейнит: 10 Мартенсит: 30	412	55.7
3	25	Средний размер зерна: 0.16 Коэффициент вариации размера зерна: 0.06 Степень анизотропии: 1.09 Объемное содержание зерен: 0.44	ФКС: 70 Бейнит: 20 Мартенсит: 10	436	58.5
4	30	Средний размер зерна: 0.26 Коэффициент вариации размера зерна: 0.17 Степень анизотропии: 1.18 Объемное содержание зерен: 0.98	ФКС: 70 Бейнит: 20 Мартенсит: 10	469	64.0
5	40	Средний размер зерна: 0.25 Коэффициент вариации размера зерна: 0.03 Степень анизотропии: 1.25 Объемное содержание зерен: 0.37	ФКС: 50 Бейнит: 30 Мартенсит: 20	554	55.7
6	50	Средний размер зерна: 0.21 Коэффициент вариации размера зерна: 0.06 Степень анизотропии: 1.1 Объемное содержание зерен: 0.79	ФКС: 40 Бейнит: 30 Мартенсит: 30	617	50.1
7	60	Средний размер зерна: 0.13 Коэффициент вариации размера зерна: 0.07 Степень анизотропии: 1.08 Объемное содержание зерен: 0.91	ФКС: 10 Мартенсит: 90	800	44.6

В качестве исходных для тестирования предложенной методики определения эксплуатационных характеристик функционального материала выбраны образцы № 1, 2, 3, 4, 6, 7 (всего шесть образцов), а тестируемым – образец № 5. Для примера продемонстрируем вид нечетких функций A^1 и B^1 . Отметим, что функции принадлежности произвольного элемента c_i носителей нечетких множеств A или B будем находить из соотношения $1 - |(c_i - c_i^3)/c_i|$ (c_i^3 – эталонное значение соответствующего элемента носителя с функцией принадлежности, равной единице). Например, функция принадлежности второго элемента носителя нечеткого множества B^1 такова: $1 - |(412 - 400)/400| = 1 - 0,03 = 0,97$. Отметим, что если элемент носителя с функцией принадлежности, равной единице, равен нулю, то функция принадлежности элемента c_i определяется субъективно, исходя из физического смысла:

$$A^1 = (1,0/100, 0,6/60, 0,8/80, 0,7/70, 0/50, 0,4/40, 0,1/10, 1,0/0, 0,9/10, 0,8/20, 0,8/20, 0,7/30, 0,7/30, 1,0/0, 1,0/0, 0,7/30, 0,9/10, 0,8/20, 0,8/20, 0,7/30, 0/90, 1,0/0,1, 1,0/0,1, 0,4/0,16, 0/0,26, 0/0,25, 0/0,21, 0,7/0,13, 1,0/0,11, 0,64/0,07, 0,55/0,06, 0,45/0,17, 0,27/0,03, 0,55/0,06, 0,64/0,07, 1,0/0,98, 0,84/1,14, 0,89/1,09, 0,80/1,18, 0,72/1,25, 0,88/1,1, 0,90/1,08, 1,0/0,87, 0,30/0,26, 0,51/0,44, 0,87/0,98, 0,43/0,37, 0,91/0,79, 0,95/0,91);$$

$$B^1 = (1,0/400, 0,97/412, 0,91/436, 0,83/469, 0,62/554, 0,46/617, 0/800, 1,0/54,3, 0,97/55,7, 0,92/58,5, 0,82/64,0, 0,97/55,7, 0,92/50,1, 0,82/44,6).$$

Следует отметить, что нечеткие отношения S^i ($i = 1, \dots, 6$) для рассматриваемого примера представляют собой матрицы размерами 49×14 .

Объединяя нечеткие отношения S^i ($i = 1, \dots, 6$) по формуле (4), получаем нечеткое отношение (матрицу) связи между произвольным множеством, описывающим зеренно-фазовую структуру функционального материала (в рассматриваемом примере – это структура образца № 5), и индуцируемым им множеством, описывающим эксплуатационные характеристики материала. Определим A^5 исходя из данных табл. 1:

$$A^5 = (0/100, 0,8/60, 0,4/80, 0,6/70, 1,0/50, 0,8/40, 0,2/10, 0,7/0, 0,8/10, 0,9/20, 0,9/20, 1,0/30, 1,3/30, 0,7/0, 0,8/0, 0,9/30, 0,9/10, 1,0/20, 1,0/20, 0,9/30, 0/90, 0,4/10, 0,4/0,10, 0,64/0,16, 0,96/0,26, 1,0/0,25, 0,84/0,21, 0,52/0,13, 0/0,11, 0/0,07, 0/0,06, 0/0,17, 1,0/0,03, 0/0,06, 0/0,07, 0,78/0,98, 0,91/1,14, 0,87/1,09, 0,94/1,18, 1,0/1,25, 0,88/1,1, 0,86/1,08, 0/0,87, 0,73/0,26, 0,82/0,44, 0/0,98, 1,0/0,37, 0/0,79, 0/0,91).$$

Индуцируемое этим множеством нечеткое множество B^5 , описывающее эксплуатационные характеристики материала, определяется по соотношению (3):

$$B^5 = (0,94/400, 0,94/412, 0,94/436, 1,0/469, 0,9/554, 1,0/617, 0,91/800, 0,94/54,3, 0,94/55,7, 0,94/58,5, 1,0/64,0, 0,93/55,7, 1,0/50,1, 0,91/44,6).$$

Если значения эксплуатационных характеристик представлять в виде скалярных величин, необходимо для каждой характеристики отдельно (в нашем случае это твердость по Виккерсу (HV_{30}) и ударная вязкость (KC)) решить задачу определения четкого представителя нечеткого множества. Это можно осуществить различными способами (из соотношений (5), (6) или (7)).

Используя, например, соотношения (6), можно получить $HV_{30} = 525,66$, $KC = 54,79$ Дж/см². При этом согласно экспериментальным данным (табл. 1) имеем $HV_{30} = 554$, $KC = 55,7$ Дж/см².

Оценим погрешность проведенных расчетов:

$$\delta_{HV} = \frac{HV_{30}^T - HV_{30}^3}{HV_{30}^3} \cdot 100\% = 5,12\%; \quad \delta_{KC} = \frac{KC^T - KC^3}{KC^3} \cdot 100\% = 1,64\%.$$

Т а б л и ц а 2

**Прогнозируемые прочностные характеристики образца № 5
при различном количестве используемых образцов**

Количество экспериментов	Расчетная твердость материала HV_{30}	Относительная погрешность (HV_{30}), %	Расчетная ударная вязкость KC , Дж/см ²	Относительная погрешность (KC), %
3	517,81	6,53	54,61	1,96
4	520,76	6,01	54,63	1,92
5	522,01	5,77	54,65	1,88
6	525,66	5,12	54,79	1,63

Особый интерес представляет оценка необходимого количества экспериментов для получения требуемой точности. Проведем несколько численных расчетов для нахождения искомым эксплуатационных характеристик образца № 5 (табл. 2).

Анализ полученных результатов показывает, что, как и следовало ожидать, увеличение количества экспериментов приводит к повышению точности прогнозируемых результатов. Минимально возможное их количество должно определяться опытным путем в зависимости от требуемой точности комплексной оценки.

Заключение. Разработана методика, позволяющая с помощью анализа параметров зеренно-фазовой структуры функционального материала оценить его эксплуатационные характеристики, в частности прочностные. Особенностью предложенной методики является применение теории нечетких множеств при установлении множественных отношений между заданным комплексом прочностных характеристик и параметрами фазового состояния и зеренной структуры, вычисляемыми по фотографии микрошлифа исследуемого материала. Приведен пример оценивания прочностных характеристик арматурной стали, полученной с помощью термообработки при различных режимах выдержки и охлаждения.

Полученные результаты подтверждают возможность применения разработанной методики к комплексному оцениванию прочностных характеристик материала по параметрам его зеренно-фазовой структуры. Следует отметить необходимость дальнейших исследований для оценки влияния различных параметров зеренно-фазовой структуры на прочностные свойства и сходимость предложенной методики при различных наборах параметров микроструктуры.

Исследование проводилось при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках проекта RFMEFI58617X0055. Название совместного проекта с ЕС в рамках программы “Горизонт 2020”: “Fracture across Scales and Materials, Processes and Disciplines”.

Резюме

Розроблено методику, що дозволяє за допомогою аналізу зеренно-фазової структури функціонального матеріалу оцінити його експлуатаційні властивості, зокрема міцнісні. Методика базується на використанні лінгвістичної змінної в процесі комплексного оцінювання. Наведено приклад оцінювання міцності арматурної сталі після спеціальної термообробки для отримання необхідної зеренно-фазової структури.

1. *Functional Materials: Preparation, Processing and Applications* // Eds. S. Banerjee & A. K. Tyagi. – Elsevier, 2011. – 730 p.

2. *Каменева А. Л.* Роль структуры и фазового состава в формировании физико-механических и трибологических свойств пленок на основе TiN // *Вопр. материаловедения*. – 2012. – № 1 (69). – С. 58–67.
3. *Малахов В. В.* Проблемы диагностики функциональных материалов (обзор) // *Завод. лаб. Диагностика материалов*. – 2011. – 77, № 2. – С. 310–318.
4. *Рыбин В. В.* Большая пластическая деформация и разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1986. – 224 с.
5. *Gao H., Ji B., Jäger I. L., et al.* Materials become insensitive to flaws at nanoscale: Lessons from nature // *P. Natl. Acad. Sci. USA*. – 2003. – 100, No. 10. – P. 5597–5600.
6. *Shih F. Y.* Image Processing and Pattern Recognition: Fundamentals and Techniques. – Wiley-IEEE Press, 2010. – 552 p.
7. *Sharybin S. I., Klyuev A. V., and Stolbov V. Yu.* Complex grain structure of metals and alloys // *Steel Transl.* – 2013. – 43, No. 5. – P. 245–248.
8. *Хашиш С. И., Хашиша Ю. А.* Реализация алгоритма непрерывной сегментации изображений // *Математика и ее приложения: Журн. Иванов. матем. об-ва*. – 2011. – Вып. 1 (8). – С. 151–156.
9. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
10. *Duda R. O., Hart P. E., and Stork D. G.* Pattern Classification. – John Wiley & Sons, 2001. – 680 p.
11. *Sauvola J. and Pietikäinen M.* Adaptive document image binarization // *Pattern Recogn.* – 2000. – 33, No. 2. – P. 225–236.
12. *Bieniek A. and Moga A.* An efficient watershed algorithm based on connected components // *Ibid.* – No. 6. – P. 907–916.
13. *Li D., Zhang G., Wu Z., and Yi L.* An edge embedded marker-based watershed algorithm for high spatial resolution remote sensing image segmentation // *IEEE T. Image Process.* – 2010. – 19, No. 10. – P. 2781–2787.
14. *Suphalakshmi A. and Anandhakumar P.* An improved fast watershed algorithm based on finding the shortest paths with breadth first search // *Int. J. Comput. Appl.* – 2012. – 47, No. 11. – P. 1–9.
15. *Фисенко В. Т., Фисенко Т. Ю.* Фрактальные методы сегментации текстурных изображений // *Изв. вузов. Приборостроение*. – 2013. – 56, № 5. – С. 63–70.
16. *Козлов Э. В., Конева Н. А., Попова Н. А.* Зеренная структура, геометрически необходимые дислокации и частицы вторых фаз в поликристаллах микро- и мезоуровня // *Физ. мезомеханика*. – 2009. – 12, № 4. – С. 93–106.
17. *Шарыбин С. И., Столбов В. Ю., Гитман М. Б., Барышников М. П.* Разработка интеллектуальной системы распознавания сложных микроструктур на шлифах металлов и сплавов // *Нейрокомпьютеры: разработка, применение*. – 2014. – № 12. – С. 50–56.
18. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets // *Inform. Control.* – 1965. – 8, No. 3. – P. 338–353.
19. *Zadeh L. A.* From computing with numbers to computing with words – from manipulation of measurements to manipulation of perceptions // *Int. J. Appl. Math. Comp.* – 2002. – 12, No. 3. – P. 307–324.
20. *Введение в математическое моделирование: Учебное пособие / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, О. Б. Наймарк и др. / Под ред. П. В. Трусова*. – М.: Логос, 2015. – 440 с.

21. *Письменный Д. Т.* Конспект лекций по высшей математике. – М.: Айрис-Пресс, 2015. – 599 с.
22. *Барышников М. П., Долгий Д. К., Куранов К. Ю., Зайцева М. В.* Исследование процесса механотермической обработки арматуры из высокоуглеродистых сталей // *Сталь*. – 2012. – № 2. – С. 89–97.

Поступила 28. 06. 2017